ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXIV

1876-77

SERIE TERZA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME I.

DISPENSA PRIMA

ROMA

COI TIPI DEL SALVIUCCI

1877

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXIV

1876-77

SERIE TERZA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI.

VOLUME I.

ROMA
COI TIPI DEL SALVIUCCI
1877

Sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio
Memoria II del Prof. L. RESPIGHI,

letta nella seduta del 7 maggio 1876.

La latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio venne già determinata per mezzo di numerose ed accurate serie di osservazioni, da me fatte negli anni 1866 e 1867 sulle distanze zenitali meridiane di molte stelle fondamentali e della polare; e l' esposizione di questa operazione e dei risultati ottenuti faceva oggetto della mia Memoria — Sulla latitudine dell' Osservatorio della Romana Università sul Campidoglio — pubblicata nel tomo XXI degli Atti dell' Accademia P. de' Nuovi Lincei nel 1868.

Lo strumento usato in queste osservazioni è il Circolo Meridiano di Ertel, già descritto dal Prof. Don Ignazio Calandrelli nella sua Memoria — Descrizione scientifica del Circolo Meridiano del R. Osservatorio della Università; Roma, Tip. delle Belle Arti 1855 — strumento fornito di due circoli graduati di 2′ in 2′, sui quali con 4 microscopî possono valutarsi gli archi sino ai decimi di secondo.

Allo scopo di ottenere il valore della latitudine con tutta la desiderabile approssimazione, mentre estesi le osservazioni ad un numero notevole di stelle fondamentali, cioè 88 stelle, onde nel risultato medio si avesse ragione di ritenere convenientemente compensati i piccoli errori ancora possibili nelle loro declinazioni, cercai inoltre di combinare le osservazioni in guisa da procurare nel miglior modo possibile il compenso degli errori accidentali e sistematici inevitabili in queste osservazioni.

Ad evitare le incertezze della rifrazione furono scelte le stelle culminanti a distanza non maggiore di 40°, e in modo che riescissero distribuite in posizioni prossimamente simmetriche rispetto al zenit; cosicchè osservando queste stelle tanto direttamente che per riflessione si otteneva il vantaggio di eliminare, nel medio generale dei parziali valori ottenuti per la latitudine, l'influenza della flessione del cannocchiale e degli errori sistematici della graduazione del circolo.

A maggiore conferma dell' esattezza del valore della latitudine si sono fatte serie distinte di osservazioni con entrambi i circoli graduati, ed anche spostando il circolo rispetto all'asse del cannocchiale, girandolo di 45° in 45°.

Il conveniente accordo nei risultati ottenuti dalle varie serie di osservazioni, mentre confermava la sicurezza del metodo di osservazione, mostrava poi manifestamente che il valore, conchiuso per la nostra latitudine dal medio generale, poteva ritenersi come meritevole di piena fiducia, tale cioè da non dover ricevere da ulteriori ricerche sensibili correzioni.

Ciò veniva confermato anche dal risultato ottenuto dalle osservazioni dirette e per riflessione fatte sulla polare nei suoi passaggi superiori ed inferiori; il quale, confrontato con quello ottenuto dalle altre osservazioni, si trovava superiore ad esso di soli due decimi di secondo; differenza probabilmente dovuta a qualche incertezza nella rifrazione, od all' influenza degli errori sistematici dei circoli graduati non del tutto compensati.

Quantunque per questi risultati si potesse ritenere ben determinato il valore della nostra latitudine, pure un' ulteriore verifica di questo importantissimo elemento astronomico mi è parsa non solamente opportuna, ma necessaria, quando nello scorso anno mi proposi la gravosa ed importante operazione della verifica delle declinazioni delle stelle, che possono utilmente prestarsi alla determinazione della latitudine nelle stazioni principali italiane della grande rete geodetica internazionale, destinata alla misura dei gradi del meridiano centrale europeo.

Allo scopo di fornire per le varie stazioni il maggior numero possibile di stelle opportunamente disposte per la determinazione della latitudine coi diversi metodi in uso, mi sono proposto di fare una serie di osservazioni meridiane sopra la maggior parte delle stelle dalla 1ª alla 6ª grandezza inclusiva, comprese dai paralleli di declinazione nord 20° e 63°, e cioè per una zona di circa 43° di declinazione, divisa prossimamente per metà dal nostro parallelo.

Le norme stabilite per queste osservazioni furono le seguenti:

1.° Prendere come principio di numerazione per le distanze zenitali il nadir, determinato più volte in ogni sera colla riflessione dei fili sull' orizzonte a mercurio, usando sempre la stessa divisione, e coll' osservatore disposto alternativamente al sud ed al nord.

2.° Osservare le stelle, convenientemente distanti dal zenit, tanto direttamente che per riflessione, facendo però nella stessa sera soltanto una delle due osservazioni, e cioè o la diretta o la riflessa; e ciò allo scopo di evitare gli inconvenienti di una osservazione troppo affrettata, l' influenza di qualche possibile inclinazione dei fili, e le possibili anormalità della flessione del cannocchiale nel rapido passaggio in posizioni molto diverse.

3.° Fare sopra le stelle, che non possono osservarsi che direttamente, almeno 16 osservazioni, e sulle altre almeno 20 osservazioni, 10 dirette e 10 per riflessione.

4.° Leggere per ogni stella gli archi alternativamente con divisioni diverse, o determinare gli errori accidentali delle divisioni usate nella lettura, deducendoli dal medio delle letture fatte almeno con altre due divisioni prossime.

Fissato il nadir come principio di numerazione, e potendosi garantire nella sua determinazione tutta la necessaria esattezza e costanza, si aveva il vantaggio di rendere le osservazioni dirette di una stella rigorosamente comparabili colle riflesse, tuttochè prese in sere diverse, e quindi ottenere nel loro medio le distanze zenitali indipendenti dall'errore accidentale o sistematico delle divisioni, con cui era stato determinato il nadir stesso: ai quali errori restavano quindi soggette le distanze zenitali delle sole stelle non osservabili per riflessione, e per le quali restavano perciò a determinarsi le relative correzioni.

Per le stelle osservate direttamente e per riflessione rimanevano ancora gli errori sistematici della graduazione del circolo, i quali non potevano essere eliminati altro

che applicandovi le correzioni ricavate direttamente da un accurato esame della graduazione stessa, o dedotte indirettamente dalla differenza del valore assoluto della latitudine con quelli ottenuti colle osservazioni parziali fatte nei varii archi con gruppi numerosi di stelle di declinazione ben conosciuta; ossia usando, per la determinazione delle distanze zenitali medie o delle declinazioni medie delle varie stelle, le latitudini istrumentali, quali cioè risultavano dal medio delle osservazioni fatte sopra i gruppi di stelle fondamentali corrispondenti alla stessa parte del circolo.

Nelle mie antecedenti ricerche sulla latitudine non ho mancato di fare uno studio accurato della graduazione del circolo, e nell' indicata Memoria del 1868 ne riferii i risultati in uno specchio, che indicava le correzioni da applicarsi agli archi letti nelle varie parti della graduazione di 10° in 10°; correzioni che si mostravano in conveniente accordo coi risultati delle osservazioni fatte colle varie divisioni del circolo. Ma siccome in quelle prime ricerche mi proponeva soltanto di ricavare il valore assoluto della nostra latitudine, così non trovai necessario di trattare minutamente e di proposito la questione degli errori sistematici della graduazione, potendosi combinare le osservazioni in modo da ottenere il valore della latitudine indipendente dagli errori stessi.

Ora però che si tratta di ricavare il valore delle declinazioni medie delle stelle, tale questione è inevitabile, e perciò deve necessariamente risolversi in modo pienamente soddisfacente.

Non avendo attualmente i mezzi per ripetere l' esame della graduazione del circolo in iscala più minuta di quella in cui fu fatto questo esame nel 1867, e d' altronde avendo motivo di ritenere che gli errori e le correzioni allora determinate per 36 punti del circolo siano già abbastanza approssimative, così rinunciando a questa operazione, mi sono proposto invece di determinare queste correzioni indirettamente, cioè per mezzo delle latitudini istrumentali determinate con numerosi gruppi di stelle fondamentali, ripartiti nelle varie parti della zona contenente le stelle da osservarsi; riservandomi però di confermare l'esattezza dei risultati, così ottenuti, per mezzo del loro accordo colle correzioni già ricavate pei varii punti del circolo corrispondenti colla posizione media di essi gruppi.

Nel marzo dello scorso anno 1875 avendo sistematicamente intrapresa questa operazione, e cioè la verifica delle declinazioni delle stelle dalla 1ª alla 6ª grandezza inclusiva, ed avendo potuto, col valido concorso dei due distinti osservatori sig. D.r Alfonso Di Legge assistente di questo osservatorio e sig. D.r Francesco Giacomelli assistente provvisorio, portare questo lavoro ad un conveniente grado di avanzamento, essendosi già raccolte più di 20,000 osservazioni, ho creduto opportuno di verificare in larga scala l' andamento della nostra operazione e i limiti di approssimazione che potevamo sperare di raggiungere.

Fra le stelle finora osservate ve ne ha un conveniente numero di quelle di declinazione ben determinata, o molto approssimativamente conosciuta, quali sono le stelle fondamentali date dal *Nautical Almanac* di Londra, dalla *Connaissance des temps*, e dai cataloghi dell'Osservatorio di Pulkova, pubblicati dalla Società astronomica di Germania; perciò credo conveniente di utilizzare queste osservazioni per una nuova determinazione dalla nostra latitudine, e combinarle in modo da rendere sensibili gli errori sistematici della graduazione del circolo, e determinarne anche molto

approssimativamente la grandezza; e ciò costituisce appunto l'oggetto della presente Memoria.

Le stelle che si potevano usare in questa ricerca sono 238, distribuite rispetto al nostro zenit nei seguenti limiti di distanza zenitale:

Sud					Nord				
da 0°	a	4°	Stelle	36	da 0°	a	4°	Stelle	22
4°	»	8°	»	21	4	»	8	»	20
8	»	12	»	25	8	»	12	»	17
12	»	16	»	27	12	»	16	»	20
16	»	20	»	18	16	»	20	»	15
20	»	—	»	13	20	»	—	»	4
			Totale	140				Totale	98

Eccettuate le stelle del primo gruppo Sud e Nord, tutte le altre sono state osservate direttamente e per riflessione.

A questo riguardo debbo però avvertire che per le stelle del secondo gruppo la profondità dell' orizzonte a mercurio sotto l' obbiettivo non era abbastanza grande, perchè nelle osservazioni per riflessione i raggi investissero tutto l'obbiettivo stesso, il che potrebbe far nascere qualche dubbio sulla esattezza di queste osservazioni, in causa di qualche deformazione nell' immagine delle stelle, da cui poteva conseguire uno spostamento nella sua parte centrale, sulla quale doveva farsi la collimazione.

Posso però assicurare che io non mi sono deciso a spingere le osservazioni per riflessione sino a questo limite, se non dopo di essermi assicurato con appositi ed accurati esperimenti, che nel nostro canocchiale tali deformazioni non influivano notevolmente sulla posizione apparente delle stelle; poichè osservando stelle per riflessione ad obbiettivo interamente libero, e coprendo poscia con opportuni diaframmi la parte dell' obbiettivo non utilizzabile nelle osservazioni più vicine al nadir, la distanza zenitale della stella rimaneva molto prossimamente la stessa. Soltanto per le stelle molto splendenti vi ha luogo a temere qualche sensibile spostamento nel centro della immagine, ma anche in questo caso le osservazioni si possono rendere più esatte, limitando con opportuno diaframma la riflessione dei raggi sulla parte meno eccentrica dell' obbiettivo, ciò che si è appunto praticato per le stelle più lucide.

Ad ogni modo anche quando si volesse ritenere come inevitabile per questa circostanza un sensibile spostamento nelle immagini delle stelle, pure ciò non avrebbe influenza sul valore della latitudine, perchè nel medio dei risultati ottenuti al sud ed al nord gli errori sarebbero compensati.

Nell' estendere l' osservazione delle stelle per riflessione a piccole distanze zenitali mi sono anche proposto di studiare appunto l' influenza che può avere sulla distanza zenitale la circostanza o condizione di essere limitata la riflessione dei raggi sopra una parte soltanto dell' obbiettivo, e di verificare se malgrado questo inconveniente possano utilizzarsi anche queste osservazioni, le quali d'altronde possono riescire molto opportune per eliminare nella determinazione della latitudine altre sorgenti di errore più temibili.

L' orizzonte a mercurio usato nelle osservazioni è quello a piccola profondità con fondo di rame amalgamato, e coll'orlo di ferro tornito, il quale veniva ad ogni osservazione diligentemente livellato, quantunque con appositi esperimenti si fosse verificato, che anche un sensibile dislivello non influiva punto sulla orizzontalità della superficie del mercurio.

Tanto le osservazioni dirette quanto quelle per riflessione si sono fatte costantemente a campo oscuro, col filo equatoriale debolmente illuminato per portarlo facilmente in coincidenza colla stella, la quale poi veniva collimata a campo oscuro, bisecandone l' immagine col filo oscuro, con che più difficilmente si poteva incorrere nel pericolo di errori personali.

Le collimazioni delle stelle si sono sempre fatte collo stesso filo equatoriale fisso usato per la determinazione del nadir, leggendo per ogni osservazione direttamente gli archi coi quattro microscopî, escludendo affatto l'uso del filo equatoriale mobile del micrometro.

Fatte poche eccezioni il nadir è sempre stato determinato da me stesso, per essere sicuro della costanza del principio di numerazione da una sera all'altra, quantunque da varie prove fatte non risultassero in questa osservazione differenze sensibili da osservatore ad osservatore.

La collimazione dei fili ad X dei microscopî colle divisioni del circolo, specialmente per la finezza di queste divisioni, è così facile e sicura da escludere quasi totalmente gli errori personali; ma ciononostante si sono fatte molte osservazioni di confronto per istabilire un metodo comune di collimazione, affine di rendere le nostre osservazioni decisamente comparabili.

I valori in secondi delle rivoluzioni delle viti dei microscopî sono stati accuratamente determinati e verificati di tratto in tratto durante le osservazioni, e si è ottenuto pel medio delle quattro viti

$$r'' = 59'', 248$$

colla quale costante si sono applicate al medio degli archi misurati ai quattro microscopî le relative correzioni.

Nello specchio I sono riportati per ogni stella i risultati ottenuti per la latitudine separatamente dalle osservazioni dirette e dalle riflesse, non che il loro medio, coi relativi numeri delle osservazioni.

Le stelle sono state ordinate secondo la declinazione e divise in 12 gruppi in relazione alla loro distanza zenitale sud o nord.

Le declinazioni medie, date nello stesso specchio I, sono quelle su cui sono state calcolate le posizioni apparenti delle stelle, e sono prese dal *Nautical Almanac* di Londra, dalla *Connaissance des temps* di Parigi, e dal catalogo di Pulkova *Pulkowaer Hauptsterne* ecc., i quali sono indicati nel suddetto specchio nella colonna intestata *autorità* colle seguenti iniziali:

N. A. Nautical Almanac.
C. T. Connaissance des temps.
P. H. Pulkowaer Hauptsterne.

Riguardo alle stelle del catalogo di Pulkova farò avvertire che alle declinazioni

medie pel 1875 sono state applicate le correzioni assegnate nell'ultima pubblicazione di questo catalogo pel 1876.

Esaminando lo specchio I, si rileva tosto per ogni stella una sensibile differenza fra i risultati delle osservazioni dirette e quelli delle osservazioni riflesse, la quale differenza deve principalmente attribuirsi alla flessione del cannocchiale, agli errori sistematici della graduazione del circolo ed agli errori accidentali delle divisioni. Ma siccome queste differenze presentano una certa regolarità nel loro andamento, e ciò tanto in riguardo al loro senso che in riguardo alla loro grandezza, ciò prova che esse sono principalmente dovute a cause sistematiche, e cioè alla flessione del cannocchiale ed agli errori sistematici del circolo.

Allo scopo di rendere più evidente l'esistenza di questi errori sistematici, e più facile lo studio del loro andamento e della loro influenza nei varii archi, prendiamo il valore medio della latitudine ottenuto per ogni gruppo dalle osservazioni dirette e dalle riflesse, non che il medio delle due latitudini così ottenute, e con ciò si ha il seguente specchio.

Specchio A

Distanza zenitale	Numero delle Stelle	Numero delle osservazioni		Latitudine		Differenze D-R	Medii
		dirette	riflesse	Osservazioni dirette	Osservazioni riflesse		
Da 0° a 4°. Sud	36	540	. . .	41°.53′33″,92	. . . .	. . . .	41°.53′.33,92
4 » 8 »	21	232	170	34,12	41°. 53′.33,82	+0″30	33,97
8 » 12 »	25	296	217	34,59	33,68	0.91	34,14
12 » 16 »	27	295	286	34,46	33,66	0,80	34,06
16 » 20 »	18	193	189	34,43	33,40	1,03	33,92
20 »	13	102	116	34,81	33,08	1,73	33,95
Da 0° a 4° Nord	22	402	. . .	33,60	. . . .	. . . .	33,60
4 » 8 »	20	245	136	33,58	32,72	+ 0,86	33,15
8 » 12 »	17	179	158	33,51	32,84	0,67	33,17
12 » 16 »	20	191	190	33,04	32,67	0,37	32,85
16 » 20 »	15	174	131	32,84	32,77	0,06	32,81
20 »	4	41	24	32,78	33,04	— 0,26	32,91
Somme e medî	238	2890	1617	33,81	33,17	+ 0,64	33,54

Quantunque i numeri delle stelle componenti ciascun gruppo non siano abbastanza grandi e le rispettive osservazioni abbastanza numerose, per poter ritenere in questi risultati medî totalmente compensati gli errori possibili delle declinazioni di

queste stelle, gli errori accidentali delle divisioni del circolo e gli errori accidentali delle osservazioni di parecchie stelle non ancora abbastanza osservate, pure da questi dati si rileva manifestamente:

1.° Che nel nostro circolo il valore della latitudine determinata nei varii archi, od alle varie distanze zenitali, riesce in generale nelle osservazioni dirette maggiore che nelle riflesse , almeno entro i limiti delle distanze zenitali cui si estendono queste osservazioni.

2.° Che la differenza fra i risultati delle osservazioni dirette e delle riflesse è maggiore dalla parte del Sud, e tanto più grande quanto maggiore è la distanza zenitale; mentre dalla parte del Nord questa differenza va diminuendo coll'aumentare dalla distanza zenitale, diventando nulla verso i 20°, per cambiare poi di segno alle distanze maggiori.

3.° Che il valore della latitudine nelle osservazioni dirette dalla parte del Sud aumenta coll' aumentare della distanza zenitale, diminuendo invece dalla parte del Nord coll'aumentare di questa.

Queste differenze fra le osservazioni dirette e riflesse, e fra i valori della latitudine ottenuti nelle osservazioni dirette e riflesse alle varie distanze zenitali, possono certamente spiegarsi in parte colla flessione del cannocchiale; ma avuto riguardo alla loro grandezza ed al loro andamento nelle osservazioni dirette e riflesse, si trova necessario di ricorrere ad un' altra causa di maggiore entità.

Se queste differenze provenissero dalla sola flessione del cannocchiale, primieramente dovrebbero essere molto più piccole, poichè la costante di questa flessione pel nostro cannocchiale può ritenersi di circa 0",94, per cui nelle massime distanze zenitali, che per noi sono di circa 21°, la differenza fra le osservazioni dirette e riflesse, che corrisponderebbe al doppio della flessione, dovrebbe risultare di soli 0",64, mentre essa è per le osservazioni al Sud più che doppia.

Secondariamente le differenze dovrebbero essere proporzionali al seno della distanza zenitale, il che è ben lontano dal verificarsi nei risultati delle nostre osservazioni, e di più il valore della latitudine ottenuto dal medio di tutte le osservazioni dirette dovrebbe riescire eguale a quello dato dalle osservazioni riflesse, mentre abbiamo

	Latitudine
dalle osservazioni dirette	41°. 53'. 33",81
dalle osservazioni riflesse	41. 53. 33, 17
Differenza =	0. 0. 0",64

differenza troppo forte per poter essere considerata come risultante dagli errori di declinazione delle stelle e dagli errori accidentali delle osservazioni.

Finalmente, se tali differenze provenissero dalla sola flessione, i valori delle latitudini dedotte dalle osservazioni dirette andando dal Sud verso il Nord dovrebbero presentare delle variazioni eguali e in senso opposto ai valori dedotti dalle osservazioni riflesse, il che non si verifica nelle nostre osservazioni.

È quindi necessario di conchiudere che nel nostro strumento esiste un'altra causa sistematica di errori, e cioè degli errori sistematici nella graduazione del circolo.

Nel 1867, come già ho dichiarato, fu fatto l'esame nella graduazione del circolo, e si trovò che realmente in esso esistono degli errori sistematici, i quali furono approssimativamente determinati per ogni diametro di 10° in 10°, e quindi se n'è dedotta la tavola delle correzioni da applicarsi alle letture fatte nelle varie parti del circolo puntate sotto i microscopî.

Secondo questa tavola le correzioni da applicarsi alle letture fatte negli archi corrispondenti alle distanze zenitali medie di ciascuno dei gruppi di stelle osservate sarebbero le seguenti, partendo dal zenit verso il Sud:

a	2°	o	182°	correzione	— 0″,07
»	6	»	186	»	— 0, 21
»	10	»	190	»	— 0, 43
»	14	»	194	»	— 0, 77
»	18	»	198	»	— 1, 11
»	22	»	202	«	— 1, 15

le quali sono da applicarsi agli archi letti per le stelle dirette al Sud e per le riflesse al Nord, onde i valori ottenuti per la latitudine dalle osservazioni dirette al Sud andrebbero rispettivamente diminuiti di queste quantità, mentre di altrettanto dovrebbero aumentarsi quelli ottenuti dalle osservazioni riflesse al Nord.

Le correzioni approssimative da applicarsi agli archi corrispondenti alle osservazioni fatte per riflessione al Sud ed alle dirette al Nord sarebbero poi

a	178°	o	358°	correzione	+ 0″,06
»	174	»	354	»	+ 0, 18
»	170	»	350	»	+ 0, 30
»	166	»	346	»	+ 0, 24
»	162	»	342	»	+ 0, 12
»	158	»	338	»	0″,00

per cui i valori dedotti per la latitudine dalle osservazioni riflesse al Sud debbono rispettivamente diminuirsi di queste quantità, mentre di altrettanto si debbono aumentare quelli ottenuti dalle osservazioni dirette al Nord.

Conoscendosi poi il valore approssimativo della costante della flessione che è + 0″, 94, si avrebbero le seguenti correzioni da applicarsi ai valori della latitudine dati nello specchio A pei sei gruppi di stelle

$\mp$ 0, 03
0, 10
0, 16
0, 23
0, 29
0, 36

col segno negativo per le latitudini ottenute dalle osservazioni dirette al Sud e dalle riflesse al Nord; e col segno positivo per le latitudini ricavate dalle osservazioni dirette al Nord e dalle riflesse al Sud.

Applicando queste correzioni e quelle della graduazione ai diversi valori della latitudine dati dallo specchio A, i risultati dovrebbero riescire tutti eguali, o prossimamente eguali, qualora però fossero esatte queste correzioni, e si potessero ritenere compensati in ogni gruppo gli errori delle declinazioni delle stelle, gli errori accidentali delle divisioni del circolo usati per le varie stelle, gli errori accidentali delle osservazioni, e qualora si potesse escludere l'influenza di qualunque altra causa di errori sistematici.

Ma ciò non è sperabile, perchè le indicate correzioni, se possono ritenersi come vere in riguardo al loro senso ed al loro andamento, non possono però garantirsi come esattissime nel loro valore; perchè il numero delle stelle specialmente in alcuni gruppi è troppo piccolo per poter ritenere compensati gli errori delle declinazioni: perchè per varie stelle il numero delle osservazioni è troppo scarso per poter ritenere completamente compensati gli errori accidentali in esse inevitabili, e finalmente perchè in ogni gruppo le divisioni usate nelle letture non sono abbastanza numerose, nè combinate in modo opportuno per fornire il compenso delle loro inesattezze.

Di più non è esclusa l'influenza di qualche altro errore sistematico specialmente nella collimazione delle stelle, quantunque il metodo della bisezione dell'immagine debba certo ridurre ben piccolo questo errore, o la differenza di collimazione dalle stelle dirette alle riflesse, e da quelle al Sud a quelle al Nord; mentre poi può ritenersi come certa una qualche influenza sulle distanze zenitali delle stelle riflesse vicine al zenit, in causa della limitazione della riflessione dei raggi sopra una parte soltanto dell'obbiettivo.

Ciononostante per mostrare che le correzioni, ricavate dall'esame dello strumento in modo del tutto indipendente da queste osservazioni, tendono realmente ad eguagliare i diversi valori ottenuti per la latitudine, e quindi a provare che le differenze fra le osservazioni dirette e riflesse risultano principalmente dagli errori della graduazione del circolo e dalla flessione del cannocchiale, credo opportuno di riportare nel seguente specchio B i valori della latitudine dati dallo specchio A colle due indicate correzioni.

Specchio B

Distanze zenitali	Latitudine Osservazioni dirette	Latitudine Osservazioni riflesse	Differenza Dir. - Rif.	Medio
Da 0° a 4° Sud	41°.53′,33″,81	. . . .	. . . .	41°.53′,33″,81
» 4 » 8 »	33,81	41°.53′,33″,74	+ 0″,07	33,77
» 8 » 12 »	34,00	33,54	+ 0,46	33,77
» 12 » 16 »	33,49	33,65	— 0,16	33,57
» 16 » 20 »	33,03	33,57	— 0,54	33,30
» 20 »	33,43	33,43	— 0,17	33,35
Da 0° a 4° Nord	33,69	. . . .	. . . .	33,69
» 4 » 8 »	33,84	32,83	+ 1,01	33,34
» 8 » 12 »	33,97	33,11	+ 0,86	33,53
» 12 » 16 »	33,51	33,21	+ 0,30	33,36
» 16 » 20 »	33,25	33,59	— 0,34	33,42
» 20 »	33,29	33,68	— 0,39	33,49
Medî . . .	41°.53′,33″,58	41°.53′,33″,43	— 0″,11	41°.53″,33″,53

Da questo specchio si rileva che per le correzioni applicate ai diversi valori della latitudine le differenze fra le osservazioni dirette e riflesse si sono notevolmente diminuite di grandezza, e più notevolmente cambiate nel loro andamento; ma ciononostante esse sono ancora ben lontane dal presentare quella irregolarità ed incostanza di segno e di grandezza, quale si richiederebbe per poterle considerare come dovute a cause puramente accidentali, sussistendo tuttora in esse qualche impronta di periodicità accennante ancora la sussistenza di errori sistematici.

Se noi fossimo sicuri dell'esattezza delle applicate correzioni, e se potessimo ritenere convenientemente compensati in ogni gruppo di stelle gli errori delle declinazioni e gli errori accidentali delle divisioni del circolo e delle osservazioni, potremmo intraprendere qualche ulteriore ricerca relativamente a questi errori sistematici; ma attualmente queste ricerche non sarebbero ragionevoli per la troppa incertezza dei dati su cui dovrebbero appoggiarsi.

Quando però saranno state completate le osservazioni sopra ogni stella, quando le osservazioni si saranno estese ad un maggior numero di stelle di ben conosciuta

declinazione, e quando si saranno rese le osservazioni possibilmente indipendenti dagli errori accidentali delle divisioni del circolo, allora questa discussione potrà essere intrapresa con maggiore speranza di successo, e potrà tornare molto utile per la determinazione della declinazione media di tutte le stelle che ora si stanno osservando.

Ma nella presente Memoria, proponendomi soltanto la determinazione del valore assoluto della nostra latitudine e dei limiti approssimativi entro i quali può variare il valore della latitudine dedotto al nostro circolo nei varii archi od alle varie distanze zenitali, l'indicata questione diventerebbe quasi superflua, potendosi ottenere questi dati con conveniente approssimazione dai risultati delle osservazioni fatte, senza bisogno di conoscere esattamente gli errori sistematici dello strumento o del modo di osservazione.

Infatti nel medio dei valori della latitudine, ottenuto per ogni gruppo di stelle, noi abbiamo il valore della latitudine indipendente dalla flessione del cannocchiale e indipendente dall'errore del zenit, ma soggetto agli errori della graduazione del circolo, alla incertezza della declinazione delle stelle, all'influenza degli errori accidentali delle divisioni del circolo e delle osservazioni; ma se noi prendiamo il medio della latitudine così ottenuta per due gruppi di stelle simmetrici rispetto al zenit, allora avremo il valore della latitudine indipendente anche dagli errori sistematici della graduazione, poichè l'errore delle osservazioni dirette al Sud è identico a quello delle osservazioni riflesse al Nord, facendosi le letture sugli stessi archi, onde, agendo in senso contrario sul valore della latitudine, nel medio dei due risultati essi si compensano; mentre eguale compenso si ha per la stessa ragione nel medio delle osservazioni dirette al Nord e riflesse al Sud. Con ciò diventa più probabile anche il compenso degli errori delle declinazioni delle stelle, essendone aumentato il numero, e così più probabile il compenso degli errori accidentali delle divisioni del circolo pel maggior numero di divisioni usate, e più probabile anche il compenso degli errori accidentali delle osservazioni, perchè la loro serie diventa più copiosa.

Che anzi in questo medio si possono ritenere compensati anche tutti quegli errori sistematici o personali, ai quali noi possiamo andar soggetti pel diverso modo di collimare le stelle dal Sud al Nord e dall' osservazione diretta a quella per riflessione. Finalmente anche per le stelle troppo vicine al zenit, osservate per riflessione, può ritenersi in questo medio compensato l' errore che può provenire dalla deformazione dell' immagine delle stelle per la riduzione dell' obbiettivo, ossia per la limitazione dei raggi riflessi ad una sola parte dell'obbiettivo stesso, perchè la sua influenza sulle osservazioni al Sud agisce in senso contrario a quella esercitata sulle osservazioni al Nord.

Combinando le osservazioni in questo modo, restano però naturalmente escluse quelle del 1° gruppo Sud e 1° gruppo Nord, sui quali abbiamo soltanto le osservazioni dirette; e quindi per far concorrere anche queste osservazioni, che pel numero notevole delle stelle osservate meritano molta fiducia, è necessario di ricorrere ad un altro processo.

Dalle osservazioni dirette al Sud da 0° a 4° abbiamo:

$$\text{Latitudine} = 41^\circ.\ 53'.\ 33'',92$$

dalle osservazioni al Sud egualmente fra 0° e 4° abbiamo:

Latitudine = 41°. 53'. 33'',60

le quali darebbero per medio

Latitudine = 41°. 53°. 33'',76

colla differenza di 0'',30.

Per questi due gruppi essendo il numero delle stelle osservate abbastanza grande ed abbastanza copiose le osservazioni, possiamo ragionevolmente ritenere che nei due risultati medî sieno almeno in gran parte compensati gli errori delle declinazioni, gli errori accidentali delle divisioni del circolo e gli errori accidentali delle osservazioni, onde applicando ai medesimi le piccole correzioni per la flessione del cannocchiale e per gli errori sistematici della graduazione, i due valori così ottenuti si potranno ritenere indipendenti anche da questi errori.

Applicate queste correzioni abbiamo:

Al Sud, latitudine = 41°. 53'. 33'',81
Al Nord, latitudine = 41°. 53'. 33, 69

Medio = 41°. 53. 33, 75
Differenza = 0. 0. 0, 12

Il valore medio così ottenuto per la latitudine è identico a quello che si sarebbe avuto dal medio dei due risultati non corretti, e ciò naturalmente deriva dal necessario compenso della flessione fra le osservazioni al Sud ed al Nord, e perchè nel nostro circolo agli archi corrispondenti a 2° Sud e 2° Nord di distanza dal zenit corrisponde prossimamente lo stesso errore di graduazione, onde nel medio dei due risultati si ha il compenso anche di questi errori.

Non possiamo però ritenere questo medio come rappresentante il vero valore della latitudine, non essendo esclusa la possibilità di qualche errore costante nella determinazione del nadir, o di un errore accidentale nelle divisioni usate per tale determinazione.

In tutta la serie delle osservazioni il nadir si è sempre riferito sotto ogni microscopio alla stessa divisione, per cui l'errore proveniente dalle divisioni può ritenersi come costante.

L'osservazione del nadir è stata eseguita sempre colla massima accuratezza ed ordinariamente verificata in ogni sera più volte, specialmente nelle sere di grandi variazioni di temperatura e di umidità, nelle quali possono risultare differenze sensibili, e qualche rara volta sino a più di 1'', nell'intervallo delle osservazioni protratte a molte ore: di più nella collimazione del nadir si sono opportunamente variate le condizioni relative al modo d'illuminare i fili, relative al posto dell'osservatore ec. di maniera tale da escludere qualunque errore sistematico: mentre poi nel nostro strumento e coll'orizzonte artificiale usato la determinazione del nadir è così sicura, che da un'osservazione all'altra i risultati non presentano che differenze ristrette ai centesimi di secondo, e riescono sensibilmente indipendenti dal modo di illuminare

i fili, e cioè tanto collimando a campo lucido e fili oscuri, quanto a campo oscuro e filo riflesso lucido, e indipendenti pure dalla posizione Sud o Nord dell'osservatore.

Se per queste circostanze può ritenersi il nadir, o principio di numerazione, indipendente da errori sistematici in riguardo ai mezzi ed al modo con cui venne determinato, e quindi sotto questo aspetto possono ritenersi come esatti i risultati delle osservazioni, non può farsi la stessa conclusione riguardo all'errore accidentale delle divisioni usate nella collimazione.

Per verificare se realmente le divisioni usate sono affette da qualche errore, si è stabilito di collimare i fili di ciascun microscopio sulla divisione usata pel nadir e sulle due divisioni prossime a destra ed a sinistra, e prendendo quindi il medio delle letture fatte sopra i cinque diametri, considerare questa lettura come il punto normale dell'arco al quale avrebbe dovuto corrispondere il nadir, quel punto cioè pel quale erasi ritenuto nullo l'errore sistematico. E questo medio avrebbe dovuto coincidere col medio delle letture fatte sulle quattro divisioni usate pel nadir nel caso che la loro posizione fosse stata esatta; in caso diverso la differenza del medio generale con questo medio parziale si sarebbe potuto considerare come l'errore del nadir.

Ripetuta questa operazione un numero conveniente di volte, si è trovato come risultato medio, che il medio delle letture fatte pel nadir sottratto dal medio generale dà la differenza

$$\text{Medio} - \text{nadir} = + 0'', 18$$

Il che significa che la posizione media delle divisioni usate pel nadir è lontana dal corrispondente punto normale dell' arco di $+ 0'', 18$; per cui il nadir da noi determinato con queste divisioni rispetto alla graduazione normale del circolo non corrisponde a $0'', 00$, come noi abbiamo supposto, ma a $+ 0'', 18$.; cosicchè tutti gli archi letti e ridotti erano maggiori del vero di $0'', 18$.

In altri termini per questa inesattezza delle divisioni noi abbiamo spostato il zenit o la verticale verso il Nord di $0'', 18$, aumentando quindi di altrettanto il valore della latitudine.

Volendo quindi ottenere dalle osservazioni dirette il valore esatto della latitudine è necessario di applicare al risultato ottenuto la correzione $- 0'', 18$, e con ciò la latitudine, dedotta dal medio delle osservazioni al sud ed al nord dei due gruppi prossimi al zenit, diventa

Al Sud, latitudine	=	41°.	53′.	33″, 63
Al Nord, latitudine	=	41.	53.	33, 51
Medio	=	41°.	53′.	33″, 57
Differenza	=	0°	0′	0″, 12

La differenza di $0'', 12$, fra il risultato delle osservazioni al sud e quello delle osservazioni al nord è abbastanza piccola, per poter essere considerata come effetto degli errori accidentali delle osservazioni, delle divisioni del circolo e delle declinazioni delle stelle non ancora completamente compensati.

Se ora uniamo questo risultato a quelli che si ottengono dal medio delle osservazioni dirette e riflesse delle altre cinque coppie di gruppi, abbiamo i seguenti valori per la latitudine.

gruppi	latitudine	stelle	osser.ni
I sud e I nord	41°. 53′. 33″, 57	58	942
II » II »	33, 56	41	783
III » III »	33, 65	42	850
IV » IV »	33, 46	47	962
V » V »	33, 38	33	687
VI » VI »	33, 43	17	283
Medio	= 41°. 53′. 33″,51	238	4507

Confrontando i valori ottenuti da ciascuna coppia di gruppi col medio generale, si trova che le differenze sono comprese entro i limiti + 0″, 14 e — 0″, 13, malgrado la diversità degli elementi da cui furono quei valori dedotti, e malgrado la diversità notevole del numero delle stelle e delle osservazioni ad ognuno di essi corrispondenti.

Questo accordo fra i risultati, ottenuti dalle sei coppie dei gruppi di osservazioni, mi sembra tale da farci ritenere come meritevolissimo di fiducia il valore della latitudine dedotto dal loro medio generale, nel quale possono ritenersi convenientemente compensati gli errori sistematici dalle osservazioni pel modo con cui queste vennero combinate, e gli errori accidentali delle osservazioni, delle divisioni del circolo e delle declinazioni delle stelle, in causa del grande numero delle osservazioni fatte, delle divisioni usate e delle stelle osservate.

Questo medio porta la nostra latitudine a

41°. 53′. 33″, 51

Volendo poi ritenere i valori ottenuti dai sei gruppi di diversi pesi, in causa principalmente della incertezza della declinazione delle stelle, e supponendo questi pesi proporzionali al numero delle stelle osservate, la nostra latitudine risulterebbe di

41°. 53′. 33″, 52

valore sensibilmente eguale a quello ricavato dalle osservazioni del 1866 e 1867, dalle quali si ebbe la latitudine di

41°. 53′. 33″, 50

Se il numero delle stelle comprese in ciascun gruppo fosse abbastanza grande, e sufficientemente grande ed uniforme il numero delle osservazioni fatte sopra le singole stelle, confrontando questo medio generale coi medî parziali ottenuti per ciascun gruppo dalle osservazioni dirette e riflesse, quali sono dati nello specchio A, si potrebbero ricavare le correzioni, o i limiti delle correzioni da applicarsi ai risultati delle osservazioni fatte col nostro circolo alle varie distanze zenitali, o nei varii

archi, per renderle indipendenti dagli errori istrumentali e dagli errori sistematici delle osservazioni, con che si formerebbe il seguente quadro.

Distanze zenitali	Correzioni per le osservazioni diretti	riflesse	medio
Da 0° a 4° Sud	— 0″, 40	. . . .	— 0, 40
4 » 8	— 0, 60	— 0″, 30	— 0, 45
8 » 12	— 1″, 07	— 0, 16	— 0, 62
12 » 16	— 0, 94	— 0, 14	— 0, 54
16 » 20	— 0, 91	+ 0, 12	— 0, 40
20 » 24	— 1, 29	+ 0, 44	— 0, 43
Da 0° a 4° Nord	— 0″, 08	. . . .	— 0, 08
4 » 8	— 0, 06	+ 0, 80	+ 0, 37
8 » 12	+ 0, 01	+ 0, 68	+ 0, 35
12 » 16	+ 0, 48	+ 0, 85	+ 0, 67
16 » 20	+ 0, 68	+ 0, 75	+ 0, 71
20 » 24	+ 0, 74	+ 0, 48	+ 0, 61

Questi risultati non debbono però considerarsi come definitivi, ma semplicemente come dati approssimativi, indicanti l'andamento e l'ordine di grandezza delle correzioni ricercate, le quali verranno poi più esattamente determinate, quando si avranno le osservazioni di un maggior numero di stelle di declinazione molto approssimativamente conosciuta, e quando sopra ognuna di queste stelle si avrà un conveniente ed uniforme numero di osservazioni.

Le correzioni date da questo quadro potrebbero forse sembrare a taluno troppo grandi e nel loro andamento troppo irregolari per un circolo meridiano di buona costruzione e destinato ad osservazioni di precisione, ma qualora si consideri che esse sono il risultato complessivo di varii errori sistematici, e cioè delle graduazioni del circolo, della flessione, degli errori sistematici possibili, anzi probabili nelle collimazioni delle stelle nel passaggio dalle osservazioni al Nord ed al Sud, e dalle dirette alle riflesse, dell' errore costante del zenit, e degli errori accidentali delle osservazioni, delle divisioni del circolo e delle declinazioni delle stelle, certamente queste correzioni non si troveranno, nè abbastanza grandi, nè abbastanza irregolari, per far sospettare delle bontà dello strumento. Sono poi pienamente convinto che assoggettando a simile discussione ed esame i risultati delle osservazioni fatte anche coi più accreditati circoli, le differenze o correzioni non riescirebbero certo, nè di molto più piccole in grandezza, nè di molto più regolari nel loro andamento.

Osservazioni sulla Polare.

In questi ultimi anni, allo scopo di verificare il valore della nostra latitudine, si è fatta una numerosa serie di osservazioni sulla Polare nei suoi passaggi superiori ed inferiori, facendo in ogni passaggio un conveniente numero di collimazioni, tanto direttamente che per riflessione.

La stella veniva alternativamente osservata direttamente e per riflessione allo scopo di eliminare l'influenza di qualche possibile inclinazione nel filo equatoriale fisso, e le distanze zenitali venivano lette per ogni collimazione ai quattro microscopi del circolo, escludendo affatto l'uso del filo mobile o del micrometro. Cogli angoli orarî, letti all'orologio ad ogni collimazione, si riducevano poi colla nota formola tutte le osservazioni al meridiano per avere dal loro medio gli archi corrispondenti all'osservazione diretta ed alla riflessa, la cui differenza dava direttamente il doppio del complemento della distanza zenitale apparente, la quale veniva poi corretta della rifrazione.

Per ricavare il valore della latitudine si è usata la declinazione della stella data dal Nautical Almanac di Londra, la quale poi veniva eliminata nel medio dei risultati ottenuti dai passaggi superiori e dagli inferiori.

I risultati di queste osservazioni sono riportati negli specchî II e III coll'indicazione della data del passaggio e del numero delle osservazioni dirette e riflesse fatte in ogni passaggio, col nome degli osservatori, indicato dalle iniziali R. Respighi, G. Giacomelli.

Essendo il nostro strumento fornito di due circoli colla stessa graduazione di 2′ in 2′, ma di un solo apparato micrometrico fisso, si è creduto opportuno di fare alternativamente delle serie di osservazioni con ognuno di essi, per ottenere nel confronto dei risultati separatamente ritrovati una conferma dell'esattezza del valore della latitudine.

Perciò negli specchi II e III si è aggiunta l'indicazione del circolo usato nelle osservazioni, chiamando 1.° circolo, quello che trovasi dalla parte dell'obbiettivo del collimatore inserito nell'asse dello strumento, e 2.° circolo, quello che è fissato allo strumento dalla parte opposta.

Le osservazioni col 2.° circolo sono state fatte prima di intraprendere l'operazione della verifica della declinazione delle stelle, per la quale si è preferito di usare sempre lo stesso circolo e precisamente il 1.° circolo, la graduazione del quale è forse più accurata di quella del 2°, e perchè erano già stati in esso determinati almeno approssimativamente gli errori della graduazione.

Esaminando gli specchi II e III si trova che i risultati in ciascuna serie si mostrano in conveniente accordo fra loro, mentre poi passando da una serie all'altra, e cioè dalle osservazioni fatte con un circolo a quelle fatte coll'altro, e dalle osservazioni dei passaggi superiori a quelle degli inferiori, si trovano differenze piuttosto sensibili. Difatti prendendo i valori medî ottenuti per la latitudine dai passaggi superiori ed inferiori in entrambi i circoli, abbbiamo:

1.° Circolo

Passaggio superiore	latitudine = 41°. 53′. 33″, 62
Passaggio inferiore	latitudine = 41. 53. 33, 97
	Medio = 41. 53. 33, 80
	Differenza = — 0, 35

2.° Circolo

Passaggio superiore	latitudine =	41°. 53'. 33",	83
Passaggio inferiore	latitudine =	41. 53. 33,	33
	Medio =	41. 53. 33,	58
	Differenza =	+ 0,	50

Confrontando questi due medî col valore della latitudine ricavato dalle osservazioni delle stelle di nota declinazione, si trova che mentre il secondo circolo dà una piccolissima differenza nella latitudine, e cioè di pochi centesimi di secondo in più, il primo invece dà la differenza di quasi 0".30 in più: ma bisogna riflettere, che se questi due medî sono indipendenti dalla declinazione della stella, non lo sono egualmente dagli errori sistematici della graduazione dei due circoli e dalle incertezze della rifrazione, onde non è a meravigliare di questi disaccordi. Che anzi avuto riguardo alla non grande entità di queste differenze, possiamo ricavare da quei risultati, ottenuti per una via totalmente diversa, una conferma dell' esattezza del valore ricavato per la latitudine dalle osservazioni delle stelle e dalle loro declinazioni; poichè se prendiamo il medio dei risultati avuti dai due circoli si ha il valore della latitudine di

41°. 53'. 33", 69

che non eccede di 0",2 quello ottenuto coll'altro sistema di osservazioni.

Questo accordo di risultati non deve però considerarsi come una prova della piccolezza degli errori sistematici delle graduazioni dei due circoli; primieramente perchè fra le osservazioni dei passaggi superiori ed inferiori abbiamo nei due circoli differenze piuttosto sensibili e di segno contrario, le quali non possono perciò attribuirsi, nè ad errore nella declinazione della polare, nè ad incertezza od inesattezze nel valore della rifrazione, ma piuttosto agli errori della graduazione dei circoli, errori in parte compensati nel medio dei risultati ottenuti dai due passaggi, in causa della opportuna posizione del polo rispetto al nostro zenit.

Se noi osservassimo direttamente e per riflessione una stella culminante a 45.° gradi dal zenit, o prossimamente a questa distanza, siccome per l'osservazione riflessa si farebbe la lettura prossimamente nella stessa parte del circolo usata per l'osservazione diretta, sarebbe totalmente eliminata l'influenza degli errori sistematici della graduazione. Ma quando si osservi una stella a distanze maggiori o minori di 45°, allora le due letture si fanno in archi diversi, e quindi la differenza degli archi letti può essere soggetta ad un errore più o meno grande, secondo le distanze di questi archi, e secondo la legge con cui varia l'errore della graduazione nelle varie parti del circolo.

Ritenendo ora che l'errore varii con continuità entro ristretti limiti, come può supporsi nei circoli di buona costruzione, è evidente che l'influenza di questo errore riescirà tanto più piccola, quanto più i due archi saranno vicini, ossia quanto più la stella culminerà vicino ai 45°.

Alla nostra latitudine la polare culmina a 46.° 45' prossimamente, cosicchè le letture per l'osservazione diretta si fanno in una parte del circolo distante circa 3° 30'

da quella in cui si fanno le letture per le riflesse; dimodochè, se l'errore della graduazione non varia molto rapidamente, la sua influenza sui risultati delle due osservazioni dovrà riescire poco sensibile, e quindi molto approssimativo il valore della latitudine.

Ciò appunto si verifica pel primo circolo, dal quale abbiamo dalla polare nei passaggi superiori il valore della latitudine appena di un decimo di secondo più grande di quello dedotto dalle già discusse osservazioni, e che può ritenersi come vicinissimo al vero. Nel passaggio inferiore invece i due archi letti sono fra loro distanti di circa 10°, per cui è maggiormente a temersi l'influenza degli errori della graduazione, e quindi una più grande incertezza od errore nel valore della latitudine; il che appunto si verifica nelle osservazioni dei passaggi inferiori della polare col 1.° circolo, le quali porterebbero la nostra latitudine a 41°. 53'. 33'', 97, quantità molto probabilmente maggiore di quasi un mezzo secondo del vero.

Che realmente queste differenze di risultati nelle osservazioni dei passaggi superiori ed inferiori, ottenute col 1.° circolo, dipendano dagli errori sistematici della graduazione, viene manifestamente comprovato dal fatto, che applicando agli archi letti le relative correzioni, quali risultano dall'esame fatto della graduazione nel 1867, e che vennero pubblicati nella mia prima Memoria sulla latitudine dell'Osservatorio della R. Università sul Campidoglio, mentre i due risultati diventano quasi identici, il loro medio assegna poi alla latitudine un valore perfettamente concordante con quello delle altre osservazioni.

La tabella delle correzioni delle graduazioni del 1.° circolo, pubblicata nell'indicata Memoria, è la seguente:

Arco puntato	Correzione	Arco puntato	Correzione
0° o 180°	+ 0'', 85	90° o 270°	+ 0'', 85
10 » 190	+ 0, 55	100 » 280	+ 0, 55
20 » 200	+ 0, 23	110 » 290	+ 0, 23
30 » 210	— 0, 62	120 » 300	— 0, 62
40 » 220	— 0, 73	130 » 310	— 0, 73
50 » 230	— 1, 06	140 » 320	— 1, 06
60 » 240	— 0, 10	150 » 330	— 0, 10
70 » 250	+ 0, 09	160 » 340	+ 0, 09
80 » 260	+ 0, 54	170 » 350	+ 0, 54

Queste correzioni si possono ritenere come indipendenti, in gran parte almeno, dagli errori accidentali delle divisioni, perchè nell'esame dalla graduazione le letture degli archi si sono fatte sempre sopra tre divisioni o tre diametri vicini, facendo poi uso del medio delle tre letture. L'andamento di queste correzioni è troppo irregolare per poterlo rappresentare in una formola atta a somministrare la correzione corrispondente a qualunque arco del circolo, ma in via di approssimazione ritenendo che le variazioni degli errori nell'intervallo di 10° siano proporzionali alle distanze od al numero dei gradi contati da uno dei due punti estremi, allora possiamo facilmente avere gli errori per qualunque arco puntato sotto i microscopî, i quali errori però si dovranno considerare come semplicemente approssimativi.

In questa supposizione, se noi ricaviamo le correzioni corrispondenti ai quattro archi in cui furono fatte le letture nella osservazione della polare, si ha nel passaggio superiore

arco 325.° 15′, osservazione diretta, correzione = — 0″, 56
arco 238. 45, osservazione riflessa, correzione = — 0″, 22

Differenza = — 0, 34

Pel passaggio inferiore

arco 322.° 30′, osservazione diretta, correzione = — 0″, 82
arco 241. 30 osservazione riflessa, correzione = — 0, 08

Differenza = — 0, 74

La prima di queste correzioni ci dice che pel passaggio superiore bisogna diminuire di 0″,34 l'arco apparentemente compreso fra l'osservazione diretta e la riflessa, onde il valore ottenuto per la latitudine deve diminuirsi della metà di questa correzione ossia di 0″, 17; mentre pel passaggio inferiore per la seconda correzione il valore ottenuto per la latitudine deve diminuirsi della metà di 0″, 74, ossia di 0″, 37.

Con ciò i due valori della latitudine diventano

Passaggio superiore, latitudine = 41.° 53′. 33″, 45
Passaggio inferiore, latitudine = 41. 53. 33, 60

Medio = 41. 53. 33, 53
Differenza — 0″, 15

Finalmente applicando la piccola correzione necessaria per ridurre l'osservazione riflessa alla verticale del centro dello strumento, che risulta pel passaggio superiore di — 0″, 027, e per l'inferiore — 0″, 030, il valore della latitudine resta definito in

41°. 53′. 33″, 51

quantità identica a quella ottenuta dalle altre osservazioni.

Quantunque il numero dei passaggi osservati e il numero delle osservazioni fatte in ogni passaggio sia abbastanza grande per ritenere compensati gli errori accidentali delle osservazioni, essendosi osservati 68 passaggi superiori con 634 osservazioni dirette e 625 riflesse, e 27 inferiori con 256 osservazioni dirette e 272 riflesse: quantunque nelle osservazioni si siano fatte alternativamente le letture sopra tre divisioni prossime, in modo da poter ritenere compensati gli errori accidentali delle divisioni stesse; e quantunque si siano combinate le osservazioni in modo da eliminare qualunque possibile inesattezza nella direzione del filo equatoriale, pure non azzarderei di considerare la differenza, d'altronde piccola cioè di 0″, 15, fra il risultato delle osservazioni del passaggio superiore e quello delle osservazioni del passaggio inferiore, come effetto di un piccolo errore della declinazione della stella, non potendosi garantire entro i limiti di alcuni centesimi di secondo il compenso degli indicati errori e i valori delle correzioni assegnate alla graduazione del circolo.

Le osservazioni fatte col secondo circolo prese isolatamente, quantunque col loro medio portino il valore della latitudine vicinissimo a quello ottenuto dal

primo circolo colle debite correzioni, pure avuto riguardo al limitato numero dei passaggi osservati ed alla mancanza di dati sugli errori sistematici della graduazione, non possono ragionevolmente considerarsi come atte a confermare l'esattezza del valore della latitudine trovato colle altre osservazioni, non essendo escluso il dubbio che l'accordo dei risultati sia piuttosto casuale che reale.

Considerando però che la graduazione di questo circolo può competere per esattezza con quella del 1°, perchè fatta dallo stesso artefice e colla stessa cura, non è certo irragionevole l'ammettere che gli errori sistematici della graduazione siano compresi in limiti abbastanza ristretti, il che venne confermato anche da apposite ricerche fatte nel 1866 e 1867 ed anche posteriormente; e considerando che il numero dei passaggi osservati, quantunque limitato, non è però disprezzabile, avendosi

Passaggi superiori N.° 11 con	99 osservazioni dirette 88 osservazioni riflesse
Passaggi inferiori N.° 13 con	131 osservazioni dirette 130 osservazioni riflesse

così in vista anche del conveniente accordo fra i risultati ottenuti dai singoli passaggi, si ha ragione di ritenere che il risultato di questa serie isolata di osservazioni potrebbe già accettarsi come un valore convenientemente approssimativo della nostra latitudine, la quale risulterebbe di 41.° 53′. 33″, 55, applicando al valore trovato la correzione di 0″, 03 per la distanza dell'orizzonte a mercurio dalla verticale del centro dello strumento.

Per mostrare il grado di fiducia che può prestarsi ai risultati di queste osservazioni sulla polare, credo opportuno di riferire l'errore probabile r dei risultati di ogni passaggio relativamente al rispettivo medio, non che l' errore probabile r_0 del medio stesso, distinguendo le osservazioni in quattro serie dipendentemente dalla diversità del circolo e dalla diversità dei passaggi.

Per le osservazioni fatte al 1.° circolo si ha

Passaggi superiori N.° 68 $r = 0'', 236$ $r_0 = 0'', 029$
Passaggi inferiori N.° 27 $r = 0, 312$ $r_0 = 0, 060$

Per le osservazioni al 2.° circolo si ha

Passaggi superiori N.° 11 $r = 0'', 104$ $r_0 = 0'', 031$
Passaggi inferiori N.° 13 $r = 0'', 313$ $r_0 = 0, 087$

Il perfetto accordo che si riscontra fra i valori ottenuti per la nostra latitudine con metodi e dati affatto indipendenti gli uni dagli altri, e l'identità del risultato attuale con quello delle osservazioni fatte nel 1866 e 1867, mi sembrano costituire due prove incontestabili della grande esattezza colla quale può ritenersi determinata la latitudine del nostro Osservatorio; e non credo esagerato l'asserire che ben pochi sono i punti della terra, nei quali può ritenersi con eguale esattezza conosciuto questo importante elemento geografico-astronomico.

SPECCHIO I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette		Osservazioni riflesse		TOTALE Osservazioni	Medio
					N.	Latitudine	N.	Latitudine		
1	ν Orione	6.h 0.m 26s	14.°46.′52,″70	N. A	4	41.°53.′34,″57	8	41.°53.′33,′17	12	41.°53.′33,″87
2	α Toro	4. 28. 45	16. 15. 21,60	N. A	8	35,38	13	34,05	21	34,71
3	83 Cancro	9. 12. 0	18. 14. 2,01	N. A	6	34,78	2	32,76	8	33,77
4	ε Toro	4. 21. 19	18. 54. 4,14	N. A	9	34,89	13	33,26	22	34,08
5	δ Ariete	3. 4. 29	19. 15. 8,62	N. A	11	34,71	5	33,35	16	34,03
6	β Ariete	1. 47. 44	20. 11. 45,59	N. A	21	34,91	6	32,41	27	33,66
7	110 Ercole	18. 40. 17	20. 25. 40,53	P. H	8	34,70	9	32,28	17	33,49
8	η Cancro	8. 25. 29	20. 51. 50,87	P. H	11	34,55	5	32,57	16	33,56
9	ζ Toro	5. 30. 11	21. 3. 50,46	P. H	4	34,56	2	32,30	6	33,43
10	δ Leone	11. 7. 28	21. 12. 29,27	N. A	18	34,40	11	33,64	29	34,02
11	ι Toro	4. 55. 38	21. 24. 33,21	P. H	4	35,09	11	33,78	15	34,49
12	ν Ariete	2. 31. 43	21. 25. 10,31	P. H	2	35,20	6	33,31	8	34,25
13	109 Ercole	18. 18. 22	21. 42. 51,06	P. H	10	34,82	11	33,18	21	34,00
14	δ Gemelli	7. 12. 39	22. 12. 37,19	N. A	14	34,23	23	33,29	37	33,76
15	μ Gemelli	6. 15. 24	22. 34. 31,20	N. A	14	33,65	30	33,26	44	33,46
16	τ Toro	4. 34. 45	22. 42. 54,25	P. H	6	35,22	5	33,00	11	34,11
17	α Ariete	2. 0. 8	22. 52. 12,87	N. A	23	34,51	6	32,85	29	33,68
18	λ Pegaso	22. 40. 31	22. 54. 29,87	P. H	10	34,68	7	33,41	17	34,04
19	23 Chioma	12. 28. 37	23. 19. 4,2	C. T	10	34,63	10	32,90	20	33,76
20	ζ Andromeda	0. 40. 43	23. 35. 12,37	P. H	10	34,40	11	33,15	21	33,76
21	27 Toro	3. 41. 44	23. 40. 9,23	P. H	2	34,49	4	32,78	6	32,64
22	η Toro	3. 40. 3	23. 43. 0,16	N. A	22	34,17	4	33,46	26	33,78
23	41 Leone	10. 36. 37	23. 50. 31,01	P. H	8	33,84	5	33,64	13	33,74
24	μ Pegaso	22. 43. 58	23. 56. 30,70	P. H	10	33,99	13	34,13	23	34,06
25	24 Volpe	20. 11. 26	24. 17. 13,44	P. H	5	34,23	8	32,67	13	33,45
26	ε Leone	9. 38. 45	24. 20. 54,95	N. A	15	34,53	18	33,79	33	34,16
27	κ Gemelli	7. 36. 54	24. 41. 45,22	P. H	10	35,61	5	34,05	15	34,83
28	δ Ercole	17. 9. 54	24. 59. 16,9	C. T	11	34,43	11	33,94	22	34,18
29	ε Gemelli	6. 36. 14	25. 15. 9,57	P. H	6	34,90	11	34,28	17	34,59
30	16 Pegaso	21. 47. 23	25. 20. 15,56	N. A	6	33,97	5	32,88	11	33,42
31	d Boote	14. 4. 42	25. 41. 4,50	P. H	11	34,20	13	33,74	24	33,97
32	μ Leone	9. 45. 39	26. 35. 40,4	C. T	11	34,66	15	33,71	26	34,18
33	ν Pesci	1. 12. 36	26. 36. 23,18	P. H	8	34,42	13	33,92	21	34,17
34	γ Corona	15. 37. 30	26. 41. 34,12	P. H	10	34,40	10	33,63	20	34,01
35	41 Ariete	2. 42. 38	26. 44. 37,3	C. T	3	33,45	11	33,05	14	33,25
36	α Corona	15. 29. 24	27. 8. 11,86	N. A	11	35,54	10	34,12	21	34,83

Specchio I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette N.	Osservazioni dirette Latitudine	Osservazioni riflesse N.	Osservazioni riflesse Latitudine	Totale Osservazioni	Medio
37	35 Ariete	2.h 36.m 7s	27.°10.′25,″22	P. H	8	41.°53.′33,″29	10	41.°53.′32,″51	18	41.°53.′32,″80
38	ε Corona	15. 52. 25	27. 14. 28,16	P. H	10	35,18	10	35,01	20	35,09
39	β Pegaso	22. 57. 43	27. 24. 18,8	C. T	6	35,24	8	33,75	14	34,50
40	32 Volpetta.....	20. 49. 14	27. 34. 59,27	N. A	8	33,70	11	33,66	19	33,68
41	ε² Boote	14. 39. 32	27. 36. 7,93	N. A	11	34,08	10	33,08	21	33,58
42	β Cigno..........	19. 25. 41	27. 41. 54,5	C. T	11	35,59	10	34,15	21	34,87
43	μ Ercole.........	17. 41. 34	27. 47. 42,04	N. A	16	35,35	11	33,90	27	34,62
44	11 Boote	13. 55. 30	27. 59. 27,55	P. H	16	34,30	12	33,23	28	33,76
45	ι Gemelli.......	7. 17. 57	28. 2. 40,10	P. H	9	34,40	10	33,80	19	34,10
46	6 Cancro	7. 55. 50	28. 8. 34,02	N. A	20	33,87	22	34,37	42	34,12
47	β Gemelli.......	7. 37. 40	28. 19. 34,09	N. A	17	34,13	12	34,28	29	34,20
48	α Andromeda.	0. 1. 56	28. 24. 0,76	N. A	12	34,93	12	34,23	24	34,58
49	β Toro...........	5. 18. 23	28. 29. 57,83	N. A	18	33,59	7	32,20	25	32,80
50	4 β Chioma.......	13. 6. 2	28. 30. 44,8	C. T	13	34,22	10	34,42	23	34,32
51	ε Andromeda.	0. 31. 57	28. 37. 57,84	P. H	3	33,41	4	33,90	7	34,68
52	ο Ercole.........	18. 2. 40	28. 44. 47,60	P. H	11	34,94	9	33,93	20	34,43
53	α Triangolo....	1. 45. 58	28. 58. 8,11	P. H	9	34,73	6	34,11	15	34,42
54	ι Cancro	8. 39. 8	29. 12. 54,71	P. H	13	34,14	10	33,91	23	34,03
55	ξ Ercole.........	17. 52. 54	29. 15. 43,87	P. H	10	34,55	15	32,47	25	33,51
56	β Corona........	15. 22. 41	29. 32. 15,16	P. H	10	34,45	11	33,30	21	33,88
57	η Pegaso	22. 37. 9	29. 34. 4,8	C. T	11	35,03	7	33,47	18	34,25
58	ζ Cigno...........	21. 7. 37	29. 42. 54,04	N. A	10	34,93	10	32,78	20	33,85
59	δ Cassiopea ...	0. 32. 39	30. 10. 35,26	P. H	2	34,52	11	33,59	13	34,06
60	72 Pegaso	23. 27. 45	30. 38. 6,90	P. H	10	33,80	11	32,22	21	33,01
61	η Corona	15. 18. 2	30. 44. 25,1	C. T	10	34,84	10	32,97	20	33,90
62	ρ Boote..........	14. 26. 27	30. 55. 15,87	N. A	13	34,48	7	33,89	20	34,19
63	57 Cancro........	8. 46. 37	31. 3. 3,31	P. H	10	34,41	6	32,15	16	33,28
64	ε Ercole.........	16. 55. 30	31. 6. 42,8	C. T	10	35,53	10	34,90	20	35,21
65	42 Leone..........	10. 38. 55	31. 20. 23,02	P. H	12	34,19	8	32,61	20	33,40
66	ζ Perseo.........	3. 46. 17	31. 30. 37,8	C. T	8	35,83	9	33,58	17	34,71
67	θ Corona....	15. 27. 53	31. 46. 55,06	P. H	10	33,02	10	32,44	20	32,73
68	ζ Ercole	16. 36. 35	31. 49. 50,00	N. A	10	34,80	10	34,70	20	34,75
69	ρ Gemelli.......	7. 21. 4	32. 1. 50,36	P. H	10	33,16	2	33,79	12	33,47
70	α² Gemelli.......	7. 26. 37	32. 9. 37,77	N. A	28	34,51	8	34,65	36	34,58
71	ξ Orsa magg...	11. 11. 30	32. 13. 55,8	C. T	15	36,46	10	35,28	25	35,87
72	γ Lira............	18. 54. 16	32. 31. 10,2	C. T	10	34,61	10	33,40	20	34,01
73	27 π¹ Pegaso.......	22. 3. 41	32. 33. 45,40	P. H	8	36,18	5	34,32	13	35,25

Specchio I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette N.	Osservazioni dirette Latitudine	Osservazioni riflesse N.	Osservazioni riflesse Latitudine	Totale Osservazioni	Medio
74	π^2 Pegaso	22.^{h}4.^{m}26^s	32.°33.′55,″73	P. H	11	41.°53.′35,″38	10	41.°53.′33,″55	21	41.°53.′34,″46
75	ω Ercole	17. 15. 59	32. 37. 47,8	C. T	10	34,55	10	34,21	20	34,38
76	ι Auriga	4. 48. 51	32. 57. 56,99	N. A	39	34,07	11	33,82	50	33,94
77	π Andromeda	0. 30. 12	33. 1. 51,63	P. H	11	33,76	10	33,93	21	53,84
78	β′ Lira	18. 45. 28	33. 13. 7,28	N. A	10	34,20	10	33,57	20	33,89
79	γ Triangolo	2. 9. 53	33. 16. 3,27	P. H	5	33,66	8	32,42	13	33,04
80	ε Cigno	20. 41. 9	33. 30. 10,9	C. T	13	34,59	10	34,42	23	34,50
81	π Gemelli	7. 39. 27	33. 43. 11,92	P. H	10	33,82	3	33,61	13	33,71
82	ν Ors. magg.	11. 11. 43	33. 46. 33,55	P. H	11	34,55	8	33,25	19	33,90
83	δ Boote	15. 10. 28	33. 46. 56,3	C. T	10	35,80	10	34,84	20	35,32
84	θ Gemelli	6. 44. 33	34. 6. 34,4	C. T	7	35,27	4	34,10	11	34,68
85	54 Perseo	4. 12. 18	34. 15. 44,85	P. H	10	34,10	10	32,22	20	33,16
86	β Triangolo	2. 2. 7	34. 23. 41,42	P. H	7	34,36	2	33,04	9	33,70
87	46 Leon. min.	10. 46. 19	34. 53. 18,47	P. H	10	35,78	5	34,90	15	35,34
88	α Lince	9. 13. 26	34. 55. 11,0	C. T	10	34,05	6	34,67	16	34,36
89	β Andromeda	1. 2. 44	34. 57. 26,8	C. T	14	34,88	16	34,66	30	34,77
90	ε Perseo	3. 50. 51	35. 25. 46,20	P. H	12	33,41	5	33,38	17	33,40
91	ι Lira	19. 2. 51	35. 54. 18,33	P. H	11	33,76	10	33,26	21	33,51
92	λ Cigno	20. 42. 32	36. 1. 55,17	P. H	12	33,73	11	33,44	23	33,59
93	25 Cani da cacc.	13. 31. 54	36. 55. 53,0	C. T	10	35,29	9	34,27	19	34,78
94	10 Leon. min.	9. 26. 34	36. 57. 3,58	P. H	9	33,81	5	34,52	14	34,16
95	π Ercole	17. 10. 42	36. 57. 4,9	C. T	10	34,10	10	34,61	20	34,35
96	15 Cigno	19. 39. 46	37. 3. 11,65	P. H	11	33,57	11	32,04	22	32,80
97	θ Auriga	5. 51. 12	37. 12. 4,1	C. T	9	33,50	4	33,10	13	33,30
98	ϑ Ercole	17. 51. 58	37. 16. 5,61	P. H	10	35,05	10	34,03	20	34,54
99	38 Lince	9. 11. 4	37. 19. 49,20	P. H	11	33,67	8	34,89	19	34,28
100	μ Boote	15. 19. 46	37. 48. 59,26	P. H	13	33,64	10	33,89	23	33,76
101	31 Leone	10. 20. 39	37. 20. 47,93	P. H	5	33,27	8	33,27	13	33,27
102	τ Cigno	21. 9. 48	37. 30. 46,4	C. T	28	33,99	6	34,17	34	34,08
103	μ Andromeda	0. 49. 49	37. 49. 14,92	P. H	13	33,64	10	33,89	23	33,76
104	17 Evelio	13. 29. 13	37. 49. 23,06	P. H	10	33,59	10	33,82	20	33,70
105	ϑ Lira	19. 12. 4	37. 54. 42,76	P. H	10	34,00				
106	61 Cigno	21. 1. 18	38. 8. 8,36	N. A	17	33,82				
107	μ Auriga	5. 4. 53	38. 20. 1,21	P. H	20	33,53				
108	ρ Perseo	2. 57. 10	38. 21. 15,44	P. H	12	34,44				
109	10 Lucertola	22. 33. 39	38. 24. 0,00	P. H	9	34,54				

Specchio I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette N.	Osservazioni dirette Latitudine	Osservazioni riflesse N.	Osservazioni riflesse Latitudine	Totale Osservazioni	Medio
110	1450 Groomb......	8.^{h}24.^{m}47^s	38.°26.′34,″32	P. H	8	41.°53.′33,″57				
111	α Lira............	18. 32. 42	38. 40. 5,95	N. A	12	34,26				
112	σ Cigno..........	21. 12. 30	38. 52. 17,5	C. T	18	34,87				
113	Lince..........	8. 58. 34	38. 57. 0,5	C. T	11	33,15				
114	α Cani da cac.	12. 50. 11	38. 59. 38,06	N. A	16	34,29				
115	π * Ercole........	16. 38. 37	39. 9. 39,76	P. H	4	35,13				
116	ε Lira med...	18. 40. 14	39. 28. 58,57	P. H	16	34,01				
117	51 Auriga.........	6. 30. 0	39. 29. 53,41	P. H	13	33,74				
118	63 Auriga.........	7. 3. 3	39. 31. 18,99	P. H	13	34,01				
119	ε Lira............	18. 40. 12	39. 32. 25,11	P. H	17	34,17				
120	ε Perseo..........	3. 49. 28	39. 38. 47,02	P. H	17	33,83				
121	θ Boote...........	12. 19. 41	39. 42. 43,06	P. H	7	33,62				
122	74 Cigno..........	21. 31. 56	39. 51. 8,56	P. H	27	33,05				
123	γ Cigno..........	20. 17. 44	39. 51. 27,3	C. T	16	33,96				
124	λ Auriga.........	5. 10. 21	39. 59. 7,7	C. T	13	34,58				
125	ν Andromeda.	0. 42. 55	40. 23. 51,9	C. T	4	34,41				
126	β Perseo..........	3. 0. 2	40. 28. 20,7	C. T	13	34,70				
127	ν Cigno..........	20. 52. 31	40. 41. 12,09	P. H	17	34,57				
128	φ Boote..........	15. 33. 20	40. 45. 40,07	P. H	16	33,06				
129	β Boote..........	14. 57. 14	40. 53. 4,5	C. T	15	34,13				
130	ζ Auriga.........	4. 53. 45	40. 53. 27,21	P. H	12	33,54				
131	η Auriga.........	4. 57. 45	41. 3. 47,16	P. H	11	33,33				
132	64 Auriga.........	7. 9. 21	41. 6. 9,54	P. H	9	33,28				
133	13 Lucertola...	22. 38. 31	41. 9. 47,86	P. H	7	33,32				
134	20 Cani da cac.	13. 11. 56	41. 13. 51,42	P. H	16	33,56				
135	ν Boote..........	15. 26. 26	41. 15. 37,02	P. H	18	35,28				
136	ν Boote..........	15. 27. 18	41. 19. 28,58	P. H	16	34,74				
137	2 Cani da cac.	12. 9. 51	41. 21. 21,52	P. H	10	33,35				
138	19 Leon. min..	9. 50. 1	41. 38. 58,10	P. H	17	32,82				
139	ο Andromeda.	22. 56. 10	41. 39. 15,55	P. H	45	33,37				
140	γ Andromeda.	1. 56. 14	41. 43. 43,37	P. H	38	33,87				
141	8 Cani da cac.	12. 27. 48	42. 2. 12,31	P. H	24	33,51				
142	2533 Groomb......	18. 11. 45	42. 7. 3,32	P. H	40	34,56				
143	μ Orsa magg.	10. 14. 53	42. 7. 37,69	P. H	46	33,68				
144	ν Perseo.........	3. 36. 42	42. 10. 52,80	P. H	28	33,77				
145	10 Orsa magg.	8. 52. 31	42. 16. 33,51	P. H	17	34,01				
146	ι Andromeda.	23. 32. 0	42. 34. 34,8	C. T	16	33,80				

Specchio I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette N.	Osservazioni dirette Latitudine	Osservazioni riflesse N.	Osservazioni riflesse Latitudine	Totale Osservazioni	Medio
147	ξ Cigno	21.^{h}0.^{m}23^s	43.°25.′47,″14	P. H	18	41.°53.′34,″28				
148	χ Orsa magg.	10. 9. 33	43. 32. 14,36	P. H	12	33,42				
149	31 Lince	8. 14. 16	43. 35. 13,13	P. H	13	33,90				
150	ε Auriga	4. 53. 0	43. 38. 9,13	P. H	4	33,05				
151	κ Andromeda	23. 34. 15	43. 38. 31,48	P. H	12	35,28				
152	ψ^5 Auriga	6. 37. 44	43. 41. 57,02	P. H	6	33,20				
153	36 Lince	9. 5. 37	43. 43. 52,71	P. H	16	34,26				
154	58 Orsa magg.	11. 23. 45	43. 51. 32,60	P. H	16	33,14				
155	α Cigno	20. 37. 10	44. 50. 4,04	N. A	22	33,61				
156	β Auriga	5. 50. 21	44. 55. 55,8	C. T	5	33,35				
157	33 Boote	14. 34. 11	44. 56. 40,91	P. H	15	33,45				
158	ψ Orsa magg.	11. 2. 38	45. 10. 34,4	C. T	13	34,46				
159	φ Ercole	16. 4. 50	45. 15. 48,65	P. H	16	33,93				
160	22 Andromeda	0. 3. 50	45. 22. 34,80	P. H	18	33,32				
161	λ Andromeda	23. 31. 27	45. 46. 50,62	P. H	10	32,24				
162	α Auriga	5. 7. 27	45. 52. 5,22	N. A	35	32,96				
163	g Cigno	21. 24. 50	45. 59. 23,28	P. H	12	33,79	7	41.°53.′32,″99	19	41.°53.′33,″39
164	ι Ercole	17. 35. 56	46. 4. 24,48	P. H	10	33,64	11	32,81	21	33,23
165	ο Cigno	20. 9. 42	46. 21. 46,22	P. H	21	33,84	10	32,94	31	33,39
166	τ Ercole	16. 15. 59	46. 36. 42,41	P. H	10	31,81	9	31,93	19	31,87
167	λ Boote	14. 11. 38	46. 39. 45,13	P. H	9	32,72	7	31,13	16	31,93
168	c Perseo	5. 59. 36	47. 22. 34,52	P. H	8	33,31	9	32,48	17	32,90
169	δ Perseo	3. 34. 2	47. 23. 8,3	C. T	23	33,91	3	32,83	26	33,37
170	ο Cassiopea	0. 37. 46	47. 35. 58,61	P. H	20	33,43	4	33,08	24	33,26
171	κ Orsa magg.	8. 55. 5	47. 38. 55,72	P. H	10	32,92	7	32,64	17	32,78
172	26 Lince	7. 45. 36	47. 53. 8,83	P. H	10	33,92	3	34,22	13	34,07
173	ν Perseo	1. 30. 19	47. 59. 38,12	P. H	2	33,34	4	32,50	6	32,82
174	κ Ercole	17. 23. 25	48. 21. 56,72	P. H	12	34,07	10	33,54	22	33,90
175	χ Orsa magg.	11. 39. 26	48. 28. 19,83	P. H	19	33,66	9	32,42	28	33,04
176	ι Orsa magg.	8. 50. 38	48. 31. 50,54	N. A	11	33,62	8	33,47	19	33,54
177	θ Perseo	2. 35. 40	48. 41. 52,80	P. H	2	34,15	3	31,88	5	33,01
178	π^2 Cigno	21. 42. 11	48. 43. 53,81	P. H	16	34,93	6	33,54	22	34,23
179	ψ^1 Auriga	6. 15. 16	49. 20. 55,50	P. H	10	33,83	7	32,87	17	33,35
180	α Perseo	3. 15. 24	49. 24. 51,03	N. A	28	33,81	7	32,28	35	33,05
181	7 Lucertola	22. 26. 9	49. 38. 24,24	P. H	8	33,27	10	31,87	18	32,57
182	ο Auriga	5. 36. 13	49. 46. 7,10	P. H	4	33,58	2	33,00	6	33,29

SPECCHIO I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette		Osservazioni riflesse		TOTALE Osservazioni	Medio
					N.	Latitudine	N.	Latitudine		
183	ϑ Cigno	19.ʰ33.ᵐ5ˢ	49.°55.′56,″52	P. H	10	41.°53.′34,″20	11	41.°53.′33,′90	21	41.°53.′34,″05
184	η Orsa magg.	13. 42. 37	49. 56. 16,1	C. T	9	34,65	10	34,67	19	34,66
185	φ Andromeda.	1. 35. 50	50. 3. 28,3	C. T	21	33,88	8	31,58	29	32,73
186	6 Perseo	2. 5. 18	50. 29. 1,35	P. H	3	34,16	3	32,91	6	33,54
187	ι Cigno	19. 26. 33	51. 27. 50,31	P. H	12	33,50	10	32,71	22	33,11
188	γ Dragone	17. 53. 42	51. 30. 14,91	N. A	11	32,97	11	32,60	22	32,79
189	3 Lucertola	22. 18. 39	51. 36. 11,14	P. H	9	33,46	10	32,76	19	33,11
190	27 Lince	7. 59. 3	51. 41. 52,30	P. H	10	32,91	10	32,81	20	32,86
191	ι Boote	14. 11. 44	51. 56. 39,41	P. H	8	32,86	10	32,68	18	32,77
192	ψ Cigno	19. 52. 24	52. 6. 28,32	P. H	9	34,59	6	33,76	15	34,17
193	θ Orsa magg.	9. 24. 29	52. 14. 43,57	N. A	10	33,99	12	32,40	22	33,20
194	τ Perseo	2. 45. 24	52. 14. 56,20	P. H	9	33,59	7	32,10	16	32,85
195	ϑ Boote	14. 20. 56	52. 25. 44,30	P. H	18	32,55	11	32,36	29	32,46
196	γ Perseo	2. 55. 45	53. 0. 53,64	P. H	9	33,58	12	32,76	21	33,17
197	κ Cigno	19. 14. 13	53. 8. 17,81	P. H	11	32,98	10	32,83	21	32,90
198	1460 Groomb.	8. 30. 1	53. 8. 50,42	P. H	10	33,20	11	32,55	21	32,88
199	1 Camelop.	4. 22. 8	53. 38. 10,93	P. H	10	32,64	6	32,97	16	32,81
200	δ Auriga	5. 49. 14	54. 16. 18,58	P. H	10	32,83	11	32,65	21	32,74
201	μ Cassiopea	0. 59. 58	54. 18. 23,3	C. T	5	33,67	4	33,47	9	33,57
202	γ Orsa magg.	11. 47. 15	54. 23. 22,46	N. A	19	32,86	14	32,19	33	32,53
203	2296 Groomb.	15. 54. 49	55. 6. 12,28	P. H	9	32,28	10	33,05	19	32,67
204	ν Dragone	17. 29. 48	55. 15. 30,64	P. H	12	32,81	9	32,41	21	32,61
205	η Perseo	2. 41. 35	55. 22. 29,99	P. H	7	34,32	10	32,50	17	33,41
206	ζ Orsa magg.	13. 18. 53	55. 34. 42,7	C. T	9	33,06	11	32,74	20	32,90
207	α Cassiopea	0. 33. 25	55. 51. 5,11	N. A	5	33,75	10	32,73	15	33,24
208	3007 Br.	23. 7. 16	56. 28. 41,57	P. H	11	33,79	10	32,60	21	33,20
209	4 Camelop.	4. 37. 36	56. 31. 55,64	P. H	9	32,45	5	31,59	14	32,02
210	36 Orsa magg.	10. 22. 36	56. 37. 14,01	P. H	6	32,49	10	31,87	16	32,18
211	ε Orsa magg.	12. 48. 31	56. 38. 18,3	C. T	12	31,81	9	31,27	21	31,54
212	ρ Cassiopea	23. 48. 9	56. 48. 13,18	P. H	11	32,69	11	32,34	22	32,52
213	ξ Dragone	17. 51. 22	56. 53. 34,12	P. H	12	33,31	10	33,81	22	33,56
214	2377 Groomb.	16. 42. 56	57. 0. 20,13	P. H	10	31,87	10	32,53	20	32,20
215	β Orsa magg.	10. 54. 17	57. 3. 6,5	C. T	10	33,58	10	33,36	20	33,47
216	η Cassiopea	0. 41. 33	57. 9. 7,43	P. H	6	33,50	8	34,00	14	33,75
217	ζ Cefeo	22. 6. 31	57. 35. 7,9	C. T	5	33,22	6	33,21	11	33,23
218	37 Orsa magg.	10. 27. 6	57. 43. 31,65	P. H	8	33,24	10	32,89	18	33,07
219	δ Orsa magg.	12. 9. 14	57. 43. 37,02	P. H	15	33,30	12	32,15	27	32,73

Specchio I.

Osservazioni sulla latitudine del R. Osservatorio del Campidoglio.

N.	STELLE	AR appross. 1875,0	δ media 1875,0	Autorità	Osservazioni dirette N.	Osservazioni dirette Latitudine	Osservazioni riflesse N.	Osservazioni riflesse Latitudine	Totale Osservazioni	Medio
220	β Cassiopea....	0.h 2.m 31s	58.° 27.′ 36,″4	C. T	5	41.°53.′32,″76	10	41.°53.′32,″35	15	41.°53.′32,″56
221	15 Lince..........	6. 46. 27	58. 34. 59,81	P. H	10	31,91	11	32,16	21	32,04
222	b Dragone.....	18. 22. 5	58. 43. 43,39	P. H	19	33,39	10	32,85	29	33,12
223	24 Lince.........	7. 32. 25	58. 59. 59,43	P. H	11	32,57	5	33,55	16	33,06
224	2 Lince..........	6. 8. 36	59. 3. 9,74	P. H	8	32,25	11	31,76	19	32,01
225	74 Orsa magg.	12. 24. 7	59. 5. 36,48	P. H	9	32,76	10	32,80	19	32,78
226	δ Cassiopea....	1. 17. 39	59. 35. 5,0	C. T	10	33,63	9	32,78	19	33,21
227	2164 Groomb......	14. 48. 16	59. 48. 8,74	P. H	16	32,25	10	32,40	26	32,33
228	γ Cassiopea...	0. 49. 11	60. 2. 21,8	C. T	6	33,33	6	33,77	12	33,55
229	β Giraffa	4. 52. 18	60. 15. 23,0	C. T	37	33,10	10	33,57	47	33,33
230	69 Orsa magg.	13. 23. 52	60. 35. 30,17	P. H	10	33,16	11	33,23	21	33,20
231	53 Camelop.....	7. 51. 1	60. 39. 48,11	P. H	10	32,78	8	32,77	18	32,78
232	ο Orsa magg.	8. 19. 52	61. 7. 59,70	P. H	11	32,90	8	32,50	19	32,70
233	8 Lince..........	6. 26. 16	61. 35. 15,42	P. H	6	32,91	2	32,99	8	32,95
234	4 Cassiopea....	23. 19. 18	61. 35. 47,51	P. H	6	32,97	10	32,18	16	32,58
235	α Orsa magg.	10. 56. 0	62. 25. 30,55	N. A	12	32,45	8	33,25	20	32,85
236	30 Cefeo...........	22. 34. 13	62. 56. 5,77	P. H	10	33,18	10	33,55	20	33,36
237	17 Camelop.....	5. 18. 22	62. 57. 33,47	P. H	8	32,68	2	32,84	10	32,76
238	ι Cassiopea...	2. 18. 47	66. 50. 18,45	P. H	11	32,80	4	32,51	15	32,66

Specchio II.

LATITUDINE DEL R. OSSERVATORIO DEL CAMPIDOGLIO

DEDOTTA DALLE OSSERVAZIONI DELLA POLARE.

Passaggi superiori

Data		Numero delle osservazioni		Latitudine	Osservatore	Data		Numero delle osservazioni		Latitudine	Osservatore
		dirette	riflesse					dirette	riflesse		
1873				1. Circolo		**1874**				1. Circolo	
Dec.	24	8	8	41°.53′,34″,11	R.	Genn.	26	12	12	41°.53′,33″,51	R.
»	25	8	9	34,15	»	»	27	14	12	33,97	»
»	26	9	9	33,87	»	»	30	9	9	33.71	»
»	27	9	9	33,65	»	»	31	11	7	33,48	»
»	30	6	7	33,84	»						
»	31	8	6	33,65	»	Febb.	1	11	12	33,63	»
						»	4	10	11	33,64	»
1874						»	5	13	12	33,77	»
Genn.	1	6	8	33,95	R.	»	6	12	12	33,91	»
»	2	9	9	34,09	»	»	7	12	12	33.76	»
»	4	7	5	33,56	»	»	10	10	10	33,28	»
»	5	9	7	33,65	»	»	12	11	11	33,37	»
»	7	8	8	33,51	»						
»	8	8	8	33,59	»					2. Circolo	
»	9	10	9	33,69	»						
»	10	9	9	33,39	»	»	20	7	7	33,67	R.
»	11	9	9	33,65	»	»	23	13	11	33,82	»
»	13	10	10	33,59	»	»	26	8	7	33,75	»
»	14	10	11	33,24	»						
»	15	10	10	33,51	»	Marzo	3	9	9	33,91	»
»	18	10	9	33,63	»	»	4	11	8	33,87	»
»	19	9	10	33,35	»	»	5	9	9	33,65	»
»	20	10	12	33,23	»	»	6	11	9	34,00	»
»	21	7	7	33,38	»	»	8	9	8	34,15	»
»	22	8	9	33,35	»	»	13	9	8	33,86	»
»	23	11	11	33,56	»	»	15	7	7	33,65	»
»	24	11	11	33,89	»	»	16	6	6	33,80	»

Specchio II.

LATITUDINE DEL R. OSSERVATORIO DEL CAMPIDOGLIO

DEDOTTA DALLE OSSERVAZIONI DELLA POLARE

Passaggi superiori.

Data		Num. delle osservazioni		Latitudine	Osservatore
		dirette	riflesse		
1875				1. Circolo	
Genn.	2	5	4	41°.53',33",64	R.
»	3	6	6	33,29	»
»	4	8	9	33,69	»
»	11	8	6	34,37	»
»	14	12	11	32,82	»
»	15	6	5	33,41	»
»	17	10	9	32,88	»
»	18	13	14	33,81	G.
»	19	15	11	33,99	»
»	23	11	12	33,31	»
»	26	11	11	33,29	»
»	27	11	11	33,06	»
»	28	11	11	34,14	R.
»	29	12	12	33,27	»
Febb.	1	9	9	33,05	»
»	2	8	8	33,87	»
1875				1. Circolo	
Febb.	4	12	12	41°.53',33",20	R.
»	6	9	9	33,65	»
»	7	8	10	33,26	»
»	9	11	12	34,31	»
»	11	11	11	33,31	»
»	12	10	11	34,30	G.
»	13	11	11	33,95	R.
»	15	9	9	33,68	G.
»	17	4	4	33,91	»
»	24	8	6	33,57	»
Marzo	6	7	7	33,54	R.
»	8	10	10	32,89	»
»	16	5	5	34,32	»
»	23	9	9	34,23	»
»	25	10	10	33,59	»
»	27	10	10	33,60	G.

Specchio III.

LATITUDINE DEL R. OSSERVATORIO DEL CAMPIDOGLIO

DEDOTTA DALLE OSSERVAZIONI DELLA POLARE

Passaggi inferiori

Data	Num. delle osservazioni		Latitudine	Osservatore
	dirette	riflesse		
1874			2. Circolo	
Aprile 3	10	10	41°.53′,33″,88	R.
» 4	10	11	33,06	»
» 6	5	4	33,53	»
» 14	9	10	32,82	»
» 16	13	13	32,87	»
» 20	11	12	33,39	»
» 22	7	6	33,02	»
			1. Circolo	
» 24	12	11	34,46	R.
» 25	4	6	33,71	»
» 26	9	9	34,79	»
» 30	9	9	33,79	»
Maggio 4	4	9	33,98	»
» 6	7	8	33,89	»
» 15	4	12	33,48	»
» 18	11	3	33,84	»
» 19	7	10	34,51	»
» 20	13	12	33,81	»
» 21	11	11	34,68	»
» 24	10	12	34,66	»
» 25	12	12	34,35	»

Data	Num. delle osservazioni		Latitudine	Osservatore
	dirette	riflesse		
1874			1. Circolo	
Maggio 27	10	12	41°.53′,33″,42	R
» 28	12	11	34,38	»
» 29	13	13	33,26	»
» 30	13	13	33,84	»
» 31	13	14	33,61	»
Giugno 1	12	13	34,04	»
» 2	10	13	33,96	»
» 3	11	11	33,37	»
» 5	11	11	33,63	»
» 9	12	12	33,19	»
» 10	10	9	33,11	»
» 11	12	12	33,35	»
» 13	13	13	32,98	»
» 16	8	7	34,45	»
1875				
Marzo 4	8	10	34,61	G.
» 8	9	9	34,47	»
» 20	7	8	33,58	»
» 22	8	8	33,51	»
» 25	8	4	33,52	»
» 26	9	9	33,77	»

Sul fluoruro di magnesio.

Nota del prof. **ALFONSO COSSA** presentata dal socio **Q. SELLA**
nella seduta del 3 dicembre 1876.

Le cognizioni che si hanno sulla composizione e sulle proprietà chimiche del fluoruro di magnesio si riducono quasi esclusivamente al seguente cenno brevissimo fattone nel 1824 da Berzelius nella sua memoria sull'acido fluoridrico e le sue più importanti combinazioni. « Il fluoruro di magnesio è insolubile nell'acqua ed in un eccesso di acido fluoridrico; non si scompone per l'azione del calore [1] ».

In seguito si fecero bensì degli studî, specialmente per opera di Geuther, Tissier, Friedel e Marignac, sul fluoruro sodico-magnesiaco e sopra alcuni fluosali di magnesio, ma non si cercò di allargare le poche indicazioni date dal Berzelius sulla composizione della combinazione binaria del magnesio col fluoro. — La formola $Mg\,Fl_2$ che si assegna al fluoruro di magnesio nei trattati e nei dizionarî di chimica è basata sull'analogia dei composti magnesiaci con quelli di calcio e non già su dati analitici.

In un lavoro pubblicato nell'anno 1863 a Gottinga da F. Röder sui fluoruri anidri cristallizzati [2] ottenuti fondendo dei cloruri metallici con fluoruro sodico e cloruro di sodio, si accenna a del fluoruro di magnesio cristallizzato in aghi ottenuti per la reazione del fluoruro di sodio sul cloruro di magnesio. Ma l'autore, diversamente da quanto fece per tutti gli altri fluoruri da lui ottenuti nel modo sopraricordato, non menziona di avere analizzato i cristalli di fluoruro di magnesio.

Nell'anno 1868 l'egregio professore Struever [3] scoprì nell'anidrite presso Moutiers in Savoja un minerale nuovo composto di fluoro e di magnesio in proporzioni che si accostano moltissimo a quelle che soddisfanno alla formola $Mg\,Fl_2$. — Il fluoruro di magnesio naturale, detto dal suo scopritore *Sellaite* in onore dell'illustre cristallografo Q. Sella, cristallizza nel sistema dimetrico, è incoloro; la sua densità a $+24^0$ è 2,972, ed il suo grado di durezza è eguale a quello della apatite. È insolubile negli acidi, eccettuato che nell'acido solforico dal quale è perfettamente decomposto con sviluppo di acido fluoridrico e formazione di solfato di magnesio.

(1) *Untersuchungen über die Flussspathsäure und deren merkwürdigsten Verbindungen;* von I. I. Berzelius — (Poggendorff Annalen der Chem. u. der Phys. Leipzig 1824. Volume I° pag. 1). *Rivot* alle indicazioni date dal *Berzelius* aggiunge che il fluoruro di magnesio ottenuto per doppia decomposizione si scioglie in tutto, od in parte in molte soluzioni saline e specialmente nei sali di magnesio e di ammoniaca. (*Traité d'analyse des substances minérales* — Tome premier pag. 199. — Paris 1861).

(2) *Ueber krystallisirte wasserfreie Fluor-Verbindungen* — Inaugural — Dissertation von Friedrich Röder — Göttingen 1863.

(3) *Sulla Sellaite nuovo minerale di fluorio* — Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino. Vol. IV. pag. 35.

Fu appunto la scoperta della Sellaite che mi spinse a studiare il modo di ottenere artificialmente il fluoruro di magnesio anidro. Nel mese di giugno dell'anno 1874 in una comunicazione verbale all'Accademia delle scienze di Torino presentai un saggio di fluoruro magnesiaco anidro cristallino ottenuto per l'azione del calore sul fluoruro di magnesio amorfo. — Nell'anno 1876 ripresi questo studio e nella breve nota che presento all'Accademia dei Lincei, riassumo sommariamente le osservazioni e le esperienze che feci sul modo di preparazione, sulla composizione e su di alcune proprietà fisiche e chimiche del fluoruro di magnesio anidro.

Preparazione del fluoruro di magnesio. — Aggiungendo una soluzione di un fluoruro alcalino ad una soluzione acquosa di solfato di magnesio si ottiene un precipitato, che anche alla temperatura dell'ebollizione è gelatinoso; si depone molto lentamente, ottura i pori della carta da filtro e si lascia assai difficilmente lavare completamente colla decantazione.

Per questo motivo pensai di preparare il fluoruro di magnesio in un altro modo, trattando cioè dell'ossido di magnesio puro e calcinato con un eccesso di una soluzione acquosa di acido fluoridrico privo affatto di acido idrofluosilicico e ridistillato nel mio laboratorio in recipienti di platino. — Riscaldando a bagno maria finchè si è eliminato tutto l'eccesso di acido fluoridrico, e poi calcinando leggermente, si ottiene una massa bianca, polverulenta, la quale osservata anche con un forte ingrandimento, appare affatto amorfa. — Per stabilire quale è la composizione del fluoruro ottenuto, dopo essermi assicurato che esso era affatto privo d'acqua, determinai il magnesio allo stato di solfato ed il fluoro per differenza. Ecco i risultati dell'analisi:

I. Grammi 0,667 di fluoruro diedero grammi 1,283 di solfato di magnesio invece di grammi 1,291 richiesti dalla formola $MgFl_2$.

II. Grammi 0,854 di fluoruro diedero grammi 1,668 invece di gr. 1,653.

III. Grammi 0,423 di fluoruro diedero grammi 0,825 invece di grammi 0,8187.

Pertanto si può ritenere che il fluoruro preparato nel modo suindicato ha realmente una composizione che soddisfa alla formola $MgFl_2$.

Tutti i tentativi che feci finora per preparare immediatamente del fluoruro di magnesio cristallizzato andarono falliti. — Facendo arrivare dei vapori di acido fluoridrico secco in un tubo di platino riscaldato contenente dell'ossido di magnesio ottenni sempre una sostanza amorfa. — Il fluoruro di magnesio amorfo recentemente preparato, riscaldato con un eccesso d'acido nitrico vi si discioglie in piccola quantità. Lasciando evaporare lentamente questa soluzione sotto la campana della macchina pneumatica e sopra della calce, si ottiene un residuo gelatinoso.

Non fui più fortunato imitando il metodo che Sénarmont usò per trasformare il fluoruro di calcio amorfo in piccoli cristallini di fluorite. Riscaldando per parecchie ore in tubi chiusi alla temperatura di 250° gradi del fluoruro di magnesio insieme

a dell'acqua acidulata con acido cloridrico, non potei osservare alcun indizio di cristallizzazione.

Quando invece si riscalda alla temperatura della fusione della ghisa il fluoruro di magnesio amorfo, esso si fonde completamente e col raffreddamento si ottiene una massa cristallina che osservata con una lente appare composta di prismi. — Osservando nella luce polarizzata sezioni sottili della massa cristallina fusa, si riconosce che i cristallini che la compongono non appartengono ai sistemi monometrico monoclino e triclino. — Questi cristalli sono frequentemente raggruppati in dendriti incrociate ad angolo retto; il che, essendo escluso il sistema monometrico, parla in favore di quello dimetrico. L'analisi chimica della massa fusa diede risultati corrispondenti alla formola $Mg Fl_2$.

Riuscii pure ad ottenere del fluoruro di magnesio in cristalli lamellari molto più appariscenti di quelli del fluoruro di magnesio fuso, fondendo in un crogiuolo di platino un miscuglio di fluoruro di magnesio e di cloruro di potassio o di sodio e lasciando raffreddare molto lentamente, lisciviando la massa con acqua finchè l'acqua di lavatura non dà più alcuna reazione col nitrato d'argento. Il residuo cristallino formato da lamine incolore anisotrope presentò la seguente composizione centesimale:

	I.	II.	$Mg Fl_2$
Magnesio	39,21	38,94	38,71
Fluoro	60,79	61,06	61,29
	100,00	100,00	100,00

I cristalli di fluoruro di magnesio ottenuti col miscuglio di fluoruro di magnesio amorfo di un cloruro alcalino (sodico o potassico) sono geminati genicolati, e esaminati colla luce polarizzata, presentano gli stessi caratteri di quelli ottenuti colla fusione del solo fluoruro di magnesio amorfo. — Il collega prof. Struever volle avere la compiacenza di esaminare questi cristalli e mi comunicò il risultato delle sue osservazioni colle seguenti parole, dalle quali appare che ho raggiunto lo scopo che mi era prefisso nel fare delle ricerche sul fluoruro di magnesio, quello cioè di ottenere artificialmente la Sellaite: « Orientando i prismetti del fluoruro di magnesio « artificiale in modo che i loro spigoli siano paralleli all'asse ottico del microscopio « polarizzante, distintamente si vede che sono prismi a sezione quadrata, o la com- « binazione dei due prismi a sezione quadrata di primo cioè e di secondo ordine « (110) (100). — Anche i geminati soddisfanno perfettamente alle costanti della Sellaite. « Misurando l'angolo fra gli assi principali di due geminati trovai che esso è di 67.° « Or bene, supponendo che questi cristalli siano geminati di Sellaite secondo la solita « legge del Rutilo, cioè asse di geminazione normale a (101), il calcolo mi dà pre- « cisamente lo stesso risultato ([1]). Mi pare che questa coincidenza tolga ogni dubbio « sulla identità cristallografica della Sellaite e del fluoruro di magnesio artificiale ».

([1]) L'esame dei cristalli di fluoruro di magnesio da me ottenuto porse occasione al professore Struever di fare la seguente rettificazione.

« Rivedendo la mia nota sulla Sellaite (*Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino* « Vol. IV, pag. 35) mi accorgo di una svista che conviene rettificare.

Proprietà fisiche del fluoruro di magnesio. — *Peso specifico* = 2,856 (media di tre determinazioni fatte alla temperatura di + 12.° — *Durezza* = 6. — *Fosforescenza*. Come era da prevedersi il fluoruro di magnesio cristallizzato artificialmente non è *direttamente* fosforescente per il calore, essendo stato ottenuto a temperatura elevata. Però sottoponendo dei frammenti di fluoruro di magnesio fuso, o delle lamine cristalline della stessa sostanza ottenute col secondo metodo da me descritto, all'eccitazione di scariche elettriche di un rocchetto di Rumkorff che dava delle scintille della lunghezza di 25 millimetri, il fluoruro di magnesio cristallizzato artificialmente diventa perfettamente fosforescente quando è riscaldato ed emette una luce violacea ([1]). — Come la fluorite, il fluoruro di magnesio conserva per molto tempo questa proprietà; infatti riscaldando del fluoruro di magnesio dopo quindici giorni che era stato esposto all'azione dell'arco voltaico, potei osservare che il fenomeno della fosforescenza si presentava con una intensità eguale a quella con cui si manifestava riscaldando altre porzioni dello stesso fluoruro, immediatamente dopo che era tolto all'eccitazione della scintilla elettrica.

La scoperta di questa proprietà nel fluoruro di magnesio artificiale mi fece nascere il desiderio di esaminare se anche la Sellaite presentava il fenomeno della fosforescenza. Grazie alla cortese accondiscendenza del Collega prof. Gastaldi potei disporre di un piccolo cristallino di questo raro minerale col quale feci le esperienze seguenti: Riscaldando il cristallino in un tubo osservai che nell'atto in cui esso si sfaldava, emetteva una luce bleuastra la quale però era d'una durata minore della fosforescenza che si osserva comunemente nei cristalli di fluorite. Sottoponendo poi per pochi istanti i frammenti del cristallo di Sellaite all'azione delle scariche elettriche

« I simboli delle faccie osservate devono essere scritti nel modo seguente:

101, 100, 110, 210, 221, 111 e non

111, 110, 100, 310, 401, 201 come ho scritto e anche disegnato altra volta. Allora rimane il « rapporto degli assi:

a : c : : 1 : 0, 66189.

« Il quadro degli angoli diventa:

	Angoli calcolati	Angoli osservati
101, 100	56° 30′ *	56° 30′ *
110, 221	28° 6′ 5	28° 24′
110, 111	46° 53′ 5	47° circa
100, 110	45°	45°
210, 110	18° 26′	18° 19′

« Lo sbaglio proviene dall'aver considerato nel calcolo del rapporto degli assi, l'angolo di « 56° 30′ come valore dell'angolo 101, 100, mentre poi nell'elenco dei simboli e nei disegni a que- « ste due faccie si diedero rispettivamente i simboli 111 e 110 ».

([1]) Pare che debbasi a Lane la scoperta che l'elettricità può restituire al fosforo di Bologna la proprietà fosforescente perduta per l'azione di una temperatura elevata. In seguito questo fatto venne esteso alla fluorite e ad alcuni corpi fosforescenti per insolazione da Canton, Seebeck, Dessaigner, Heinrich, Grotthus, Pearsall e Becquerel. — Vedasi in proposito una nota del prof. Poggendorff alla traduzione tedesca di una memoria di Pearsall. (Poggendorff. Ann. der Chem. Vol. XXII pag. 566 (1831).

e riscaldando nuovamente, questi frammenti diventarono fosforescenti come il fluoruro di magnesio artificiale.

Questa proprietà concorre a stabilire l'identità tra la Sellaite ed il fluoruro di magnesio da me ottenuto. Tanto il fluoruro di magnesio quanto il fluoruro di calcio allo stato amorfo non diventano fosforescenti per l'azione dell'elettricità.

Mi sia qui permesso di far notare che ho pur trovato questa proprietà della fosforescenza in altri fluoruri cristallizzati artificiali ed in un modo molto distinto nel fluoruro di sodio [1].

Il fluoruro di magnesio cristallizzato si fonde senza sensibilmente decomporsi per l'azione di una temperatura molto elevata. — È insolubile negli acidi ad eccezione dell'acido solforico concentrato che lo decompone meno facilmente della fluorite. Il fluoruro di magnesio fuso coi carbonati alcalini si decompone completamente e con maggior facilità di quello che si avveri per la fluorite.

Il fluoruro di magnesio, come la fluorite, forma coi solfati di calcio, di stronzio e di bario delle combinazioni facilmente fusibili e che per il raffreddamento forniscono delle masse evidentemente cristalline. È noto già da moltissimo tempo che il fluoruro di calcio forma quando è mescolato col gesso una massa facilmente fusibile, ma a quanto io sappia nessuno ha finora analizzato i prodotti che in tal modo si ottengono.

Analizzando i composti cristallini che si producono fondendo insieme molecole eguali di fluoruro di magnesio anidro e solfato di calcio, di bario e di stronzio ho osservato che questi corpi si possono realmente considerare come combinazioni molecolari poco stabili di fluoruro di magnesio coi solfati poc'anzi nominati.

La combinazione contenente il fluoruro di magnesio ed il solfato di calcio, e quella omologa ottenuta fondendo nelle dovute proporzioni la fluorite con del solfato calcico messe nell'acqua si decompongono. A poco a poco il solfato di calcio si idrata e lascia col tempo un residuo costituito unicamente da fluoruro di magnesio, e rispettivamente da fluoruro di calcio.

Le combinazioni del fluoruro di magnesio coi solfati terrosi e le combinazioni corrispondenti col fluoruro di calcio diventano perfettamente fosforescenti quando sono riscaldati dopo essere stati esposti all'azione delle scariche elettriche.

Friedel [2] ha recentemente fatto osservare che il solfato d'alluminio decompone il fluoruro di calcio anche a temperatura ordinaria dando origine a solfato di calcio ed a fluoruro di alluminio. Cimentando il fluoruro di magnesio col solfato di alluminio ottenni un risultato identico.

Avendo incaricato il signor Pecile, il quale nel mio laboratorio sta eseguendo delle ricerche sul fluoruro di glucinio, di provare se si ottiene una decomposizione simile mettendo in contatto del fluoruro di magnesio con una soluzione di solfato di glucinio, si ottennero risultati eguali a quelli che si ebbero col solfato di alluminio.

[1] Le esperienze che ho eseguito sulla fosforescenza di alcuni composti contenenti fluoro formerà argomento di un altro lavoro che spero di poter tra breve pubblicare.

[2] Bulletin de la Société chimique de Paris; Tome XXI (année 1874) pag. 241.

Ho in mente di tentare un' altra volta di ottenere il fluoruro di magnesio anidro cristallizzato per via umida, facendo agire molto lentamente attraverso un diaframma poroso una soluzione di carbonato magnesiaco nell' acqua satura di anidride carbonica e una soluzione molto diluita di fluoruro di sodio. Siccome però questa esperienza, per poter condurre a qualche risultato, richiede un tempo molto lungo, così ho creduto utile di pubblicare le esperienze che finora ho eseguito, specialmente per far conoscere i fatti, che ritengo importanti, dell' identità del fluoruro di magnesio artificiale colla Sellaite e della fosforescenza del fluoruro di magnesio.

La velocità teorica del suono e la velocità molecolare dei gas.

Nota del dott. ANTONIO ROITI prof. nell' Istituto Tecnico di Firenze
presentata dal socio E. BETTI
nella seduta del 3 dicembre 1876.

Com' è noto, l'espressione teorica della velocità di propagazione di un moto ondulatorio in un mezzo elastico è la seguente:

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}},$$

la quale per la propagazione di onde longitudinali in un gas, considerato come un mezzo omogeneo e continuo, assume la forma assegnatale da Newton:

$$1) \qquad v' = \sqrt{g\frac{HD}{d}(1+\alpha t)},$$

ed affinchè corrisponda ai dati sperimentali va ancora moltiplicata, come suggerì Laplace, per $\sqrt{k}$, cosicchè diventa:

$$2) \qquad v = 279{,}9\sqrt{k\frac{1+\alpha t}{\delta}},$$

ove δ è la densità del gas riferita all' aria e k è il rapporto de' due calori specifici.

È pur noto il concetto di Bernoulli, svolto poi da Krönig e Clausius ed ora generalmente ammesso, della costituzione dei fluidi aeriformi; e non manca certamente d' interesse il dedurre la velocità del suono seguendo questo concetto, anzichè considerare a tal fine un gas come un mezzo elastico continuo ove si propaghino per via di condensazioni e rarefazioni gl' impulsi comunicati ad uno de' suoi punti.

Il primo che si sia occupato di tal soggetto è il prof. Stefan di Vienna [1] il quale ritrovò precisamente l'espressione 1) di Newton, cioè:

$$v' = \frac{u}{\sqrt{3}},$$

essendo

$$3) \qquad u = 279{,}9\sqrt{3\,\frac{1+\alpha t}{\delta}}$$

[1] Fortschritte der Physik im Jahre 1863. Vol. 19, pag. 93.

la velocità di traslazione molecolare secondo Clausius; e la trovò supponendo con Krönig che le molecole sieno distribuite in cubi uguali ed ugualmente orientati, per modo che in ogni cubo si muovino tre molecole nella direzione dei tre lati ed ammettendo che la velocità del suono debba essere uguale alla velocità molecolare presa nella direzione della diagonale del cubo.

L'uso che fece Krönig di questa finzione per dedurre dalla pressione esercitata sulle pareti la velocità di traslazione delle molecole gassose, fu poi giustificato da Clausius il quale ottenne il medesimo risultato supponendo le molecole disposte comunque ([1]); ma non saprei come si potesse mostrarne la legittimità anche nel caso presente.

Quantunque Stefan creda che per arrivare alla formola 2) di Laplace, invece che a quella di Newton, sia necessario farsi a studiare le irregolarità dei moti delle molecole, e fors'anche dei moti che, secondo Clausius, devono avvenire dentro di esse; pure fin dall'anno scorso io mi provai a dedurre un'espressione della velocità del suono che si avvicinasse un poco più alla 2), o almeno che scendesse per via di considerazioni più facilmente accettabili che non sia quella finzione adoperata da Stefan.

Ecco il mio ragionamento d'allora. — Suppongo che le molecole sieno animate, fra due urti consecutivi, da moto rettilineo uniforme, e considero una massa gassosa talmente densa ed estesa da poter ritenere come infinito il numero delle molecole contenute in uno spazio finito, e come infinitamente piccola la distanza media che ciascuna molecola percorre fra un urto ed il successivo.

In tali ipotesi, che sono quelle comunemente accettate in simil genere di ricerche, è evidente che gl'impulsi, comunicati dal corpo sonoro alle molecole che gli sono in contatto, verranno da queste comunicati mediante gli urti ad altrettante molecole prossime, e così via via ad altrettante più lontane, talmente che verranno trasportati in ogni direzione.

Per calcolare il tempo che impiega ad arrivare un impulso da un punto A ad un altro punto qualunque B dello spazio, suppongo che quell'impulso provochi una variazione trascurabile nella velocità molecolare, osservo che esso si trasmetterà per un cammino che cambierà di direzione ad ogni urto, ed ammetto che sia uguale la probabilità per tutte le direzioni comunque inclinate sulla congiungente i punti A, B.— Se così è, l'impulso seguirà una linea spezzata, la quale si potrà ritenere composta di un numero grandissimo di latercoli rettilinei, uguali fra loro ed alla percorrenza

([1]) Veramente Hansemann (Pogg. Ann. V. 144 p. 82) credè trovare una differenza sostanziale fra la formola di Krönig $nmu^2 = 6pv$ e quella di Clausius $nmu^2 = 3pv$; ma poi, dopo una osservazione di Sellmeyer, riconobbe (Pogg. Ann. V. 146 p. 621) che la diversità è solamente nella forma e non influisce sulle conseguenze suscettibili di un confronto coi dati sperimentali. — La differenza di forma deriva da ciò che Krönig prende la pressione esercitata sulla parete, da una molecola di massa m che l'urti colla velocità normale u, uguale ad mu; mentre Clausius la pone uguale a $2mu$; ma con ciò Krönig viene a supporre che sia il peso $q = \frac{mg}{2}$, e Clausius invece ammette come tutti che sia $q = mg$: sostituendo per m i valori dati da queste due equazioni, le formole de' due celebri Autori diventano identiche.

media di una molecola fra due urti, ed aventi tutte le direzioni ora accennate. La velocità del suono v starà alla velocità u di traslazione delle molecole come la projezione P di questa spezzata sulla AB sta alla sua lunghezza L:

$$\frac{v}{u} = \frac{P}{L}.$$

Indico con n il numero e con l la lunghezza dei latercoli, talchè sia $L = nl$. E per calcolare P imagino tutti questi lati della spezzata trasportati parallelamente a sè stessi per modo che tutti abbiano un estremo in A, e gli altri estremi, avendo ammesso un'eguale probabilità per tutte le direzioni, saranno allora uniformemente distribuiti sopra la superficie di un emisfero. Quindi, chiamato n' il numero di quei lati che fanno con AB un angolo compreso fra θ e $\theta + d\theta$, avverto che tal numero sta al numero totale n dei lati come la zona sferica avente per meridiano l'arco $ld\theta$ sta alla superficie di mezza sfera, e scrivo:

$$4) \qquad n' = n \operatorname{sen} \theta d\theta;$$

e per la projezione di questi n' latercoli:

$$n'l \cos \theta = nl \cos \theta \operatorname{sen} \theta d\theta,$$

la quale integrata fra 0 e $\frac{\pi}{2}$, dà:

$$P = \frac{nl}{2} = \frac{L}{2}.$$

Dunque si vede che la velocità di propagazione del suono sarebbe la metà della velocità molecolare, o sarebbe per la 3):

$$5) \qquad v = \frac{u}{2} = 279,9 \sqrt{\frac{3}{4} \frac{1 + \alpha t}{\delta}},$$

e per l'aria a 0° risulterebbe $v = 242^m$ invece che 331, come dà l'esperienza.

Da questa discrepanza, che è ancor maggiore di quella presentata dalla formola di Newton, mi avvidi non potersi ammettere, nemmeno in via approssimativa, l'ipotesi che da principio mi pareva abbastanza plausibile, che cioè sul cammino seguito dall'impulso le escursioni delle molecole sieno tutte uguali, e che inoltre sieno ugualmente rappresentate tutte le direzioni. Poi rivolsi la mente ad altro, e non mi occupai più di questo soggetto.

Ma il prof. Brusotti dal canto suo, indipendentemente da me e senza conoscere il tentativo di Stefan, se ne occupava nel frattempo e dava alle stampe un suo lavoro [1] del quale venni poco fa in cognizione dovendomi occupare della rassegna dei lavori di fisica [2].

[1] *Riflessi sulla trasmissione dei suoni e sua correlazione colla velocità molecolare dei corpi* Nota del prof. Brusotti Ferdinando — Annali Scientifici del R. Istituto Tecnico di Pavia. Anno 1874-75, pag. 171.

[2] Rassegna semestrale delle scienze fisico-naturali in Italia, diretta e pubblicata dai dottori G. Cavanna e G. Papasogli. Vol. 2°. Firenze 1876.

Ivi si tratta con molta cura e chiarezza della formazione delle onde sonore e di tutti i particolari che l'accompagnano, ma v' è difetto di precisione appunto nella deduzione della velocità del suono. Vi è riferito un calcolo del sig. Carlo Santamaria che assegnerebbe il valore $\frac{\pi}{2}$ al rapporto fra la velocità molecolare e la velocità del suono, considerando la spezzata, lungo la quale si trasmettono gl' impulsi, come il semiperimetro di un poligono regolare che al limite diventa una semicirconferenza. In tal guisa, quantunque si dichiari la spezzata non piana, si viene ad ammettere che le inclinazioni possibili ed ugualmente probabili dei suoi lati sul raggio sonoro sieno, in numero, solamente quelle contenute in un piano. E ciò a priori non mi pare punto soddisfacente, talchè ritengo si debba attribuire al mero caso se il valore $\frac{\pi}{2} = 1,57$ non è molto discosto dai numeri che si ottengono dividendo le velocità molecolari u per le velocità del suono v' determinate da Dulong e da Masson, numeri che pei diversi gas oscillano fra 1,451 e 1,547, cioè fra gli stessi limiti fra i quali oscillano i valori di $\frac{u}{v'} = \sqrt{\frac{3}{k}}$ che ri ricava dalle 2) e 3). Ed attribuisco pure ad un caso se l'espressione $\frac{\pi}{2} u$, applicata all'aria a 0°, dà una velocità di 309^m, cioè più prossima al vero che non sia quella dedotta da Newton [1].

La Nota del prof. Brusotti mi ricondusse a pensare sopra questo soggetto, e credo che l'espressione teorica che ora darò alla velocità del suono sia dedotta seguendo delle argomentazioni facilmente accettabili.

Prendiamo a considerare una molecola che si muova facendo un angolo θ coll'asse delle X ed indichiamo con e^{-a} la probabilità che percorra senz'urti l'unità di lunghezza. Allora la probabilità che essa abbia una percorrenza maggiore di s sarà data da e^{-as}. E queste due espressioni sono indipendenti da θ, ossia la probabilità è la stessa per tutte le direzioni tanto se si tratta di una molecola qualunque della massa presa

(1) Veramente il prof. Brusotti per calcolare la velocità del suono nell' aria ricorre allo spediente di estendere la propria teoria ai miscugli gassosi, e ripudia il valore $\frac{\pi}{2}$ pur servendosi dell' altro 1,46 senza renderne una ragione diversa da quella di ottenere la velocità di $323^m,76$.

A titolo di curiosità riferirò un caso analogo. — Se invece di adottare la velocità u di Clausius, si adottasse quella erronea $u_1 = u\sqrt{2}$ di Hansemann, il rapporto fra la velocità molecolare e la velocità del suono risulterebbe

$$\frac{u_1}{v'} = \sqrt{\frac{6}{k}}$$

che per l'aria è 2,06 ed è maggiore per gli altri gas, e se si ammettesse la nostra relazione 5), si otterrebbe:

$$\frac{u_1}{v} = 2$$

che si potrebbe benissimo prendere per un limite inferiore. La velocità del suono nell' aria risulterebbe di 343^m, con un'approssimazione migliore, quantunque fortuita come quella del prof. Brusotti.

in esame, quanto se si tratta di una qualunque di quelle che servono a trasmettere nello spazio un dato impulso. Ma non è più così, quando si prendano solamente di mira quelle certe molecole che trasmettono l'impulso *lungo una data direzione*, ossia che prendono parte alla formazione di *un raggio sonoro:* in allora la probabilità che la percorrenza d'una di esse riesca maggiore di s, dipende dalla direzione del suo moto.

Infatti, preso per asse delle X il raggio sonoro lungo il quale si voglia misurare la velocità del suono, e condotti perpendicolarmente ad esso dei piani equidistanti, si osservi che affinchè una data molecola trasporti nella direzione delle X gl'impulsi ricevuti, è mestieri che attraversi successivamente quei piani; e si scorgerà che una molecola la quale, ricevuto l'impulso sul piano $X = x$ e quindi presa la direzione θ, se ha la probabilità e^{-a} di compiere una percorrenza maggiore d'uno, non ha la stessa probabilità di arrivare al piano $X = x + 1$, a meno che non sia $\theta = 0$: in tutti gli altri casi, dovendo attraversare la distanza $\frac{1}{cos\theta}$ per raggiungere quel piano, la probabilità che ciò accada sarà:

$$e^{-\frac{a}{cos\theta}},$$

e sarà

$$e^{-\frac{a}{cos\theta}s}$$

la probabilità che quella molecola contribuisca alla formazione del raggio X dopo la percorrenza s. E la probabilità che vi prenda parte con una percorrenza compresa fra s ed $s + ds$ sarà:

$$\frac{a}{cos\theta}\, e^{-\frac{a}{cos\theta}}\, ds.$$

Ora, se si considera una distanza sufficiente perchè vi si trovino tutti gli n casi possibili, torna evidente che tutte le direzioni vi sono ugualmente probabili, ed essendo, come abbiamo veduto

$$n\, sen\, \theta\, d\theta \tag{4}$$

il numero di tutti i latercoli in direzione compresa fra θ e $\theta + d\theta$, il numero di tali latercoli con lunghezza s sarà:

$$\frac{na}{cos\theta}\, e^{-\frac{a}{cos\theta}s}\quad sen\theta\, d\theta\, ds,$$

che, moltiplicato per s, esprimerà la via percorsa dall'impulso mercè escursioni di lunghezza s ed aventi direzione θ; e moltiplicato per $s\, cos\theta$ darà la projezione di quella via sull'asse delle X.

Per avere poi lo spazio totale L percorso dall'impulso e la sua projezione P,

basterà integrare le due espressioni così ottenute, fra 0 e ∞ rispetto ad s, e fra 0 e $\frac{\pi}{2}$ rispetto a θ. In tal modo, ponendo $cos\theta = y$, si ha:

$$L = na \int_0^\infty s\, ds \int_0^1 e^{-\frac{a}{y}s} \frac{dy}{y}$$

$$P = na \int_0^\infty s\, ds \int_0^1 e^{-\frac{a}{y}s} dy;$$

d' onde, integrando ciascuna di queste espressioni per parti prima rispetto ad y, poi rispetto ad s e sommando, si ottiene:

$$2\,L = n \int_0^\infty e^{-as} ds = \frac{n}{a}$$

$$3\,P = \frac{n}{a}\,.$$

E per conseguenza:

$$6) \qquad \frac{v}{u} = \frac{P}{L} = \frac{2}{3},$$

cioè la velocità teorica di propagazione del suono è due terzi della velocità molecolare.

Questa relazione fornisce per l'aria a 0^0 la velocità

$$v = \frac{2}{3}\,485 = 323^m,$$

mentre dalle più accurate misure di Regnault essa è di 331^m.

Dunque anche la 6), sebbene molto più prossima al vero che non la formola di Newton, pure non si può considerare che come una prima approssimazione; e ciò era da prevedersi non figurandovi nè direttamente nè indirettamente il rapporto dei due calori specifici, che pure esercitano un'influenza indubitata sul fenomeno della propagazione del suono.

Per ottenere un accordo migliore, prescindendo anche da quelle azioni fra molecola e molecola che fanno scostare i gas reali dai cosiddetti gas perfetti, bisognerebbe poter mettere in calcolo i moti degli atomi rispetto al centro di gravità della molecola che costituiscono, moti posti fuor di dubbio dalla relazione dedotta da Clausius (1) fra la forza viva K di traslazione delle molecole e la forza viva totale H di un gas:

$$7) \qquad \frac{K}{H} = \frac{3}{2}(k-1).$$

(1) *Abhandlungen ü. d. mech. Wärmetheorie* — Braunschweig. Vol. 2, p. 2.

Noi non ci avventureremo in congetture intorno alla parte che prendono cotali moti alla propagazione del suono, ma ci limiteremo all'osservazione seguente.

Ammessa come rigorosamente vera, almeno pei gas perfetti, la formola 2) di Laplace, ne viene di conseguenza che fra la nostra velocità teorica v e la velocità pratica v_1 sussiste la relazione:

$$\frac{v_1}{v} = \frac{1}{2} \sqrt{3k}$$

e quindi sarà:

$$v_1 > v \qquad v_1 = v \qquad v_1 < v$$

a seconda che sia:

$$k > \frac{4}{3} \qquad k = \frac{4}{3} \qquad k < \frac{4}{3}.$$

Ma dalla 7) risulta in questi tre casi

$$K > \tfrac{1}{2} H, \qquad K = \tfrac{1}{2} H, \qquad K < \tfrac{1}{2} H;$$

e però quando la forza viva del moto progressivo delle molecole è maggiore della forza viva atomica, il suono va più veloce che non indichi la nostra teoria, va più lento nel caso contrario, e la teoria corrisponderebbe perfettamente all'esperienza per un gas pel quale fosse $k = \frac{4}{3}$, ovvero la forza viva di traslazione molecolare fosse la metà della sua forza viva totale.

Noteremo inoltre che si verifica il primo dei tre casi pei gas permanenti ed il terzo per quelli che si sono potuti condensare, e quindi pare probabile che la quantità H, chiamata da Clausius *forza viva totale,* si debba piuttosto considerare come una *energia* della quale una parte non piccola sia allo stato *potenziale*: cosicchè, se anche in un gas perfetto non vi sono azioni a distanza fra molecola a molecola, ciò nondimeno vi sarebbero fra atomo e atomo di una medesima molecola, e sarebbero in alcuni casi attrattive, in altri repulsive.

Studi petrografici sul Lazio per il socio corr. G. STRUEVER

PARTE PRIMA

letta nella seduta del 3 dicembre 1876.

L'uso del microscopio nelle ricerche petrografiche ha fatto fare grandi progresssi a questa importante parte della geologia: molte idee erronee sulla composizione mineralogica delle roccie furono modificate; parecchi minerali che si credevano limitati ad alcuni pochi luoghi si svelarono come elementi essenziali di numerose roccie sparse in tutte le parti della terra; la struttura microscopica dei minerali costituenti le roccie, e il modo in cui sono associati gli uni agli altri, gettarono molta luce sulla origine delle roccie stesse. E questi già importanti risultati aumenteranno di certo, quando saranno più perfezionati i metodi d'indagare la natura degli oggetti visibili al microscopio nelle sottili sezioni che si sogliono fare delle roccie per renderle sufficientemente trasparenti e atte alle osservazioni microscopiche.

I naturalisti che, in questi ultimi 15 anni, si dedicarono allo studio della micromineralogia e microgeologia, rivolsero a preferenza la loro attenzione alle roccie vulcaniche moderne, poichè queste, a motivo della loro minore età geologica, hanno generalmente subíto l'influenza modificatrice dell'acqua e degli altri agenti tellurici assai meno delle roccie cristalline più antiche. Gran numero di regioni vulcaniche fornirono il materiale per siffatti studî, ma tanto più deve sorprendere la scarsezza di ricerche microscopiche riguardanti le roccie dei due più estesi distretti vulcanici d'Italia, voglio dire della Sardegna e di quell'ampio tratto di paese, coperto di prodotti vulcanici, che dalla frontiera toscana si estende, sul versante tirreno degli Appennini, fino quasi al confine napoletano. Eppure esistono in Sardegna, oltre a crateri basaltici spenti, vaste regioni occupate da veri basalti e da trachiti che mostrano quasi tutta la lunga serie di varietà, dalle più ricche di silice alle più basiche, dalle più cristalline alle vitree, la cui esistenza fu constatata in Ungheria ed in altre contrade trachitiche. Nè meno svariata è la serie delle roccie vulcaniche che troviamo nel secondo distretto accennato. Ma, ciò non ostante, se togliamo i lavori del *vom Rath* (1), sui quali avremo più volte occasione di ritornare, e alcune notizie date da altri sulla costituzione delle lave di Capo di Bove e Vallerano (2) presso Roma, poco

(1) *G. vom Rath.* Mineralogisch-geognostische Fragmente aus Italien. Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Vol. XVIII. 1866. p. 510-642. Vol. XX. 1868. p. 265-307.

(2) *F. Zirkel.* Ueber die mikroskopische Structur der Leucite und die Zusammensetzung leucitführender Gesteine. Zeitschrift d. d. geol. Ges. Vol. XX. 1868. p. 97.

id. id. — Untersuchungen über die mikroskopische Zusammensetzung und Structur der Basaltgesteine. Bonn, 1870. 8.° ecc. ecc.

o nulla si fece sinora per la microgeologia di questa vasta regione. Le ricerche che seguono, sono dirette a riempire, in parte almeno, questa lacuna. Incomincio dal gruppo vulcanico meglio conservato e meglio conosciuto della regione Romana, cioè dal gruppo laziale.

1. Roccie erratiche del Tavolato.

Nei tufi vulcanici dei dintorni dell' osteria del Tavolato, posta a 5 chilometri circa fuori di Porta S. Giovanni, sulla via Appia nuova, s'incontrano massi erratici di lave che, per la loro composizione mineralogica, differiscono essenzialmente dalle lave laziali che troviamo in posto, sia sotto forma di banchi come di correnti. In fatti, mentre le lave colate dai crateri dei Monti Albani sono essenzialmente basalti leucitici o basalti leucitico-nefelitici, nè contengono, fra i loro componenti essenziali e costanti, il feldspato, i cennati massi erratici si mostrano ricchi di quest'ultimo minerale, e si avvicinano, sotto questo aspetto, maggiormente alle lave del Vesuvio, di Pofi presso Frosinone, di Bracciano ecc. [1].

Sono sovrattutto due di quelle roccie erratiche che meritano una speciale descrizione, cioè una lava compatta grigio-chiara a grosse leuciti e numerosi cristallini e granelli di hauynite, e una lava grigio-scura assai porosa, contenente nella sua pasta grossi cristalli di pirosseno e di leucite.

a) *Roccia hauynifera.*

Questa lava del Tavolato, di già menzionata dal *Brocchi* [2], è assai interessante per il grande numero di minerali che la costituiscono, e per l'analogia che presenta con certe roccie dei distretti vulcanici di Laach e del Kaiserstuhl in Germania.

[1] Nei preparati di una lava leucitica compatta di Bracciano, raccolta dal *Riccioli*, si osservano oltre ai minerali ordinarii dei basalti leucitici, numerosi e talvolta voluminosi cristalli di plagioclasio. Le lave di Pofi presso Frosinone, oltre alla leucite, il pirosseno, la magnetite ecc. contengono ancora ragguardevole quantità di geminati di feldspato, forse in gran parte triclino.

Ultimamente comparve, nel Boll. del R. Com. Geol. d'Italia, 1876, fasc. 9-10, p. 360 e seguenti, una memoria dell'ingegnere *P. Zezi*, intitolata: « Osservazioni geologiche fatte nei dintorni di Ferentino e di Frosinone nella provincia di Roma ». A pag. 384, l'autore, parlando del vulcano di Pofi, dice: « È rimarchevole la somiglianza dei prodotti di questo vulcano, *eccezione fatta dalla lava che non è amfigenica*, con quelli del vulcano laziale; ecc. ». A pag. 385-86, si aggiunge: « In quanto alle lave resta poi constatato che esse sono tutte di una composizione uniforme, ricche di pirosseni e prive di feldispati e di leuciti, e questo vale tanto per i tre vulcani principali che hanno emesso torrenti di lava, quanto per i due minori che la lava offrono in piccoli frammenti incastrati entro i peperini ».

Dal lavoro non risulta quali metodi di osservazione l'autore abbia adoperati per venire in queste strane conclusioni, ma evidentemente egli si è contentato di guardare i suoi campioni ad occhio nudo o tutt'al più coll' aiuto della lente semplice. Se invece l'autore si fosse servito del microscopio, strumento ormai indispensabile per gli studii petrografici, certamente sarebbe arrivato a resultati assai diversi. Il fatto si è che le lave degli Ernici che finora ho potuto esaminare al microscopio, contengono tutte gran quantità di amfigene, non escluse le lave di Pofi, le quali, come sopra fu detto, sono ricche anche di feldspato. Del resto, anche ad occhio nudo si scuopre facilmente l'amfigene nelle lave e nei tufi degli Ernici.

[2] Catalogo ragionato di una raccolta di roccie disposto con ordine geografico per servire alla geognosia dell'Italia. Milano, 1817, 8° p. 29.

Ad occhio nudo si distinguono, entro una pasta grigio-cenerognola, grossi cristalli di leucite che non di rado hanno un diametro di 2-3 centimetri, numerosi granelli e cristalli di pirosseno e di hauynite azzurra, più raramente laminette di biotite bruna, lamelle di feldspato incolore, cristalli di melanite, grani di olivina, e piccole masserelle irregolari di pirrotite.

Talvolta si osserva come i grossi cristalli di leucite non riempiono più perfettamente lo spazio lasciato dalla loro impronta, ma sono in parte staccati dalla pasta che li racchiude, fenomeno già da lungo tempo osservato nei leucitofiri di altre località, come a. e. di Borghetto. Assai sovente queste leuciti contengono melanite, pirosseno e hauynite, visibili ad occhio nudo.

Al microscopio si vede che la pasta grigia della roccia è essenzialmente composta di feldspato monoclino in piccoli gemelli, leucite, pirosseno verde-bottiglia e bruno-chiaro, e magnetite talvolta parzialmente trasformata in ossido di ferro rosso-bruno (limonite ?). Entro questa pasta sono sparsi: grossi cristalli di leucite; sanidino in grossi individui semplici e geminati, nei quali s'interpongono qualche volta lamelle di plagioclasio; hauynite in cristalli regolari e frammenti; pirosseno in cristalli e frammenti giallo-bruni e verdi; melanite bruna in cristalli, e alcuni grossi grani di magnetite. Sovrattutto nel pirosseno si osservano sovente prismetti e sezioni esagone di apatite. I minerali meno costanti, ossia più rari, sono la biotite e l'olivina. Sono adunque non meno di undici minerali che costituiscono la nostra roccia.

La grande analogia che essa presenta con certe roccie di Germania, raggruppate dallo *Zirkel* [1] sotto la comune denominazione di « Leucit - Nephelin - Sanidin - Gesteine », mi fece attentamente ricercare la nefelite. Vi sono, in fatti, nei miei preparati alcune sezioni rettangolari, che avendo le loro direzioni di estinzione massima parallele ai lati, si potrebbero, a prima vista, ritenere per nefelite. Trattando però un preparato per più di mezz'ora coll'acido cloridrico caldo, tali sezioni non cambiano punto aspetto, mentre le lamine di nefelite, per pochi minuti soltanto trattate nel medesimo modo, rimangono opache e profondamente corrose, come studî comparativi appositamente istituiti mi hanno dimostrato. Di più, non si vedono nei miei preparati le sezioni esagone incolori che difficilmente mancherebbero, se vi fosse presente la nefelite in cristalli. Credo perciò che le sezioni in discorso appartengano a cristalli semplici di feldspato, i quali, tagliati in una direzione parallela all'asse normale al piano di simmetria, devono presentare le medesime proprietà ottiche sovramenzionate. In ogni caso, la nefelite non potrebbe essere abbondante nella nostra roccia, la quale in piccola parte soltanto gelatinizza cogli acidi, a motivo della hauynite che contiene.

La leucite racchiude cristallini e frammenti di augite, hauynite ecc., ma quasi mai regolarmente disposti, come ciò accade per le leuciti di tanti altri luoghi, anche dello stesso Lazio. Quella struttura polisintetica invece che è tanto caratteristica per questo minerale, si svela in modo distinto sia nella luce bianca, sia nella luce omogenea. Trattando la leucite per pochi minuti coll'acido cloridrico caldo, non bollente, essa acquista l'aspetto affatto caratteristico di un musaico composto di frammenti

[1] *F. Zirkel.* Die mikroskopische Beschaffenheit der Mineralien und Gesteine. Leipzig, 1873. 8° p. 397.

tondeggianti, prodotto apparentemente da vene che in tutti i sensi s'incrocicchiano. Tutte le leuciti sinora da me studiate, e sono numerosissime e provenienti da molti luoghi diversi d'Italia, si comportano a questo modo, mentre nessun altro minerale incolore che fa parte delle medesime roccie, svela un fenomeno identico, il quale potrebbe forse servire per la distinzione della leucite, qualora gli altri caratteri facessero difetto.

Il pirosseno dei miei preparati presenta fenomeni che credo di dover esporre dettagliatamente. Nella roccia hauynifera del Tavolato sono racchiusi numerosi cristalli macroscopici di augite che con tutta certezza si riconoscono come tali, mentre non vi si scorge macroscopicamente traccia di amfibolo. Molti di questi cristalli svelano perfettissima sfaldatura secondo le faccie del prisma (110). In sezioni sottili essi diventano trasparenti con color giallo, giallo-verde, verde-bottiglia, bruno, e mostrano ora dicroismo distintissimo al pari dell'amfibolo, ora dicroismo meno sensibile, ora sono apparentemente affatto prive di dicroismo. Chi, fidandosi troppo delle regole generalmente seguite per la distinzione dell'amfibolo e del pirosseno, esaminasse tali sezioni al microscopio, senza prima aver studiato la roccia macroscopicamente, prenderebbe parte di esse per amfibolo. Tuttavia non vi può essere il menomo dubbio che si tratta invece di pirosseno perfettamente sfaldabile e distintamente dicroico. Per escludere ogni sospetto che nello studio macroscopico l'amfibolo mi fosse sfuggito, volli esaminare gran numero di cristalli sciolti di augite, raccolti in molti punti diversi del Lazio. Il *Tschermak*, nella sua memoria « Ueber Pyroxen und Amphibol » (Min. Mittheil. Heft. 1. 1871), fa di già menzione di cristalli di augite nera di Frascati, nei quali ravvisò sensibile policroismo. Tutti quanti i cristalli del Lazio che ho esaminati, si comportano nel medesimo modo. Tagliati in diversi sensi, essi riproducono esattamente la serie dei colori e i fenomeni policroici osservati nelle sezioni sottili della roccia hauynifera del Tavolato. E questa non è la sola roccia del Lazio i cui pirosseni si comportino analogamente. Li stessi fatti si osservano nell'altra roccia erratica del Tavolato qui sotto descritta, come anche nelle lave grigie basaltine in posto. E osservando attentamente i cristalli microscopici, si vede che ancor essi ripetono i medesimi fenomeni. La perfetta sfaldatura adunque e il distinto dicroismo per se soli non servono, almeno nel Lazio, per distinguere augite e amfibolo. Rimane l'orientazione degli assi di elasticità massima e minima rispetto allo spigolo [001] (¹). Ma se questa può molte volte servire per constatare la presenza del pirosseno, difficilmente basterà per escludere la presenza dell'amfibolo. E se credo che l'amfibolo manca nelle roccie del Lazio come componente essenziale, vi sono indotto sovrattutto dalla mancanza in esse di questo minerale allo stato macroscopico. In fatti, non trovai l'amfibolo macroscopico che negli aggregati minerali erratici, ed una sola volta entro una geode di lava basaltina grigia, in cristallini regolarmente impiantati su cristalli di augite.

Il feldspato trovasi tanto in individui microscopici che costituiscono parte ragguardevole della pasta grigia, quanto in cristalli macroscopici sparsi entro la massa

(¹) *Tschermak*, nella memoria sovracitata, fa menzione di sottili prismetti di amfibolo racchiusi dall' augite di Frascati, ma questa osservazione certamente non dimostra la presenza dell'amfibolo come componente essenziale nelle lave laziali.

della roccia. Le sezioni microscopiche, le quali si mostrano costantemente composte di due soli individui, spettano con molta probabilità al sanidino; le sezioni più larghe, visibili ad occhio nudo o colla lente nei preparati, sono ancor esse in gran parte di sanidino, ma non vi manca interamente il plagioclasio.

La hauynite (o noseanite?) è in granelli o cristalli, i quali in sottili sezioni presentano contorni irregolari ovvero quadrati, esagoni ecc. più o meno regolari. Il colore del minerale è di un bell'azzurro, sovente più intenso, quasi nero, verso i contorni. Trattate, per poco tempo soltanto, coll'acido cloridrico caldo, le sezioni di hauynite si scolorano e si scompongono poi perfettamente, lasciando la silice allo stato gelatinoso. Esse racchiudono, oltre a pirosseno e leucite, bollicine di gaz, sferoidi di una sostanza vitrea bruna, e sovrattutto, benchè non sempre, corpuscoli opachi a contorni ora esagonali, ora quadrati, ora allungati, analoghi a quelli che il *Rosenbusch* descrive nella noseanite, a pag. 179 della sua « Mikroskopische Physiographie ». Alcuni di questi corpuscoli, fortemente ingranditi e illuminati, sembra diventino traslucidi con color bruno, senza però agire sulla luce polarizzata. Talora essi occupano la parte centrale dell' individuo di hauynite, in altri casi invece costituiscono delle zone circolari o ellittiche che lasciano libere le parti centrale ed esterna del cristallo. Questa diversità forse si spiega ammettendo che i corpuscoli formino delle zone sferoidali o ellissoidali nei cristalli, lasciando liberi il centro e la parte esterna. Secondo che la sezione attraversa tutte e tre le zone, centrale cioè, media, e esterna, ovvero soltanto quella esterna, ovvero l'esterna e la media, si hanno così sezioni a tre zone, l'intermedia ripiena di corpuscoli, sezioni prive di corpuscoli, o sezioni colla sola parte centrale ripiena di corpuscoli. In parecchie delle sezioni di hauynite si osservano, o nella zona esterna, ovvero anche in tutta la massa, sistemi di sottili bastoncini neri, qualche volta curvi, incrociantisi ordinariamente ad angolo retto.

Non essendovi ancora analisi chimica dei cristalli azzurri, resta dubbio, se si debbano ritenere per hauynite, ovvero considerarsi piuttosto come noseanite azzurra. Il loro aspetto freschissimo parlerebbe forse più in favore della prima ipotesi, che cioè siano hauynite.

La melanite è talora in grossi rombododecaedri macroscopici, ma non di rado anche in individui di dimensioni microscopiche. Nei grossi cristalli si osserva la medesima struttura concentrica della melanite che si trova allo stato sciolto negli strati di lapilli, di ceneri e di peperino dei Monti Albani.

La biotite bruna s'incontra in taluni campioni della roccia in lamine anche larghe e frequenti, in altri invece manca affatto allo stato macroscopico. Anche nella pasta grigia se ne osserva coll'aiuto del microscopio, ma è sempre rara. E più rara ancora è l'olivina.

Perfettamente analoga a questa roccia del Tavolato è un masso erratico che trovai negli strati di pozzolana tagliati dalla strada carrozzabile, la quale dal ponte degli Squarciatelli presso Grottaferrata conduce a Rocca di Papa. L'unica differenza che vi si osserva, è una incrostazione calcarea che penetra anche nell'interno del masso e si svela altresì al microscopio.

b) *Lava porosa di color grigio-scuro.*

Un' altra roccia erratica de' tufi del Tavolato che merita la nostra attenzione, è una lava di color grigio-scuro, porosa, contenente nella sua pasta, visibili ad occhio nudo, grosse leuciti, cristalli di pirosseno verde talvolta perfetti, e grani di olivina gialla. Qua e là si scorge della biotite bruna a larghe lamine, e qualche grano di magnetite.

Al microscopio, in sezioni sottili, la pasta grigia si mostra composta di leucite, pirosseno e magnetite, quest'ultima non di rado parzialmente trasformata in limonite. Entro questa massa sono sparsi grossi cristalli di leucite, di feldspato monoclino e plagioclasio, di pirosseno e di olivina, e grossi grani di magnetite. La leucite presenta tanto nei piccoli individui che fanno parte della pasta, quanto nei grossi cristalli macroscopici, la più bella struttura polisintetica, e racchiude cristallini e frammenti di pirosseno, laminette di biotite ecc. Non di rado si osservano nella sua massa stupende dendriti, i cui ramoscelli s'incontrano sempre, o almeno il più sovente, sotto angoli ben determinati, di 60° cioè e di 90°. Tali dendriti sono trasparenti con color bruno-rossastro, e spettano forse all'ossido di ferro idrato. Non pare che agiscano, in modo sensibile, sulla luce polarizzata.

Il pirosseno di questa lava presenta fenomeni perfettamente analoghi a quelli sopra descritti nella roccia haüynifera. Vi sono individui a perfettissima sfaldatura, e altri distintamente policroici, al pari dell'amfibolo. Che non si tratta però di quest'ultimo minerale, è dimostrato anche dal valore degli angoli che le direzioni di massima estinzione formano colle traccie della sfaldatura negli individui tagliati approssimativamente in un senso parallelo agli spigoli del prisma (110). Parecchi fra i cristalli di pirosseno sono dotati di bella struttura concentrica, indicata da una alternanza di strati regolari diversamente colorati. Non sono rari cristalli geminati, ora composti di due soli individui ora polisintetici.

Il feldspato è piuttosto abbondante, e in parte monoclino, in parte plagioclasio. Forse dovranno ritenersi per sanidino tagliato parallelamente all'asse normale al piano di simmetria anche le sezioni incolori, rettangolari, orientate, inattaccabili dall'acido cloridrico, che si vedono nei miei preparati, benchè il loro numero relativamente grande non sia guari favorevole a questa ipotesi. Certamente non possono essere di nefelite la quale non resisterebbe all'azione dell'acido. Si potrebbe pensare alla mizzonite, ma la presenza di questo minerale nelle roccie leucitiche non fu sinora avvertita, per quanto mi sappia, ovvero allo zircone, il quale fu scoperto dall' *Uzielli* nelle sabbie magnetiche di Porto d'Anzio; però anche quest'ultimo minerale parrebbe escluso dalla mancanza di ogni colorazione (i zirconi di Porto d'Anzio sono di tinta brunastra o violetta) e dal fatto che le sezioni non presentano contorni netti che lateralmente, mentre i zirconi summentovati sono in cristalli perfetti.

L' olivina è quasi affatto incolore in sezioni sottili; i suoi cristalli sono circondati da uno straticello bruno-nerastro.

L'apatite si vede più distintamente nei cristalli di pirosseno.

La biotite sembra assai rara in individui microscopici.

Da quanto abbiamo sopra esposto risulta che nei tufi del Tavolato, ritenuti sottomarini dal prof. *Ponzi*, esistono massi erratici di lave, le quali, per la gran quantità di feldspato che contengono, e per altri caratteri, differiscono essenzialmente da quelle dovute indubbiamente al vulcano laziale subaereo ancor così bene conservato. E se nelle lave colate dai crateri del Lazio si trova talvolta un minerale che credo doversi ritenere per feldspato, ciò non toglie la differenza essenziale che esiste fra esse e le lave erratiche sovra descritte. Anche volendo fare astrazione dal fatto che sinora nessuno ha trovato in posto, nei monti albani e tusculani, roccie identiche a quelle erratiche del Tavolato, non pare ammissibile che queste ultime, le quali hanno talora considerevoli dimensioni, siano state lanciate fuori dai crateri ancora visibili del Lazio, posti alla distanza di almeno 12 chilometri dal Tavolato, o che siano state trasportate nella loro attuale posizione dalle acque scendenti dai monti laziali, ipotesi che viene esclusa dalla orizzontalità degli strati di tufo che racchiudono i massi erratici. E tanto meno si vorrà credere che i massi siano venuti da altra delle bocche vulcaniche ancora distintamente conservate della provincia di Roma, dai vulcani degli Ernici ad e. o da quelli di Bracciano, assai più lontani dal Tavolato dei crateri laziali. Tutto sommato, mi sembra di dover supporre che, anche prima del periodo eruttivo cui si deve la formazione dei monti albani e tusculani, vi ebbe nella contrada in discorso una epoca di attività vulcanica, le cui bocche non più visibili hanno eruttato i materiali dei tufi e i massi erratici del Tavolato. I prodotti di tali eruzioni si estendono al di sotto dei crateri laziali, come pare dimostrato dal rinvenimento di massi staccati, identici alla roccia hauynifera e consimili al tufo del Tavolato, negli strati del ponte degli Squarciatelli e di altre località del Lazio, dovuti evidentemente all'azione del vulcano subaereo. E queste conclusioni vanno di accordo con quanto il prof. *Ponzi* ebbe più volte a esporre sulle relazioni che passano tra i tufi della Campagna e i prodotti del grande vulcano laziale. La presenza della melanite nella roccia hauynifera del Tavolato, od in altri termini, nelle roccie dovute a questo più antico periodo vulcanico, spiegherebbe anche la provenienza dei cristalli sciolti di melanite che troviamo negli strati subaerei di lapillo, di peperino, di tufo, ma non come componente delle lave in posto.

2. La lava *Sperone*.

Sotto il nome di *sperone* si distingue nel Lazio una lava porosa, spesso scoriacea, di color grigio-giallastro o brunastro, la quale cede allo scalpello e si osserva, sovente in potenti banchi, in molti punti del sistema vulcanico illustrato sovrattutto dai lavori del *Ponzi*. Nello *sperone* della cima del Tusculo presso Frascati, lo stesso *Ponzi* e lo *Spada* [1] scoprirono, or sono più di trent'anni, numerosi cristallini di granato

[1] Sopra alcune specie minerali non in prima osservate nello stato Pontificio. Lettera di Mons. Lavinio de' Medici-Spada al prof. A. Scacchi. Vedi *C. Palomba*. Raccolta di lettere ed altri scritti intorno alla fisica ed alle matematiche. Anno 1.° Roma, 1845, 8.° p. 114-120.

« *Granato*. Un fatto noterò che mi pare nuovo, cioè che il granato tra noi costituisce intiere e bastevolmente grandi rupi. Quelle lave volgarmente chiamate *Sperone*, e che sbucano in varie parti dei Monti Laziali, ma che più abbondevoli si diramano pel Tusculo, sono secondo le comuni osservazioni mie e del professor *Ponzi* intieramente composte di granato amorfo, che, dove lo spazio

giallo-rossastro o giallo-ranciato, i quali prendono parte essenziale alla costituzione della roccia. Più tardi, il *vom Rath* (¹) sottopose all'analisi chimica e allo studio microscopico lo *sperone* del Tusculo. Dai resultati dei suoi studî l'autore conclude che lo *sperone* è essenzialmente composto di « piccoli granellini di leucite incolore e di granellini ancora più piccoli di granato bruno-giallastro ». « Oltre a questi minerali», aggiunge il *vom Rath*, « sono presenti augite, magnetite e, secondo i resultati dell'analisi, probabilmente nefelite e hauynite ». La presenza della nefelite si deduce dal fatto, che la roccia, benchè in piccola parte soltanto, gelatinizza cogli acidi, e dalla ragguardevole quantità di soda svelata dall'analisi; la presenza della hauynite sarebbe dimostrata dall'acido solforico che la roccia contiene. È però da notarsi che l'autore non potè constatare al microscopio la presenza dei due ultimi minerali. Quanto alla giacitura dello *sperone*, il *vom Rath* dice che la roccia costituisce le alture Tusculane e, forse, la massa principale dell'intero sistema vulcanico.

Ho studiato, tanto in posto, quanto in sezioni sottili al microscopio, lo *sperone* proveniente da parecchi punti del Lazio; e benchè le mie ricerche non siano estese a tutte le località ove incontriamo la roccia, credo tuttavia che i resultati ottenuti sono generali, poichè raccolsi i campioni esaminati al microscopio in diversi luoghi del cratere esterno come di quello interno.

Furono sottoposti all' esame microscopico gli *speroni* provenienti dalle seguenti località:

Cratere esterno

1. Cima del Tusculo, cava aperta sotto la croce.
2. Cava aperta di recente nella villa Lancellotti, a sinistra della strada che da Frascati conduce al Tusculo.
3. Camaldoli, sotto la Rufinella (campioni raccolti dallo *Spada*).
4. Valle della Molara, al piede del versante interno del grande cratere, tra il Tusculo e S. Silvestro.
5. Monte Compatri, versante esterno del grande cratere.
6. Strada da Rocca Priora alla Molara, al piede del versante interno del gran cratere.

Cratere interno

7. Cima di Monte Pila.
8. Cima di Monte Cavo.
9. Madonna del Tufo.
10. Versante esterno di Monte Cavo, tra la cima di questo e Palazzola.

Nello studio microscopico dello *sperone*, come di tutte le roccie del Lazio, mi sono servito di preferenza della luce omogenea, ottenuta mediante la lamina di quarzo

concesse alla materia di obbedire alle leggi di simetria si manifesta in nitidi e chiarissimi X^llini^. Ecco questo fatto con una certa compiacenza, perchè, torno a ripeterlo, per quanto da lunghi anni procuri d'andar conoscendo quanto intorno a' Vulcani è stato scritto, giammai mi è accaduto di vedere fatta menzione di simili eruzioni granatifere; ma tanto questa, quanto ogni altra cosa qui discorsa verrà meglio, e colla debita estensione dichiarata nella nostra descrizione del Lazio. »

(¹) Mineralogisch-geognostische Fragmente aus Italien. Erster Theil. II. Das Albaner Gebirge. Zeitschrift der deutschen geol. Gesellschaft. XVIII Band. 3tes Heft. p. 518-561. Berlin, 1866. 8.°

proposta dal *Klein*. Introducendo la lamina nello strumento sopra l'obbiettivo, e orientando il *nicol* analizzatore in modo da ottenere la tinta sensibile violetta, si distinguono i singoli minerali componenti lo *sperone* con assai maggiore certezza che adoperando la luce ordinaria bianca.

Sovrattutto per la distinzione del granato e del pirosseno, i quali nella luce bianca sono di un color giallo poco diverso, la lamina di quarzo riesce di grande aiuto e credo che dipenda appunto dalla mancanza di questo ingegnoso apparecchio, se il *vom Rath* nella sua descrizione dello *sperone* del Tusculo mette il granato fra i componenti principali, mentre considera poi il pirosseno, dirò così, come accessorio, al punto di non tenerne conto nella discussione della analisi da lui eseguita. Osservando nella luce violetta, e girando il preparato, si vede come il granato diventa di una bella tinta bruno-rossastra che non cambia, mentre il pirosseno muta continuamente colore e non diventa bruno, se non quando le sue direzioni di massima estinzione coincidono colle sezioni principali dello strumento, poichè soltanto in questo caso vi ha combinazione della tinta violetta col color giallo del minerale. Anche nella luce bianca si viene a distinguere i due minerali, ma certamente assai meno bene. V' ha un terzo minerale giallo nello *sperone*, la biotite, la quale si distingue al microscopio per il suo distinto dicroismo e per la sua perfetta sfaldatura ; ma anche per questa specie minerale l'osservazione nella luce violetta dà caratteri assai distinti. Nel caso, del resto abbastanza raro, in cui la sezione è parallela alla sfaldatura della biotite, essa diventa bruna come il granato, e non cangia colore, girando il preparato; quando invece la sezione è sensibilmente inclinata sui piani di sfaldatura, la biotite muta colore; essa diventa violetta nella posizione nella quale, alla luce bianca polarizzata, sarebbe quasi incolore, e bruna, come il granato, quando nella luce bianca polarizzata presenterebbe la sua tinta più scura. Caratteri non meno distinti presentano nella luce violetta i minerali dello *sperone* i quali diventano incolori, o quasi, in sezioni sottili. La leucite, astrazione fatta dalla sua struttura polisintetica, la quale si svela quasi altrettanto bene come nella luce bianca e a nicol incrociati, appare costantemente violetta ; la nefelite presenta tinte a preferenza gialle e azzurre, salvo nel caso in cui le sue sezioni principali coincidono con quelle dello strumento; l'olivina mostra colori verdi e rossi, salvo sempre il caso accennato, in cui diventa violetta come la nefelite.

Vediamo ora i resultati ottenuti dalle sezioni dello *sperone* di ciascuna delle località sovra indicate. Incomincio dallo *sperone* del Tusculo, il quale fu già studiato dal *vom Rath*. Ad occhio nudo, e meglio coll'aiuto della lente, si distinguono, massime nei campioni esposti per lungo tempo agli agenti atmosferici, la leucite, il pirosseno, il granato, la biotite, la nefelite. La leucite è talvolta in grossi grani e frammenti di cristalli, ma generalmente in cristallini tondeggianti, che spesso hanno 1^{mm} di diametro e sono alquanto decomposti e farinosi alla superficie. Il granato bruno-giallastro presenta la forma del rombododecaedro e, forse più sovente, la combinazione del rombododecaedro coll'icositetraedro (211). Nelle piccole geodi della roccia, i cristallini di granato hanno fino ad 1^{mm} di diametro, ma generalmente sono assai meno voluminosi. Il pirosseno si trova qua e là in cristalli di parecchi millimetri di diametro, di color verde-scuro tirante al giallo. La biotite s'incontra in numerosi cristallini, del diametro di un millimetro circa, e di un bel color giallo-rossastro, sia

nelle geodi, sia sparsa nella massa compatta della roccia. La presenza della biotite non fu accennata dal *vom Rath*; il *Gmelin* invece indica la mica nello *sperone* fino dal 1814. In taluni campioni si scorgono distintamente prismetti esagono-regolari, bianchi, opachi, alquanto decomposti, di nefelite, ma sono assai rari.

Al microscopio si vede che lo *sperone* del Tusculo è essenzialmente costituito da leucite incolore, pirosseno giallo-verdastro, granato giallo-brunastro, biotite giallo-bruna fortemente dicroica, e magnetite, ai quali minerali si aggiunge qua e là un po' di nefelite. La leucite racchiude sovente quei lunghi e sottili prismetti apparentemente incolori già menzionati dal *vom Rath*, il quale li vorrebbe considerare come apatite. Ma il loro modo di comportarsi nella luce polarizzata non va d'accordo con questa ipotesi. Credo essere quasi certo che si tratta invece di pirosseno, col quale vanno d'accordo le proprietà ottiche e la leggiera tinta gialla che si osserva in parecchi di questi prismetti alquanto meno sottili. In molti cristalli di leucite si vedono poi frammenti e cristallini più grossi dello stesso pirosseno giallo che entra nella costituzione della roccia, e tali pirosseni microscopici sono disposti non di rado in strati concentrici, come avviene così frequentemente nella leucite di altre roccie basaltiche.

Lo *sperone* della nuova cava aperta nella villa Lancellotti, alla Rufinella presso Frascati, differisce da quello del Tusculo per il suo colore più scuro e per maggiore compattezza. Ma al microscopio le sezioni che ne feci mostrano quasi la medesima composizione, con questa differenza che vi è maggiore quantità di magnetite, e che la nefelite vi si scuopre più facilmente, benchè sia ancor qui assai scarsa. Qua e là si osservano poi nei miei preparati sezioni di un minerale incolore, in gran parte decomposto e reso bianco-opaco, il quale si comporta, nelle parti ancora trasparenti, come una sostanza monorifrangente, senza svelare la struttura così caratteristica della leucite. Essendo tutte le sezioni che indubbiamente spettano alla leucite, perfettamente trasparenti e inalterate, diventa forse probabile che si tratti in questo caso di noseanite o hauynite incolore. La presenza di questo minerale nello *sperone* dei monti del Tusculo spiegherebbe anche l'acido solforico che il *vom Rath* trovò nello *sperone* della cima del Tusculo, benchè nè questo autore nè io abbiamo potuto rintracciare la hauynite o noseanite in quest' ultima varietà.

Uno *sperone* ancora molto analogo, per composizione mineralogica, a quello della cima del Tusculo, si trova a Camaldoli, sotto la Rufinella, Il campione che servì allo studio microscopico proviene dalla collezione Spada. È una roccia di color bruno-giallognolo, e molto porosa. Nelle sezioni sottili si vede molta leucite, molto pirosseno giallo, abbondanza di granato giallo-bruno, minor quantità di biotite e di magnetite, e pochissima nefelite.

Più notevole differenza dallo *sperone* del Tusculo svela una varietà che raccolsi nella valle della Molara, al piede del monte la cui cima si trova circa a metà strada tra il Tusculo e il convento di S. Silvestro. Distintamente si osserva come questo *sperone* passa in profondità alla lava grigia ordinaria del Lazio. La roccia si mostra essenzialmente composta di leucite e di pirosseno giallo, cui si aggiungono piccole quantità di biotite e di magnetite. Il granato vi è assai meno abbondante che negli *speroni* innanzi descritti, e più irregolarmente distribuito. Non potei, con certezza, constatare la presenza della nefelite.

La roccia che mi fece per la prima volta accorto della composizione tutt'altro che costante della lava *sperone*, è quella che si scava, su scala piuttosto vasta, vicino a Monte Compatri, nel vallone pel quale si passa onde recarsi dal paese nella valle della Molara, e sul versante esterno del gran cratere. Per il suo colore e per la sua porosità, la roccia si confonde collo *sperone* delle altre località sopra menzionate. Nella pasta gialla si vedono, ad occhio nudo, grani di leucite e di pirosseno giallo-verde, e nelle geodi cristallini neri di splendore metallico, la cui forma distintamente esagonale li fa ritenere per ematite. Le sezioni sottili, e ne feci parecchie sopra campioni diversi, dimostrano che la pasta della roccia è composta essenzialmente di leucite e di pirosseno giallo, cui si aggiunge un po' di biotite e di magnetite. Non vi è traccia di granato. Questo è adunque uno *sperone*, il quale dalla lava grigia differisce soltanto per la sua porosità e per la colorazione gialla del pirosseno.

Raccolsi un'altro *sperone* che decisamente passa alla lava basaltina grigia, al piede del gran cratere esterno, nella valle della Molara, laddove la strada carrozzabile da Rocca Priora a Frascati scende nella valle. È una roccia porosissima, quasi scoriacea, nella quale si vedono grosse leuciti e voluminosi cristalli di pirosseno giallo-verde. Al microscopio si osserva che la composizione di questo *sperone* è molto analoga a quella dell'altra varietà sopra descritta, raccolta nella valle della Molara. Il granato però vi è ancora meno frequente e più irregolarmente distribuito.

Passiamo ora agli *speroni* del cratere interno.

Le roccie che costituiscono la cima del Monte Pila, a N-E. di Rocca di Papa, sono per aspetto identiche agli *speroni*. Vi sono *speroni* più compatti, altri assai porosi e quasi scoriacei. Nella loro pasta giallo-bruna si vedono qua e là, ad occhio nudo, leuciti, pirosseni, e certe macchiette di color rosso-sanguigno, le quali si osservano altresì in molte lave basaltine grigie del Lazio, come in un banco di lava del Tusculo, a Monte Compatri ecc. Il prof. *P. Mantovani* descrisse tali masserelle sotto il nome di ialosiderite, ma le mie ricerche dimostrano che altro non sono che granelli e cristalli di olivina ordinaria, trasformati esternamente in un sottile straticello di sostanza rossa. Della roccia più compatta furono fatte parecchie sezioni, le quali tutte dimostrano che essa è composta essenzialmente di leucite e di pirosseno giallo, cui si aggiungono biotite, magnetite e olivina, qualche rara volta anche un po' di un minerale incolore che sembra nefelite. I cristalli di pirosseno più grossi svelano talora perfettissima sfaldatura. La roccia di Monte Pila ci dà il secondo esempio di uno *sperone* privo di granato. La varietà scoriacea del medesimo luogo diede li stessi resultati.

Dello *sperone* che forma alte rupi in cima a Monte Cavo, a sinistra di chi sale sulla antica via trionfale al convento, si fecero sezioni sottili sovra due campioni raccolti in diversi punti, ma poco distanti l'uno dall'altro. I due campioni si mostrano al microscopio assai diversamente costituiti. Nell'uno, oltre alla leucite e al pirosseno giallo che costituiscono la massa principale, si trova della nefelite (?) relativamente abbondante, della magnetite e un po' di biotite, ma non vi è quasi traccia di granato. Il secondo campione differisce dal primo per la comparsa del granato giallo, il quale però è poco frequente e a preferenza, quasi esclusivamente, si trova sulle pareti delle numerose geodette racchiuse dalla roccia. Qui adunque abbiamo nella

medesima rupe uno *sperone* privo affatto, o quasi, di granato, identico, salvo la colorazione del pirosseno giallo, alla lava basaltina grigia, e un altro *sperone* nel quale il granato incomincia a rendersi più frequente.

Simile a questo secondo *sperone* della cima di Monte Cavo è un' altra varietà, raccolta sul pendio esterno del monte verso Palazzola, a metà altezza circa tra questo convento e la cima, ma il granato vi è ancora meno frequente.

Finalmente furono sottoposti all'esame microscopico due campioni di *sperone* provenienti dalla Madonna del Tufo presso Rocca di Papa, sotto il Monte Cavo. Nelle sezioni sottili di questo *sperone* si osserva come alla leucite, al pirosseno giallo, alla magnetite, si aggiunge quantità ragguardevole di un minerale incolore che credo di dover considerare come sanidino, benchè io non sia riuscito a togliere ogni dubbio sulla sua natura. Alcune delle sezioni di questo minerale, il quale non è intaccato dall'acido cloridrico, presentansi composte di due individui geminati, altre sono semplici; e fra queste ultime v'ha un numero relativamente grande di sezioni orientate. In somma, nei preparati dello *sperone* della Madonna del Tufo si ripetono i fenomeni che più sopra ho descritti in una delle due roccie del Tavolato. Il granato manca anche qui interamente. Questo *sperone* presenta ancora l' interessante e, credo, anche importante fatto, che nella sua massa generalmente gialla o giallo-bruna si scorgono delle macchie di color grigio-cenerognolo, simili alla lava ordinaria, e passanti gradatamente alla pasta gialla.

Ricapitolando, le lave porose distinte nel Lazio col nome volgare di *sperone* non presentano una composizione costante, nè contengono sempre il granato, il quale invece ora manca affatto, ora è scarso, ora diventa più abbondante, anche in una medesima località.

Astrazione fatta dal granato, quando c'è, gli *speroni* svelano, nella loro composizione mineralogica, una sorprendente analogia colle lave basaltine grigie ordinarie del Lazio, le quali sono da considerarsi come basalti leucitici, costituiti essenzialmente da leucite, pirosseno e magnetite, variabili soltanto per la presenza o mancanza, per l' abbondanza o scarsezza, della nefelite, della biotite, dell'olivina. Non vi manca nemmeno interamente quel minerale incolore inattaccabile dall' acido cloridrico, che suppongo essere sanidino. La sola melilite non fu trovata sinora nello *sperone*, ma è da notarsi che questo minerale non è nemmeno reperibile nella maggior parte delle lave basaltine del Lazio. La colorazione gialla del pirosseno e, in molti casi la comparsa del granato, in quantità però variabilissima, sono gli unici caratteri mineralogici che distinguono li *speroni* dalle lave compatte. Questa analogia della composizione mineralogica si svela anche paragonando i resultati delle analisi sinora istituite, sullo *sperone* dal *vom Rath,* sulle lave grigie dal *Bunsen*, e qui sotto riportate.

1. *Sperone* del Tusculo (*vom Rath*), (1).
2. Lava di Frascati, sulla via del Tusculo. } *Bunsen* (2).
3. Lava di Capo di Bove. } *Bunsen* (2).
4. Lava di Rocca di Papa presso il Campo di Annibale. } *Bunsen* (2).
5. Lava del Lago di Nemi. } *Bunsen* (2).

(1) Loc. cit.

(2) *J. Roth.* Die Gesteins-analysen. Berlin. 1861, p. 67.

	1.	2.	3.	4.	5.
SiO_2	45.67	45,30	45.93	47.83	47,93
Al_2O_3	15.52	16.76	18.72	18.96	17.36
FeO	12.97	12.58	10.68	10.91	9.57
CaO	10.94	9.16	10.57	11.76	12.03
MgO	3.00	2.81	5.67	5.40	5.97
K_2O	5.91	6.18	6.83	3.33	5.32
Na_2O	5.21	2.26	1.68	2.02	3.73
SO_3	0.38	——	——	——	——
Perdita al fuoco	1.20	4.95	0.59	0.72	1.14
	100.80	100.00	100,67	100.93	103.05

La grande quantità di soda, trovata nello *sperone*, non si può attribuire tutta alla nefelite, poichè ci vorrebbe quasi il 30 % di questo minerale nella roccia, quantità che certamente non sarebbe sfuggita al microscopio.

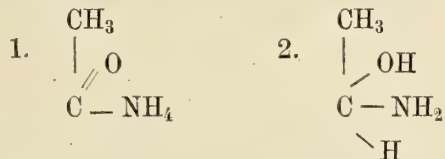
Se adunque dietro le osservazioni del *vom Rath*, istituite sulla sola varietà del Tusculo, lo *sperone* sembrava essere una roccia unica nel suo genere, per la sua strana composizione mineralogica, mi pare che le mie ricerche abbiano di molto scemata questa differenza tra lo *sperone* e le altre roccie vulcaniche del Lazio. Aggiungendo, a questa grande ed evidente analogia mineralogica e chimica dello *sperone* e della lava grigia compatta, la giacitura dello *sperone*, il quale s'incontra sempre superficialmente, benchè talvolta in potenti banchi, e non di rado si vede distintamente passare, in profondità, alla lava basaltina grigia, non si può a meno di concludere che lo *sperone* non è che una modificazione della stessa lava basaltina, forse dovuta all'azione dell'acido cloridrico, ipotesi che il prof. *Ponzi* ha altra volta messa innanzi nei suoi scritti sul Lazio. E non mancano nemmeno interamente esempî di roccie analoghe allo *sperone*. A tutti i mineralisti sono noti i campioni di lava leucitica del Monte Somma, nelle geodi dei quali, unitamente ad altri silicati, troviamo cristallini di granato giallo o bruno e di biotite giallo-bruna. Or bene, se si polverizza la pasta di questa lava, si vede non di rado che anche qui il pirosseno, in parte almeno, è di color giallo, precisamente come negli *speroni*. E, secondo le ricerche dello *Scacchi*, i silicati delle geodi della lava cennata si sarebbero appunto formati per sublimazione. Fo ancora notare che il prof. *J. Roth* di Berlino, durante il suo soggiorno a Roma, in quest'anno, mi fece sapere che egli stesso aveva osservato fatti analoghi a quelli da me narrati in qualche luogo del distretto vulcanico dell'Eifel in Germania. Spero che il dotto petrografo vorrà tosto rendere di pubblica ragione le sue interessanti indagini.

Intorno alla costituzione del cloralammonio, e dell'aldeidato d'ammonio. Nota del sig. ROBERTO SCHIFF, presentata dal socio CANNIZZARO

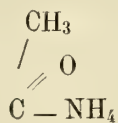
nella seduta del 4 febbrajo 1877.

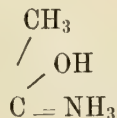
Negli ultimi tempi furono preparate molte basi organiche derivanti dall'ammonaldeide. U. Schiff preparò la serie delle ossialdine. Baeyer fece la sintesi della picolina e della collidina. U. Schiff finalmente riuscì a preparare una base avente la formola e quasi tutte le proprietà della coniina. Siccome il punto di partenza per la preparazione di tutti questi corpi è l'ammonaldeide, non si può farsi un concetto della loro costituzione senza conoscere prima quella dell'ammonaldeide stessa.

Vi sono due formole che fino ad ora furono adoperate dai chimici per rappresentare la costituzione di questo composto:

$$1.\quad \begin{array}{l} CH_3 \\ |\;/\!\!/ O \\ C - NH_4 \end{array} \qquad\qquad 2.\quad \begin{array}{l} CH_3 \\ |\;/ OH \\ C - NH_2 \\ \;\;\diagdown H \end{array}$$

N.° 1° non spiega in modo analogo alle altre formole dei prodotti di addizione dell'aldeide, l'addizione dell'ammoniaca al gruppo $C\begin{smallmatrix}=O\\-H\end{smallmatrix}$. Essa ammetterebbe che l'ossigeno non entrasse per niente nella reazione. Di più vi sarebbe un azoto pentavalente, ma l'ammonaldeide essendo destillabile senza decomposizione, la formola N.° 1°, secondo le nostre vedute teoretiche, non spiegherebbe bene questa proprietà.

Contro il N.° 2° non vi sono delle obbiezioni teoretiche da farsi, e credendolo perciò più atto ad esprimere la costituzione del corpo in questione, io, da molto tempo, feci degli sforzi per appoggiarlo con delle esperienze decisive. Per escludere intieramente la formola N. 1° bisognava anzitutto comprovare l'esistenza dell'idrossilo nell'ammonaldeide, giacchè per la semplice sua esistenza la presenza del gruppo NH_2 diventava indubitata; e questo perchè se anche noi possiamo immaginare la formola

$$\begin{array}{l} CH_3 \\ /\;/\!\!/ O \\ C - NH_4 \end{array}$$

non potremo mai ammettere questa

$$\begin{array}{l} CH_3 \\ /\;/ OH \\ C = NH_3 \end{array}$$

I mezzi ordinari per provare la presenza del gruppo OH non possono servire nel nostro caso, giacchè tanto il cloruro di acetilo, quanto l'anidride acetica, quanto anche il percloruro di fosforo decompongono immediatamente l'ammonaldeide. Dovevasi perciò cercare un'altra via per arrivare allo scopo prefisso.

Risulta dai lavori di Zorn che dei composti facilmente decomponibili derivanti dall'ammoniaca acquistano molto maggiore stabilità, quando uno o più atomi d'idrogeno legati al carbonio, siano sostituiti da cloro. Questo fatto mi spinse a ricercare quale fosse la natura chimica del cloralammonio, sperando di trovare in lui un corpo più stabile. Le mie speranze non riuscirono vane.

Non vi è dubbio che il cloralammonio per la prima volta preparato da Staedeler sia interamente paragonabile all'ammonaldeide, e ciò per le seguenti ragioni.

Il cloralio è dell'aldeide triclorurata, giacchè Personne mediante l'idrogeno nascente lo trasformò in aldeide, e Pinner fece la sostituzione inversa preparando del cloralio per l'azione del cloro sull'aldeide.

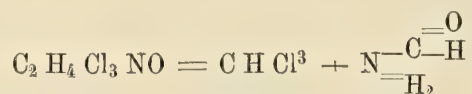
Nelle sue reazioni il cloralammonio è perfettamente analogo all'ammonaldeide. Si forma dai suoi componenti per addizione diretta, coll'idrogeno solforato dà un corpo analogo alla tialdina e, come io mi sono assicurato, il solfuro di carbonio vi si combina generando una combinazione paragonabile alla carbotialdina di Liebig e Redtenbacher.

Se dunque mi fosse possibile di schiarire il meccanesimo dell'addizione dell'ammoniaca al cloralio, io mi crederei in diritto di ammettere un meccanesimo analogo anche nella formazione dell'ammonaldeide.

Preparazione del cloralammonio. — Questa combinazione, come già dissi, fu ottenuta per la prima volta da Staedeler, il quale però non fece altro che accennare alla sua esistenza senza descriverne nè la preparazione, nè le proprietà. Più tardi Personne (senza rammentare Staedeler) annunziò d'aver ottenuto in piccole quantità questo composto facendo agire l'ammoniaca sul cloralio. Egli dice: Per ottenere questo composto si fa entrare lentamente dell'ammoniaca gazosa in un vaso ben raffreddato che contenga una piccola quantità di cloralio anidro. Se per la preparazione si impiegano più di due o tre grammi di cloralio, e non si faccia arrivare l'ammoniaca in una corrente lenta, allora tutta la massa, per quanto sia ben raffreddata, si riscalda, ed oltre al prodotto principale (cloralammonio), si ottiene una quantità rilevante di un liquido siropposo (cloroformio e formamide).

Pareva dunque difficile di ottenere con questo metodo una grande quantità di cloralammonio. Sono però riuscito di modificare talmente il modo di preparazione di Personne che in meno di un'ora e mezza io potei preparare più di 150 grammi del composto in questione senza aver delle perdite per delle reazioni secondarie.

Nelle circostanze nelle quali operò Personne, l'ammoniaca agisce in due modi sopra il cloralio. In parte vi si addiziona direttamente, ma in parte anche vi agisce come lo fanno tutti gli alcali, formando del cloroformio e della formamide.

$$C_2 H_4 Cl_3 NO = C H Cl^3 + N\begin{matrix} -\overset{=O}{C}-H \\ =H_2 \end{matrix}$$

Per difendersi da questa reazione non desiderata, dovevasi cercare un mezzo per sottrarre il cloralio all'azione di quell'ammoniaca che non veniva addizionata momentaneamente. Per arrivare a ciò era necessario di impiegare il cloralio disciolto in un solvente nel quale l'ammoniaca non fosse che poco solubile o insolubile. Un tal solvente è il cloroformio.

Il mio modo di preparazione del cloralammonio è il seguente. Una quantità qualunque di cloralio anidro si scioglie nel doppio volume di cloroformio secco, si raffredda con del ghiaccio e del sale e si fa entrare una forte corrente di ammoniaca finchè tutto il miscuglio ad un tratto si rapprenda in una massa solida e bianca. In questo momento devesi allontanare la corrente d'ammoniaca, giacchè non essendovi più del cloralio libero, essa agirebbe sul cloralammonio formato decomponendolo. Si getta la massa bianca sopra un filtro, se ne fa sgocciolare il cloroformio, si lava con poco d'etere e si mette a seccare il prodotto sulla carta; il liquido filtrato contiene ancora una quantità non piccola che coll' evaporazione spontanea si depone in aghi spesso lunghi sino a mezzo centimetro. Qualche volta, dopo l'evaporazione completa del solvente, resta una quantità piccolissima di quel siroppo descritto da Personne.

Il cloralammonio così preparato è quasi puro, vi si trovano mescolate solamente tracce di cloruro d'ammonio provenienti dall'acido cloridrico contenuto nel cloralio.

Il cloralammonio è un corpo cristallizzato in piccoli aghetti bianchissimi; egli è quasi insolubile nell'acqua fredda; dall'acqua calda viene disciolto con decomposizione; l'etere ed il cloroformio lo sciolgono assai. Fonde verso 62 a 64 gradi e si risolidifica dopo il raffreddamento.

Azione del cloruro di acetilo o dell'anidride acetica. — Versando del cloruro di acetilo o dell'anidride acetica sopra il cloralammonio esso si riscalda fortemente. Risulta una soluzione limpida la quale per il raffreddamento, o meglio per l'aggiunta di acqua si rapprende in una massa bianca cristallina. Questa la si fa cristallizzare dall'acqua calda nella quale è assai solubile, mentre che a freddo lo è poco. Si ottengono così delle belle tavole rombiche che fondono a 156 gradi, esse sono assai solubili nell'alcool, insolubili nell'etere.

La composizione di questo corpo è quella di un cloralammonio nel quale un atomo di idrogeno è sostituito dall'acetilo.

La formola $C^2 H Cl^3 NO, C^2 H^3 O$

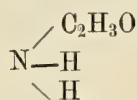
domanda	trovato
51,57 % Cl	51,43 % Cl

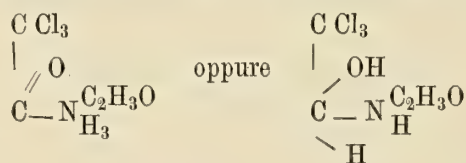
Sarebbe da decidersi se l'esistenza di questo corpo ci autorizzi ad ammettere la esistenza di un gruppo OH o se piuttosto l'acetilo si sia legato all'atomo di azoto. In favore di quest'ultima eventualità parla la circostanza che questo composto dall'acqua calda e dagli acidi acquosi ed allungati si separa immutato, mentre che i gruppi acetilici entrati in un idrossilo facilissimamente vengono staccati dall'acqua bollente e dagli acidi allungati caldi. Un altro fatto prova che l'acetilo deve essersi unito all'azoto.

Tempo fa Jacobsen mostrò che è una proprietà generale degli amidi di dare col cloralio dei prodotti di addizione. La combinazione da lui descritta di cloralio e di acetamido corrisponde, come anche il mio corpo, alla formola empirica $C^4H^6O^2NCl^3$.

Essa forma delle tavole rombiche le quali secondo lui fondono a 158 gradi. Questi cristalli, dice Jacobsen sono difficilmente solubili nell'acqua fredda, facilmente in quella calda; l'alcool li scioglie assai, *nell'etere sono insolubili*. Seguendo l'indicazione di Jacobsen, mi sono preparato questo suo composto e l'ho trovato *perfettamente identico a quello mio*, ottenuto dal cloralammonio ed il cloruro d'acetile. I due composti hanno la medesima forma cristallina e riscaldati contemporaneamente, attaccati ad un termometro, tutti due fondono a 156 gradi.

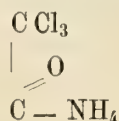
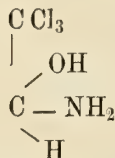
L'acetamido è una ammoniaca monoacetilata

$$N \begin{cases} C_2H_3O \\ H \\ H \end{cases}$$

il suo prodotto di addizione col cloralio non ci può dare che una delle due formole

$$\begin{array}{l} C\,Cl_3 \\ | \quad /\!/ O \\ C - N{}^{C_2H_3O}_{H_3} \end{array} \qquad \text{oppure} \qquad \begin{array}{l} C\,Cl_3 \\ | \quad / OH \\ C - N{}^{C_2H_3O}_{H} \\ \quad \diagdown H \end{array}$$

secondo che pel cloralammonio si vuole ammettere a priori la formola

$$\begin{array}{l} C\,Cl_3 \\ | \quad /\!/ O \\ C - NH_4 \end{array}$$

o la formola

$$\begin{array}{l} C\,Cl_3 \\ | \quad / OH \\ C - NH_2 \\ \quad \diagdown H \end{array}$$

In ogni caso il monoacetilcloralammonio (identico al cloralacetamido di Jacobsen) ha l'acetilo attaccato all'azoto.

Ora per decidere tra le due formole qui accennate pel cloralammonio, si deve provare la presenza o l'assenza di un idrossilo nel monoacetilcloralammonio.

Azione del cloruro di acetilo sul monoacetilcloralammonio. — A freddo il cloruro di acetilo non agisce più sul monoacetilcloralammonio, ma inchiudendo i due composti in un tubo, e riscaldando per due o tre ore a 120 gradi, si ottiene una soluzione limpida la quale col raffreddamento lascia depositare una massa bianca cristallina. (Nel tubo si trovava forte pressione proveniente da acido cloridrico). La sostanza così ottenuta è facilmente solubile nell'etere, dal quale cristallizza in lunghi aghi bianchi. È però impossibile ottenerla in questo modo allo stato di purezza, giacchè sempre vi rimane attaccata un'impurità viscosa.

Per purificare il nuovo composto lo si scioglie in piccola quantità di acido acetico glaciale dal quale col raffreddamento ordinariamente non cristallizza, ma dopo l'aggiunta di un poco di acqua ghiacciata la cristallizzazione comincia subito. La sostanza

in tal modo purificata cristallizza in bei prismi vitrei che fondono a 117-118 gradi. Essa è insolubile nell'acqua fredda, poco solubile nell'alcool freddo, ma facilmente invece nell'etere.

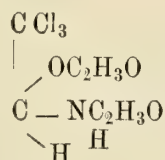
All'analisi il corpo mostra la composizione di un diacetilcloralammonio. La formola

$$C^6 H^8 O^3 N Cl^3$$

domanda	trovato
C 28,96 %	C. 28,71 %
H 3,22	H. 3,20
Cl 42,85	Cl. 42,87

Versando dell'acqua calda sopra queste composto, esso viene decomposto immediatamente. Nell'acqua si trova dell'acido acetico, mentre che si separa dal monoacetilcloralammonio fondente a 156 gradi.

Da questo fatto risulta chiaramente che i due gruppi acetilici della molecola godono proprietà perfettamente differenti. Il secondo acetilo doveva essere entrato in un gruppo OH, giacchè se anch'esso si fosse attaccato all'azoto, si sarebbe formato un derivato della diacetamide, il che non è ammissibile, essendo la diacetamide e la triacetamide perfettamente resistenti contro l'azione dell'acqua calda, anche a temperatura molto superiore a 100 gradi, e perchè esse non si lasciano mai privare di uno o di due gruppi acetilici per ritornare alla monoacetamide. Le proprietà del mio corpo provano dunque indubitatamente l'esistenza di un idrossilo sostituito, cosicchè gli si deve attribuire la formola

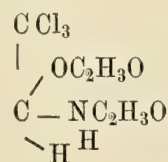
$$\begin{array}{l} C\,Cl_3 \\ | \diagup OC_2H_3O \\ C - NC_2H_3O \\ \diagdown H \quad H \end{array}$$

Non sono riuscito a sostituire per mezzo dell'etilo l'atomo d'idrogeno che ancora si trova all'azoto, il che però non mi sorprende, giacchè per quanto io sappia, non si è preparato ancora nè l'etilacetamido nè l'etildiacetamido partendo dagli acetamidi stessi e facendovi agire il C^2H^5I.

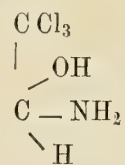
Per ottenerli si ha sempre introdotto nella reazione il gruppo

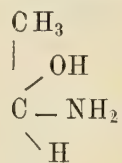
$$N \begin{array}{l} \diagup \\ \diagdown C^2H^5 \end{array}$$

già formato.

Se il diacetilcloralammonio ha la formola

$$\begin{array}{l} C\,Cl_3 \\ | \diagup OC_2H_3O \\ C - NC_2H_3O \\ \diagdown H \quad H \end{array}$$

allora il cloralammonio deve aver questa

$$
\begin{array}{l}
C\,Cl_3 \\
| \quad \diagup OH \\
C - NH_2 \\
\quad \diagdown H
\end{array}
$$

E per conseguenza io credo che per l'ammonaldeide l'unica formola ammissibile sia:

$$
\begin{array}{l}
C\,H_3 \\
| \quad \diagup OH \\
C - NH_2 \\
\quad \diagdown H
\end{array}
$$

P. S. Voglio aggiungere che il cloralammonio, in modo simile a quello delle altre amine primarie, si unisce agli aldeidi con eliminazione d'acqua.

Ancora non sono riuscito di ottenere le basi così formate allo stato di purezza. In seguito ne riferirò.

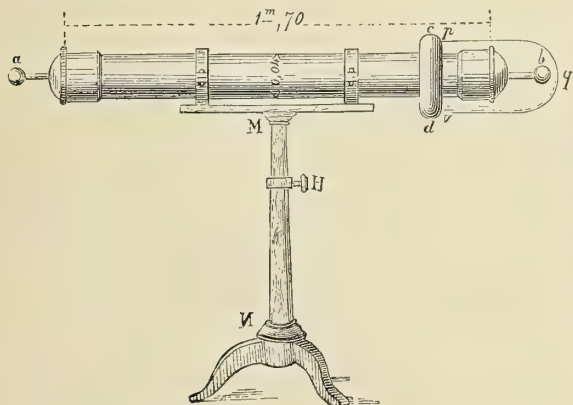
Appendice seconda
che il Socio P. VOLPICELLI aggiunge alla Memoria da lui pubblicata sull'elettrostatico inducente costante
(comunicata nella seduta del 7 gennajo 1877, pag. 41).

---

§ 1.°

Nella tornata della R. Accademia dei Lincei del 2 gennajo 1876, pubblicai la Memoria, nella quale si esponevano la costruzione, le proprietà e le applicazioni di un'elettrostatico inducente *costante*, il quale consisteva in una bottiglia di Leida opportunamente costruita, onde la induzione procedente da essa non venisse mai sensibilmente diminuita col disperdersi della elettricità inducente, per lo meno durante il tempo della sperienza. Nella tornata del 6 febbrajo 1876 dell'Accademia stessa, pubblicai sul medesimo argomento un'appendice, nella quale l'inducente costante consisteva in una pila secca, formata di 10640 dischi di carta, ciascuno ricoperto con foglia di stagno da una banda, e con perossido di manganese dall'altra. Il raggio di ogni disco era di 11 millimetri, essendo la lunghezza della pila di 82 centimetri. Questa pila, ricoperta nei poli da una vernice di buon coibente, offrì un ottimo induttore costante, non inferiore punto a quello costruito precedentemente a forma di bottiglia leidense.

Persuaso sempre più della grande utilità, e dirò quasi dell'essere indispensabile un induttore costante, di energia sufficiente, nel ricercare con esattezza le proprietà della induzione elettrostatica, mi occupai di nuovo della costruzione di un simile inducente, ma di effetto maggiore, riguardo a quelli costruiti precedentemente. Quindi feci una pila secca di maggiori dimensioni, anche per esplorare le diverse proprietà che appartengono a questo elettromotore, dipendentemente dalle sue dimensioni. Pertanto la nuova pila da me fatta si contiene in un tubo di vetro, lungo $1^m,70$, del diametro interno di centimetri 4. Consta detta pila di 24528 dischi di carta, ricoperti ognuno da una banda con foglia di stagno, e dall'altra con perossido di manganese; le superficie, esterna una ed interna l'altra, di questo tubo che racchiude i dischi medesimi, sono spalmate di vernice coibente.

fig. 1.

Ho trovato utile di chiudere i poli di questa pila entro una piccola campana di buon coibente, come vedesi nella figura qui annessa (fig. 1), con la quale si fa conoscere la costruzione di questo elettromotore. Rappresentano a, b i poli di questa pila, mentre $p\ q\ v$ indicano la campana, che può essere formata di sottile ebanite, od anche di sottile vetro ricoperto dentro e fuori di cera lacca. Questa campana deve introdursi per pochi millimetri in un manicotto $c\ d$,

il quale può essere anche esso di coibente, p. e. di ebanite. L'interno della campana non deve toccare le parti metalliche della pila, e dovrà essere poco lontana dal polo da cui si riceve la induzione. Nell'interno della campana deve introdursi opportunamente una sostanza igroscopica, onde l'aria contenutavi sia, quanto più si può, priva di vapore acquoso. Rappresenta M N un sostegno, per fissare la pila all'altezza che si vuole, mediante una vite H, la quale fa salire o scendere, con un opportuno ingranaggio, un asse interno alla colonna M N, come indica la figura.

Abbiamo abolito di applicare a contatto di ciascun polo della pila stessa la vernice di un buon coibente, perchè abbiamo veduto che in questa vernice a contatto del polo s'introduce col tempo la elettricità di questo, fino a giungere, per effetto della sua tensione, alla superficie esterna della vernice medesima, e quindi nasce la dispersione della inducente, da cui si produce la variabilità della induzione; cosa che si vuole con ogni scrupolo evitare. Di più è da riflettere, a questo proposito, un fenomeno, di cui non si fa parola nei corsi di fisica, e che consiste in quanto segue:

Sostituendo a questa vernice in contatto del polo una campana, come si è detto, la quale però non deve soggiornare continuamente nel suo posto, ma soltanto per quel breve tempo in che dura la sperienza, terminato il quale deve togliersi dal posto medesimo, non avverrà sensibilmente l'apparizione della elettricità del polo sulla esterna superficie della campana, perciò l'induzione del polo medesimo sarà sensibilmente costante. Con questo mezzo, di togliere cioè la campana dopo finita la sperienza, si ha il vantaggio che la campana ritorna dopo qualche tempo nello stato neutrale, senza che si abbia un'accumulazione continua di elettricità inducente nell'interno della campana stessa. Per tali modificazioni, praticate nella pila come si è detto, essa diviene un inducente sensibilmente costante, almeno pel breve tempo della sperienza, quantunque ripetuta più e più volte ad intervalli fra loro sufficientemente lontani; quindi si conferma quanto abbiamo già dimostrato con altre sperienze, cioè:

1.° Che se un conduttore bene isolato, sottopongasi alla induzione di uno qualunque dei poli della pila, esso mostrerà, mediante un opportuno piano di prova, essere l'estremo di questo indotto, il più prossimo all'inducente, fornito di elettricità indotta di seconda specie, lo che erroneamente si nega dagli oppositori della teorica del Melloni, da me dimostrata vera.

2.° Se il detto piano di prova si applichi sul medesimo estremo, dopo avere posto l'indotto a comunicare col suolo, non avremo manifestazione alcuna di elettricità dal piano stesso.

3.° Allontanando alquanto l'indotto dall'inducente, ovvero allontanando questo dall'indotto, lo che corrisponde ad aumentare la distanza fra essi, ò finalmente diminuendo, con opportuno mezzo, la forza induttrice, lo stesso piano di prova applicato, come sopra si è detto, manifesterà la esistenza di una elettricità contraria di quella che induce. Bastano queste tre sperienze a persuadere chiunque, anche il più renitente, che la indotta di prima specie non possiede tensione, come dimostrò primieramente l'elettricista Epino nel 1759, e come fu confermato dal Melloni nel 1854, non che da tanti altri dopo questi due.

Le tre sperienze ora indicate dimostrano chiaramente non essere valutabile punto la obbiezione del chiaro fisico Pisati contro l'uso del mio piccolo piano di

prova condensatore; poichè se fosse vero quello che dice il Pisati, cioè se per effetto della induzione sul piano medesimo, questo avesse la facoltà di manifestare una elettricità contraria di quella che tocca, dovrebbe sempre, nelle tre sperienze ora indicate, il piccolo piano di prova condensatore manifestare la stessa natura elettrica. Ora dalla sperienza risulta che nei tre *diversi* casi riferiti, si ottengono dal piano di prova tre risultamenti pure fra loro *diversi;* perciò chiaro apparisce che la obbiezione del Pisati è priva di fondamento. Tutte le altre sperienze da me fin'ora eseguite, non che pubblicate, hanno ricevuto un'ampia conferma dalla descritta pila che ho adoperata come un induttore costante.

Se a quell'estremo dell'indotto, il più vicino all'inducente, si applichi un ago molto sottile, si vedrà che questo non dissipa la elettricità di prima specie, contro quello che credono falsamente gli oppositori del Melloni; ma invece dissipa la elettricità di seconda specie, come viene richiesto dalla teorica del Melloni stesso, e come mostra la sperienza bene condotta. Ciò viene confermato anche dal vedere che sottraendo lo indotto, armato di punta, alla costante induzione del polo della pila secca sopra descritta, l'indotto medesimo si manifesta sempre carico di elettricità contraria della inducente. Così fatto risultamento sperimentale che non manca mai, quando si adoperi un inducente sensibilmente costante, in un ambiente abbastanza secco, dimostra, senza lasciare alcun dubbio, che la indotta di prima specie non ha tensione.

§ 2.

Ora per profittare della costruzione di una pila di grandi dimensioni, come quella descritta precedentemente, passiamo ad esporre le principali proprietà della medesima, le quali non si verificano nelle pile aventi dimensioni minori. Gli autori più rinomati che trattarono delle pile secche sono i seguenti:

Jamin, il quale dice [1] che le superficie dei dischi a contatto fra loro, sono alterate notabilmente per l'effetto prolungato dell'azione chimica; di più dice che le pile secche non producono che una corrente insignificante.

Daguin [2] asserisce che Delezenne [3] ha costruito una pila secca di 300 coppie con carta sufficientemente umida, e questa pila dà tali commozioni, che si fanno sentire fino ai polsi, decompone l'acqua e devia l'ago. Questi effetti diminuiscono col diminuire della umidità.

De la Rive [4] dice: La pila secca non può in generale sviluppare alcuna corrente elettrica; quando si riuniscono i suoi poli, con un corpo conduttore, essa non può produrre che una serie di piccole scintille. Dice inoltre [5]: ha ottenuto Delezenne con queste pile qualche effetto di corrente, in particolare la scomposizione dell'acqua. Ha impiegato egli una pila, con 300 coppie di 270 cent. quad. di superficie ognuna.

(1) *Cours de physique*, t. III. p. 37.

(2) *Traité élementaire de physique*, t. III. p. 308 e 309.

(3) *Mémoires de la Societé de Lille, et Archives de l'électricité*, t. V. p. 67. Vedi anche *Journal de physique* 1816, t. LXXXII. p. 269 . . . 449 . . .

(4) *Traité de l'électricité*, t. I. p. 52.

(5) Luogo citato.

Pouillet ([1]) crede che le pile secche non diano alcuna commozione e non producano alcuna decomposizione chimica.

Luvini ([2]) ritiene che la durata dell'azione di una pila secca sia indefinita: alcune montate da 30 a 40 anni conservano la loro energia primitiva, la quale del resto è debolissima.

Il Delezenne nelle sua citata Memoria sulle sperienze delle pile secche (*Vedi Società Reale delle scienze di agricoltura e delle arti di Lilla;* Vedi ancora *Journal de physique*, 1816, t. LXXXII, p. 269, 449, come ancora *Archives de l'électricité.* Paris 1845, t. V, p. 67) tratta questo argomento con molta dottrina, e con molte sperienze. Fa egli osservare che le pile secche fornite dal commercio hanno in generale una durata corta, mentre quelle da esso costruite nel 1815 hanno durato molto. Nel gabinetto di fisica dell'Università romana esistono due pile secche le quali, sebbene costruite nel 1824, tuttavia pure oggi nel 1876 fanno oscillare un pendolo sospeso col minimo d'attrito fra i due poli contrarî delle pile stesse; perciò da 52 anni esse conservano una sensibile tensione.

Due pile secche furono costruite dal sig. Delezenne, con carta coperta da una banda di perossido di manganese, e dall'altra con foglia di stagno, risultando esse di 2000 elementi rettangolari, ognuno di 318 millimetri di lunghezza, sopra 176 di larghezza. Immediatamente dopo la loro soprapposizione, queste pile fecero deviare l'ago calamitato, decomposero l'acqua e dettero il sapore, la commozione e la scintilla. Il primo a comunicare questi risultamenti generali alla Società Filomatica fu Peltier. A fine di moltiplicare i punti di contatto fra le sostanze elettromotrici di qualunque pila, fa osservare il sig. Delezenne essere utile di esercitare una pressione, mediante un peso più o meno considerabile, applicato sulla armatura superiore della pila e convenientemente isolato. Le placche troppo aggrinzate, per valersene utilmente, sono poste sotto pressa per otto o quindici ore, fra cartoni lisci e secchi, e le pile sono isolate, sopra un sopporto di legno avente una cavità profonda di un centimetro, su la quale si è colato dello zolfo. La pressione che si esercita sull'armatura superiore accresce lo svilupppo dell'elettricità e per conseguenza pure la deviazione dell'ago magnetico. Il medesimo autore fa osservare che un aumento di pressione rende più attiva la decomposizione dell'acqua, ma egli è raro che duri lungo tempo.

Egli dice ancora che dieci fogli interi, bene spianati e secchi, bastano per la decomposizione dell'acqua, ed egli ha ottenuto questa decomposizione con sei delle trecento placche di una pila, convenientemente umettate. Di più egli asserisce che la indicata decomposizione dipende ad un tempo dalla dimensione, dal numero delle placche, e dal grado loro di umidità e di pressione. Egli non è mai riuscito a decomporre l'acqua con delle pile divenute molli per mezzo di umidità, benchè allora la deviazione divenga forte molto. Dal ruotare più o meno rapido dell'ago, si può prevedere se una pila decomporrà o no l'acqua. Egli dimostra, con ripetute sperienze, che la sua pila di 300 placche, sottoposta alla pressione di 10863 gramme,

([1]) *Élements de physique*, t. I. p. 530.

([2]) *Saggio di un corso di fisica elementare*, 4ª edizione, p. 520.

non solo aumenta d' intensità con l'aumentare di questa pressione, ma pur anche aumenta con aumentare della sua temperatura, e diminuisce col diminuire di essa. Egli aggiunge che quando l' umidità è uniformemente distribuita, in una pila fortemente premuta, il disseccamento nell' aria ed in seguito la deviazione decrescono tanto più lentamente, quanto più sono grandi le dimensioni delle placche. Per conseguenza egli si è deciso a costruire due grandi pile con delle placche rettangolari, aventi ciascuna 319 millimetri di lunghezza e 176 di largezza, ma secche per una pila e leggermente umide per l'altra.

Il fisico Pianciani, nelle *Istituzioni fisico-chimiche* da esso publicate in Roma nel 1834, vol. III, parte I, pag. 119 ... 129, sviluppa copiosamente anch'esso le proprietà della pila secca, ed ecco i principali fenomeni dal medesimo esposti, relativi a questo istrumento. Innanzi tratto egli dice: noi dobbiamo registrare che Hachette e Desormes, verso il 1802, hanno fatto i primi tentativi sulla costruzione delle pile secche; in seguito Berhens si occupò di questo elettromotore secco, che poi De Luc chiamò colonna elettrica, e che formavasi di zinco, latta e carta dorata, cioè coperta di sottilissima foglia di rame. Però quella pila immaginata dal prof. Zamboni nel 1812, era in ogni disco ricoperta di carta stagnata da una banda, e dall'altra di ossido nero di manganese; la quale pila, come asserisce il Pianciani, riesce più comoda e più sicura negli effetti. Continua questo fisico dicendo, che tale pila possiede tensione assai maggiore delle pile ordinarie, senza però avere la prontezza di esse. Infatti una pila voltaica caricata con soluzione di muriato d'ammoniaca, ed una zamboniana composta di carta dorata ed argentata, potrebbero caricare una boccia di Leida, a parità di circostanze, in tempi che starebbero fra loro come 1 a 1748; perciò la pila Voltaica somministra in pari tempo 1748 volte più di elettrico che non fa la zamboniana.

Il calorico accresce la tensione in queste pile, però il troppo calorico, come pure il troppo umido, diminuiscono la tensione di esse.

Il Zamboni si servì di queste sue pile per dimostrare le principali e più certe proposizioni della teorica elettrica, ed in particolare la identità dell' agente negli apparecchi elettromotori con quello che si eccita nelle macchine elettriche. Zamboni fece molte applicazioni di queste pile, facendole servire di elettroscopio, e migliorando quello detto di Bohnenberger, a due pile, che fu proposto prima di tutti da Berhens, e publicato dall'altro di questi due. Il Zamboni costrusse un elettrometro anche con pila orizzontale, modificò con queste pile la bilancia di Coulomb, e produsse con le medesime il movimento meccanico, simigliante in apparenza al moto perpetuo, ed applicò il moto prodotto dalla pila zamboniana alla orologeria. Osserva inoltre il Pianciani che le pile di carta di cui si parla non sono secche, a rigore di termini, se non allorquando le carte siano bene asciugate; però in questo caso non danno segno elettrico, se non s'innalza la temperatura fra i 40° e i 69° Reaumur.

Il Zamboni, oltre alla pila secondaria che viene in aggiunta della primaria, come ricorda il Pianciani, trovò anche la pila binaria, la quale serve di conferma a qualche punto della teorica elettrica, e di spiegazione a qualche fenomeno che restava problematico allora. Finalmente, si accertò egli che si svolge qualche elettricità, senza che i due metalli eterogenei siano addotti a contatto, a ciò bastando

che i medesimi siano vicinissimi fra loro, come il Volta ebbe sospettato, ed il Belli credette aver dimostrato.

§ 3.

I citati autori sono quelli che più degli altri si occuparono della costruzione, non che degli effetti della pila secca; ma essi, come apparisce da quanto abbiamo riferito, e come ognuno potrà verificare consultando i medesimi, non si occuparono di esaminare in questi elettromotori secchi ciò che segue, cioè:

1.° Nè la intensità della corrente sviluppata da essi, e misurata con diversi galvanometri, cioè a filo grosso e corto, ed a filo lungo e fino. L'attuale ricerca eseguita da me colla nuova pila secca già descritta (fig. I.), mi ha dato luogo ad osservare che si richiede un galvanometro a filo corto e grosso, acciò la corrente rendasi manifesta, ed ottenni con un tale galvanometro un angolo di 5° o 6°; laddove non fu possibile osservare la corrente con galvanometri a filo di maggior lunghezza, ma sottile.

2.° Nè si occuparono della durata dell'angolo finale, formato dall'ago del galvanometro, il quale angolo, come ho pure osservato, ha una durata brevissima, e va successivamente diminuendo, quando tengasi continua la comunicazione dei due poli della pila col galvanometro stesso. Però se vadasi alternativamente congiungendo e staccando fra loro i poli, si avranno altrettante correnti, le quali andranno sempre diminuendo rispetto alle prime, per finire poi col non più comparire. Quando la pila abbia esaurito per tal modo la sua carica, conviene aspettare un certo tempo, dipendente dall'attività della medesima e dalla resistenza che oppone al passaggio dell'elettrico, per ottenere di nuovo la carica, e quindi la corrente.

3.° Neppure si occuparono della magnetizzazione del ferro e dell'acciaio, mediante la corrente di questa pila. Tale ricerca praticata da me per mezzo della medesima pila (fig. 1), non mi ha dato indizio alcuno di magnetizzazione prodotta da questa corrente.

4.° Nè hanno dichiarato le condizioni tutte necessarie che influiscono nella pila secca, la quale appunto riceve questo nome, perchè gli effetti suoi si ottengono anche quando l'umidità in essa è la minore possibile, cioè quando è fortemente riscaldata.

5.° Niuno ha detto che difendendo i poli opportunamente, per impedire da questi la elettrica dispersione, si trova in essa pila una conserva di elettricità positiva in uno e negativa nell'altro; come pure si hanno dai poli medesimi due sorgenti costanti d'induzione, senza perdita delle relative cariche di elettricità, fra loro contrarie, dai due poli di essa pila. Adoperando, per difendere i poli dalla dispersione dell'elettrico, una campana di coibente, indicata dalla figura I, discende che una pila sufficientemente grande, a questo modo preparata, presenta, come già dichiarammo, un induttore sensibilmente costante, di grande utilità nelle ricerche di elettrostatica; ben inteso, che questo non si adopri in condizioni eccezionali di umidità, al quale induttore niuno fin'ora pose mente. Di più questa specie d'inducente deve preferirsi alla *ordinaria* bottiglia di Leida, poichè se nel medesimo avvenissero delle perdite,

queste nella pila medesima sarebbero risarcite, quindi si manterebbe in essa la induzione costante, almeno per la durata delle sperienze; il quale vantaggio non si potrebbe ottenere con una *comune* bottiglia di Leida. Del resto queste perdite, relative al polo inducente, difficilmente possono avvenire nella pila migliorata come nella figura I.

6.° Neppure si è notato che quando la pila sia grande a sufficienza, come quella indicata dalla figura I, le scintille scattano dai suoi poli, ad intervalli di tempo sempre crescenti.

7.° Resta pure a notarsi che queste pile, per quanto siano grandi le dimensioni loro, esse non potranno mai dare una luce continua, per quel che si è detto avanti. A dimostrare inoltre che la indotta di 1ª specie non mai dall'indotto si disperde, nè per la punta nè pel contatto dell'aria, quando rimanga sotto l'influenza di un induttore costante, si sottoponga un corpo, guernito di punta o no, nell'estremo suo più prossimo all'inducente, ma bene isolato mediante due sottilissimi fili di seta verniciati, all'influenza di un induttore *costante*, e si misuri la quantità della indotta di prima specie generata in esso corpo indotto, ad una data distanza dall' induttore, dopo aver messo per un'istante l'indotto a comunicare col suolo. Si rinnovi quindi l'induzione sull'indotto medesimo, prima ridotto allo stato neutrale, si comunichi questo nuovamente col suolo, ma si lasci sotto l' azione inducente per quel tempo che si vuole. Misurando anche in questo secondo caso la quantità della indotta di prima specie che possiede l'indotto, purchè lo stato igrometrico dell'aria sia lo stesso a quello in cui si fece la prima misura, si troverà esso indotto possedere la medesima qnantità dell' indotta di prima specie, che possedeva dopo la prima comunicazione col suolo. Dal qual fatto si conclude che la indotta di prima specie non si è dispersa, nè per le punte, nè pel contatto dell'aria.

Si fà da taluni la seguente obbiezione, cioè dicendo che quantunque sull' indotto apparisca sempre la stessa quantità dell'indotta di prima specie, nelle indicate due sperienze di diversa durata, tuttavia questo fatto si può conciliare con la dispersione continua della indotta medesima, ammettendo cioè che di continuo pure si rinnovi corrispondentemente la induzione. Ma è da osservare che tre sono le sperienze per le quali si dimostra la insufficienza di questa obbiezione.

1.ª *Sperienza.* — Se fosse vero quello che si asserisce dagli oppositori, siccome due sono le indotte, le quali contemporaneamente per la influenza si sviluppano sull' indotto, dovrebbe verificarsi che dopo comunicato per un istante col suolo il corpo indotto, riapparisse, pel supposto rinnovamento della induzione sull'indotto, la omonima della inducente, la quale potrebbe rendersi manifesta, congiungendo la parte dell' indotto, la più lontana dall'induttore, con un sensibilissimo elettroscopio. Però la sperienza dimostra che da questo non si riceve neppure il minimo indizio della indotta omonima, ossia di seconda specie; perciò apparisce chiaro che il presunto rinnovamento continuo non ha luogo. Si noti che in queste sperienze l' induttore deve essere costante, cioè non deve cedere punto all'indotto la sua carica; poichè se la cedesse, potrebbe taluno errare, pel trasporto della elettricità inducente sul medesimo indotto.

2.ª *Sperienza.* — Se la indotta di prima specie si disperdesse, e si verificasse il supposto rinnovamento della induzione, siccome la indotta di prima specie nel

disperdersi dovrebbe andare di preferenza sull' inducente, per la reciproca loro attrazione, l' inducente medesimo diminuirebbe d' intensità, e non potrebbe più ripristinare sull'indotto medesimo la stessa quantità che aveva generato prima, vale a dire, si dovrebbe vedere diminuita tanto la inducente, quanto la indotta di 1ª specie sull'indotto isolato. Ma poichè ciò non accade, perchè tanto la inducente quanto la indotta medesima, come l'esperienza dimostra, si trovano ambedue sempre costanti, perciò ne segue, anche da questa 2ª sperienza, non potersi ammettere il continuo rinnovamento della induzione sull'indotto.

3.ª *Sperienza.* — Finalmente, se accadesse questo preteso rinnovamento continuo d' induzione, si otterrebbe, se ben si rifletta, un lavoro continuo senza dispendio, lo che neppure si può concedere.

Volendo adoperare come inducente una bottiglia ordinaria di Leida, la quale per se stessa è variabile nell'indurre, si può mediante qualche artificio rendere sensibilmente in ciò costante, almeno per la durata della sperienza. Ad ottenere questo scopo si pone la bottiglia, debolmente caricata, sotto una campana M N (fig. 2) di vetro, verniciata dentro e fuori col migliore coibente possibile, e si pone detta campana sopra un piatto P Q, ugualmente di buon coibente, in modo che l'aria contenuta nella campana non possa dalla medesima escire. Su questo piatto è situata la bottiglia, però avvertendo che l'armatura esterna di questa stia in buona comunicazione col suolo. Nell' interno della campana s'introduce una sostanza igroscopica, acciò l' ambiente che circonda il bottone K della bottiglia stessa sia privo di vapore acquoso. Per tale disposizione la carica elettrica inducente resterà sensibilmente costante per un certo tempo. Però la penetrazione della elettricità nel coibente, e quindi la elettrica dispersione non mancheranno; sicchè se troppo a lungo si protragga la durata della sperienza, avverrà che la carica già detta non si mostrerà più della intensità primitiva. Operando la induzione nelle circostanze e nei limiti sopra indicati, si potrà il corpo indotto A B portare fino in contatto della parete esterna della campana, senza che riceva esso elettrica comunicazione veruna dalla campana medesima (fig. 2.). Qualora poi avesse luogo questa comunicazione, si renderebbe molto agevolmente manifesta, come già si disse, saggiando l' indotto con un piano di prova, ovvero accoppiandolo ad un elettroscopio sensibile, dopo aver comunicato l' indotto stesso per un istante col suolo. Se questo indotto manifestasse per tal modo la elettricità dello stesso nome di quella inducente, converrebbe sospendere la sperienza. È superfluo avvertire la necessità che l'aria sia ben secca, perchè se diversamente fosse, l'elettricità interna potrebbe condursi all'esterno dalle pareti umide della campana, non che la *induzione* proverebbe difficoltà ad attraversare queste pareti. Quante volte si possa ottenere che le pareti della campana siano bene asciutte, da non condurre l'elettrico, si può

fig. 2.

giungere persino a mettere il bottone K della bottiglia in contatto della parete interna della campana, (fig. 3), e l'indotto A B al corrispondente punto esterno della campana stessa, senza che si abbia la elettrica comunicazione sull'indotto, e si vede che per tal modo si giunge alla minima distanza fra l'indotto e l'inducente, cioè a quella uguale allo spessore della campana medesima. Servendosi di questo modo d'indurre, si trova che l'indotto A B sottratto all'induzione manifesta sempre l'elettricità indotta di prima specie, quando anche vogliasi esso adoperare armato di punta verso l' inducente. Ciò conduce a confermare che la indotta di prima specie non si disperde, perchè priva di tensione; bene inteso che la umidità nella sperienza sia nei limiti che non ammettono alterazione del fenomeno, e pure così avvenga per la distanza fra l'indotto e l'inducente. Perciò si disperde soltanto l'indotta di 2ª specie, perchè solo essa è fornita di tensione, cioè libera del tutto.

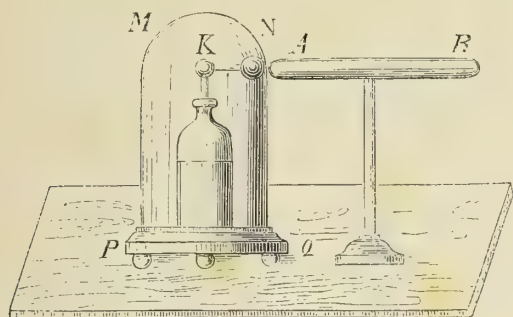
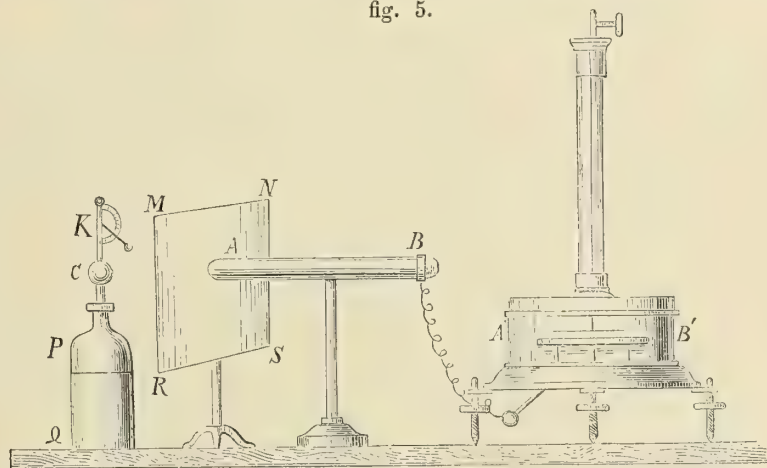



fig. 3.

Un'altro induttore sensibilmente costante si ottiene da una bottiglia di Leida, il bottone della quale sia circondato da olio essenziale di trementina, come viene indicato dalla figura 4; il quale olio, secondo l'opinione generale dei fisici, è il miglior coibente liquido. Un altro modo per ottenere costante il sistema inducente, consiste nell'adoperare pure una bottiglia di Leida Q P C leggermente carica, e coll'armatura esterna in comunicazione col suolo, la quale nel bottone C (fig. 5) porti ben graduato un elettrometro a quadrante K sensibile molto. Questa bottiglia deve indurre sopra un cilindro metallico A B, il quale per un istante comunichi col suolo, e per tale comunicazione perderà esso la indotta omonima della inducente, cioè di seconda specie.

fig. 4. fig. 5.

Il cilindro A B deve sostenersi sopra due fili di seta sottilissimi e verniciati di buon coibente, od in altro modo isolante. Una estremità di questo cilindro, per mezzo di un filo metallico, deve comunicare con un elettrometro A′ B′ dei più sensibili, come quello di Thomson o di Melloni, migliorato dal Palmieri.

Per conoscere con questo mezzo se la indotta di prima specie rimanga o no costante, mentre dura la stessa induzione, s'impedisca l'azione sua sul cilindro A B (fig. 5), facendo cadere una lastra metallica M N R S non isolata, ed interposta fra la bottiglia inducente e lo stesso cilindro indotto, affinchè la indotta di prima specie che fu generata su questo cilindro, ricuperi la sua tensione la quale verrà misurata dall'elettrometro A′ B′, col quale comunica il cilindro A B. Questa misura si conservi, e si metta lo stesso cilindro nello stato neutrale, quindi si faccia per una seconda volta influire l'inducente bottiglia sul cilindro stesso, facendo salire nuovamente lo scranno metallico M N R S. Si faccia di nuovo comunicare il cilindro per un istante col suolo, per privarlo nuovamente della indotta di seconda specie, e si protragga su questo l'azione della inducente, fino a che l'elettrometro a quadrante stabilito sull'induttore, ed osservato da lungi con un canocchiale, mostri la più piccola diminuzione della virtù inducente. Giunti a questo punto, si torni ad abbassare lo scranno metallico M N R S comunicante col suolo, e tornerà di nuovo a liberarsi la indotta di prima specie, che per la seconda volta fu prodotta sullo stesso cilindro A B indotto. Si misuri come prima con l'elettrometro A′ B′ questa indotta, e si avrà da esso la stessa indicazione ottenuta nella prima misura, non ostante che in questa secònda, la induzione abbia durato per un tempo molto più lungo del primo. Da ciò si conclude a buon diritto che la indotta di prima specie non si disperde sotto la costante induzione, vale a dire trovasi essa del tutto priva di tendenza. Dobbiamo qui avvertire che in questa sperienza, fatta esattamente con buoni elettrometri, essendo l'aria molto priva di vapore acquoso, l'elettrometro a quadrante, applicato alla bottiglia inducente, tarderà molto a mostrare la diminuzione della carica inducente contenuta nella bottiglia; per la qual cosa la durata della seconda induzione potrà essere a bastanza lunga.

Studî sulle immagini microscopiche della fibra nervosa midollare.

Nota del prof. FRANZ BOLL
presentata dal socio TOMMASI-CRUDELI

nella seduta del 4 giugno 1876.

(Lavoro eseguito nel Laboratorio di Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Roma. VI).

Nell' anno 1872 le nostre conoscenze istologiche sulla fibra nervosa midollare, le quali da molti anni già credevansi complete, fecero per opera del Ranvier un passo inaspettato ([1]).

La sua bella scoperta degli strangolamenti anulari che interrompono a regolari distanze il decorso della fibra nervosa, mostrò ancora una volta quanto siano incomplete e poco precise le nostre conoscenze istologiche, e diede prova evidente che i microscopisti sono ancora ben lontani dallo avere realmente esaurito i fatti anatomici relativi ai tessuti anco i più studiati e che sembrano esserlo abbastanza.

Infatti, prima di Ranvier, pochi istologi avrebbero ammesso che una nuova scoperta tanto sorprendente e al tempo stesso tanto facile a verificarsi fosse ancora possibile in un tessuto così generalmente studiato. Ma gli anelli furono trovati e, coll'assenso di tutti gli osservatori, essi occupano ora quel posto che loro spettava nell'istologia dei nervi periferici, la quale dopo questa nuova scoperta si credette una volta ancora assolutamente ed irrevocabilmente completata.

Ma anche questa volta si era nell' errore; imperocchè, e al Ranvier e ai suoi seguaci era sfuggito un altro fatto istologico facilmente osservabile in ogni fibra nervosa, una struttura non meno caratteristica ed importante, che non sia quella degli strangolamenti anulari: la discontinuità, cioè, della guaina midollare e la sua regolare costituzione, risultante da un gran numero di singoli segmenti midollari.

Questa struttura della guaina midollare, rimasta sconosciuta fino agli ultimi anni, venne scoperta e pubblicata separatamente, e quasi nel medesimo tempo, da tre diversi micrografi. Per il primo W. Zawerthal nel marzo dell' anno 1874 pubblicò le ricerche da lui eseguite nel Laboratorio fisiologico del prof. Albini di Napoli ([2]).

Tanto la sua descrizione, quanto i suoi disegni della struttura in questione sono esatti e veritieri; però nell' interpretazione delle sue immagini microscopiche egli commise un errore quasi incredibile, scambiando cioè la guaina midollare colla guaina dello Schwann, e descrivendo le discontinuità scoperte da lui nella prima come una

([1]) *Recherches sur l'histologie et la physiologie des nerfs.* Première partie. — Archives de Physiologie normale et pathologique 1872, p. 129. Deuxième partie 1872, p. 427.

([2]) *Contribuzione allo studio anatomico della fibra nervosa. Ricerche istituite nell' Istituto fisiologico della R. Università di Napoli.* — Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Marzo 1874.

particolarità propria della seconda. Immediatamente dopo la comunicazione del Zawerthal, e senza esserne consapevole, un micrografo americano H. D. Schmidt (¹) diede alla luce una breve descrizione e un disegno relativi alla medesima struttura, la quale però egli credette fosse prodotta da pieghe della guaina midollare, attribuendole perciò poca importanza.

Finalmente A. J. Lantermann (²), con maggiore esattezza, riconobbe la discontinuità della guaina midollare, e la descrisse in una comunicazione preliminare, riservandosi di fare al riguardo una pubblicazione dettagliata ed illustrata con disegni, non comparsa fino ad ora.

Pure questa importante e singolare scoperta, pubblicata contemporaneamente da tre autori in tre lingue diverse, ancora non è riuscita a cattivare l'attenzione degli istologi. Sembra che la pubblicazione del Zawerthal sia rimasta perfettamente sconosciuta, giacchè nè Schmidt nè Lantermann la accennano, nè essa trovasi menzionata nelle riviste scientifiche. La communicazione dello Schmidt viene citata dal Lantermann e dalle riviste, ma non altrove. La descrizione stessa del Lantermann, benchè pubblicata in un giornale molto diffuso, pure non ha ottenuto ancora quell'apprezzamento che meritava, e ciò evidentemente solo perchè non accompagnata da figure illustrative. In tutta la posteriore letteratura istologica non si rinviene che un leggiero cenno fattone da Cossy e Dejerine (³), i quali per altro non hanno potuto accertare i fatti segnalati dal Lantermann. All'infuori di questi, nessun micrografo si occupò della discontinuità della guaina midollare, neppure il Mc' Carthy (⁴), il quale dedica uno studio speciale alla fibra nervosa, citando a quest'occasione anche la comunicazione del Lantermann.

Anche a me erano perfettamente ignoti i lavori dello Zawerthal e dello Schmidt, non che la comunicazione del Lantermann, quando nell'autunno 1875, in Viareggio, esaminando i nervi elettrici della torpedine, osservai quella particolarità di struttura già descritta dai mentovati autori. Ho continuato nell'inverno scorso le ricerche in allora intraprese ed in parte già pubblicate (⁵), dedicando alla struttura in discorso uno studio abbastanza particolareggiato.

Presto riconobbi che per ottenere completa conoscenza della quistione era necessario dare alle mie ricerche la più larga base, applicando i più variati metodi anatomici e sperimentali.

La prima ricerca a farsi era di natura puramente istologica: anzitutto si doveva studiare sopra un solo soggetto e in dettaglio la struttura della guaina midollare,

(¹) *On the construction of the dark or double-bordered nerve fibre.* — Monthly microscopical Journal. May 1874, p. 200.

(²) *Bemerkungen über den feineren Bau der markhaltigen Nervenfasern.* — Centralblatt für die Medicin. Wissensch. 1874, p. 706.

(³) *Recherches sur la dégénerescence des nerfs.* — Archives de Physiologie normale et pathologique 1875, p. 574.

(⁴) *Some remarks on spinal ganglia and nerve-fibres.* — Quarterly Journal of microscopical science 1875, p. 380.

(⁵) *Neue Untersuchungen zur Anatomie und Physiologie von Torpedo.* — Monatsberichte der Berliner Akademie der Wissenschaften 1875, p. 710.

trattandola con differenti e svariati reattivi; era mestieri in pari tempo accertare le diverse immagini che può offrire la fibra nervosa e registrarle con esattezza, come già fu fatto per altre immagini microscopiche, quelle p. e. de' corpuscoli rossi del sangue.

Una altra ricerca la quale può dirsi d'istologia comparata doveva poi aver per iscopo di stabilire in qual modo questa struttura dapprima rinvenuta nella guaina midollare, fosse distribuita non soltanto nella serie animale ma anche nel sistema nervoso dei singoli vertebrati. A tale riguardo si sono accertati due fatti principali: primo, che la detta struttura si ritrova in tutte le classi dei vertebrati, e secondo, che essa rimane sempre limitata al sistema dei nervi periferici, e vien meno nelle fibre nervose dei centri e del nervo ottico. La sua diffusione anatomica coincide adunque colla distribuzione degli anelli di Ranvier, i quali da una parte si ritrovano in tutte le classi dei vertebrati, e dall' altra parte sono limitati esclusivamente ai nervi periferici ([1]).

Rimane però ancora a stabilirsi come si comporta questa struttura, e se e quali modificazioni subisca, passando dai nervi periferici nelle fibre centrali delle radici e nelle singole terminazioni nervose centrifugali e centripetali che esistono alla periferia.

In terzo luogo era da studiarsi, meglio che prima non si fosse fatto, lo sviluppo embrionale della guaina midollare nei nervi periferici delle diverse classi dei vertebrati. E finalmente i lavori esistenti sulla degenerazione dei nervi recisi, dovevano essere nuovamente ripresi e corretti, perchè, eseguiti anteriormente alla scoperta della nuova struttura, non avevano potuto tenerne allora alcun conto.

Queste ricerche adunque si dividono naturalmente in quattro monografie più o meno estese delle quali per ora una sola si potè condurre a termine, cioè la prima di natura puramente istologica: *sulle immagini microscopiche della fibra nervosa midollare.*

Come oggetto di osservazione fu adoperato esclusivamente il nervo sciatico della rana esculenta adulta. Questo nervo, come è noto, contiene allato ad una maggioranza di grosse fibre (larghe in media 0,015 mm.), anche un numero non piccolo di fibre molto più esili, le dimensioni delle quali sovente non eccedono i 0,007 mm. Queste differenze di dimensioni, le quali possono essere quasi con certezza spiegate dalle diversità funzionali delle piccole fibre ([2]), non hanno però nessuna influenza sulla struttura istologica, mostrando tutte le fibre nervose, le più esili come le più grosse, anelli di Ranvier e segmenti della guaina midollare. È però da avvertire che tutte le osservazioni enunciate nel presente lavoro, le misurazioni e le cifre si riferiscono esclusivamente alle fibre del più grande calibro essendosi, per principio, trascurate le fibre più sottili.

Nelle fibre grosse (del diametro di 0,015 mm.) la distanza che passa fra due anelli di Ranvier è in media di 1,50 mm., cioè il centuplo del diametro delle fibre stesse. Il nucleo di una tale sezione nervosa (così voglio chiamare le porzioni del

([1]) Errarono Tourneux e Le Goff (Journal de l'Anatomie 1875, p. 403) i quali vollero ritrovare gli anelli di Ranvier anche nelle fibre nervose degli organi centrali.

([2]) Questo argomento verrà trattato in un altro lavoro.

nervo comprese fra due anelli di Ranvier) larga 0,015 mm., e lunga 1,50 mm. trovasi sempre più o meno esattamente nel mezzo fra i due anelli. In ciascuna sezione nervosa esiste sempre un nucleo solo, cosa che debbo qui asserire per tutti quelli osservatori, i quali non hanno voluto accettare a tale riguardo l' affermazione del Ranvier. Nello stesso tempo posso indicare un metodo sicuro per dimostrare che questo fatto si ripete con una assoluta regolarità: basta per accertarsene esaminare i nervi di animali molto giovani, nei quali le singole sezioni nervose sono ancora brevissime. Nella fig. 1 è rappresentato un pezzo (lungo 1,50 mm.) di una fibra nervosa (larga 0,0080 mm.) del nervo elettrico di una giovane torpedine (lunga 9 mm.) impregnato coll'acido osmico. Questo pezzo conta niente meno che sei distinte sezioni nervose, ognuna delle quali non avendo più di 0,125 mm., è sei volte all' incirca più corta che le sezioni nervose delle rane adulte. Tutte queste sezioni nervose possiedono senza eccezione un solo nucleo, il quale sempre è situato quasi esattamente nel mezzo della sezione, cui divide in due parti eguali. Merita di essere osservato che la guaina midollare, ancora poco sviluppata in queste giovani fibre, è senza eccezione interrotta al livello dei nuclei, mostrandosi perciò costruita fra i due anelli da due pezzi completamente separati l'uno dall'altro. Soltanto negli animali più adulti, si ristabilisce nelle singole sezioni nervose la continuità della guaina midollare, ed il nucleo prende posto allora in una depressione della superficie superiore di essa come in un alveolo.

A. *Esame delle fibre nervose nella soluzione fisiologica di cloruro sodico a* 0,75 %. (*Vedi le figg.* 2 - 14).

Con questo metodo devesi incominciare lo studio microscopico dei nervi, offrendo esso per la intima conoscenza istologica delle fibre nervose un doppio vantaggio: in primo luogo, fa risaltare nella sua vera struttura e colla più grande evidenza ed eleganza la parte otticamente più saliente della fibra nervosa, cioè la guaina midollare; permette inoltre di fare, anche sulla natura del cilindro dell' asse racchiuso nella guaina midollare, osservazioni assai concludenti quantunque meno avvertibili.

In ogni fibra nervosa la guaina midollare appare costituita da singoli segmenti midollari, il numero dei quali oscilla fra i 20 e i 30 ed è in media di 25, nel tratto compreso fra due strangolamenti. Più variabile ancora del loro numero è la dimensione di tali segmenti; i più brevi sovente hanno una lunghezza non superiore a quella del diametro trasverso della fibra nervosa, ed altri invece giungono ad essere fino a 12 e 15 volte più lunghi del diametro stesso. Questi segmenti midollari, per formare la guaina si riuniscono in modo che i singoli tubi (poichè come la guaina midollare stessa ognuno dei suoi segmenti deve essere considerato come un tubo che circonda il cilindro dell'asse), sono innestati collo loro terminazioni libere gli uni entro gli altri, a guisa di manichetti. Tale congiungimento poi può aver luogo per ciascun segmento per di sopra o per di sotto, secondo tutte le combinazioni.

Il caso più ovvio è che un dato segmento *b* con uno de' suoi margini liberi abbraccia il margine corrispondente del segmento vicino *c*, e col suo margine opposto, è invece abbracciato dall' altro segmento *a*. Generalmente, questa combinazione più comune si ripete per una certa serie di segmenti successivi, i quali allora vengono

a sovrapporsi uniformemente come le tegole di un tetto. Ma non di rado avviene che un segmento midollare abbia entrambe le sue estremità egualmente sovrapposte o sottoposte ai margini corrispondenti dei due segmenti vicini. Finalmente accade pure, benchè di rado, che un qualche segmento midollare non termina, come è la regola, con un semplice margine sottile, ma con un margine scanalato (che nel taglio ottico appare biforcato) entro il quale viene ad incastrarsi, come in una morsa, il margine corrispondente del segmento vicino (Vedi le figg. 7 e 8). I segmenti attigui agli anelli di Ranvier mostrano poi sempre ai loro margini liberi una curvatura più o meno marcata.

In una simile preparazione eseguita colla dissociazione, non tutte le fibre nervose mostrano con eguale esattezza e precisione i rapporti ora descritti. Si riscontrano anzi fra queste fibre forme così svariate e diverse che l'osservatore da principio si trova imbarazzato da tante discrepanze, la ragione delle quali non riesce subito di afferrare, non potendosi decidere quali immagini debba considerare come l'espressione meno inesatta della fibra nervosa normale e quali come prodotti alterati. Sono però riuscito a ridurre sotto un solo punto di vista le innumerevoli e svariate immagini che si ritrovano in tali preparazioni, apprezzandole e classificandole tutte secondo un'unico e semplice principio. Risulta cioè che ogni singola fibra nervosa subisce successivamente tutta una serie di modificazioni, presentando in diversi momenti un aspetto diverso, secondochè la sua alterazione è più o meno progredita. Queste alterazioni della fibra nervosa incominciano sempre da due punti, cioè, prima dalle estremità tagliate, e poi dagli anelli di Ranvier. È dunque da tenersi presente, e questa osservazione si applica tanto alla soluzione fisiologica di cloruro sodico quanto a tutti gli altri liquidi d'osservazione, che nei luoghi della fibra nervosa vicini ai due punti suddetti, si mostreranno sempre alterazioni più profonde che non altrove [1]. (Vedi le figg. 5 e 12).

Nella lunga serie delle diverse immagini meno o più alterate, per cui trascorre ogni fibra nervosa nei momenti successivi, possono utilmente determinarsi quattro stadî distinti quali vanno sempre più allontanandosi dal tipo primitivo e normale.

Nel primo stadio (Vedi le figg. 3 e 6) la fibra nervosa si presenta all'occhio come un nastro di larghezza uniforme limitato lateralmente da due doppi contorni netti e risplendenti. Questi due contorni decorrono paralleli e quasi affatto in linea retta, con curve appena sentite. La loro costituzione da una serie di segmenti midollari distinti, non si riconosce se non guardandoli con grande attenzione: dappoichè, in questo primo stadio, i varî pezzi componenti la guaina combaciano sempre fino a contatto quasi immediato, e stanno come saldati fra di loro, tanto che si richiede molto esercizio per scorgere la discontinuità esistente fra l'uno e l'altro segmento.

Nel secondo stadio (Vedi le figg. 2, 4, 5, 7, 8, 9) al quale corrispondono la

[1] Oltre alla maggiore o minore alterazione vi è poi ancora una altra circostanza che influisce notevolmente sull'immagine microscopica della fibra nervosa, ed'è il grado della distensione e dello stiramento longitudinale che si è fatto subire alla fibra nell'atto del dissociare la preparazione. Questo grado può esser diversissimo per le diverse fibre appartenenti ad una preparazione stessa. Però insisterò nel testo, soltanto per incidente sulle alterazioni attinenti a tale circostanza.

fig. 1, *c* pubblicata dallo Schmidt e le due incisioni annesse alla mia prima comunicazione, si rileva nel modo più evidente la natura composta della guaina midollare, perchè quivi i segmenti midollari pur conservando ancora perfettamente le loro forme naturali sono già dissaldati e alquanto staccati l'uno dall'altro, per modo che compariscono chiaramente come pezzi indipendenti. In questo stadio i contorni della fibra nervosa non rimangono più perfettamente rettilinei, ma cominciano a mostrare una ondulazione più accentuata.

Il terzo stadio (Vedi le figg. 10 e 12) è caratterizzato per una serie di alterazioni speciali, le quali hanno luogo nei punti di congiunzione dei singoli segmenti midollari. I margini affilati coi quali i segmenti s'innestano l'uno sopra o sotto l'altro, perdono i loro contorni salienti e si alterano in diversi modi, dimostrando uno sfibramento caratteristico [1] (Vedi la fig. 10) o rigonfiandosi per formare degli ammassi globosi ed irregolari, i quali mascherano facilmente la discontinuità della guaina. (Vedi la fig. 4).

Finalmente, nel quarto ed ultimo stadio, non solo i margini liberi dei segmenti midollari, ma questi segmenti stessi offrono in tutta la loro lunghezza i più marcati cambiamenti di forma (Vedi le figg. 12, 13, 14). Essi perdono la loro disposizione rettilinea e distesa e appaiono rigonfi, rappresi e contorti.

Questi cambiamenti di rilievo danno luogo ad immagini irregolari, anche sopra e sotto il cilindro dell'asse, nel taglio ottico longitudinale della fibra nervosa, che nei primi tre stadi riteneva un aspetto completamente omogeneo. Così, per una serie di alterazioni consecutive, l'immagine regolare della fibra nervosa originaria degenera finalmente in quei noti ammassi irregolari, rotti ed informi, nei quali finora si credette comunemente di riconoscere la figura della guaina midollare fresca e normale. In questo miscuglio apparentemente privo di ogni regolarità, è dato soltanto a un occhio molto esercitato di ritrovare le traccie dell'originaria composizione di singoli segmenti. E tale ricerca diviene poi del tutto impossibile in quelle fibre nelle quali (probabilmente per mancanza di una forte tensione) le piegature e le curvature della guaina midollare hanno avuto luogo principalmente secondo il diametro trasverso della fibra nervosa (Vedi la fig. 14).

Questi sono i fenomeni caratteristici che si osservano successivamente in una fibra nervosa trattata col cloruro sodico al 0,75 %, e che possono riscontrarsi anche contemporaneamente in una stessa preparazione. Dal loro studio riesce facile determinare in quale misura una data immagine si avvicina allo stato naturale, e si può dedurne per conseguenza, quali immagini debbano essere riguardate come espressioni più veritiere della guaina midollare normale. Sotto questo riguardo è un metodo che presta i migliori servizi. Però altrettanto pregevoli, quantunque meno salienti, sono i suoi risultati per le ricerche sulla natura del cilindro dell'asse.

Nelle preparazioni trattate col cloruro sodico a 0,75 %, questo elemento, fisiologicamente il più importante della fibra nervosa, non si mostra sulle prime che indistintamente e senza forma speciale: lo spazio racchiuso nel taglio ottico longitudinale

[1] Questo sfibramento dei margini liberi dei segmenti midollari, nei mammiferi (porcello d'India) si trova molto più sovente ed anche in modo più sentito che non nella rana.

della fibra nervosa, fra i due contorni risplendenti della guaina midollare appare dapprincipio completamente chiaro ed omogeneo. Ma poscia cominciano a comparire in esso certi intorbidamenti nebulosi molto pallidi e quasi invisibili, come per un addensarsi di ammassi vaporosi, ed infine si forma entro la guaina midollare un coagulo irregolare alquanto più distinto ma sempre ancora molto sbiadito, l'aspetto del quale rammenta l'anima d'una penna (Vedi la fig. 8).

Questa osservazione, che benchè tanto facile a farsi pure finora sfuggiva all'attenzione degli istologi, dimostra la originaria natura liquida del cilindro dell'asse, confermando con evidenza l'altra prova dello stesso fatto, dedotta dal movimento molecolare entro le fibre nervose fresche, da me descritto nella mia sopracitata comunicazione sul nervo elettrico della torpedine, — osservazione però che io non ebbi mai l'opportunità di ripetere sui nervi della rana. Questi due fatti direttamente osservabili, il movimento molecolare e la formazione del coagulo che ha luogo quasi sotto l'occhio dell'osservatore, prestano certo fondamento a una teoria la quale, già prima da vari fisiologi difesa con ragioni più o meno concludenti, fu ultimamente sostenuta da E. Fleischl [1] con più rigorosi argomenti.

Oltre a quelle della guaina midollare e del cilindro dell'asse, questo metodo somministra pure immagini soddisfacenti dei nuclei deposti nelle depressioni alveolari di uno e talvolta anche di due segmenti midollari (Vedi la fig. 5), permettendo di studiare completamente l'estensione della massa protoplasmatica che li circonda. Tale estensione è sovente abbastanza rilevante, sebbene la massa protoplasmatica non giunga mai a coprire i due segmenti midollari vicini. Ciò proverebbe che non possa sostenersi, per la rana adulta, l'esistenza di un sottile strato protoplasmatico intercalato fra la guaina midollare e la guaina dello Schwann (Ranvier).

Però, con questo metodo la guaina dello Schwann non appare quasi mai, e solo raramente come un contorno debole ed indistinto, offuscato dal vivo splendore della guaina midollare. Per questa ragione la guaina di Schwann fu ovunque trascurata nelle figg. 2-14. Soltanto negli anelli di Ranvier, ove manca la guaina midollare, è dato distinguerla allato del cilindro dell'asse, ma anche qui, per lo più, in un modo tanto insufficente, che ne rimangono indeterminate la natura e le relazioni. Quivi sono perfettamente visibili le curvature e le pieghe con cui terminano i segmenti midollari limitanti gli anelli di Ranvier (Vedi le figg. 2, 3, 4, 5, 9, 12).

B. *Esame delle fibre nervose nell'acqua distillata.*
(*Vedi le figg.* 15 - 17).

In ogni preparazione di nervi dissociati in una gocciola di acqua distillata si rinvengono sempre alcune poche fibre nervose le quali resistono quasi inalterate all'azione del liquido, e serbano almeno per un tempo abbastanza lungo il loro aspetto normale, corrispondente al primo e secondo stadio dei nervi trattati col cloruro sodico a 0,75 %.

[1] *Ueber die Beschaffenheit des Axencylinders.* Beitraege zur Anatomie und Physiologie als Festgabe Carl Ludwig zur 15 October 1874 gewidmet. — Leipzig 1875 p. 51.

Tralascio codeste fibre più resistenti che formano un' eccezione alla regola, per occuparmi qui solamente della gran maggioranza dei nervi, i quali in una simile preparazione mostrano le più spiccate e caratteristiche alterazioni.

Queste alterazioni consistono principalmente in una liquefazione e distruzione completa della guaina midollare, durante e dopo il quale processo i due altri costituenti della fibra nervosa, la guaina dello Schwann e il cilindro dell'asse, si rilevano con straordinaria esattezza.

Nelle fibre nervose esaminate nell' acqua distillata le alterazioni si producono molto più presto, che non in quelle trattate colla soluzione fisiologica di cloruro sodico, e le diverse deformazioni si seguono a intervallo assai breve, per il che riesce acconcio studiarne le fasi successive in una medesima fibra. Le prime alterazioni cagionate dall' influenza dell' acqua distillata si riferiscono ai singoli segmenti midollari. Questi non appaiono più, nel taglio ottico della fibra nervosa, come striscie esili e fortemente risplendenti, ma si allargano e perdono in parte il loro splendore; perdono inoltre e intieramente la loro omogeneità, scindendosi in un certo numero di tubi e lamelle concentriche, che nell' immagine microscopica appaiono come altrettante strie longitudinali di ciascun segmento (Vedi la fig. 15). Questa alterazione molecolare che affetta la sostanza dei singoli segmenti midollari, parte dalla periferia delle fibre nervose e si propaga verso il cilindro dell' asse, per dividere successivamente l' intero segmento in un numero sempre crescente di fogli concentrici. I primi di questi fogli si formano all' esterno della guaina midollare immediatamente sotto la guaina dello Schwann come per uno squamarsi della superficie esterna dei singoli segmenti. Mano mano che questo sfaldamento si propaga dalla periferia verso l' interno, la sostanza dei segmenti midollari, imbevuta dall'acqua distillata si rigonfia considerevolmente, perdendo allo stesso tempo il suo splendore ([1]). La sostanza della guaina midollare originariamente omogenea, trasformandosi nel modo descritto in un sistema di fogli o strati concentrici (similmente alla struttura lamellare d' una cipolla), scompare nel tempo stesso la discontinuità da principio tanto appariscente dei singoli segmenti midollari, i quali ora vengono colle loro terminazioni libere a collegarsi fra loro, formando un insieme non interrotto. (Vedi la fig. 16, la quale però darà forse un idea incompleta dell' alterazione speciale di cui si tratta, che è molto difficile a riprodursi nel disegno; essa è assai bene rappresentata dallo Schmidt nelle sue figure 3, 4, 5, 6, 10, 11, 13, disegnate col massimo dell'ingrandimento). Così in poco tempo, sotto l' azione dell' acqua distillata, la guaina midollare discontinua viene sostituita da una massa continua di una sostanza composta di fogli concentrici che sono il prodotto dello sfaldamento e della contemporanea fusione dei singoli segmenti midollari. È da notarsi che la guaina midollare così alterata sembra molto più grossa, occupando ora fra la guaina dello Schwann ed il cilindro dell'asse uno spazio

([1]) Queste immagini sovente molto caratteristiche hanno indotto lo Schmidt ad ammettere l'esistenza d' uno « strato fibrillare della guaina midollare » posto immediatamente sotto la guaina dello Schwann; se il Lantermann non giunse mai a vedere queste « fibrille midollari » (cioè i tagli ottici dei fogli concentrici in cui si sfaldano i segmenti midollari) è da supporsi che non abbia mai esaminato fibre nervose in acqua distillata.

assai maggiore di prima. Questo aumento di volume della guaina midollare (o piuttosto della sostanza lamellare, in cui essa si è trasformata e che non merita più l'antico nome) conduce ordinariamente ad una dilatazione delle fibre nervose, le quali hanno ora perduto completamente la loro forte refrazione ed appaiono come nastri pallidi e affatto privi di splendore. Allo esterno della guaina midollare appare la guaina dello Schwann, e nell' interno il cilindro dell' asse, con tale chiarezza come non era dato vederli nella fibra nervosa fresca. La guaina dello Schwann appare come un delicato contorno che limita ai due lati della fibra nervosa la sostanza lamellare che ora rappresenta l' antica guaina midollare; questo contorno per lo più riveste immediatamente la superficie della massa lamellare, qualche volta però se ne allontana per modo da lasciare framezzo una fina fenditura ripiena di liquido (Vedi la fig. 16). Una simile fenditura si produce pure non di rado alla superficie interna della trasformata guaina midollare, fra questa e il cilindro dell' asse; il quale ultimo elemento, in tali preparazioni, si rileva sempre assai visibilmente sotto forma di una striscia pallida ed omogenea limitata da due contorni marcati e di ineguale larghezza (Vedi la fig. 16). Ma qui non appare mai quel coagulo irregolare, simile all'anima d'una penna, che descrissi nelle preparazioni con cloruro sodico, e la produzione del quale sembra sia impedita dalla presenza dell'acqua distillata. Diversamente da quella soluzione fisiologica, l'acqua distillata produce sempre una coagulazione più compatta della sostanza del cilindro dell'asse, cagionando forse anche un passaggio di liquido dal cilindro dell'asse alla guaina midollare: imperocchè sempre con questo metodo il cilindro dell'asse nastriforme appare molto più stretto che non sia lo spazio occupato dal medesimo nella fibra nervosa fresca trattata col cloruro sodico di 0, 75 $^0/_0$ [1].

L' immagine della fibra nervosa ora descritta si mantiene tale soltanto per poco tempo. Bentosto si osservano in essa altre notevoli alterazioni e cambiamenti che permettono di trarne deduzioni interessanti sulla natura particolarmente della guaina dello Schwann, e del cilindro dell' asse. Per effetto del continuato assorbimento di acqua, che sempre aumenta, si cambia lo stato della materia risultata dall'alterazione della guaina midollare, la quale da solida che era in origine diviene prima viscosa e poi semiliquida, e finisce per trasformarsi in un liquido scorrevole. Nello stesso tempo, la sua struttura lamellare si discioglie e fa luogo a una materia di aspetto quasi schiumoso. Alle estremità libere delle fibre nervose questa sostanza in liquefazione esce dall' apertura della guaina dello Schwann in considerevoli ammassi di forma irregolare e globosa e di aspetto lamellare o schiumoso (Vedi la fig. 17, e le due figure molto riuscite 4, 8 dello Schmidt). Questi ammassi schiumosi di materia semiliquida rimangono per lo più soltanto poco tempo collegati all' estremità

[1] Qui è da osservare che non in tutte le fibre nervose le alterazioni ora descritte si succedono egualmente e contemporaneamente su tutta la lunghezza delle fibre. In ispecie subito dopo fatta la preparazione, trovansi non di rado fibre le quali non sono degenerate in modo uniforme, ma mostrano — talvolta anche a brevissimi intervalli — una alternativa di punti alterati e normali o più e meno alterati. Essendo questi ultimi sempre più stretti dei primi, le relative fibre nervose non mostrano mai un diametro costante, ma un alternarsi di tratti più allargati e più ristretti, che sono le così dette varicosità.

aperta della fibra nervosa: quando hanno raggiunto una certa grandezza, essi vengono staccati e spinti fuori dalla materia che continuamente si accumula dietro di loro nell'interno della fibra nervosa. Così questi ammassi o grumi di forma irregolare e globosa cominciano a nuotare liberamente nel liquido della preparazione, che tosto ne viene riempita (Vedi le figg. 7-12 dello Schmidt). Riesce molto istruttivo l'osservare per un tempo alquanto lungo una fibra nervosa che si trovi in questo stadio di alterazione e specialmente lo studiare la corrente di quella materia densa e schiumosa che si dirige verso l'estremità libera della fibra nervosa e che, da principio lenta e tranquilla, va mano mano accelerando il suo cammino, scorrendo fra il cilindro dell'asse e la guaina dello Schwann, nel posto già occupato dalla guaina midollare. Risulta in primo luogo dallo studio di questa corrente, che la guaina dello Schwann è un tubo assolutamente chiuso e non interrotto in alcun punto del suo decorso; e infatti, la materia semiliquida che si muove racchiusa entro la fibra, viene sempre limitata lungo essa dai contorni della guaina dello Schwann, e non trova, sino all'estremità libera della fibra, veruna soluzione di continuità per cui possa sfuggire, ma rimane sempre trattenuta nel suo alveo angusto, compreso fra il cilindro dell'asse e la guaina dello Schwann. Nemmeno presso gli anelli di Ranvier si può mai osservare alcuna perdita della scorrente materia (Vedi la fig. 17). Lo studio della guaina midollare liquefatta ci fornisce così la certa prova (che finora mancava, malgrado le minute ricerche del Ranvier), che la guaina dello Schwann non è mai interrotta presso gli strangolamenti, ma li ricopre senza soluzione di continuità. Si aggiunge poi a questa un'altra conclusione non meno interessante e positiva sulla proprietà che la guaina dello Schwann possiede al livello degli anelli di Ranvier. Osservando, in prossimità di uno di questi anelli, la corrente della guaina midollare in liquefazione, si vede chiaramente che tale materia liquida ristagna per un'istante dinnanzi allo strangolamento anulare, e poscia si spinge attraverso l'alveo angusto dell'anello stesso con accelerata velocità. Questa osservazione dimostra che nell'anello deve trovarsi una forte resistenza, la quale oppone una diga abbastanza forte per mantenere in istretti confini la corrente della materia midollare liquefatta, sebbene questa debba esercitare una pressione abbastanza considerevole. Da ciò risulta come conseguenza necessaria, che la guaina dello Schwann al livello degli anelli di Ranvier deve essere non soltanto più ristretta ma anche dotata di una speciale resistenza: similmente a ciò che si osserva negli ispessimenti nella guaina dei fascetti connettivi, che danno luogo agli strangolamenti anulari, chiamati per lo passato dagli istologi fibre spirali [1].

Durante questo stadio possono farsi non solo sulla guaina dello Schwann, ma anche sul cilindro dell'asse interessanti osservazioni. Come fu detto di sopra, il cilindro dell'asse, nelle fibre nervose trattate coll'acqua distillata, appare sul principio

[1] La migliore prova della giustezza di questa osservazione si ottiene mediante l'impregnazione coll'argento, la quale fa rilevare nel medesimo modo caratteristico gli strangolamenti dei fascetti connettivi e quelli della guaina dello Schwann. L'asse trasverso delle croci scoperte dal Ranvier nelle fibre nervose coll'impregnazione di argento, corrisponde alla guaina dello Schwann, che in questo punto si è ispessita a guisa di un anello. Anche l'esame delle fibre nervose fatto coll'acido acetico diluto o col carminio acetico, conferma completamente l'identità di queste striscie colle fibre spirali.

come una striscia longitudinale di larghezza variabile, situata nel centro della fibra nervosa. Tale aspetto si mantiene ancora quando la circostante sostanza lamellosa della guaina midollare comincia a liquefarsi ed a scorrere. Ma presto si scorgono indizi i quali dimostrano che anche la sostanza propria del cilindro viene attaccata ed alterata per l' azione dell' acqua distillata. Questa alterazione consiste anche qui, come nella guaina midollare, in una liquefazione che si produce alle estremità libere delle fibre nervose, ove non di rado spuntano fuori isolati i cilindri dell' asse. Con un processo analogo a quello sopra descritto per la guaina midollare, si vede scaturire dal termine libero del cilindro dell' asse una materia albuminosa in forma di gocciole che mano mano si vanno distaccando (Vedi la fig. 17). Chiunque abbia osservato e seguito al microscopio il lento processo della formazione di queste gocciole, che ha luogo quasi in ciascuna estremità libera, non può esimersi dall'idea che anche al cilindro dell'asse debba ascriversi il possesso di una propria e speciale guaina: se tale guaina non esistesse, la formazione delle gocciole non potrebbe mai aver luogo nella forma in cui essa si presenta all'occhio dell'osservatore, ma dovrebbe apparire in tutt'altra maniera.

Al di là dello stadio ora descritto non si protrae con vantaggio l'esame della fibra nervosa, la quale sotto l'influenza dell'acqua distillata si va alterando sempre più profondamente. I prodotti della degenerazione del cilindro dell'asse e della guaina midollare finiscono per confluire e confondersi completamente fra loro, cosicchè rimane in ultimo una sola massa omogenea semiliquida di aspetto schiumoso, la quale riempie interamente la guaina dello Schwann.

L' esame delle fibre nervose nell' acqua distillata conduce adunque a risultati istologici non meno interessanti di quelli ottenuti colla soluzione di cloruro sodico, quantunque i due metodi possano, a un certo punto di vista, considerarsi come opposti. Mentre infatti il cloruro sodico conserva e permette di studiare i singoli costituenti della fibra nervosa, specialmente la guaina midollare, nella loro forma la meno inalterata, l'acqua distillata ha invece per effetto di distruggere ed alterare i costituenti stessi.

Ma se per una parte le profonde alterazioni determinate da quest' ultimo reagente ne sconsigliono l' applicazione diretta all' istologia normale della fibra nervosa, esse hanno per altra parte un grande valore scientifico per le deduzioni che permettono di trarne, quali sono quelle dianzi accennate circa le particolarità istologiche della guaina dello Schwann, e circa l' esistenza di una guaina speciale propria del cilindro dell'asse.

C. *Esame delle fibre nervose nel Picrocarminio e nell'acido picrico concentrato.*

Già il Ranvier ha consacrato uno studio speciale all' esame delle fibre nervose nel Picrocarminio: sarò dunque breve, limitandomi ad aggiungere qualche appunto alla descrizione datane da Ranvier.

Appena eseguita la preparazione (dissociando un pezzo dello sciatico in una gocciola di soluzione concentrata di Picrocarminio) quasi tutte le fibre nervose appaiono subito colorate di un giallo verdastro, la cui viva intensità è forse dovuta a ciò che

esso si stacca sul fondo di colore complementare al rosso del Picrocarminio. Rimane però nella preparazione, allato di codeste fibre giallo-verdastre, una minoranza di fibre tuttavia incolore le quali conservano l'aspetto caratteristico della fibra nervosa normale non alterata, e le medesime particolarità del cilindro dell'asse e della guaina midollare, che furono già descritte trattando dei nervi nella soluzione fisiologica di cloruro sodico. Ma gradatamente anche queste fibre cominciano a modificarsi e a prendere il colore verdastro, e diventano infine del tutto simili alle altre.

Sede esclusiva del colore giallo verdastro è la guaina midollare, sostanza che sembra suscettibile di assorbire con ispeciale avidità la parte gialla contenuta nel pigmento del Picrocarminio. In quest'atto si producono, benchè più lentamente, fenomeni simili a quelli che hanno luogo per l'azione dell'acqua distillata nella guaina midollare. La guaina midollare si rigonfia ed appare più larga che nello stato normale, i singoli segmenti midollari non si distinguono più chiaramente, ma si confondono insieme, ed alla fine risulta quello sfogliamento o sfaldamento della guaina midollare, che già fu descritto come effetto dell'acqua distillata. Però col Picrocarminio non si arriva ad una perfetta liquefazione della guaina midollare, e quindi non può aver luogo un vero deflusso del contenuto della fibra nervosa.

All'opposto della sostanza della guaina midollare, la quale attira a se esclusivamente la sostanza gialla del Picrocarminio, il cilindro dell'asse mostra invece una affinità speciale per la materia rossa che entra nella composizione di questo reattivo. Gli effetti di tale affinità appariscono però molto tardi, vuoi perchè la guaina midollare giallastra opponga un'ostacolo troppo forte alla diffusione del pigmento rosso, vuoi perchè la reazione sia più lenta di per se stessa. Difatti, nelle prime ore dopo fatta la preparazione, si verificano nel cilindro dell'asse soltanto delle deboli traccie di coloramento rosso: per arrivare a vederlo in tutta la sua bellezza occorrono ore e giornate intiere. Il cilindro dell'asse appare allora come un filo omogeneo e rosso, di larghezza quasi uniforme.

In modo del tutto simile al Picrocarminio, ma soltanto più energicamente, agisce sulla guaina midollare l'acido picrico concentrato, il quale in un istante colora in giallo tutte le fibre nervose della preparazione senza veruna eccezione. Le alterazioni microscopiche della guaina midollare non corrispondono però esattamente ai fenomeni prodotti dal Picrocarminio. I singoli segmenti midollari si confondono anche qui per formare una massa continua, ma questa massa, invece di mostrare uno sfaldamento lungo l'asse longitudinale della fibra nervosa, assume invece per la maggior parte un'aspetto più o meno granuloso.

Il cilindro dell'asse, dopo l'azione dell'acido picrico concentrato, appare pure come un filo omogeneo di larghezza quasi uniforme, del pari a ciò che accade col Picrocarminio.

D. *Esame delle fibre nervose nell'acido osmico.*
(*Vedi la fig.* 18).

Le prime alterazioni, che offrono le fibre nervose fresche e dissociate in una gocciola di acido osmico di 1 %, consistono in un imbrunimento e in un allargamento dei singoli segmenti midollari i quali (come lo mostra p. es. il raffronto delle figg. 6

e 18), arrivano presto al doppio della larghezza primitiva. Nello stesso tempo essi perdono il loro splendore e la loro omogeneità per effetto di un intorbidamento granuloso che si produce nella loro sostanza. Il cilindro dell'asse non si presenta durante questa fase con una figura determinata.

Dopo un'azione più prolungata del reattivo succedono poi ancora altri cambiamenti: la guaina midollare sempre più si oscura e si ripiega sovra se stessa formando delle rughe disposte secondo la direzione longitudinale e trasversa delle fibre, i singoli segmenti midollari perdono le loro punte, che in origine erano sensibilmente accuminate, e poscia si fondono completamente fra loro, cosicchè alla fine la composizione della guaina midollare da singoli segmenti riesce quasi del tutto irriconoscibile.

Si osservano alterazioni ancora più marcate della fibra nervosa quando si usa l'acido osmico in guisa da fare agire ad un tempo e prolungatamente una maggiore quantità di liquido, quando ad esempio si esaminano dei nervi sottili che furono conservati per giorni e settimane in un bagno di acido osmico. Nelle fibre nervose così trattate, la guaina midollare prende un deciso color nero d'inchiostro, e tosto si osserva inoltre che il loro diametro trasverso è invariabilmente diminuito: le singole fibre appaiono come diseccate, avendo evidentemente avuto luogo una sensibile perdita di acqua, uscita dal loro interno per entrare nel medio ambiente più concentrato. Questo diseccamento ed assottigliamento della fibra nervosa deve prodursi principalmente a spese del cilindro dell'asse, poichè la guaina midollare dal canto suo appare dilatata e granulosa, mostrando generalmente nello stesso tempo una quantità straordinaria di rughe e di pieghe. La sua composizione segmentata è ordinariamente ancora riconoscibile, ma i singoli segmenti midollari, specialmente nei loro punti di contatto, sono per lo più talmente alterati, che le discontinuità quivi visibili nella guaina potrebbero facilmente, da un osservatore non esperto della loro genesi normale, interpretarsi come lesioni accidentali occasionate dallo indurimento della guaina stessa.

Altre immagini ancora e affatto diverse si riscontrano quando, in luogo della soluzione concentrata di acido osmico, si fa agire sui nervi sottili una quantità maggiore della soluzione stessa più diluita p. e. a 0, 1 %. Le immagini prodotte con questo metodo sovente rassomigliano in modo straordinario a quelle ottenute coll' acqua distillata, dalle quali talvolta si distinguono soltanto per il loro colore brunastro. Così nella guaina midollare hanno luogo, con istretta analogia, almeno i primi principî di quelle alterazioni, che di sopra furono descritte come prodotte dall'acqua distillata, l'allargamento cioè ed il rigonfiamento dei singoli segmenti midollari, i quali in questo caso perdono il loro splendore e passano in uno stato quasi liquido. In questo stato essi tosto si confondono per formare una massa unica e schiumosa, la quale, dopo un'azione più prolungata dell'acido osmico, prende una colorazione nera abbastanza oscura. È però da rilevarsi che coll'acido osmico diluito la sostanza della guaina midollare si fende meno regolarmente in strie longitudinali che nòn coll'acqua distillata pura, ma si sfoglia con eguale facilità in tutte le direzioni, trasformandosi in una materia schiumosa più omogenea, nella quale l'acido osmico produce sovente dei depositi neri reticolati di tessitura molto fina. In molte fibre nervose che si trovano in tali preparazioni, la proprietà che ha l'acido osmico di indurire e di conservare, soverchia l'influenza dell'acqua distillata che liquefà e distrugge; codeste fibre appaiono allora

molto simili a quelle già descritte, ottenute coll'acido osmico concentrato (Vedi la fig. 18), e la cui guaina midollare è ingrossata e intorbidita da formazioni granulose.

Qualche volta nelle fibre nervose trattate coll'acido osmico più o meno diluito, si produce entro la sostanza rigonfiata granulosa o schiumosa dei segmenti midollari allargati una formazione speciale, che consiste in certe strie oscure e più o meno regolarmente parallele, le quali sono disposte verticalmente alla direzione longitudinale del segmento midollare. Codeste strie offrono talora l'apparenza di una struttura quasi regolare, come se la sostanza della guaina midollare fosse formata da brevi e sottilissimi bastoncelli, che attraversassero la guaina stessa dal cilindro dell'asse fino alla guaina dello Schwann. Queste immagini furono per la prima volta descritte da Lantermann il quale inclina a riguardarle come l'espressione di una struttura preformata e naturale. Non divido questo modo di vedere, imperocchè nella guaina midollare realmente fresca non vedesi neppure traccia di una tale disposizione, ed inoltre perchè questa formazione di bastoncelli non si produce nemmeno in tutte le fibre nervose trattate coll'acido osmico, e quando ha luogo si manifesta soltanto nel momento in cui, sotto l'influenza del reattivo, la guaina midollare si è già rigonfiata, raggiungendo il doppio della sua grossezza primitiva.

E. *Esame delle fibre nervose nella soluzione di cromato d'ammoniaca al* 2 %.

Una formazione di bastoncelli nella guaina midollare, del tutto simile a quella trovata dal Lantermann coll'azione dell'acido osmico, venne pure scoperta recentemente dal Mc' Carthy per mezzo del cromato d'ammoniaca al 2 %. Giudicando dalle figure comunicate da questo autore, la struttura in questione si paleserebbe col suo metodo, molto più chiaramente che non con l'acido osmico, il quale non dà mai, nemmeno approssimativamente, immagini tanto regolari come quelle figurate dal Mc' Carthy.

Esaminando l'azione di questo reattivo, rimasi dunque sorpreso nel trovare che le fibre nervose dissociate in una gocciola di tale soluzione non si alterano per nulla, per quanto se ne prolunghi l'osservazione, ma si comportano esattamente come se fossero esaminate nella soluzione fisiologica di cloruro sodico. Tutti i dettagli istologici i più minuti, la struttura dei segmenti midollari, l'intorbidamento nebuliforme, non che la coagulazione caratteristica del cilindro dell'asse, si osservano con questo metodo altrettanto bene come nella soluzione fisiologica di cloruro sodico; anzi, le alterazioni del cilindro dell'asse vi risaltano forse anche meglio, perchè nella soluzione di cromato d'ammoniaca la sua sostanza prende una tinta leggermente giallastra. Il solo mezzo mercè il quale ho potuto col cromato d'ammoniaca determinare nella fibra nervosa alterazioni veramente anormali, fu di mantenere alcuni nervi sottili durante parecchi giorni entro un bagno abbondante di quel liquido. Le fibre nervose così trattate appaiono allora molto assottigliate come quelle indurite nell'acido osmico all'1 %. La guaina midollare, della quale non si distinguono più i singoli segmenti, diviene più grossa ed irregolarmente striata, come in certe preparazioni fatte coll'acido osmico. Ma quanto alla struttura a bastoncelli descritta dal Mc' Carthy, non ne ho veduto che alcune traccie e non ho ottenuto mai immagini migliori di quelle che appaiono nelle preparazioni fatte coll'acido osmico, quantunque abbia esaminato un

grande numero di nervi i quali tutti erano rimasti nella soluzione per un tempo più o meno lungo. Probabilmente, il risultato diverso ottenuto dal Mc' Carthy si spiega con ciò ch' egli non avrà esposto, com' io feci, all' azione del liquido alcuni nervi isolati, ma una intera preparazione anatomica coi gangli spinali e le relative fibre nervose. Così egli avrà forse determinato condizioni di diffusione speciali, molto difficili a determinarsi ed impossibili a riprodursi, le quali in quel dato caso saranno state seguite da quella alterazione particolare, ma secondaria, della guaina midollare. Ritengo infatti impossibile di dare un significato fisiologico alla immagine da lui osservata, quantunque sia regolarissima, e ciò per le regioni più sopra sviluppate a proposito dell'acido osmico. A tali ragioni si aggiunge poi ancora, in ispecie pel cromato d'ammoniaca, che appunto questo reattivo conserva lungamente e perfettamente, come forse nessun' altro, l' immagine caratteristica della fibra nervosa fisiologicamente fresca. Se adunque in una tale preparazione diviene visibile assai più tardi, e per qualsivoglia circostanza speciale, una struttura a bastoncelli, evidentemente, qui non può trattarsi d'altro che di un processo di decomposizione *post mortem*.

F. *Esame delle fibre nervose nella soluzione di cloruro sodico al* 10 %. (*Vedi le figg.* 18, 20 *e* 21).

Da lungo tempo è conosciuta dai fisiologi l' azione irritante che sulla fibra nervosa esercita la soluzione concentrata di cloruro sodico, e forse non senza ragione si è attribuita codesta azione alla perdita d'acqua che il contenuto della fibra nervosa deve subire sotto l'influenza di quel reattivo. Infatti, esaminate col microscopio, le fibre nervose esposte alla soluzione concentrata di cloruro sodico appaiono come insecchite, solcate da rughe trasversali, ed il loro contenuto è trasformato in una massa granulosa con forte refrazione, nella quale non si distinguono più nè cilindro dell'asse, nè guaina midollare.

Uguali fenomeni produce pure la soluzione di cloruro sodico al 10 %, ma molto più lenti e forse meno accentuati. Si raccomanda dunque di adoperare quest' ultima soluzione in luogo di quella più concentrata, per meglio studiare le alterazioni che si producono nella fibra nervosa; le quali, non ostante, hanno conservato per me parecchi punti oscuri, per essere affatto diverse da tutte le altre alterazioni finora descritte.

Immediatamente dopo fatta la preparazione, la fibra nervosa appare come nella fig. 18. La composizione della guaina midollare da singoli segmenti è ancora dimostrabile, almeno per chi ne abbia la pratica, quantunque i segmenti non siano più separati, ma nei loro punti di contatto saldati insieme per mezzo di formazioni a guisa di gocciole. L' intero taglio ottico longitudinale della fibra nervosa appare occupato da una grandissima quantità di granuli molto fini e dotati di forte refrazione, dei quali è impossibile determinare se siano posti dentro il cilindro dell'asse, o sulla sua superficie, o per avventura nell' interno della guaina midollare.

Nelle fasi più avanzate (Vedi le figg. 20 e 21), le medesime alterazioni progrediscono ancora di più. Dapprima scompare completamente ogni traccia di separazione fra i singoli segmenti della guaina midollare, e quindi i granuli, che erano sul principio finissimi, acquistano un calibro più forte, forse per questo, che vari

di essi si sono congiunti per formarne di più grandi. Il taglio ottico longitudinale della fibra nervosa si presenta allora come seminato di gocciole risplendenti e rilevate. Disgraziatamente, non si riesce a determinare a quale processo quelli innumerevoli granuli risplendenti debbano la loro esistenza, se siano una formazione esclusiva del cilindro dell' asse, o anche prodotti da una decomposizione della guaina midollare. Del resto, essi sono caratteristici non soltanto della soluzione di cloruro sodico al 10 %, ma in genere di tutti i liquidi che induriscono la fibra nervosa estraendone l'acqua. I granuli si ritrovano infatti con eguale chiarezza anche nei nervi che furono conservati nell'acido picrico concentrato, o nell' acido osmico all' 1,0 %, o nella soluzione di cromato d' ammoniaca al 2 %, nonchè nelle fibre nervose di tutte le preparazioni indurite nell'alcool o nel liquido di Müller.

Oltre alle fin quì descritte alterazioni microscopiche prodotte nella fibra nervosa midollare dalla soluzione fisiologica di cloruro sodico, dall' acqua distillata, dal Picrocarminio, dall'acido picrico, dall' acido osmico, dal cromato d' ammoniaca e dalla soluzione di cloruro sodico al 10 %, ebbi ancora campo di studiare gli effetti della glicerina, dell'etere, del cloroformio e collodione, della potassa caustica e dell'acido acetico. Non ho tuttavia ritenuto necessario di aggiungere a questa memoria le immagini e le alterazioni prodotte da quest' ultimi reattivi, perchè tutte le conclusioni che se ne potrebbero dedurre sulla struttura della fibra nervosa già risultano a sufficenza, e più facilmente, dalla applicazione dei liquidi di cui ho trattato nel presente lavoro.

Solo mi rincresce di non poter parlare in questa occasione del nitrato d'argento. Ma i risultati ottenuti con questo reattivo, stanno in troppa intima connessione con certe verità generali sul metodo dell' impregnazione coll' argento, e colla quistione del tessuto connettivo, perchè sia utile trattarne senza entrare ad un tempo in una estesa esposizione anche di questi due ultimi argomenti. Un solo fatto però voglio qui accennare, ed è che sono riuscito a produrre in certe fibre elastiche una striatura trasversa perfettamente identica a quella che pel primo il Frommann ha determinato nei cilindri dell' asse delle fibre nervose per mezzo della impregnazione coll' argento.

Negli ultimi anni non furono rari gl' istologi immaginosi, che enunciarono idee del tutto nuove e sorprendenti sulla struttura e sulla composizione della fibra nervosa midollare. A questa categoria, dalla quale lo stesso Schmidt non seppe tenersi abbastanza lontano, appartengono il Tamamscheff [1], A. v. Török [2] e Thin [3]. i quali fanno gara di fantastiche supposizioni circa la struttura della fibra nervosa. È caratteristico di questi micrografi che nessuno dei tre abbia veduto la sola cosa

[1] *Ueber Nervenrohr, Axencylinder und Albuminstoffe. Vorläufige Mittheilung.* — Centralblatt für die medicin. Wissenschaften 1872, p. 593.

[2] *Ueber den Bau der Nervenfaser. Vorläufige Mittheilung.* — Verhandlungen der physical. medicin. Gesellschaft zu Würzburg. Neue Folge. Band III, S. 41, 1872.

[3] *A contribution to the anatomy of connective tissue, nerve and muscle.* — Proceedings of the Royal Society 1874, p. 523.

essenziale che ancora rimaneva a scoprirsi nella fibra nervosa, cioè la composizione segmentata della guaina midollare; è caratteristico inoltre il fatto, che le tre loro pubblicazioni restassero tutte allo stato di comunicazioni preventive, senza che gli autori abbiano saputo trovare il coraggio di concretare le loro visioni in una forma scientifica più soda.

Le conclusioni del presente lavoro sono assai più modeste. Esso si limita, nella prima parte, a rispettare antiche verità e a riconoscere verità nuove. Anzitutto mantiene che la fibra nervosa è costituita dalla classica triade, cilindro dell'asse, guaina midollare e guaina dello Schwann, e conferma del resto completamente la bella e nuova scoperta del Ranvier, cioè la divisione della fibra nervosa in una serie di sezioni nervose di quasi uguale lunghezza. I fatti ulteriori che poi si aggiungono come risultati dallo studio delle differenti immagini ed alterazioni della fibra nervosa, possono essere riassunti come segue.

1.° Il cilindro dell'asse ha uno stato liquido. Questo è provato (oltrechè dal movimento molecolare, segnalato prima d'ora nelle fibre fresche del nervo elettrico della torpedine), dalla formazione del coagulo che si produce sotto gli occhi dell'osservatore nelle fibre trattate colla soluzione fisiologica di cloruro sodico. Entrambi codesti fatti non ammettono altra interpretazione, se non che la sostanza del cilindro dell'asse, nello stato fresco, dev'essere liquida, o almeno semiliquida. In nessun caso al certo, esso possiede *intra vitam* e nello stato di sopravvivenza quella struttura fibrillare che gli fu assegnata da parecchi istologi più recenti. Che questo contenuto liquido del cilindro dell'asse stia poi racchiuso in una guaina speciale, l'esistenza della quale era pur essa già supposta da molti autori, è dimostrato dalle gocciole che escono dal termine libero del cilindro dell' asse liquefatto, osservazione facile a farsi nelle fibre nervose trattate nell' acqua distillata.

2.° La guaina midollare non decorre continuatamente dall'uno all'altro anello di Ranvier, ma in ciascun tratto compreso fra due anelli essa si compone di un numero più o meno grande di segmenti midollari distinti, i quali sono immessi gli uni entro gli altri a guisa di una conduttura tubulare in molti pezzi. La sostanza di questi singoli segmenti midollari, nello stato fresco, è perfettamente omogenea, priva di struttura speciale, e dotata di fortissima refrazione. A contatto di liquidi eterogenei essa si altera quasi immediatamente, mostrando qualche volta, dopo l'azione di certi reattivi, modificazioni molto caratteristiche (una *struttura fibrillare* coll'acqua distillata, una *struttura a bastoncelli* coll'acido osmico e col cromato di ammoniaca). Cotali modificazioni non si possono però interpretare in genere come indizi di una struttura preformata. Lo vieta la semplice considerazione che le differenti alterazioni dovute all'azione di differenti reattivi si escludono morfologicamente a vicenda. Ora, mentre fra tutte queste immagini diverse una sola potrebbe essere la vera, ciascuna di esse avrebbe poi, teoricamente, i medesimi titoli per essere riconosciuta come preesistente.

3.° La guaina dello Schwann costituisce un tubo completamente chiuso, il quale accompagna e riveste il cilindro dell' asse e la guaina midollare, senza soluzione di continuità. Essa non trovasi interrotta in nessun punto, nemmeno sugli anelli di Ranvier, ove la sua sostanza mostra piuttosto degli ispessimenti analoghi a quelli della guaina circondante i fascetti connettivi nei luoghi delle così dette fibre spirali.

Spiegazione delle figure.

Le Figure 1-5 rappresentano esattamente 270 volte la grandezza naturale; le figure 6 e 21, 540 volte. Tutte le preparazioni disegnate — ad eccezione della figura 1 — sono tolte dal nervo sciatico della rana.

Fig. 1. Un pezzo lungo 1,55 mm del nervo elettrico di una giovine Torpedo narke, lunga 9 cm. Il pezzo è composto di sei distinte sezioni di Ranvier, ognuna delle quali contiene nel mezzo un solo nucleo che interrompe ancora completamente la guaina midollare. Preparazione fatta coll' acido osmico.

Fig. 2. Una sola sezione nervosa lunga 1,50 mm, col suo nucleo centrale. La guaina midollare della sezione è composta da 19 segmenti midollari. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 3. Un pezzo di nervo lungo 1,55 mm con un anello di Ranvier ed un nucleo. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 4. Fibra nervosa nella soluzione fisiologico di cloruro sodico, con un anello di Ranvier ed un nucleo.

Fig. 5. Fibra nervosa nella soluzione fisiologica di cloruro sodico; comincia l' alterazione la quale è più palese in vicinanza dell' anello di Ranvier.

Fig. 6. Primo stadio dell' alterazione. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 7. Principio del secondo stadio. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 8. Coagulazione del cilindro dell' asse durante il secondo stadio. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 9. Fibra nervosa coll' anello di Ranvier, nel secondo stadio. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 10. Terzo stadio: sfibramenti ai margini liberi dei segmenti midollari. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 11. Fusione dei margini liberi dei segmenti midollari nel terzo stadio. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 12. Fibra nervosa con anello di Ranvier dal quale parte l' alterazione della guaina midollare. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 13. Fibra nervosa nel quarto stadio. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 14. Fibra nervosa nel quarto stadio. Le rughe della guaina midollare vanno generalmente in senso trasversale. (Soluzione fisiologica di cloruro sodico).

Fig. 15. Fibra nervosa nell' acqua distillata; incipiente alterazione dei segmenti midollari.

Fig. 16. Fibra nervosa nell' acqua distillata; alterazione più progredita della guaina midollare entro la quale il cilindro dell' asse si rende visibile sotto forma speciale.

Fig. 17. Fibra nervosa con anello di Ranvier. (Acqua distillata). Dalla guaina midollare completamente liquefatta e disorganizzata, esce liberamente il cilindro dell' asse, il di cui contenuto sgorga in forma di gocciole.

Fig. 18. Fibra nervosa sotto l' azione incipiente dell' acido osmico all' 1 $^0/_0$.

Fig. 19. Fibra nervosa nella soluzione di cloruro sodico al 10 $^0/_0$. È ancora visibile la composizione della guaina midollare da singoli segmenti.

Fig. 20. Ulteriore alterazione della fibra nervosa nella soluzione di cloruro sodico al 10 $^0/_0$.

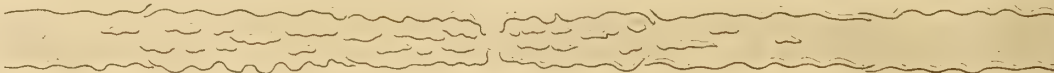
Fig. 21. Azione ancora più prolungata della soluzione di cloruro sodico al 10 $^0/_0$.

Fig. 1.a

Fig. 2.a

Fig 3.a

Fig. 4.a

Fig 5.a

Lit. Bruno e Salomone.

F. Boll. del.

Fig. 6.a
Fig. 8.a
Fig. 10.a
Fig. 12.a
Fig. 14.a
Fig. 16.a
Fig. 18.a
Fig. 20.a

U. Colonna inc.

Fig. 6ª

Fig. 8ª

Fig. 10ª

Fig. 12ª

Fig. 14ª

Fig. 16ª

Fig. 18ª

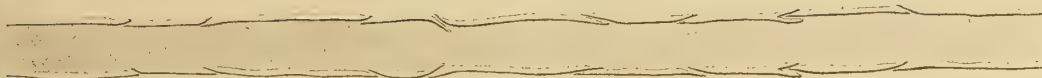
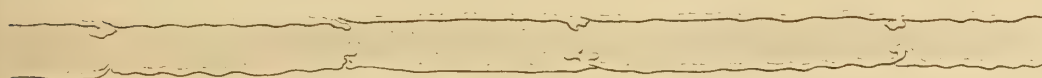
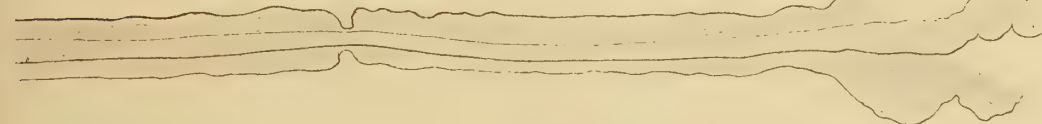
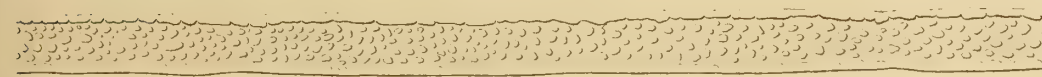



Fig. 20ª

Studî sui minerali del Lazio.

Parte seconda

Memoria del Socio corr. G. STRÜVER

letta nella seduta del 3 dicembre 1876.

Silicati anidri.

10. *Sodalite* — Se i geminati a penetrazione, descritti da vom Rath come spettanti alla sodalite, non possono essere che hauynite incolore o forse noseanite, tuttavia non manca nel Lazio interamente la sodalite, e tanto lo Spada quanto il vom Rath la conoscevano.

La forma dominante nei cristalli del nostro minerale è costantemente il rombododecaedro (110) cui si aggiungono qualche volta le faccie del cubo e dell'ottaedro, ma sempre pochissimo sviluppate. In taluni esemplari sono parallelamente associati fra di loro numerosi cristalli semplici. Per il suo aspetto la sodalite del Lazio non differisce menomamente da quella incolore o leggermente grigiastra del M.e Somma. Benchè non si sia potuta eseguire alcuna analisi quantitativa, a motivo della grande rarità della sodalite del Lazio, non può guari rimanere dubbio sulla natura del minerale, il quale fonde con difficoltà al cannello e si scompone facilmente cogli acidi cloridrico e nitrico lasciando la silice allo stato gelatinoso. Nella soluzione ottenuta coll'acido nitrico, l'azotato di argento dà un abbondante precipitato di cloruro di argento mentre coll'azotato di bario non si ha il più leggiero intorbidamento. Queste reazioni escludono l'ipotesi che i cristalli in questione siano hauynite o noseanite incolore.

Se la esistenza della sodalite nel Lazio pare dimostrata da quanto sopra ho detto, riesce tuttavia assai difficile di distinguerla, in ogni singolo caso, dalla hauynite e noseanite, di cui almeno la prima s'incontra nei monti laziali coi medesimi caratteri esterni della sodalite, di modo che bisogna ricorrere almeno al cannello e a qualche reazione per via umida onde esser certo di aver da fare o coll'uno o coll'altro dei due minerali, astrazione fatta dalla possibilità che esista nel Lazio anche la noseanite.

La sodalite laziale sinora non fu incontrata che nei massi minerali erratici, nella cui composizione entrano principalmente il sanidino e la nefelite, accompagnati da biotite bruna o nera, amfibolo nero, leucite, granato bruno e nero (melanite), pirosseno verde-nero, titanite, magnetite. I campioni che io stesso trovai negli strati di lapillo e ceneri di Galloro, sono composti di sanidino, nefelite, sodalite, magnetite, e di un minerale in cristalli quasi microscopici che non ho potuto sinora determinare.

11. *Nefelite* — Uno dei minerali più frequenti e da lungo tempo conosciuti nel Lazio è la nefelite. Essa fu descritta, per la prima volta, dal Fleuriau de Bellevue [1] sotto il nome di pseudosommite e chiamata più tardi anche col nome di pseudonefelina. Hauy [2] ed altri misero in evidenza l'identità del minerale colla vera sommite o nefelite. Il Carpi [3] fece una analisi della pseudonefelina di Capo di Bove e ottenne 40,2 SiO_2 20,8 CaO, 9,0 Al_2O_3, 12,6 di ossido di Mn, 1,1 di ossido di ferro, e 12,0 K_2O. Ma è evidente che questa analisi è sbagliata o non si riferisce al nostro minerale.

Trovai sulla nefelite del Lazio, parte sui cristalli che tappezzano le pareti delle geodi della lava grigia, parte nei massi minerali erratici, le seguenti 8 forme semplici (vedi Tav. II. fig. 6).

Miller		Bravais	Naumann	Weiss	Lévy-Dufrénoy
Forma prim. Miller	Forma prim. Naumann				
111	111	0001	0 P	∞ a : ∞ a : ∞ a : c	p
$10\bar{1}$	$2\bar{1}\bar{1}$	$10\bar{1}0$	∞ P	∞ a : a : a : ∞ c	m
$2\bar{1}\bar{1}$	$10\bar{1}$	$11\bar{2}0$	∞ P 2	a : $^1/_2$ a : a : ∞ c	h′
$3\bar{1}\bar{2}$	$5\bar{1}\bar{4}$	$21\bar{3}0$	∞ P $^3/_2$	a : $^1/_3$ a : $^1/_2$ a : ∞ c	h^2
321	110, 411	$10\bar{1}2$	$^1/_2$ P	∞ a : a : a : $^1/_2$ c	b^2
210	100, $22\bar{1}$	$10\bar{1}1$	P	∞ a : a : a : c	b′
$31\bar{1}$	$11\bar{1}$, $5\bar{1}\bar{1}$	$20\bar{2}1$	2 P	∞ a : a : a : 2 c	b $^1/_2$
100, $22\bar{1}$	$41\bar{2}$	$11\bar{2}1$	2 P 2	a : $^1/_2$ a : a : c	a′

Le misure angolari, istituite sui cristalli del Lazio, dimostrano che per la sua forma cristallina la nostra nefelite va abbastanza bene d'accordo con quella del M.^{e} Somma.

(1) Fleuriau de Bellevue: *Mémoire sur les cristaux microscopiques, et en particulier sur la séméline, la mélilite, la pseudo-sommite et le selce romano.* V. Delamétherie, Journal de Physique. 1800. T. LI p. 442 etc.

(2) Hauy: *Traité de minéralogie*, 2e éd. vol. II, p. 352. Paris, 1822. 8.°

(3) Leonhard: *Taschenbuch.* XIV. 219.

In fatti, trovai:

1, sopra un cristallino staccato da un masso composto di leucite, pirosseno, sanidino, nefelite, biotite $\left(\text{N.° Cat. } \frac{8395}{39}\right)$ Tav. II, fig. 8.

$0001:10\bar{1}1 = 43° \, 50' \, 40''$
Somma (Scacchi) $= 43° \, 59'$

2, sopra un cristallino staccato da un masso $\left(\text{N.° Cat. } \frac{7701}{88}\right)$ composto di nefelite, granato e idocrasio bruni, leucite, pirosseno, e wollastonite (vedi Tav. II, fig. 7).

		Somma (Scacchi)
$0001:10\bar{1}1$	$= 44° \, 1' \, 5''$	$43° \, 59'$
$0001:20\bar{2}1$	$= 62° \, 39'$	$62° \, 37'$
$0001:10\bar{1}2$	$= 25° \, 40' \, 30''$	$25° \, 46'$
$0001:10\bar{1}0$	$= 89° \, 54' \, 30''$	$90°$
$10\bar{1}0:21\bar{3}0$	$= 19° \, 5' \, 20''$ (2 sp.)	$19° \, 6'$
$21\bar{3}0:11\bar{2}0$	$= 10° \, 52' \, 45''$ (2 sp.)	$10° \, 54'$

La nefelite del Lazio è generalmente incolore o bianca o grigia, con tutti i gradi di diafanità, in pochi casi soltanto verde o carnicina, come ebbe già ad osservare lo Spada nella lettera più volte citata. Il color rosso o carnicino si trova nella nefelite di parecchi luoghi, a Capo di Bove, in qualche masso erratico di lava presso Marino, ecc., la tinta verde non fu osservata che una sola volta sopra pochi cristalli di una geode della lava di Capo di Bove, ma il fatto che questi cristalli sono impiantati sovra una sostanza cuprifera verde, prodotta dalla decomposizione della calcopirite, e associati a numerosi altri cristalli incolori, dimostra che si tratta qui di una colorazione affatto accidentale. Sovente i cristalli di nefelite, massime quelli delle geodi delle lave compatte, sono iridescenti, e non meno frequentemente essi sono incompleti e formano tramoggie o scheletri di cristalli. Molte volte la nefelite è bianco-opaca, a motivo della sua facile decomposizione.

Il minerale s' incontra

1, come componente di molte lave basaltine grigie e di parecchi speroni.

2, in cristalli che tappezzano le pareti delle geodi della lava basaltina, come a Capo di Bove, Acquacetosa fuori porta S. Paolo, Tre Fontane, Vallerano, Marino, Rocca di Papa, Nemi, al Lago Regillo, alla Colonna.

3, in cristalli nelle geodi di massi di lava erratica (Marino, Ariccia).

4, in cristalli entro gli aggregati minerali erratici nel peperino, negli strati di lapillo e ceneri, ove la nefelite è accompagnata da sanidino, leucite, wollastonite, humboldtilite. Oltre ai due massi più sopra nominati meritano speciale menzione certi blocchi, composti di biotite bruna a larghe lamine e di pirosseno nero, nelle cui geodi trovansi talvolta splendidi cristalli di nefelite, e i massi di Galloro, composti di sanidino, nefelite e magnetite, che abbiamo già indicati ad occasione della sodalite.

12. *Anortite* — Il primo che si sia accorto della presenza di questo minerale nel Lazio, sembra sia stato lo Spada, il quale nel 1845 ne parla come di una sostanza non conosciuta in avanti fra i prodotti dei Monti Albani. Il vom Rath, nel 1866, non fa menzione di questa specie. Il Mantovani, nel 1868, non parla nè della anortite, nè del sanidino, nel 1874 dice che la anortite trovasi raramente nel Lazio in bei cristalli del sistema triclino, più spesso abbonda lamellare di colore rossastro. Del sanidino non fa menzione, benchè questo sia da lungo tempo conosciuto e assai più abbondante della anortite. Ignoro poi cosa sia quella anortite lamellare di colore rossastro. Le mie ricerche mi hanno dimostrato che lo Spada ben si appose nel ritenere per anortite certi rari cristalli bianchi del Lazio che trovai nella sua collezione.

Forme osservate (Tav. I, fig. 1).

Miller	Weiss	Naumann	Lévy-Dufrénoy
100	a : ∞ b : ∞ c	$\infty \bar{P} \infty$	h′
010	∞ a : b : ∞ c	$\infty \breve{P} \infty$	g′
001	∞ a : ∞ b : c	0 P	p
110	a : b : ∞ c	∞ P′	t
$1\bar{1}0$	a : b′ : ∞ c	∞ ′P	m
130	3 a : b : ∞ c	$\infty \breve{P}' 3$	g^2
$1\bar{3}0$	3 a : b′ : ∞ c	$\infty\, '\breve{P} 3$	^2g
201	a : ∞ b : 2 c	$2' \bar{P}' \infty$	$o^1/_2$
$20\bar{1}$	a : ∞ b : 2 c′	$2 \,_{,}\bar{P}_{,} \infty$	$a^1/_2$
$20\bar{3}$	3 a : ∞ b : 2 c′	$^2/_3 \,_{,}\bar{P}_{,} \infty$	$a^3/_2$
021	∞ a : b : 2 c	$2 \,_{,}\breve{P}' \infty$	$i^1/_2$
$0\bar{2}1$	∞ a : b′ : 2 c	$2' \breve{P}_{,} \infty$	$e^1/_2$
061	∞ a : b : 6 c	$6 \,_{,}\breve{P}' \infty$	$i^1/_6$
$0\bar{6}1$	∞ a : b′ : 6 c	$6' \breve{P}_{,} \infty$	$e^1/_6$
111	a : b : c	P′	$f^1/_2$
$1\bar{1}1$	a : b′ : c	′P	$d^1/_2$
$11\bar{1}$	a : b : c′	$P_{,}$	$b^1/_2$
$1\bar{1}\bar{1}$	a′ : b : c	$_{,}P$	$c^1/_2$
$22\bar{1}$	a : b : 2 c′	$2 P_{,}$	$b^1/_4$
$24\bar{1}$	2 a : b : 4 c′	$4 \breve{P}_{,} 2$	$b^1/_2\ d^1/_6\ g^1$
$\bar{2}41$	2 a′ : b : 4 c	$4 \,_{,}\breve{P} 2$	$c^1/_2\ f^1/_6\ g^1$
$2\bar{4}1$	2 a : b′ : 4 c	$4' \breve{P} 2$	$d^1/_2\ b^1/_6\ g^1$

Le combinazioni sono varie.

In un cristallo (Tav. I, fig. 2) staccato da un masso composto di anortite e pirosseno verde $\left(\frac{8252}{62}\right)$, si osservarono le forme (001) (021) (061) (010) ($0\bar{2}1$) ($0\bar{6}1$) (201) (100) (110) (130) ($1\bar{3}0$) ($1\bar{1}0$) ($2\bar{4}1$) ($20\bar{1}$) e si misurarono i seguenti angoli:

			Descloizeaux (Anortite del M. Somma)
$0\bar{1}0 : 0\bar{2}1$		= 47° 20′ 20″	47° 24′
$0\bar{2}1$: 001		= 46° 49′	46° 46′
001 : 021		= 42° 39′ 40″	42° 39′
021 : 061		= 25° 2′ 30″	25° 2′
061 : 010		= 18° 4′ 20″	18° 9′
010 : $06\bar{1}$		= 18° 57′ 10″	19° 0′
$06\bar{1} : 02\bar{1}$		= 28° 30′ 40″	28° 24′
$02\bar{1} : 00\bar{1}$		= 46° 36′ 30″	46° 46′
010 : 130		= 29° 26′ 45″	29° 29′
130 : 110	(incerto)	= 28° 23′ 15″	28° 35′
110 : $1\bar{1}0$	(incerto)	= 59° 42′ 10″	59° 30′
$1\bar{1}0 : 1\bar{3}0$		= 31° 30′	31° 27′
$1\bar{3}0 : 0\bar{1}0$		= 30° 56′ 40″	30° 59′
$1\bar{1}0$: 001		= 69° 17′ 50″	69° 20′
201 : 001		= 41° 26′ 20″	41° 27′
$1\bar{1}0$: 201		= 38° 14′ 10″	38° 14′
$1\bar{1}0 : 0\bar{2}1$		= 53° 17′ 10″	53° 14′

Descloizeaux dà per l'angolo 010:001 il valore 85° 50′
$0\bar{1}0$:001 = 94° 10′
Sul cristallo in questione trovai 010:001 = 85° 46′ 30″
$0\bar{1}0$:001 = 94° 9′ 20″
010:$00\bar{1}$ = 94° 4′ 20″

Sopra un secondo cristallo si trovò:

			Descl.	
001:021	= 42° 45′ 5″		42° 39′	
021:061	= 25° 3′ 55″	85° 59′ 10″	25° 2′	85° 50′
061:010	= 18° 10′ 10″		18° 9′	
001:111	= 33° 21′ 40″	65° 53′ 40″	33° 17′	65° 53′
111:110	= 32° 32′		32° 36′	
110:$11\bar{1}$	= 29° 19′ 40″		29° 16′	

Un terzo cristallo (Tav. I, fig. 3) diede

		Descl.
$001:0\bar{2}1$	$= 46° 44'$	$46° 46'$

L' unica legge di geminazione sinora osservata è quella comune a tutti i feldspati triclini, per la quale asse di geminazione è la normale a (010).

Gli angoli sovraindicati, il carattere che presentano le combinazioni (ved. Tav. I, fig. 2, 3, 4), il fatto che i cristalli fondono difficilmente al cannello, ma si scompongono coll' acido cloridrico lasciando la silice allo stato gelatinoso, non permettono di dubitare che si tratti di altro che anortite, benchè non mi sia stato possibile finora di raccogliere una quantità sufficiente di materia per fare una analisi quantitativa.

L' anortite è assai rara nel Lazio ove la trovai unicamente nei massi erratici composti essenzialmente di anortite e pirosseno verde, ai quali qualche volta si aggiunge la hauynite azzurra o incolore. Tali aggregati non si distinguono in nulla dagli analoghi del M.[te] Somma, e, come questi ultimi, presentano sovente una distinta struttura zonale.

13. *Sanidino* — Del feldspato del Lazio parlano di già il Gmelin, il Brocchi, lo Spada, il vom Rath ecc. ma sinora, per quanto mi sappia, il minerale non fu studiato dal lato cristallografico. I cristalli da me esaminati, provenienti in gran parte dalla collezione Spada, presentano le seguenti forme semplici (Fig. 5, Tav. I).

Miller	Weiss	Naumann	Lévy-Dufrénoy
010	∞ a : b : ∞ c	∞ ℞ ∞	g^1
001	∞ a : ∞ b : c	0 P	p
110	a : b : ∞ c	∞ P	m
130	3 a : b : ∞ c	∞ ℞ 3	g^2
$10\bar{1}$	a : ∞ b : c′	— Ᵽ ∞	a^1
$40\bar{3}$	3 a : ∞ b : 4 c′	— $^4/_3$ Ᵽ ∞	$a^{3/4}$
$20\bar{1}$	a : ∞ b : 2 c′	— 2 Ᵽ ∞	$a^{1/2}$
$11\bar{1}$	a : b : c′	— P	$b^{1/2}$

Le combinazioni osservate sui cristalli del Lazio sono:

(010) (001) (110) (130) ($\bar{1}11$) ($\bar{2}01$) fig. 6, Tav. I.

(010) (001) (110) (130) ($\bar{2}01$) ($11\bar{1}$) ($\bar{1}01$) fig. 7, Tav. I.

(010) (001) (110) (130) ($\bar{1}01$) ($\bar{4}03$) ($\bar{2}01$) ($11\bar{1}$) fig. 8, Tav. I

Furono misurati 3 cristalli, per vedere che analogia il sanidino del Lazio presenta con quello del M.te Somma e quello del lago di Laach in Germania, le due sole varietà sulle quali furono istituite molte misure goniometriche, sovrattutto dal vom Rath [1].

Il primo X.llo (fig. 6) presenta la combinazione (010) (001) (110) (130) ($\bar{1}$11) ($\bar{2}$01) e diede le costanti:

$\beta = 64^\circ\ 2'.5$; $\eta = 115^\circ\ 57'.5$ a : b : c :: 0.6577 : 1 : 0.5522

Il quadro che segue, riassume i resultati ottenuti per questo cristallo.

Spigoli misurati	Angoli trovati	Numero degli spig. mis.	Angoli calcolati	Differenze tra oss. e calc.
001 : 100	—	—	64° 2′ 30″	—
010 : 110	59° 23′ 0″	1	59° 24′ 8″	— 1′ 8″
110 : 1$\bar{1}$0	61° 6′ 7″	1	61° 11′ 44″	— 5′ 37″
0$\bar{1}$0 : 130	29° 25′ 0″	1	29° 24′ 34″	0′ 26″
110 : 130	30° 2′ 35″	1	29° 59′ 34″	3′ 1″
010 : $\bar{1}$11	63° 10′ 40″	2	63° 14′ 45″	— 4′ 5″
$\bar{1}$11 : $\bar{1}$01	26° 44′ 49″	2	26° 45′ 15″	— 0′ 26″
$\bar{1}$01 : $\bar{1}\bar{1}$0	69° 26′ 17″	4	69° 26′ 12″	0′ 5″
$\bar{1}$01 : $\bar{1}\bar{3}$0	78° 32′ 53″	1	78° 26′ 28″	6′ 25″
$\bar{1}$11 : $\bar{1}$30	55° 11′ 30″	1	55° 10′ 28″	1′ 2″
$\bar{1}$11 : $\bar{1}$10	57° 5′ 48″	3	57° 7′ 37″	— 1′ 49″
$\bar{1}$11 : 001	54° 58′ 28″	2	55° 0′ 24″	— 1′ 56″.

Il secondo cristallo presenta la combinazione (001) 010) ($\bar{1}$01) ($\bar{2}$01) (110) (130) ($\bar{1}$11). Le sue costanti più probabili si trovano:

$\beta = 63^\circ\ 47'$; $\eta = 116^\circ\ 13'$ a : b : c :: 0.6585 : 1 : 0.5541

[1] *Mineralogische Mittheilungen.* Fortsetzung VI. 22. Vedi Ann. Pogg. Bd. CXXXII, p. 372 e seguenti.

I resultati dell' esperienza e del calcolo sono dati nel quadro seguente.

Spigoli misurati	Angoli trovati	N.° degli spig. mis.	Angoli calcolati	Differenze tra oss. e calc.
$001 : \bar{1}01$	50° 5′ 33″	1	50° 13′ 51″	— 8′ 18″
$001 : \bar{2}01$	80° 30′ 17″	1	80° 21′ 23″	8′ 54″
$010 : 110$	59° 22′ 50″	1	59° 25′ 38″	— 2′ 48″
$0\bar{1}0 : 1\bar{3}0$	29° 20′ 2″	1	29° 26′ 1″	— 5′ 59″
$001 : \bar{1}\bar{1}0$	112° 17′ 40″	1	112° 21′ 20″	— 3′ 40″
$\bar{2}01 : \bar{1}\bar{1}0$	45° 39′ 37″	1	45° 45′ 2″	— 5′ 25″
$010 : \bar{1}11$	63° 16′	1	63° 9′ 15″	6′ 45″
$010 : 001$	90° 8′ 10″	1	90°	8′ 10″
$001 : 0\bar{1}0$	90° 0′ 58″	1	90°	0′ 58″

Il terzo cristallo presenta la combinazione (001) (010) (110) (130) ($\bar{1}01$) ($\bar{2}01$) ($\bar{4}03$) ($\bar{1}11$): Le sue costanti più probabili sono:

$\beta = 64° \, 12.'5$, $\eta = 115° \, 47.'5$. a : b : c :: 0.6535 : 1 : 0.5521.

Le differenze tra l'osservazione e il calcolo si rilevano dal quadro che segue.

Spigoli misurati	Angoli trovati	N.° degli spig. mis.	Angoli calcolati	Differenza tra oss. e calc.
$001 : \bar{4}03$	63° 19′ 23″	1	63° 19′ 44″	— 0′ 21″
$010 : 110$	59° 35′	1	59° 31′ 45″	3′ 15″
$110 : 1\bar{1}0$	60° 55′ 37″	1	60° 56′ 30″	— 0′ 53″
$010 : 130$	29° 26′ 43″	1	29° 32′ 1″	— 5′ 18″
$110 : \bar{1}30$	29° 58′ 25″	1	29° 59′ 44″	— 1′ 19″
$010 : \bar{1}11$	63° 15′ 19″	2	63° 18′ 28″	— 3′ 9″
$\bar{1}11 : \bar{1}\bar{1}1$	53° 18′ 8″	1	53° 23′ 4″	— 4′ 56″
$\bar{1}11 : \bar{4}03$	29° 25′ 52″	2	29° 30′ 22″	— 4′ 30″
$\bar{2}01 ; \bar{4}03$	17° 3′ 40″	1	16° 50′ 16″	13′ 24″
$\bar{1}10 : \bar{4}03$	58° 23′ 55″	1	58° 22′ 32″	1′ 23″
$\bar{1}11 : \bar{1}30$	54° 57′ 40″	1	55° 3′ 14″	— 5′ 34″
$\bar{1}11 : \bar{1}10$	56° 53′ 7″	1	56° 54′ 33″	— 1′ 26″

Se non si volesse tener conto dell'angolo $\bar{2}01 : \bar{4}03$, per il quale si ha una ragguardevole differenza tra esperienza e calcolo, si otterrebbero per il terzo cristallo le costanti:

$\beta = 64^\circ\ 8'.\ ^3/_4$, $\eta = 115^\circ\ 51'.\ ^1/_4$ a : b : c :: 0.6538 : 1 : 0.5521,

le quali, almeno per l' angolo β, si avvicinano di più alle costanti del 1.° cristallo. Ad ogni modo, segue dai quadri precedenti che le costanti cristallografiche del sanidino del Lazio variano notevolmente da un individuo all' altro, conseguenza che risulta anche dalle numerose misure istituite dal vom Rath, per il sanidino del lago di Laach e quello del Vesuvio. Tale variazione è più sensibile per l' angolo β e il rapporto a : b, che non per il rapporto c : b, il quale oscilla assai meno da un individuo all' altro.

Era interessante di esaminare, se il sanidino del Lazio per la sua forma cristallina si avvicinasse più alla varietà del Vesuvio, o a quella di Laach. A tale scopo furono combinate tutte le osservazioni istituite sovra i 3 cristalli precedentemente descritti, per trovare le costanti medie del sanidino laziale, ed ugualmente si dedussero, dalle misure fatte dal vom Rath, le costanti medie del sanidino di Laach e del Vesuvio, escludendo però i valori trovati sui gemelli. Ecco i risultati di queste ricerche.

1. Sanidino del Lazio.

$\beta = 63^\circ\ 57'$, $\eta = 116^\circ\ 3'$ a : b : c :: 0.6562 : 1 : 0.5522.

Spigoli misurati	Angoli trovati	N.° degli spig. mis.	Angoli calcolati	Differenze esp. - calcolo
010 : 110	59° 26′ 57″	3	59° 28′ 45″	— 1′ 48″
110 : $1\bar{1}0$	61° 0′ 54″	2	61° 2′ 30″	— 1′ 36″
010 : 130	29° 23′ 55″	3	29° 29′ 4″	— 5′ 9″
110 : 130	30° 0′ 30″	2	29° 59′ 41″	0′ 49″
010 : $\bar{1}11$	63° 13′ 36″	5	63° 15′ 32″	— 1′ 56″
$\bar{1}11$: $\bar{1}01$	26° 44′ 49″	2	26° 44′ 28″	0′ 21″
$\bar{1}01$: $\bar{1}\bar{1}0$	69° 26′ 17″	4	69° 23′ 3″	3′ 14″
$\bar{1}01$: $\bar{1}\bar{3}0$	78° 32′ 53″	1	78° 23′ 40″	9′ 13″
$\bar{1}11$: $\bar{1}30$	55° 4′ 35″	2	55° 9′ 33″	— 4′ 58″
$\bar{1}11$: $\bar{1}10$	57° 2′ 38″	4	57° 7′ 12″	— 4′ 34″
$\bar{1}11$: 001	54° 58′ 28″	2	55° 7′ 25″	— 8′ 57″
001 : $\bar{4}03$	63° 19′ 23″	1	63° 17′ 15″	2′ 8″
$\bar{1}11$: $\bar{1}\bar{1}1$	53° 18′ 8″	1	53° 28′ 56″	— 10′ 48″
$\bar{1}11$: $\bar{4}03$	29° 25′ 52″	2	29° 35′ 34″	— 9′ 42″
$\bar{4}03$: $\bar{2}01$	17° 3′ 40″	1	16° 55′ 23″	8′ 17″
$\bar{4}03$: $\bar{1}10$	58° 23′ 55″	1	58° 34′ 55″	— 11′ 0″
001 : $\bar{1}01$	50° 5′ 33″	1	50° 10′ 31″	— 4′ 58″
001 : $\bar{2}01$	80° 30′ 17″	1	80° 12′ 38″	17′ 39″
001 : $\bar{1}\bar{1}0$	112° 17′ 40″	1	112° 13′ 44″	3′ 56″
$\bar{2}01$: $\bar{1}\bar{1}0$	45° 39′ 37″	1	45° 42′ 22″	— 2′ 45″
		40		

La somma delle differenze tra esperienza e calcolo, prese tutte col segno positivo è di 113′ 48″, l' errore medio per ognuno dei 20 spigoli = 5′ 41″.

2. Sanidino del Vesuvio.

Dalle misure istituite dal vom Rath si deducono le costanti

$$a : b : c :: 0.6538 : 1 : 0.5526 \qquad \beta = 64^\circ\ 7'.5\ ,\ \eta = 115^\circ\ 52'.5$$

Spigoli misurati	Angoli trovati (Rath)	Numero degli spigoli misurati	Angoli calcolati			
			Rath		Strüver	
				differenza esp. - calc.		differenza esp. - calc.
010 : $\bar{1}11$	63° 16′ 45″	3	63° 18′	— 1′ 45″	63° 17′ 34″	— 0′ 49″
010 : 110	59° 26′ 42″	5	59° 38′	— 11′ 18″	59° 32′ 1″	— 5′ 19″
010 : 130	29° 34′	1	29° 38′ 10″	— 4′ 10″	29° 32′ 17″	1′ 43″
001 : 021	44° 46′	1	44° 51′ 39″	— 5′ 39″	44° 50′ 21″	— 4′ 21″
110 : 021	51° 19′	1	51° 20′ 47″	— 1′ 47″	51° 22′ 24″	— 3′ 24″
$\bar{1}11$: $\bar{1}\bar{1}1$	53° 30′ 30″	2	53° 21′	9′ 30″	53° 24′ 52″	5′ 38″
$\bar{1}11$: 001	55° 12′	3	55° 22′ 5″	— 10′ 5″	55° 12′ 53″	— 0′ 53″
$\bar{1}11$: $\bar{1}10$	56° 56′ 20″	3	56° 50′ 55″	5′ 25″	56° 52′ 51″	3′ 29″
$10\bar{1}$: $\bar{1}11$	26° 41′ 22″	4	26° 42′	— 0′ 38″	26° 42′ 26″	— 1′ 4″
$\bar{1}11$: $20\bar{1}$	39° 16′ 30″	3	39° 16′ 8″	0′ 22″	39° 15′ 9″	1′ 21″
$\bar{1}11$: $\bar{1}30$	54° 55′ 36″	5	54° 59′ 11″	— 3′ 35″	55° 1′ 36″	— 6′ 0″
001 : $\bar{1}\bar{1}0$	112° 13′	4	112° 13′	0′ 0″	112° 5′ 44″	7′ 16″
001 : $10\bar{1}$	50° 16′ 51″	7	50° 29′ 45″	— 12′ 54″	50° 18′ 35″	— 1′ 44″
001 : $20\bar{1}$	80° 12′ 30″	2	80° 25′ 54″	— 13′ 24″	80° 12′ 57″	— 0′ 27″
$40\bar{3}$: 110	58° 37′	1	58° 13′ 48″	23′ 12″	58° 20′ 49″	16′ 11″
$40\bar{3}$: $10\bar{1}$	12° 5′	1	13° 6′ 5″	— 61′ 5″	13° 4′ 15″	— 59′ 15″
$40\bar{3}$: $20\bar{1}$	16° 55′	1	16° 50′ 4″	4′ 56″	16° 50′ 7″	4′ 53″
110 : $1\bar{1}0$	60° 51′ 15″	8	60° 44′	7′ 15″	60° 55′ 58″	— 4′ 43″
$10\bar{1}$: 110	69° 7′	2	69° 1′ 51″	5′ 9″	69° 6′ 43″	0′ 17″
$20\bar{1}$: 110	45° 38′ 52″	4	45° 25′ 12″	13′ 40″	45° 32′ 52″	6′ 0″
130 : 110	29° 59′ 10″	3	29° 59′ 50″	— 0′ 40″	29° 59′ 44″	— 0′ 34″
130 : $20\bar{1}$	66° 17′	1	66° 16′ 46″	0′ 14″	66° 23′ 2″	— 6′ 2″
$10\bar{1}$: $20\bar{1}$	29° 39′ 10″	3	29° 56′ 9″	— 16′ 59″	29° 54′ 22″	— 15′ 12″
130 : $10\bar{1}$	78° 11′ 30″	2	78° 9′ 53″	1′ 37″	78° 13′ 59″	— 2′ 29″
010 : 021	45° 14′	1	45° 8′ 21″	5′ 39″	45° 9′ 39″	4′ 21″
		71				

La somma delle differenze tra esperienza e calcolo, prese tutte positive, è secondo vom Rath di 220′ 58″, secondo me di 163′ 25″, locchè darebbe in media un errore di 8′ 50″ risp.te 6′ 32″ per ognuno dei 25 spigoli. Questo resultato per nulla soddisfacente si migliorerebbe assai, se non si volesse tener conto degli angoli tra le faccie della zona [010]. Ma un tal modo di procedere, a parer mio, sarebbe affatto arbitrario, tanto più che precisamente gli angoli della zona [010] influiscono maggiormente sul valore di β e del rapporto a : c.

3. Sanidino di Laach.

$\beta = 63^\circ\ 54'$, $\eta = 116^\circ\ 6'$ a : b : c :: 0.64925 : 1 : 0.5517

Spigoli misurati	Angoli trovati (Rath)	Numero degli spigoli misurati	Angoli calcolati: Rath		Angoli calcolati: Strüver	
				differenza esp. - calc.		differenza esp. - calc.
010:110	59° 46′ 19″	11	59° 46′	0′ 19″	59° 45′ 21″	0′ 58″
$110:1\bar{1}0$	60° 26′ 41″	11	69° 28′	— 1′ 19″	60° 29′ 18″	— 2′ 37″
010:130	29° 46′ 15″	2	29° 46′ 4″	0′ 11″	29° 45′ 26″	0′ 49″
110:130	30° 0′ 0″	1	29° 59′ 56″	0′ 4″	29° 59′ 55″	0′ 5″
001:100	63° 55′ 30″	2	63° 58′ 38″	— 3′ 8″	63° 54′ 0″	1′ 30″
$010:\bar{1}11$	63° 22′ 15″	4	63° 23′ 33″	— 1′ 18″	63° 20′ 51″	1′ 24″
$001:\bar{1}11$	55° 24′ 0″	1	55° 23′ 48″	0′ 12″	55° 27′ 48″	— 3′ 48″
$001:10\bar{1}$	50° 30′ 5″	6	50° 34′ 6″	— 4′ 1″	50° 37′ 46″	— 7′ 41″
$001:\bar{1}\bar{1}0$	112° 17′ 30″	7	112° 16′ 30″	1′ 0″	112° 20′ 14″	— 2′ 44″
001:130	77° 23′ 0″	1	77° 25′ 8″	— 2′ 8″	77° 23′ 16″	— 0′ 16″
$001:20\bar{1}$	80° 49′ 30″	2	80° 30′ 58″	18′ 32″	80° 36′ 44″	12′ 46″
$10\bar{1}:20\bar{1}$	29° 59′ 54″	5	29° 56′ 52″	3′ 2″	29° 58′ 58″	0′ 56″
001:021	44° 44′ 0″	1	44° 42′ 15″	1′ 45″	44° 44′ 16″	— 0′ 16″
110:021	51° 22′ 0″	1	51° 25′ 10″	— 3′ 10″	51° 21′ 18″	0′ 42″
021:131	40° 4′ 30″	1	40° 3′ 14″	1′ 16″	39° 59′ 25″	5′ 5″
$\bar{1}11:10\bar{1}$	26° 35′ 30″	3	26° 36′ 27″	— 0′ 57″	26° 39′ 9″	— 3′ 39″
$\bar{1}11:\bar{2}01$	39° 27′ 15″	2	39° 13′ 14″	14′ 1″	39° 16′ 23″	10′ 52″
$110:10\bar{1}$	68° 58′ 30″	3	68° 58′ 0″	0′ 30″	68° 58′ 57″	— 0′ 27″
$110:20\bar{1}$	45° 17′ 0″	5	45° 18′ 20″	— 1′ 20″	45° 17′ 57″	— 0′ 57″
$20\bar{1}:130$	66° 8′ 30″	1	66° 9′ 40″	— 1′ 10″	66° 9′ 49″	— 1′ 19″
		70				

La somma delle differenze tra esperienza e calcolo, prese tutte positive, è di 59′ 23″, risp.te 58′ 51″. Per ognuno dei 20 spigoli misurati risulterebbe un errore medio di 2′ 58″ risp.te 2′ 56″ 5.

Ricapitolando abbiamo per il sanidino

	β	a	:	b	:	c
Laach	63° 54′	0.64925	:	1	:	0.5517
Lazio	63° 57′	0.6562	:	1	:	0.5522
Vesuvio	64° 7′ 5	0.6538	:	1	:	0.5526

Questi dati non si possono ritenere come esatti; in ogni caso però dimostrano, che il rapporto c : b varia, anche nei sanidini provenienti da differenti località, assai meno dell' angolo β e del rapporto a : b. Dai quadri degli angoli segue poi che, anche applicando il metodo dei minimi quadrati, rimangono notevoli differenze tra esperienza e calcolo, differenze che diventano relativamente molto grandi per gli angoli delle faccie normali al piano di simmetria.

La zona [010], in altri termini, è molto disturbata, benchè le sue faccie permettano generalmente misure esattissime. Si sarebbe disposti a cercare la causa di questo singolare fenomeno nella associazione di due feldspati diversi secondo la teoria di Tschermak, ma per pronunciarsi su di una tale ipotesi occorrerebbero certamente molte altre misure, molti calcoli, e analisi quantitative assai esatte. È forse da notarsi ancora il fatto che in mezzo a tanta variabilità rimane quasi perfettamente costante l' angolo 110 : 130.

Il sanidino non può dirsi frequente nel Lazio. Fra migliaia di massi erratici che vidi sul posto o che raccolsi non mi fu dato sinora di rinvenire che un solo composto essenzialmente di sanidino; e nella collezione Spada i massi sanidinici stanno ad un dipresso nel medesimo rapporto ai massi che non contengono traccia del minerale. In questi pochi massi il sanidino è accompagnato da nefelite, sodalite, leucite, amfibolo, pirosseno, granato bruno e nero, idocrasio, wollastonite, magnetite, fra i quali minerali or l' uno or l' altro manca affatto, o anche predomina.

Se negli aggregati minerali erratici il sanidino è assai raro, esso è componente costante e abbondante nei massi erratici di lava che differiscono essenzialmente, per composizione mineralogica, dalle lave che troviamo in posto, come ho dimostrato in altro mio scritto intitolato: *Studi petrografici sul Lazio.* Nel medesimo lavoro ho cercato di rendere probabile la esistenza del sanidino anche in taluni speroni e in alcune correnti di lava basaltina. Finalmente merita attenzione la presenza, nei tufi del Lazio, del sanidino in grossi frammenti di cristalli sciolti. Sarebbe assai interessante lo studio delle proprietà ottiche di questi cristalli che per aspetto e giacitura rassomigliano tanto i sanidini di Rockeskyll nell' Eifel, ma non avendone trovato sinora che un sol frammento, nei tufi del fosso della Solfatara, devo rimandare ad altra epoca siffatte ricerche.

14. *Titanite* — Per colorazione e forma cristallina, la titanite del Lazio è perfettamente analoga alla cosidetta *semelina* del lago di Laach e del M.^{te} Somma.

Le forme osservate sono: (vedi Tav. II, fig. 9).

SIMBOLI di Miller		SIMBOLI di Weiss	SIMBOLI di Naumann	SIMBOLI di Descloizeaux
orient. Descloizeaux	orient. Miller	orient Descl.		
110	011	a: b:∞c	P̸ ∞	m
100	001	a:∞b:∞c	0 P	h′
111	123	a: b: c	$^2/_3$ P̸ 2	d $^1/_2$
$\bar{1}11$	$\bar{1}21$	a′: b: c	—2 P̸ 2	b $^1/_2$
001	101	∞a:∞b: c	P̶ ∞	p

Sopra un cristallino trovai:

		Descl. calc.
110 : 100	= 33° 15′ 20″	33° 15′
$1\bar{1}0$: 100	= 33° 9′ 40″	
111 : $1\bar{1}1$	= 43° 35′ (incerto)	43° 48′

sopra un secondo cristallino:

110 : $11\bar{1}$	= 44° 4′ 40″	44° 7′

Sinora non incontrai la titanite che entro i massi minerali erratici:

1, accompagnata da sodalite (110) leggermente verdastra, amfibolo nero, sanidino e aghetti di apatite, nelle geodi di massi composti di pirosseno verde-scuro, mica bruna, olivina e leucite (Albano).

2, nelle geodi di massi composti di pirosseno, mica, hauynite grigia (Lago di Albano).

15. *Idocrasio* — L'idocrasio è fra i minerali la cui esistenza nel Lazio è da molto tempo indicata. Il Brocchi [1] lo cita nel peperino di Palazzuolo, ove lo trovò entro un masso erratico, composto « di calcaria impastata con mica verdognola e con idocrasio in massa, di colore di miele », e al piede del Tusculo ove l'incontrò « in massa cristallizzato, di colore giallo-bruno. » Il Riccioli non meno del Brocchi conosceva l'idocrasio del Lazio, come risulta dalle scritte che accompagnano i campioni della sua collezione. Lo Spada, nel 1845, menziona il minerale fra le specie da lungo tempo scoperte nei Monti Laziali.

Poche ed assai incomplete notizie si hanno sulle forme cristalline dell' idocrasio del Lazio. Il Zepharovich [2] non ne fa menzione; il vom Rath [3] dice solamente di aver veduto, nella nostra collezione universitaria, un cristallo della combinazione (110) (100) (001) (111) (101) (hko) (h′ k′ l′).

[1] *Cat. rag.* p. 42 e p. 49.
[2] *Krystallographische Studien über den Idokras.* Wien. 1864. 8.°
[3] Loc. cit. p. 552.

L' esame dei cristalli raccolti dal Riccioli, dallo Spada, da me e da altri, mostra che se l'idocrasio del Lazio è raro, non la cede però, nè in bellezza, nè in ricchezza di forme, ai cristalli della medesima sostanza che, in analoghe condizioni di giacitura, si rinvengono assai più abbondanti al M.te Somma.

Il quadro che segue riassume le forme semplici da me osservate (Tav. II, fig. 1).

Miller	Weiss	Naumann	Lévy-Dufrénoy
001	∞ a : ∞ a : c	0 P	p
110	a : a : ∞ c	∞ P	m
100	a : ∞ a : ∞ c	∞ P ∞	h′
310	a : 3 a : ∞ c	∞ P 3	h^2
210	a : 2 a : ∞ c	∞ P 2	h^3
113	3 a : 3 a : c	$^1/_3$ P	b $^3/_2$
111	a : a : c	P	b $^1/_2$
331	a : a : 3 c	3 P	b $^1/_6$
101	a : ∞ a : c	P ∞	a^1
201	a : ∞ a : 2 c	2 P ∞	a $^1/_2$
211	a : 2 a : 2 c	2 P 2	$b' b^1/_3 h' = a_3$
311	a : 3 a : 3 c	3 P 3	$b^1/_2 b^1/_4 h'$
511	a : 5 a : 5 c	5 P 5	$b^1/_4 b^1/_6 h'$
421	a : 2 a : 4 c	4 P 2	$b^1/_2 b^1/_6 h'$
312	2 a : 6 a : 3 c	$^3/_2$ P 3	$b' b^1/_2 h' = a_2$

Confrontando queste forme con quelle indicate dal Zepharovich come esistenti sui cristalli d'idocrasio del Somma, si scorge che tutte le forme osservate nel Lazio si conoscono anche al M.te Somma, non escluse le forme (201) e (511), la prima delle quali è citata soltanto su cristalli del Somma, mentre l'altra fu trovata anche sovra un cristallo di Egg in Norvegia. Mancano invece, secondo le osservazioni finora da me fatte, nei cristalli del Lazio le 5 forme (112) (221) (302) (301) (423) la cui esistenza è dimostrata sui cristalli del Somma. Questa mancanza non toglie però la grande analogia che vi ha tra le forme cristalline degli idocrasii delle due località, analogia assai maggiore di quella che esiste tra le varietà del Lazio e quelle provenienti da terreni non vulcanici.

Dalle osservazioni riportate dal Zepharovich segue non solo che le costanti cristallografiche delle diverse varietà di idocrasio variano a seconda della giacitura,

ma che persino nella stessa località possono oscillare tra limiti piuttosto larghi. Quest' ultimo fatto fu constatato dal Zepharovich sovrattutto sui cristalli del M.te Somma.

Non era privo d' interesse di esaminare sotto questo aspetto le varietà di idocrasio del Lazio. Benchè non avessi a mia disposizione un materiale molto ricco, volli tuttavia istituire il maggior numero possibile di misure sui pochi cristalli della nostra collezione che si prestavano ad osservazioni esatte. Furono misurati:

1. 2 cristallini limpidissimi di color giallo di miele, assai simili a certe varietà del Somma, staccati dal medesimo masso erratico.

2. 5 cristalli di color nero superficiale, di tinta verde-oliva o bruna per trasparenza.

1. *Cristallini limpidi di color giallo di miele.*

I due individui esaminati al goniometro presentano, l' uno, la combinazione di tutte le 15 forme indicate nel quadro precedente (vedi fig. 4. Tav. II), l'altro, la combinazione (001) (100) (110) (210) (111) (113) (331) (101) (311) (511) (312).

Nel quadro che segue, sono indicati, nella 1.a colonna, gli spigoli, nella 2.a colonna, i valori medii trovati, nella 3.a colonna, i limiti estremi delle esperienze, nella 4.a il numero degli spigoli omologhi misurati, nella 5.a colonna, i valori calcolati dalle costanti a : a : c :: 1 : 1 : 0.5372, nell' ultima colonna, le differenze tra i valori osservati e quelli calcolati.

Spigoli misurati	Angoli trovati	Limiti estremi delle esperienze	Numero degli spigoli misurati	Angoli calcolati dalle costanti a:a:c::1:1:0.5372	Differenze tra esperienza e calcolo
111:113	23° 3′ 3/4	23° 2′ 25″ — 23° 5′	2	23° 0′ 3/4	3′
111:110	52° 46′ 3/4	52° 45′ 33″ — 52° 53′ 3″	5	52° 46′ 1/2	0′ 1/4
111:101	25° 14′	25° 5′ 20″ — 25° 21′ 30″	3	25° 19′ 1/2	— 5′ 1/2
111:100	64° 39′ 1/4	64° 22′ 23″ — 64° 55′ 50″	10	64° 40′ 1/2	— 1′ 1/4
101:100	61° 44′ 3/4	61° 43′ 25″ — 61° 46′ 17″	2	61° 45′ 1/4	— 0′ 1/2
111:331	29° 5′ 3/4	29° 4′ 37″ — 29° 6′ 57″	2	29° 5′ 1/4	0′ 1/2
110:331	23° 43′ 1/2	23° 38′ 37″ — 23° 48′ 27″	2	23° 41′ 1/2	2′
100:511	22° 57′ 3/4	22° 52′ 45″ — 23° 1′ 30″	3	22° 55′	2′ 3/4
511:311	12° 13′	12° 12′ 50″ — 12° 13′ 20″	3	12° 14′ 1/2	— 1′ 1/2
311:111	29° 28′ 1/2	29° 26′ 30″ — 29° 31′	4	29° 31′	— 2′ 1/2
111:312	16° 47′ 3/4	—	1	16° 49′ 3/4	— 2′
210:100	26° 30′ 35″	26° 17′ — 26° 38′	6	26° 33′ 54″	— 3′ 19″
210:110	18° 23′ 56″	18° 1′ — 18° 49′	8	18° 26′ 6″	— 2′ 10″

Le costanti più probabili che seguono dalle 37 prime determinazioni, ovvero dai primi 11 angoli, sono a : a : c : : 1 : 1 : 0.537232. Questo valore di c non differisce da quello 0.537199, dato dal Zepharovich per una parte almeno dei cristalli del Somma, che di 0.000033, differenza che porterebbe seco, nell' angolo 110 : 111, una variazione di soli 6″, certamente trascurabile. Credo di poter ammettere, per i cristalli del Lazio in discorso, le costanti a : a : c : : 1 : 1 : 0.5372.

2. *Cristalli neri.*

Assai diverse sono le costanti cristallografiche per la 2.ª varietà, la quale si presenta in cristalli prismatici di colore superficiale nero-bruno, di tinta verde-oliva o brunastra per trasparenza. In fatti, dalle misure istituite sovra 5 individui, si ha il rapporto a : a : c : : 1 : 1 : 0.5278.

Per il quadro che segue, valgono le stesse osservazioni che ho fatto precedere al quadro che si riferisce alla 1.ª varietà.

Spigoli misurati	Angoli trovati	Limiti estremi delle esperienze	Numero degli spigoli misurati	Angoli calcolati dalle costanti a:a:c::1:1:0.5278	Differenze tra esperienza e calcolo
111:331	29° 8′ 33″	29° 3′ 57″ — 29° 13′ 57″	8	29° 11′ 49″	— 3′ 16″
110:331	24° 4′ 42″	25° 58′ 57″ — 24° 14′ 20″	9	24° 3′ 52″	0′ 50″
111:$\bar{1}\bar{1}$1	73° 30′ 13″	—	1	73° 28′ 38″	1′ 35″
100:101	62° 9′ 37″	62° 8′ 43″ — 62° 11′ 23″	3	62° 10′ 30″	— 0′ 53″
113:111	22° 47′ 10″	22° 45′ 10″ — 22° 49′ 10″	2	22° 46′ 0″	1′ 10″
001:101	27° 48′ 10″	—	1	27° 49′ 30″	— 1′ 20″
101:111	25° 1′ 37″	25° 1′ 30″ — 25° 1′ 44″	2	25° 1′ 19″	0′ 18″
001:111	36° 46′ 39″	36° 37′ 47″ — 36° 55′ 20″	3	36° 44′ 19″	2′ 20″
111.110	53° 19′ 8″	53° 10′ 0″ — 53° 25′ 33″	3	53° 15′ 41″	3′ 27″
100:111	65° 0′ 58″	64° 51′ 30″ — 65° 16′ 0″	5	64° 58′ 41″	2′ 17″
113:001	14° 2′ 53″	13° 49′ 17″ — 14° 16′ 30″	2	13° 58′ 19″	4′ 34″

Il rapporto a : c : : 1 : 0.5278, dedotto da 39 spigoli misurati sovra 5 individui, merita evidentemente maggiore fiducia dei rapporti che si otterrebbero tenendo conto delle misure istituite sovra un sol individuo.

Volli però indagare, quale è, nel nostro caso, la differenza delle costanti dedotte da un grande numero di esperienze eseguite su più cristalli, e di quelle ottenute

dalle misure fatte sovra un solo cristallo, ma nel maggior numero possibile di ottanti. Un solo dei 5 individui si prestò a questa ricerca: è un cristallino delle dimensioni 2.5mm: 2mm: 2mm e della combinazione di tutte le facce, salvo (113), sul quale si poterono misurare esattamente angoli compresi entro 5 ottanti. Ecco i risultati.

111 (p) : 331 (t)

$p_1 : t_1$ sup.	$p_2 : t_2$ sup.	$p_3 : t_3$ sup.	$p_4 : t_4$ sup.
29° 4′ 15″	29° 10′	29° 4′ 23″	29° 10′ 13″

331 (t) : 110 (m)

$t_2 : m_2$ sup.	$t_3 : m_3$ sup.	$t_3 : m_3$ inf.	$t_4 : m_4$ sup.
24° 5′ 27″	24° 6′ 10″	24° 6′ 7″	23° 58′ 57″

$p_3 : p_1$ sup. = 73° 30′ 13″

Da questi resultati si ottiene il rapporto a : c :: 1 : 0.528121, ove c differisce dal valore dedotto da tutte le esperienze, ossia 0.5278, di 0.000321. Gli angoli, calcolati per c = 0.528121, e tra facce comprese nel medesimo ottante, differiscono da quelli dedotti dal rapporto a : c :: 1 : 0.5278, di poco più di un minuto primo, al maximum.

Spigoli misurati	Angoli osservati	Numero degli spigoli	Angoli calcolati dal rapporto a : c :: 1 : 0.528121 (1)	diff. tra esp. e calcolo	Angoli calcolati dal rapporto a : c :: 1 : 0.5278 (2)	diff. tra calc. (1) e calc. (2)
111:331	29° 7′ 24″	4	29° 11′ 36″	— 4′ 12″	29° 11′ 49″	— 0′ 13″
331.110	24° 4′ 10″	4	24° 3′ 5″	+ 1′ 5″	24° 3′ 52″	— 0′ 47″
111:$\bar{1}\bar{1}1$	73° 30′ 13″	1	73° 30′ 37″	— 0′ 24″	73° 28′ 38″	+ 1′ 59″

Dai valori angolari trovati sopra il cristallo in discorso, si conclude ancora che: 1, gli angoli omologhi variano notevolmente anche sovra un medesimo cristallo; 2, che se i valori trovati per gli angoli 111: 331, si prestano ad essere interpretati in senso favorevole alle idee enunciate dal Breithaupt, il quale ammetteva una legge ben determinata che regolerebbe le oscillazioni dei valori angolari degli spigoli omologhi di una medesima forma semplice dell'idocrasio, gli altri angoli (331 : 110) invece infermano completamente una simile ipotesi. Queste conclusioni sono, del resto, conformi a quelle cui fu condotto il Zepharovich dalle sue ricerche sull' idocrasio.

Ma il fatto più interessante che emerge dalle mie indagini sull' idocrasio nero del Lazio, si è che le costanti cristallografiche che hanno valore per questa varietà, escono notevolmente dai limiti indicati per l' idocrasio in generale nella memoria del Zepharovich. Di fatti, secondo questo autore, il rapporto a: c oscillerebbe tra i limiti 1 : 0.537541 e 1 : 0.535104, mentre io ottenni per la varietà nera del Lazio il rapporto 1: 0.5278.

Sarebbe interessante di esaminare, se questa notevole differenza cristallografica va accompagnata da una corrispondente differenza chimica, ma la rarità e la poca purezza dell'idocrasio nero del Lazio non mi hanno permesso sinora di raccoglierne una quantità sufficiente per una analisi.

Oltre alle due varietà sopra descritte, esistono nel Lazio due altre, delle quali però non posseggo cristalli abbastanza perfetti per misurarli esattamente e calcolarne le costanti cristallografiche. Sono: 1, cristalli di un colore giallo di miele chiarissimo che racchiudono numerosi cristallini di granato giallo leggiermente ranciato della forma del rombododecaedro, e 2, cristalli di una tinta giallo-bruna tirante al verde-oliva, racchiudenti numerevoli cristalli di pirosseno verde (fassaite). I cristalli giallo-chiari hanno le loro facce assai lucenti, ma ineguali a segno da riflettere numerose immagini assai distanti l'una dall'altra, talchè i valori angolari rimangono incerti anche di più di un grado. Sul più perfetto di questi cristalli trovai:

$$\left.\begin{array}{ll} \bar{1}01:101 & = 56^\circ\ 59'\ 20'' \\ \bar{1}01:001\,a & = 28^\circ\ 10'\ 50'' \\ \bar{1}11:001\,b & = 28^\circ\ 57'\ 50'' \\ 101:001\,b & = 28^\circ\ \ 1'\ 30'' \\ 101:001\,a & = 28^\circ\ 48'\ 30'' \end{array}\right\} 28^\circ\ 29'\ 40'' \qquad \begin{array}{ll} 111:101 & = 24^\circ\ 57' \\ 1\bar{1}1:101 & = 24^\circ\ 47'\ 40'' \end{array}$$

Dall'angolo 101: 001, seguirebbe per c un valore maggiore del limite massimo finora constatato sull' idocrasio (var. verde della Mussa), mentre dall'angolo 111: 101 si avrebbe per c un valore minore del limite minimo (idocrasio nero del Lazio). Tali resultati accennano evidentemente a grandi disturbi avvenuti durante la cristallizzazione e rendono vano ogni tentativo di determinare le costanti. L' altra varietà giallo-bruna si presta anche meno a misure goniometriche.

Il fatto che l'idocrasio del Lazio, come quello del M.te Somma, varia così notevolmente nelle sue costanti cristallografiche, mentre gli idocrasi di altre località, come quello verde della Mussa, quello bruno della Corbassera in Val d'Ala ecc. ecc., non presentano questo fenomeno, potrebbe, a prima vista, sembrare assai strano, ma pure si capisce facilmente, essendochè nei suddetti luoghi delle Alpi ed in altri punti abbiamo da fare con un giacimento unico, nel quale tutti i cristalli si sono formati, poco su poco giù, nelle medesime condizioni principali, mentre nel Lazio e al M.te Somma le diverse varietà di idocrasio si trovano bensì negli strati di lapillo, di tufo, di peperino, ma in massi staccati e sparsi, i quali possono benissimo essersi formati in condizioni assai diverse, come pare dimostrato dalla natura variabile dei minerali che accompagnano l' idocrasio negli aggregati di cui fa parte.

L' idocrasio del Lazio non si trova che allo stato erratico:

1, in cristalli sciolti, perfettamente terminati, var. nera o nero-bruna. (Terreni incoerenti dei Campi di Annibale, piani di Albano, ecc.).

La nostra collezione ne possiede alcuni delle dimensizioni 25^{mm}: 15^{mm}: 15^{mm}: in cui predominano le forme (111) (110) (101), altri delle dimensioni 18^{mm}: 23^{mm}: 23^{mm} in cui predominano invece le forme (001) (100) (110).

2, in cristalli neri o bruno-nerastri, impiantati, con hauynite grigia o azzurrognola, wollastonite, granato giallo-bruno, pirosseno fassaite e mica verde-scura, sulle pareti delle geodi aperte entro massi minerali composti di hauynite, pirosseno, idocrasio, leucite, mica verde-chiara e verde-scura metalloide.

Non di rado questi massi racchiudono frammenti angolosi o tondeggianti di calcare dolomitizzato. Sono questi i cristalli che presentano maggior numero di combinazioni, alcune delle quali furono raffigurate ai N.^{i} 2, 3, 4 della Tav. II. (Peperino di Albano, pozzolane di Galloro).

3, in cristalli neri come al N.° 2, impiantati, con granato di color giallo (110) (211), sopra il granato compatto della medesima tinta.

4, in cristalli imperfetti e masserelle granulari di color giallo-bruno, misti con calcite spatica bianca e lamine di mica verde-chiara. (In massi racchiusi dal peperino).

5, in cristalli grossi (32^{mm}: 17^{mm}: 17^{mm}) di color giallo-bruno, racchiudenti pirosseno verde (fassaite) entro massi composti essenzialmente di idocrasio granulare e mica verde-chiara. (Trovati dallo Spada nel 1845).

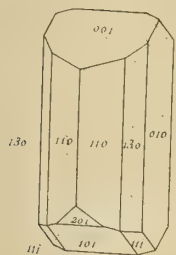
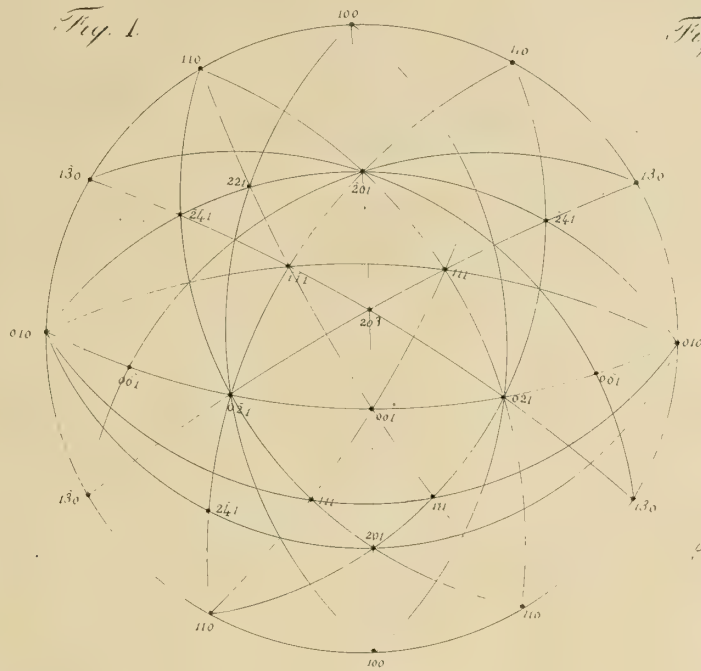
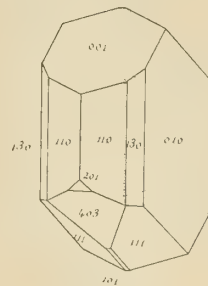
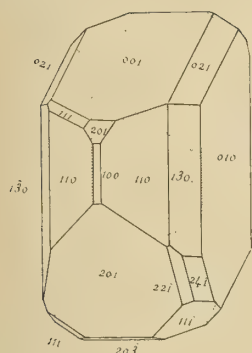
6, in cristalli e masse granulari di color giallo-colofonio, con granato giallognolo-chiaro quasi bianco, e pirosseno verde-chiaro (fassaite).

7, in cristallini color giallo di miele-scuro, limpidissimi, con mica verde-scura.

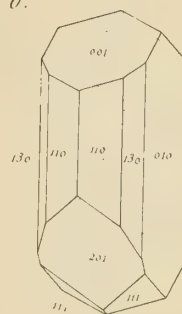
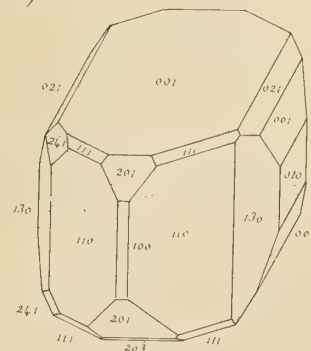
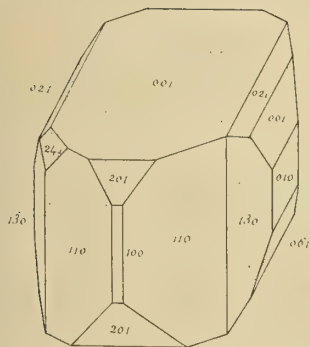
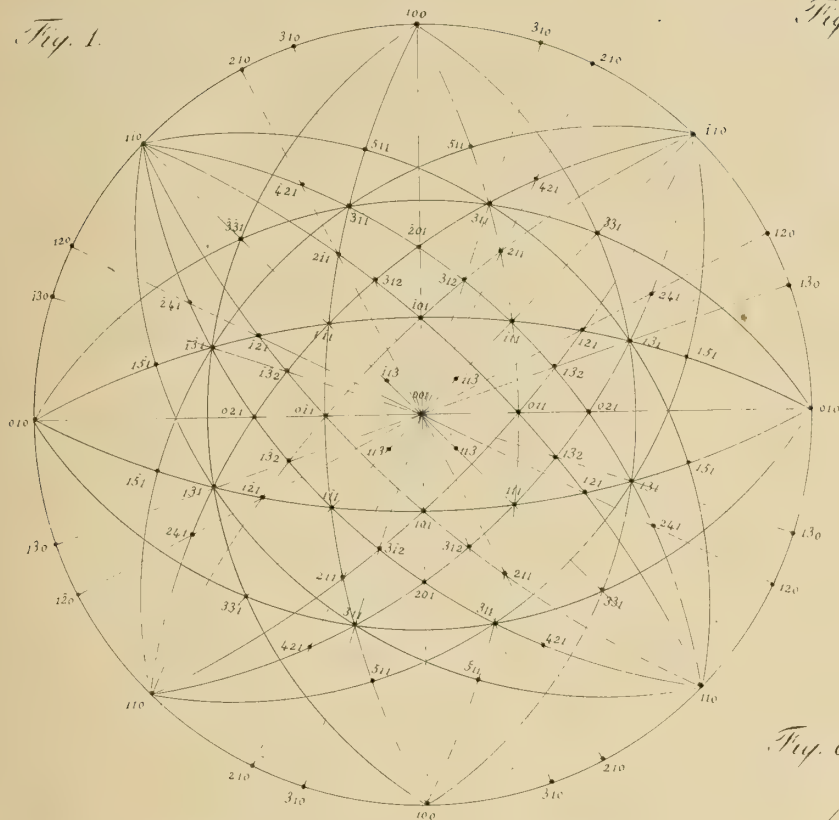
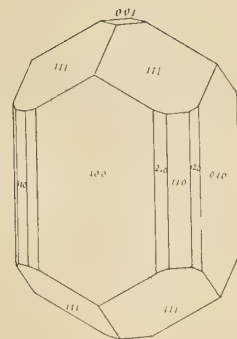
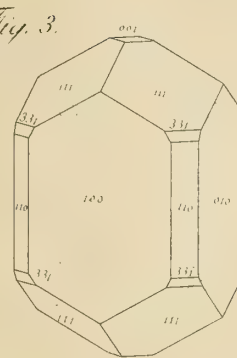
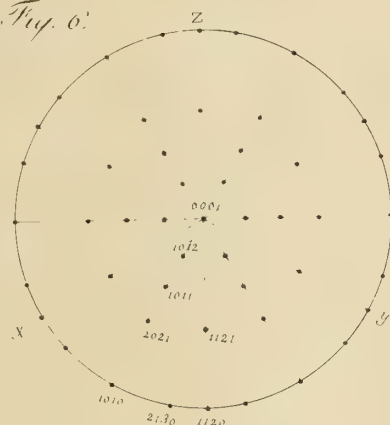
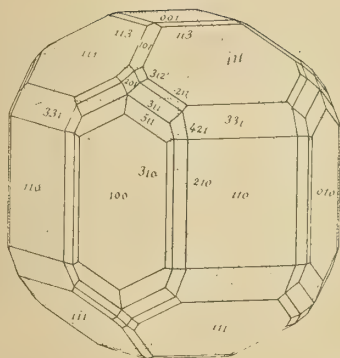
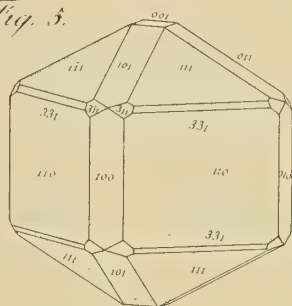
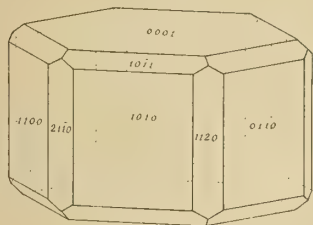
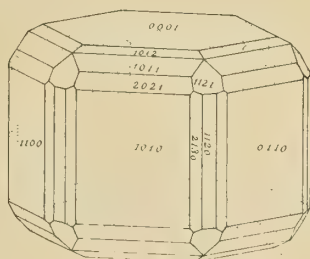
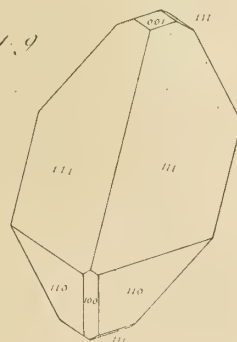
8, in cristallini idem, entro massi composti di calcite e mica verde-chiara.

9, in cristallini idem, con granato bruno (110) (221) e pirosseno verde entro massi composti di calcite e mica verde-chiara.

10, in cristallini idem, con granato bruno (110) (211), nefelite, leucite, pirosseno e wollastonite.

11, in cristalli giallo-chiaro, racchiudenti rombododecaedrini di granato giallo. (Tav. II, fig. 5). Questi cristalli erano certamente impiantati sovra un aggregato minerale erratico, ma non ne rimane più traccia aderente ai cristalli.

G. Strüver dis. A. Nizza inc.

G. Strüver dis. A. Nizza inc.

G. Strüver — Studii sui Minerali del Lazio

Su alcuni fossili paleozoici delle Alpi marittime e dell'Apennino ligure studiati da G. Michelotti.

Nota del Socio B. GASTALDI

letta nella seduta del 4 febbrajo 1877.

La massa stratificata di serpentino, di eufotide, di epidotite e di altre *pietre-verdi* che forma il Mon-Viso, il Visolotto, il Visomout ed il Granero si estende per 30 chilometri attraverso a tre valli consecutive; è un gran banco che affiora alle Grangie Ranciera in Val Pellice, si eleva sino alla punta del Mon-Viso e termina bruscamente al colle di Sampeyre sul contrafforte che separa la Valle Varaita dalla Valle Macra.

La valle del Po è la più breve di quelle fra le valli alpine piemontesi che si estendono, si prolungano sino alla linea di displuvio; essa termina in alto colla gran parete che collega il Mon-Viso col Granero, parete che, formata intieramente di *pietra verde*, è tagliata dal colle della Traversetta.

Molto più lunga è la Valle Varaita e nella parte che si inoltra maggiormente verso Ovest al di là della valle del Po la zona delle *pietre-verdi* prende una notevole estensione ed è costituita di due gran banchi di quarzite che alternano con due gran banchi di calcescisto (1).

Nelle Alpi piemontesi abbiamo quarziti nel gneiss centrale, ne abbiamo nella zona delle *pietre-verdi* e ne abbiamo altre più intimamente collegate coi terreni antracitiferi ossia colla zona paleozoica.

All'aspetto dell'imponente banco di quarzite che in Val Varaita forma la gran piramide del Pelvo (2) io rimasi per qualche tempo perplesso se dovessi ascriverlo alla zona delle *pietre-verdi* od a quella paleozoica. Vedendo però che sopra a quel banco si estende uno strato di calcescisto ricoperto da un altro banco di quarzite lungo il quale corre la frontiera, io mi decisi a riferire ambidue quei banchi di quarzite alla zona delle *pietre-verdi,* perchè essi rinchiudono una delle rocce più caratteristiche di quella zona, il calcescisto.

Nella scorsa campagna geologica condussi a buon punto il rilevamento della Valle Macra. Dopo breve soggiorno a Dronero, S. Damiano ed a Prazzo, trovai fra quest'ultimo paese ed Acceglio la continuazione delle quarziti di Val Varaita, e le gite che feci poi da Acceglio mi condussero a rannodare esattamente assieme i due banchi di quarzite delle due valli. Vidi inoltre che io non mi era sbagliato nel ritenere quelle quarziti parte della zona delle *pietre verdi*; infatti al di sopra di esse - giacchè

(1) *Sui rilevamenti geologici in grande scala fatti sulle Alpi piemontesi nel* 1875. Atti della R. Accademia dei Lincei. Tomo 3.° Serie II.ª Roma (V. lo spaccato).

(2) Ibid.

la Valle Macra si prolunga verso Ovest al di là della Valle Varaita - trovai un potente banco, anzi una vera zona di calcare dolomitico identico a quello del Chaberton e ricco di resti organici.

Nella valle della Macra non si vedono estesi affioramenti di *pietra-verde*; un banco di quelle *pietre*, di anfibolite cioè e di epidotite, forma la striscia di suolo sulla quale si elevano il paese e l'antica rocca di Acceglio, striscia che si allunga poi anche nel vallone detto il vallonetto. Detriti di serpentino e di eufotide si incontrano in molti punti della valle ed indicano affioramenti di poco rilievo.

Oltre alle quarziti ed al calcescisto, la zona delle *pietre-verdi* comprende in Val Macra estesissimi affioramenti di calcare cristallino che sulla destra del torrente si protendono da Stroppo sin quasi alla pianura, accompagnando il gneiss centrale che a sua volta si estende da Costigliole sino a Monte Carsia tra Alma e Sampeyre. La città di Dronero segna, ad un di presso, il punto estremo della grande elissoide gneissica che incomincia a Borgone in Val Susa. Conviene quindi che alla lunghezza di 67 chilometri assegnata a quella elissoide nella precedente Nota ([1]) aggiungiamo i 7 chilometri che corrono tra Saluzzo e Dronero, ed avremo per tal modo chilometri 74 che è la distanza che corre fra Borgone e Dronero. La massima larghezza di quell'elissoide, come già dissi nella citata Nota, è di chilometri 27 tra Fenestrelle e Cumiana, larghezza la quale non è probabilmente che la metà della reale.

A Dronero sul limite della pianura, viene a terminare la elissoide gneissica; la zona delle *pietre-verdi* la segue, si dispone parallelamente all' elissoide occupando, come già ho detto, con potenti affioramenti di calcare cristallino, la destra della Valle Macra, ed occupando altresì gran parte della Valle Grana.

Sulla sinistra della successiva valle della Stura di Cuneo si dispiega, parallelamente alla zona delle *pietre-verdi*, quella paleozoica formata principalmente di calcare dolomitico, e finalmente sulla destra della stessa valle si estende un' altra elissoide gneissica, quella del Mercantour. Il perimetro di questa elissoide, sul versante Adriatico, già venne rilevato sulla carta dal mio amico e collaboratore Sig. prof. C. Bruno, il quale mi faceva notare che il gran diametro di quella elissoide misura ad un di presso 60 chilometri, e 30 chilometri il diametro inferiore.

Queste elissoidi gneissiche sono parte grandissima delle Alpi e pare che formino due serie quasi parallele. Nella prima serie sono comprese le elissoi di Monte Rosa, Gran Paradiso e Cournour, ed essa descrive una curva per cui dal Monte Rosa discende man mano sino nella pianura tra Pioscasso e Dronero; l'altra serie è formata delle elissoidi Mercantour, Les Écrins (Delfinato), Monte Bianco. Le elissoidi della prima serie sono circondate regolarmente dalla zona delle *pietre-verdi;* attorno alle elissoidi della seconda serie trovansi, ed a quanto pare, quasi a contatto col gneiss, le zone paleozoica e secondaria ed in alcuni luoghi anche la terziaria. Questa duplice serie di elissoidi gneissiche sarebbe pur ventura dovuta a due successivi sollevamenti effettuatisi sopra una linea curva? È nota la memoria dello Scarabelli, accurato e

([1]) *Sui rilevamenti geologici in grande scala fatti sulle Alpi piemontesi nel* 1875. Atti della R. Accademia dei Lincei. Tomo 3.° Serie II.ª Roma. (V. lo spaccato).

sagace osservatore, *Sulla probabilità che il sollevamento delle Alpi siasi effettuato sopra una linea curva.*

Non senza scopo io metto in rilievo le dimensioni di queste elissoidi gneissiche. A parte quella del Monte Rosa il cui rilevamento fu opera del compianto ingegnere Gerlach, a parte quella del Monte Bianco che probabilmente non venne mai rilevata in grande scala, sono tre le elissoidi gneissiche delle quali fu da noi fatto il rilevamento; quella del Gran Paradiso, quella che si estende tra Borgone e Dronero che chiamerò elissoide Riparia-Macra o del Cournour, perchè questo monte è forse la punta più elevata che essa comprenda, e quella del Mercantour. Della prima (Gran Paradiso) si occupò più specialmente il mio collaboratore Sig. prof. M. Baretti, non essendo toccata a me che la striscia la quale si protende nelle valli di Lanzo; il rilevamento della seconda (Cournour) venne da me intrapreso sin dal 1870 e terminato in quest'anno (1876); il rilevamento della terza (Mercantour) è intieramente affidato all'altro mio collaboratore Sig. prof. C. Bruno.

Esaminando il perimetro di queste elissoidi si può in molti luoghi vedere l'immediato contatto col gneiss, la immediata sovrapposizione ad esso della zona delle *pietre-verdi* o di quella paleozoica (al Mercantour), e notare che la erosione, la denudazione tende continuamente a diminuire la estensione delle due zone superiori e ad allargare quella della zona inferiore ossia del gneiss centrale.

Quando sarà pubblicata la nostra carta, e particolarmente la sua riduzione al $\frac{1}{250,000}$, apparirà chiaro che se si potesse con due dita staccare, trar via dalla carta le due zone più recenti e fare in un momento quello che sul suolo natura fa, impiegando un tempo illimitato, le elissoidi gneissiche, ora separate, si ridurrebbero in una e la carta verrebbe ad avere una tinta sola, quella del gneiss centrale. In altri termini egli è molto probabile che il sottosuolo delle Alpi sia tutto un gran banco di gneiss antico.

Se un tal fatto venisse ad esser posto fuori dubbio, la sua importanza sarebbe grandissima. La zona delle *pietre-verdi* si incontra in molti punti delle Alpi discontinua, interrotta, ridotta a lembi, e chiaramente si vede che in epoche anteriori alla denudazione essa doveva essere molto più estesa e coprire intieramente il sottoposto gneiss. Per altra parte le aree di questo gneiss ora messe allo scoperto per la scomparsa della sovracitata zona sono ampissime. Se adunque gli elementi, i materiali componenti la zona superiore, serpentino, eufotide, porfido, sienite, diorite ecc. fossero venuti su dall'interno della terra, essi avrebbero dovuto attraversare il gneiss ed espandersi su di esso. Ma se l'avessero attraversato, noi vedremmo la massa di gneiss tagliata da dicche di serpentino, di eufotide, di porfido ecc. Ora è appunto quello che non si avvera; le elissoidi gneissiche, già l'abbiamo ripetuto, sono poverissime di minerali e non offrono nella loro massa che pochissime rocce, vale a dire le quarziti, il calcare, la grafite, in banchi, in lenti, non certamente in dicche. Dunque i minerali e le rocce della zona delle *pietre-verdi* non hanno attraversato la sottoposta zona di gneiss. Si direbbe che nei mari primitivi, mentre si depositavano gli elementi del gneiss antico, rimanevano ancora in soluzione nelle acque quelli che dovevano, variamente combinati fra di loro, formare poi, per successivi depositi, la zona delle *pietre-verdi.*

Nelle valli del Po e della Varaita la zona delle *pietre-verdi* è rappresentata da un grande sviluppo di serpentini, di eufotidi, di epidotiti, di calcescisti e di quarziti; in Val Macra, per contro, sono poco estese le *pietre-verdi* propriamente dette ed hanno estensione grandissima i calcari cristallini, le quarziti ed i calcescisti. In questa stessa valle mi accadde non infrequentemente di incontrare il gesso a struttura finamente granulare associato alle carniole, in posizione tale da doverlo comprendere fra le rocce della zona delle *pietre-verdi*. Trovai il gesso a varie tinte di rosso, di bianco, di bruno nei calcari cristallini che si estendono sulla destra della Macra, nel territorio di S. Damiano. Una gran massa di gesso giace al disopra del paese di Acceglio associato a carniola, a calcescisto, a quarzite ed a *pietra verde*. Trovai altresì il gesso alle Alpi di Soubeiran e lo scopersi in modo singolare. Io stava per riempire la mia coppa ad una sorgente quando una donna mi avvertì di non bere di quell'acqua perchè cattiva e mi indicò in pari tempo altra sorgente nel vicino prato. Desiderando rendermi conto del perchè l'acqua di una sorgente fosse giudicata buona, e cattiva quella della sorgente vicina, mi accorsi che la prima esciva dal calcescisto e l'altra proveniva da uno di quei profondi vani a forma di imbuto che in molti altri luoghi delle Alpi io già aveva osservato, e che indicano la presenza del gesso.

Noterò in ultimo che sulla carta dello Stato Maggiore Sardo alla scala di $\frac{1}{50,000}$, nel vallone di Unières che versa le sue acque nella Macra, si vede indicata tra Pariond ed il colle della Croce una miniera di solfo; è una lente di gesso qua e là notevolmente ricca di quel metalloide che vi è disseminato ora in grossi, ora in minutissimi arnioni.

Abbiamo nelle valli del Po, della Varaita e della Macra tre orizzonti di quarziti ed altrettanti di calcare.

Passiamoli rapidamente in rivista.

Quarziti del gneiss centrale. — Le quarziti del gneiss centrale od antico, già segnalate dal professore Baretti nell'elissoide del Gran Paradiso, formano un giacimento di notevoli dimensioni nel gneiss del Monte Bracco ([1]); esse sono a struttura finamente granulare e si lasciano facilmente scindere in lastre sottili. Pare tuttavia che la massa sia stata sottoposta ad un movimento molecolare poichè su alcune lastre si osservano macchie giallastre disposte in regolarissime zone descriventi curve, talvolta circolari. Queste macchie penetrano nell'interno della roccia, poichè levigandola con smeriglio non si cancellano e si ripetono anzi esattamente sulle due facce della lastra, e si ripetono altresì sopra una serie di lastre successive. La quarzite, per questo lato, rassomiglia a quei calcari zonati dell'Emilia (calcari a fucoidi) ai quali si dà il nome di calcari-onice. Queste quarziti che hanno tinta grigia e giallognola sono talvolta attraversate, tagliate da vene di quarzo latteo le quali non sono ad altro dovute che a riempimenti, per trasudazione, di soluzioni di continuità prodotte per frattura della massa.

Quarziti della zona delle pietre-verdi. — Non è facile distinguere le quarziti del gneiss da quelle della zona delle *pietre-verdi* esaminando semplicemente esemplari

([1]) *Sui rilevamenti geologici in grande scala fatti sulle Alpi piemontesi nel* 1875. Atti della R. Accademia dei Lincei, Tomo 3.° Serie II.ª Roma. (V. lo spaccato).

dell'une e delle altre. Sul terreno la distinzione è talvolta possibile. Le quarziti di questa zona non si scindono così facilmente in lastre sottili; esse d'altronde non hanno uniforme struttura; sovente sul fondo grigio della massa si vede una gran quantità di macchiette bianche che sono noccioli di quarzo granoso i quali paiono fondersi nella massa cementante. La roccia, veduta in grandi masse, la si direbbe, a prima vista, un gneiss ghiandone; generalmente i noccioli sono bianchi, ma in alcuni casi mostrano tinte sbiadite di roseo e di rosso.

Quarziti della zona paleozoica. — Le quarziti di questa zona hanno un carattere, un facies più spiccato; i noccioli, talvolta esilissimi, si mostrano più distinti; è più marcata la natura detritica della roccia; si vede che s'ha a fare con puddinghe, con anageniti, con arenarie silicee; sono più frequenti le tinte rosee e rosse dei noccioli. Fra gli elementi quarzosi compare talvolta il feldspato bianco, roseo, rosso o verde e la clorite; una parte della roccia prende allora l'aspetto di una pasta rossa o verde nella quale sono impiantati frammenti poliedrici di feldspato e di quarzo; sono arenarie variotinte, sono brecciole alle quali si dà il nome di metamorfiche; sono porfidi come quelli di Ormea in Val Tanaro.

Io credo che non abbiano altra origine i porfidi augitici, hornblendici, i melafiri, i porfidi rossi delle Alpi i quali sono però di epoca più remota, appartengono cioè a varii periodi della zona delle *pietre-verdi.*

L'esperienza acquistata in questi ultimi anni mi conferma sempre più nella mia opinione che nelle Alpi nostre le rocce dette plutoniche, di emersione, di trabocco o laviche sono sempre stratificate; che non vi sono espandimenti di sorta; che, in una parola, nelle Alpi non vi è plutonismo ma bensì, e solo una struttura cristallina che, salve rare eccezioni, si fa sempre più intensa e più apparente a misura che dai terreni fossiliferi discendiamo verso gli azoici più antichi.

Vengo ora ai calcari.

Calcari del gneiss centrale. — Questo calcare è, ora in piccolissime, ora in grandi lenti od in banchi di molta potenza, intercalato al gneiss centrale. Le lenti od i banchi sono formati di letti esilissimi di calcare, perfettamente paralleli fra di loro e paralleli altresì ai letti del gneiss; il contatto delle due rocce è immediato, di modochè amendue possono essere egualmente ben distinte e rappresentate sullo stesso esemplare. Il calcare ha struttura saccaroide ben spiegata, è diafano, è bianco o grigio, talvolta venato regolarmente o bizzarramente in nero (Bardiglio). Sono aperte ampie cave di questo marmo specialmente nel bacino idrografico del Chisone, ma tutte ora giaciono abbandonate non ostante la via ferrata che unisce Pinerolo a Torino; i marmorai dicono che quel marmo è troppo duro e preferiscono quello di Carrara.

Calcari della zona delle pietre-verdi. — Non saprei trovare un distintivo fra i calcari del gneiss e quelli della zona delle *pietre-verdi*; v'ha passaggio insensibile fra l'uno e l'altro; amendue hanno ad un di presso la stessa struttura; e lo si capisce poichè la zona gneissica termina talvolta con un gran banco di calcare che serve di base alla zona successiva ([1]) e talvolta le due zone, presso ai limiti del loro contatto

([1]) *Sui rilevamenti geologici in grande scala fatti sulle Alpi piemontesi nel* 1875. Atti della R. Accademia dei Lincei. Tomo 3.° Serie II.ª Roma. (V. lo spaccato).

racchiudono lenti di calcare. Questa roccia, nella zona delle *pietre-verdi* è più frequente ed in masse di ben maggiori dimensioni che non nella zona del gneiss centrale; è sempre un calcare bianco (marmo di Pont) o grigio, più raramente bardiglio; conosco due sole località nelle quali il calcare della zona in discorso presenti struttura finamente granosa ed abbia ben marcata tinta di roseo carnicino. Nei calcari delle due zone assenza assoluta, per quanto mi consta, di marmi varicolori.

Calcari della zona paleozoico antracitifera. — Varî di aspetto e di natura varia sono i calcari di questa zona; ve ne sono di quelli nei quali è ancora ben distinta la struttura cristallina; ve ne sono altri che mostransi quasi affatto compatti e che sovente altresì sono brecciati. Il più facile a distinguersi è il calcare dolomitico fossilifero che continuerò a chiamare col nome di *calcare del Chaberton*: questo calcare si scompagina facilmente e naturalmente si rompe, si riduce in frammenti poliedrici, onde i ben noti talus del Chaberton, della Deserta e di altre montagne, i quali svelano da lontano la presenza di quella roccia all'occhio esercitato. A partire dal Chaberton, lungo la linea di frontiera, fino al Séguret, all'Ambin, quei talus sono così enormi che il professore Baretti al quale toccò il rilevamento di quella parte delle Cozie si credette in obbligo di segnarli sulla carta ove formano una lunga serie di larghe macchie. Il professore Lory lo chiama col nome di *calcaire du Briançonnais.* È un calcare bianco, grigio o nero, talvolta semicristallino, attraversato, tagliato da una quantità grandissima di vene di calcare spatico bianche, giallognole o gialle. Essendo qua e là fossilifero, esso costituisce, assieme all' antracite che sul nostro versante non va mai accompagnata da impronte vegetali, il più importante orizzonte della zona paleozoica. Talvolta l'antracite si trova entro al banco stesso di calcare dolomitico fossilifero, come vedesi alla Ciapera ultimo paesello di Val Macra (V. lo spaccato Tav. IV), talvolta si trova intercalata a scisti rasati con arenarie quarzose, ricche di talco o steatite, veri scisti siliceo-talcosi che coprono direttamente le *pietre-verdi* o altre rocce della zona di esse, come vedesi a Demonte in Valle Stura ed a Calizzano nella Valle Bormida (Apennino ligure). In questi casi il calcare dolomitico (fossilifero) copre la zona antracitifera. Io quindi d'ora in avanti adotterò, per base della zona paleozoica, sia nelle Alpi che nell'Apennino, o il calcare dolomitico con fossili simile a quello del Chaberton, o l'antracite e concomitanti rocce là ove questa sottosta al calcare dolomitico.

Così formata la base della zona paleozoica non presenta maggior uniformità di quella della zona delle *pietre-verdi.* Giova però notare che, sia al Fréjus, sia al Chaberton, sia in Val Macra, sia a Demonte in Valle Stura, sia a Calizzano in Valle Bormida, la base della zona paleozoica è costantemente formata o di scisti rasati, di scisti ed arenarie quarzoso-cloritiche con antracite o di calcare dolomitico fossilifero con o senza antracite. Notiamo inoltre che in tutte le citate località la zona paleozoica è in stratificazione concordante colla sottoposta delle *pietre-verdi*, l'inclinazione degli strati oscillando fra 35 e 50°. Rimangono quindi esclusi gli spostamenti; rimane escluso l'ordine invertito degli strati che il professore Lory crede di poter vedere in quelle serie di orizzonti. Questa successione costante delle stesse rocce in valli, in luoghi così distanti gli uni dagli altri, la regolarità grandissima della stratificazione è uno dei fatti più salienti delle Alpi nostre; esso ci dice a chiare note che:

le *pietre-verdi*, i serpentini, le eufotidi, le dioriti, le varioliti non hanno sollevato alcun terreno, non hanno disturbato l' assetto di alcun strato, non sono che rocce metamorfosate come tutte le altre;

la sola roccia la quale, sollevata, abbia sollevato tutte le altre è il gneiss centrale;

nelle Alpi non vi sono terreni relativamente recenti, divenuti cristallini per metamorfismo prodotto dalla presenza di rocce metamorfosanti;

nelle Alpi i terreni non subirono un grado più intenso di metamorfismo ossia di cristallinità di quello che abbiano subìto gli stessi terreni in altre regioni della terra.

Quando poi non bastassero a provare l'età paleozoica del calcare dolomitico (o *calcare del Briançonnais*) i fossili già descritti e figurati nella nota precedente [1] e quelli che descriveremo più sotto, farò osservare che alla Ciapera in Val Macra trovasi racchiuso entro lo stesso calcare fossilifero un banco di antracite. Questo combustibile viene utilizzato dalla gente del paese, ed io passando presso alla miniera vidi una fornace da calce nella quale la pietra era stata cotta con quell'antracite. Nè si dica che quel combustibile anzichè un'antracite è una lignite del Lyas, poichè essa per i suoi caratteri fisici è identica all'antracite della Savoja, della quale ha altresì la composizione, come risulta dal saggio analitico che il mio collega ed amico sig. prof. Cossa volle istituire su di essa.

La composizione media di quel combustibile è rappresentata dalle cifre seguenti.

Carbonio fisso.	74,16
Ceneri	21,97
Materie volatili.	1,61
Acqua (a + 120° C,) . . .	2,26
	100,00

L'età paleozoica di questo calcare è adunque dimostrata, a parte i fossili, dalla presenza dell'antracite che direttamente od indirettamente associata a tale calcare si trova

alla Thuille nell'alta valle della Riparia,
al Mélézet nell'alta valle della Riparia,
alla Ciapera ed a Prariond nell'alta valle della Macra,
a Demonte nella bassa valle della Stura di Cuneo,
a Calizzano nell'alta valle della Bormida, nell'Apennino ligure.

I fossili poi di questo calcare devono a lor volta provare che tutte quelle antraciti sono di epoca anteriore al carbonifero.

Quando nelle nostre Alpi io non conosceva che due giacimenti di antracite, quello della Thuille nell' alta valle di Aosta e quello del Tabor nell'alta valle della Riparia, sovente ed invano cercai di spiegarmi la causa per cui non si trova in quei giacimenti alcuna di quelle tante impronte di filliti che si incontrano nei depositi di antracite della Savoia e del Delfinato.

[1] *Sui fossili del calcare dolomitico del Chaberton (Alpi Cozie) studiati da G. Michelotti*. Nota di B. Gastaldi. Atti della R. Accademia dei Lincei. Vol. 3.° Serie II.ª Roma, 1876.

Oggidì sono cinque i giacimenti di antracite scoperti sul nostro versante alpino e sull'Apennino ligure ed in nessuno di essi si trovarono ancora impronte vegetali. Questo fatto merita di essere particolarmente notato, e per altra parte io non saprei spiegarlo. Pensai talvolta che le antraciti nostre fossero più antiche di quelle dell'opposto versante alpino, e che le impronte vi fossero state cancellate dal tempo e dai movimenti molecolari subìti dalle rocce che le contenevano, ma ora che trovai l'antracite entro al calcare dolomitico fossilifero, vedo che la mia supposizione non aveva alcun valore.

Forse la assenza di impronte nelle antraciti nostre è dovuta all'assenza stessa di quei scisti ardesiaci neri e lucenti che sono una delle rocce costituenti il gruppo antracitifero del versante francese. Comunque sia, parmi probabile che i nostri giacimenti di antracite sieno più antichi di quelli della Francia, e che questi ultimi siano anteriori al terreno del litantrace.

Se ciò è, si dovrebbe cercare e, col tempo, trovare, particolarmente in Francia, nei così detti orizzonti triasico e liasico alpini quasi tutta la serie dei terreni componenti la zona paleozoica.

Già da parecchi anni abituato a conoscere il calcare dolomitico, lo trovai in molti luoghi delle Alpi Pennine, Graje, Cozie, Marittime e dell'Apennino ligure; lo trovai cioè lungo tutta la catena di montagne che si estende tra Ivrea e Genova.

In Val Macra la zona calcareo-dolomitica ha una larghezza media di 3000 metri ([1]), e gli strati avendo ad un di presso la inclinazione di 45° (verso O, S-O), la sua grossezza ortogonale può ritenersi approssimativamente di 1800 a 2000 metri. Corre in direzione N. 135° E, elevandosi in grandiose e fantasticamente tagliate masse dalle quali discendono enormi talus di detriti, ed ha una lunghezza di oltre 13 chilometri tra il colle della Cuppiera e quello della Scaletta.

Questa zona calcareo-dolomitica di Val Macra è il prolungamento di quella che incontrasi per lunghissimo tratto tra l'Ambin, il piccolo Moncenisio ed il Chaberton, e se non la incontrammo nelle valli intermedie del Pellice, del Po e della Varaita, egli è perchè queste valli sono meno lunghe, non si protendono di tanto verso Ovest quanto quelle della Riparia e della Macra.

Al colle della Scaletta pel quale da Val Macra si va in valle della Stura; al colle della Maddalena che mette in comunicazione la valle della Stura colla Francia, la zona paleozoica, rappresentata sopratutto dal calcare dolomitico fossilifero, si divide in due rami. Uno di essi si protende lungo la falda del versante francese, l'altr occupa gran parte della valle della Stura, la segue per tutta la sua lunghezza ed affiorando in banchi molto regolari, rasenta il piede dell'elissoide gneissica del Mercantour, e per le valli del Gesso e della Vermenagna sale al colle di Tenda.

Essa si mostra altresì lungo le valli che discendono dalla costiera del Mondolé, taglia le successive valli del Tanaro e della Bormida e ricoperta, per lunghi tratti, dai depositi miocenici, ricompare poi, affiorando in val Polcevera, al di là del gran massiccio serpentinoso-eufotico, associata a calcescisto, a gesso e ad altre rocce della zona delle *pietre-verdi*.

([1]) V. lo spaccato che va annesso a questa Nota. Tav. IV.

Dirò ora delle località ove trovammo fossili nel calcare dolomitico.

Già lungo l'alveo della Macra, tra Dronero, S. Damiano e Prazzo, io aveva notato una quantità ragguardevole di detriti di quel calcare. Man mano poi che rimontava la valle quei detriti divenivano più frequenti e maggiori le dimensioni loro e finalmente, attraversata la zona delle quarziti, del calcescisto e dei gessi, salendo al colle di Soutron, lo trovai in posto, qua e là ricchissimo di fossili polipai che in grossi massi sparsi lungo il sentiero colpivano l'occhio nostro e ci obbligavano a fermarci per esaminarli.

Giunti al colle discendemmo sul versante francese, e girate le pendici della *Roche Peymian* risalimmo per il *Prà de la Montagnette*, ed attraversando il colle delle Monache ritornammo in Val Macra. Dal colle delle Monache discendendo al lago di Visaissas trovammo meno frequenti i fossili, ma per contro incontrammo un banco di marmo mandorlato a tinte di giallo e di rossigno, identico a quello che nella stessa zona il professore M. Baretti già aveva scoperto anni sono lungo la valle del Mélézet. È questo il primo marmo varicolore che troviamo salendo dal gneiss centrale alla zona paleozoica.

Abbiamo già detto che fra i calcari di questa zona ve ne sono dei più o meno cristallini, dei bianchi, grigi e neri. Vediamo ora che ve ne sono anche dei varicolori; egli è quindi assai probabile che molti dei marmi zonati o brecciati a varie e vive tinte provenienti dai distretti di Cuneo e di Mondovì appartengano a questa zona.

Nel vallone d'Unières (Val Macra) trovai il calcare dolomitico molto ricco di fossili polipaj lungo il sentiero che da Prariond, passando presso il gesso solfifero (miniera di solfo della carta), conduce al colle della Croce. Presso a Prariond nello stesso calcare si notano, come già abbiam detto, affioramenti di antracite che però è molto terrosa.

Il mio amico e collaboratore, il sig. professore Carlo Bruno, trovò abbondanti fossili nello stesso calcare, al Sambuco, a Bersezio nella vicina valle della Stura; ne trovò altresì nel territorio di Entraques in Val Gesso e presso al Vernante nella valle della Vermenagna [1]. Ho già detto che talvolta si trova l'antracite intercalata o sottoposta al calcare dolomitico.

Presso a Demonte nel vallone di Monfiei l'antracite si trova associata a scisti rasati, lucenti, a scisti quarzoso-talcosi che giaciono, con forte inclinazione, sulla anfibolite e sull'eufotide del Monte Pergo. Quei scisti rasati e quarzoso-talcosi passano ad una vera arenaria silicea, ad una anagenite, ad una quarzite a noccioli di

[1] Compio un grato dovere, facendo di pubblica ragione i molti meriti che il professore Carlo Bruno si acquistò col promuovere la conoscenza geologica delle Alpi marittime. Egli ha già fatto il rilevamento delle valli della Stura, del Gesso, della Vermenagna e di gran parte di quella del Tanaro. Rimane solo a controllare insieme alcuni fatti relativi alla presenza del terreno nummulitico nella valle della Stura di Cuneo, e quindi saranno quattro nuovi fogli geologicamente colorati che verranno ad aggiungersi ai 20 fogli già condotti a termine; essi ci daranno un'idea, se non esattissima, sufficientemente esatta della geologia delle nostre Alpi comprese tra la valle di Aosta e quella del Tanaro. Devo parimenti molto lodarmi del mio preparatore Sig. L. Bottan il quale da parecchi anni mi è compagno in tutte le escurzioni; sovente egli lavora al rilevamento in vece mia, e mi è inoltre di prezioso aiuto per la colorazione delle carte. Egli sta ora riducendo alla scala di $\frac{1}{250.000}$ la nostra carta geologica delle Alpi occidentali che io spero di vedere presto pubblicata.

quarzo latteo e talvolta anche rossigni sulla quale giace poi il calcare dolomitico. La stessa successione, ad un di presso, notasi a Calizzano in Valle Bormida ove ai banchi di arenaria silicea, ai scisti rasati, ai scisti quarzoso-talcosi racchiudenti l'antracite succede il calcare dolomitico.

A Demonte, in questo calcare non trovai fossili, ed invero non li cercai; ne ho bensì trovato uno nel calcare dolomitico che copre gli strati antracitiferi a Calizzano.

Enumerate le località ove scoprimmo fossili nel calcare dolomitico, io cederò la parola al mio amico Sig. G. Michelotti il quale volle, per tratto di squisita cortesia studiarli e permettermi quindi di pubblicare in questa nota il risultato de' suoi studî che egli mi comunicava colla seguente lettera:

Carissimo amico

« Quantunque offrano poca varietà di forme i fossili alpini ed apenninici che mi comunicasti e mi incaricasti di studiare, tuttavia li ravviso sufficientemente interessanti e meritevoli di essere pubblicati. Essi infatti allargano di alquanto il quadro delle reliquie organiche proprie di quella curiosa ed imponente zona di calcari dolomitici che ricopre l'orizzonte delle *pietre verdi.*

« Senza altri preamboli vengo a darti la descrizione di quei fossili, incominciando dai meglio caratterizzati, cioè dai

Polipaj.

Genere *Cyathophyllum.*

« Gli esemplari che paionmi poter essere classificati in questo genere furono raccolti dal professore C. Bruno nelle vicinanze di Vernante (valle della Vermenagna). In tre di essi, che ho preso particolarmente a studiare, scegliendoli fra i meglio conservati, osservai che:

« 1. Il polipajo è fascicolato, quasi astreiforme alla superficie (fig. 1 - 6, Tav. I).

« 2. Il polipajo è massiccio e la sua grossezza poteva forse raggiungere i tre decimetri; dico che poteva poichè manca nell'esemplare una porzione basilare.

« 3. I polipieriti di cui consta il polipajo erano propinqui ma non continui come si scorge dalla disposizione della sostanza che li separa, e quindi i medesimi non erano congiunti da *epitecio.*

« 4. L'indole *putrellare* della materia che occupa nell'interno l'area o meglio le aree delle logge accenna all'antico *endotecio.*

« 5. La parte centrale dell'intiera loggia o camera viscerale era divisa da diaframmi o tavolati sovrapposti, come si scorge dalla fig. 2 della Tav. I nella quale sono visibili varie di tali camere viscerali ora ripiene di calcare di tinta differente da quella del polipajo.

« 6. La ristrettezza di quelle camere ossia dei dischi calcarei che ora le riempiono, il vedere quelle camere suddivise longitudinalmente, denota come sebbene si tratti di polipaj a tavolati, questi tuttavia erano limitati alla parte centrale della loggia, appunto come si verifica nella famiglia delle Ciatofilline, laddove per la parte superiore

dei calici non lascia luogo a dubitare che vi fossero i tramezzi che suddividevano lungitudinalmente ed in tutto l'ambito le camere viscerali (fig. 3-6, Tav. I). Nel caso nostro si presenta quindi un altro dei tipi della grande famiglia più propria dei terreni antichi e quasi esclusiva di essi.

« 7. Dall'esame di taluni dei calici come di quello di cui diamo ingrandita la figura al N.° 3 della Tav. I [1] si può non solo rilevare la antica presenza dei tramezzi, ma altresì che erano poliformi, altro dei caratteri che si trova nel genere tipico della suddetta famiglia dei *Cyathophyllum*.

« 8. E finalmente dall'irregolarità della forma dei calici (che non sono circolari), come di quelli raffigurati ai N.i 5ª e 5ᵇ della Tav. I, emerge un'altra conclusione di rilievo ehe è la seguente:

« Nei polipaj tanto antichi che viventi si verificano varie specie di riproduzione. A tale proposito il professore Nicholson, in una recente comunicazione letta alla Reale Società di Edimburgo [2] in ordine alla riproduzione ed incremento dei polipaj del periodo paleozoico, dice che la gemmazione composta e calicinale si presenta tipica nel genere *Cyathophyllum* e più marcata nel *Cyathophyllum truncatum* del siluriano della Gotlandia. Ora tal sorta di riproduzione è appunto quella che si verifica nei nostri esemplari (V. le precitate figure della Tav. I.). Noi abbiamo quindi la conferma che i nostri esemplari sono se non identici almeno ben vicini alla specie della Gotlandia, e che come quella rimontano ai primi periodi geologici.

« Esaminando attentamente la Tav. I, si direbbe che gli esemplari raffigurati ai N.i 1, 5ª e 5ᵇ non appartengono allo stesso genere, tanto diversa ne è la forma del calice. Dirò in proposito che nel genere *Cyathophyllum* si vedono sullo stesso esemplare varii modi di gemmazione (Nicholson, loc. cit. pag. 245), ed osserverò inoltre che in taluni degli esemplari la sezione longitudinale dei polipieriti ci dimostra come questi vadano gradatamente ampliandosi verso l'estremità superiore, e che i loro calici possano quindi avere dimensioni e perimetri differenti da quelli degli stessi polipieriti.

« La presenza di questo genere nel nostro calcare dolomitico acquista un maggior valore se si pon mente a questo, che esso appartiene ad uno di quei gruppi dei madreporarî dei quali non si trovano più tracce dopo il periodo paleozoico.

« I corallari dei primi tempi spettano per la maggior parte ai gruppi dei polipaj a tavolati. Il Sig. Owen dice nella sua Paleontologia che sovra 129 polipaj dei terreni paleozoici della Gran Brettagna, 121 spettano a quel gruppo al quale appartengono altresì i tre generi da noi scoperti nelle Alpi Cozie e descritti nella Nota precedente [3]. Ma questo stesso gruppo ebbe ancora rappresentanti nei tempi posteriori e ne ha attualmente. Ad esso infatti appartengono il genere *Axopora* dell'Eocene, il genere *Pocillopora* del Miocene medio ed i generi *Millepora* ed *Heliopora* tuttora viventi nella zona intertropicale. Nessun genere, per contro, del gruppo dei *rugosi* sopravvisse al periodo paleozoico ed è a questo periodico che spetta il genere *Cyathophyllum*.

(1) Questa figura è molto istruttiva in ordine alla presenza degli antichi tramezzi poliformi ma non può servire per dimostrare la circoscrizione esterna dei calici perchè la superficie del polipajo è logora.

(2) Transactions of the Royal Society of Edinburg. Vol. XXVII, part. III, pag. 239.

(3) *Sui fossili del calcare dolomitico del Chaberthon* ecc.

Genere *Propora.*

« L'esemplare da te raccolto nel calcare dolomitico dell'Appennino ligure vicino alla miniera di antracite di Calizzano è un corallo massiccio, irregolarmente convesso. È noto che col nome di coralli massicci sono designati quelli che si sviluppano pres-s'a poco egualmente in altezza ed in larghezza. La superficie logora non permette di trarre induzione alcuna circa ai calici ed ai loro diametri; manca quindi l'esemplare di uno dei distintivi importanti per la sua classificazione. Però su due dei lati del polipajo e sopra una sezione di un polipierite troviamo elementi quanto mai preziosi per convincerci che abbiamo a fare ad un polipajo non solo ma anche per inferirne il genere cui appartiene.

« I tubi o colonnette verticali che si scorgono su due dei lati del polipajo — Fig. 1. Tav. II — hanno un colore più oscuro, più intenso che non quello della matrice o materia che li collega, ed il loro interno è occupato da poliedri sovrapposti che corrispondono ai vani delle camere sovrapposte e separate dagli antichi tavolati. Tale conclusione emerge dall'esame del piccolo ma prezioso tratto di sezione che ho figurato, con ingrandimento, al N. 2. della Tav. II. In quella sezione si scorge che i quattro poliedri sovrapposti e distinti corrispondono a quattro antiche camere viscerali di uno dei polipieriti. Ora tali poliedri non solamente sono sovrapposti e distinti ma, a differenza di quanto si era osservato nel fossile precedentemente descritto, i tavolati sono intieri — vale a dire che si estendono sino ai muri dei polipieriti — e rimane altresì ben provato che il polipajo vuol essere riferito all'ordine dei tavolati.

« Rimane ad indagare in quali relazioni stessero fra di loro i polipieriti, se cioè fossero fra di loro distinti individualmente, ovvero se fossero gli uni uniti agli altri ed in che modo.

« La esiguità dello spazio che separa l'interno dall'esterno dei polipieriti lascia da prima luogo a credere che i muri fossero assai sottili; vi poteva perciò essere un *esotecio*, e per vero nei polipaj composti l'organo misto, cioè il muro, può essere rudimentale ed i polipieriti collegati da un *esotecio.* Nell'interno del nostro polipajo si osserva che fra i polipieriti non v'ha addensamento di materia o matrice omogenea che li colleghi — come si nota negli esemplari fossili dei polipaj i cui polipieriti sono individualmente ben distinti — ma che la matrice interposta è irregolarmente sconnessa e bucherellata, vacuolare, onde se ne può inferire che essa rappresenti ciò che i zoologi chiamano *esotecio* (M. Edwards, *Corall.* Vol. I pag. 71).

« Dal complesso dei sovradescritti caratteri si hanno buone ragioni per credere che quel polipajo appartiene all'ordine dei tavolati e che si avvicina ai generi conosciuti coi nomi di *Plasmopora* e *Propora.* Parmi di doverlo, di preferenza, ascrivere a quest'ultimo per la forma sua generale, perchè i muri, sebbene sottili, sono ben distinti, per l'assenza di coste esotecali e finalmente per le dimensioni de' suoi calici desunte da quelle dei polipieriti.

« Sia che appartenga all'uno, sia che debba ascriversi all'altro dei due summentovati generi, abbiamo in questo polipajo il rappresentante di uno dei generi che vissero solo nel periodo paleozoico; questo fossile è certamente di quel periodo e coevo cogli altri fossili provenienti da le valli della Stura di Cuneo e dalle Alpi Cozie.

Briozoi.

Genere *Stictopora* ?.

« Reliquie non ambigue di Briozoi abbiamo in un esemplare che ho fatto delineare, ingrandito del doppio, al N.° 3 della Tav. II. ed ingrandito del quadruplo al N.° 4 della stessa Tavola. Proviene dai dintorni di Sambuco.

« Paragonando queste reliquie con quelle già segnalate dagli autori, parmi che esse si avvicinino molto ai briozoi descritti dal Sig. Hall nella sua Paleontologia dello Stato di New-York (Vol. I pag. 50, 51, 73-75 e figurati ai N.^{i} 3, 3^{b} e 4 della Tav. 26). Questo fossile è citato dagli autori americani come caratteristico della 5.^{a} e della 6.^{a} delle 26 zone nelle quali essi dividono il terreno paleozoico.

« Riferisco il nostro fossile al genere Stictopora, senza però attribuire a tale determinazione un valore preciso zoologico, perchè sarebbe molto contestabile. Infatti lo stesso Sig. Hall dice che non è possibile di ben definire la forma originale dell'orifizio delle cellole; ora questa forma è una dei caratteri principali per la classificazione dei varii gruppi dei Briozoi (V. Busk, *Paleontographical Society*. London 1859, pag. 9).

« Non ostante l'incertezza in cui ci troviamo circa alla determinazione generica e specifica di questo fossile, ho creduto di dover segnalare nel calcare dolomitico del nostro paese la presenza certa di una famiglia della quale non si conosceva ancora alcun rappresentate in quel calcare.

Molluschi.

Gasteropodi.

« Fui per lungo tempo perplesso se dovessi riferire a qualche fossile già noto le reliquie raffigurate ai N.^{i} 7-11 e 13 della Tav. II. perchè mal conservate e probabilmente schiacciate e deformate. Dopo minuto esame dei molti esemplari da te comunicatimi, parmi di aver potuto distinguere due tipi diversi, due generi distinti di testacei. In quelli delineati ai N.^{i} 7-9, 11 e 13 parmi di vedere una conchiglia spirale, formata di alcuni giri non contigui, disposti sullo stesso piano. La conchiglia doveva essere largamente umbilicata al centro (fig. 13); i giri di spira hanno dimensioni graduali e crescenti sino all'apertura; lo spazio occupato dall'animale nell'interno non era molto ampio.

« Però queste generalità di struttura possono egualmente bene spettare a taluno dei generi della famiglia delle Ortoceratiti nelle quali la conchiglia è bensì retta nella maggior parte dei casi, ma che talvolta altresì è discoide, come a taluno dei generi di Gasteropodi, ad esempio al genere *Maclurea*. Io dovetti perciò ricorrere a distintivi negativi per accertarmi che quei fossili non appartengono a Cefalopodi. Nei grandi gruppi dei Cefalopodi la presenza del sifone è uno dei più eminenti caratteri; la posizione di questo, la forma delle suture dell'involucro o conchiglia distinguono le due grandi famiglie dei Cefalopodi. Ora anche ammessa la obliterazione,

la scomparsa delle speciali forme dell'involucro o conchiglia negli esemplari da me studiati, essa potrebbe benissimo ostare a riconoscere il secondo dei citati distintivi, ma non occultare sifattamente il primo da non lasciarne traccia. Ed infatti i vani lasciati dall'interno della conchiglia sono benissimo riprodotti dalla materia intrusa che è un calcare di tinta differente da quella del guscio, e qualora altri vani, quali quelli che dovevano necessariamente prodursi per la presenza del sifone, fossero esistiti, avrebbero lasciato traccia di sè. Descrivendo precedentemente i polipaj ho fatto osservare come alcuni caratteri quali quelli dei tavolati, dei tramezzi e dei paletti furono riprodotti per bene.

« Dimostrata l'assenza di sifone in detti fossili, parmi poterne arguire che essi appartengono ai Gasteropodi. Parmi altresì che la maggior parte vada classificata nel genere *Ophileta* (Vanuxen) della famiglia delle *Turbinide*, ed uno di essi nel genere *Cyrtholites* della famiglia delle Atlantidee la quale, tuttochè faccia parte dei Gasteropodi, si avvicina altresì alla classe dei Pteropodi.

Genere *Ophileta* (Vanuxen).

« Le fig. 7-9, 11 e 13 della Tav. II riproducono alcuni dei varî esemplari stati raccolti dal sig. prof. C. Bruno presso a Bersezio, nella parte superiore della valle della Stura di Cuneo. Uno di essi, quello raffigurato al N. 9 della citata tavola, lascia vedere una sezione longitudinale obliqua, e l'altro fig. 13 una sezione orizzontale che vale a dimostrare la direzione obliqua e la curva dei giri verso il centro ed un ampio ombilico.

« Alcuni autori credettero di dover collocare il genere *Ophileta* nella sinonimia del genere *Evomphalus* di Sowerby; d'accordo con altri paleontologi a me pare preferibile separare un genere dall'altro, perchè nell'*Ophileta* i giri di spira non sono ne angolari ne coronati come lo vorrebbero i distintivi assegnati al genere *Evomphalus* (Woodward, *Rudimentary treatise of Shells*, pag. 145).

« Il genere *Ophileta* fu sino ad ora esclusivamente trovato nei più antichi banchi paleozoici (V. Hall, *Paleontology of New-York*, Vol. I pag. 9).

Genere *Cyrtholites* (Conrad).

« Una sola ma importante reliquia di un altro antichissimo genere sono riescito a trovare fra gli esemplari raccolti nella precitata località di Bersezio; è quella che ho fatto delineare al N. 10 della Tav. II. Si vede che la conchiglia è a voluta, in forma di corno, con ampliazione verso la bocca assai più notevole di quella che si scorge nella conchiglia spettante al genere precedente.

« Il minuto esame cui sottoposi questo fossile, il confronto che feci dei caratteri suoi coi distintivi dei varii generi che trovai registrati negli scritti di paleontologia e di malacologia, mi autorizzano a riferire questo fossile al genere *Cyrtholites* di Conrad (Woodward, loc. cit. pag. 201), quantunque di tal genere non faccia menzione lo Chenu nel suo manuale di Conchiologia di recente pubblicazione.

« Credo che il detto genere da tanto tempo estinto sia stato, a cagione della

sottigliezza dell'involucro, sottigliezza che si osserva benissimo nel fossile in discorso [1] e della curva che gli è propria, a proposito collocato nella famiglia delle Atlantidee, la quale comprende animali esclusivamente pelagici, e forma una delle più grandi divisioni della famiglia dei Nucleobranchiati così detti perchè gli organi respiratorio e digestivo formano una specie di nucleo nella parte posteriore del dorso.

« Il genere *Cyrtholites* sebbene abbia avuto rappresentanti nei primi tempi paleozoici, continuò a vivere anche durante l'epoca carbonifera, dopo la quale scomparve, a differenza del genere *Ophileta* che appartiene esclusivamente ai primi tempi del periodo paleozoico.

Cefalopodi?

« Al N. 14 della Tav. II. ho raffigurato un esemplare proveniente da Sambuco nell'alta valle della Stura di Cuneo. È una reliquia fossile che parmi aver spettato al sifone di un cefalopodo.

« È noto che in banchi di differenti epoche geologiche si scopersero, non infrequentemente, isolate impronte di resti organici che sono parti di conchiglie dell'ordine dei Cefalopodi per le quali Eichwald propose il nome di *Hyolites*. È noto altresì che i Cefalopodi non solamente fanno parte delle primitive faune, ma che vi comparirono con forme affatto differenti da quelle che rivestirono nelle epoche posteriori. Tali sono gli *Orthoceras* i *Gomphoceras* i *Cyrthoceras* ecc. È noto, in ultimo, che in taluni di questi antichi ed estinti generi i sifoni presentavano particolarità che vennero ben descritte da uno dei più distinti malacologi il Sig.r Woodward colle seguenti parole — « In same of the oldest fossil genera, *Actinoceras, Phragmoceras,* the siphoncle are « large and contains in its centre a smaller tube, the espace between the duo being « filled up with radiates plates, like the lamelle of a coral — » Woodward, loc. cit. pag. 78-79.

« Le precitate considerazioni e quelle altre generali emergenti dal confronto di questo nostro fossile con altri congeneri delle antiche faune, mi lasciano credere che esso possa riferirsi ad un frammento di sifone di cefalopodo.

« Qui termina l'esposizione dei risultati che potei ottenere coll'esame, collo studio, per me non facili, dei fossili che mi hai comunicato.

« Alle già citate ho però creduto bene di aggiungere alcune altre figure di reliquie organiche comprese fra quelle che tu mi incaricasti di studiare. La scarsità di fossili che si nota nel calcare dolomitico delle Alpi e dell'Apennino — scarsità che in ordine a varietà di forme è comune anche alle regioni nelle quali i terreni paleozoici sono assai più sviluppati — mi suggerì di pubblicare tutte quelle che per qualche lato meritano di essere conosciute.

« Al N. 5 della Tav. II. ho raffigurato un fossile che ha qualche rassomiglianza con uno spongiario. La fig. 6 riproduce la forma di un fossile che pare essere un anelide tubuloso, ed al N. 12 ho fatto delineare una reliquia di incertissima sede che ha tuttavia qualche rassomiglianza colla sezione di un briozoo.

[1] Nella fig. 10 della Tav. II, il disegnatore ha creduto bene di esagerare la grassezza del testo onde renderlo più visibile.

« Riassumendo il fin quì esposto credo poterne inferire che gli avanzi organici da te comunicatimi e provenienti dalla zona dolomitica dell'alta Valle Macra, dalle valli della Stura di Cuneo, del Gesso e della Vermenagna nelle Alpi marittime e dalla Valle Bormida nell'Apennino ligure confermano le idee che, primo, felicemente enunciasti intorno all'epoca remotissima cui quella zona va ascritta.

« Torino, 15 X^bre 1876.

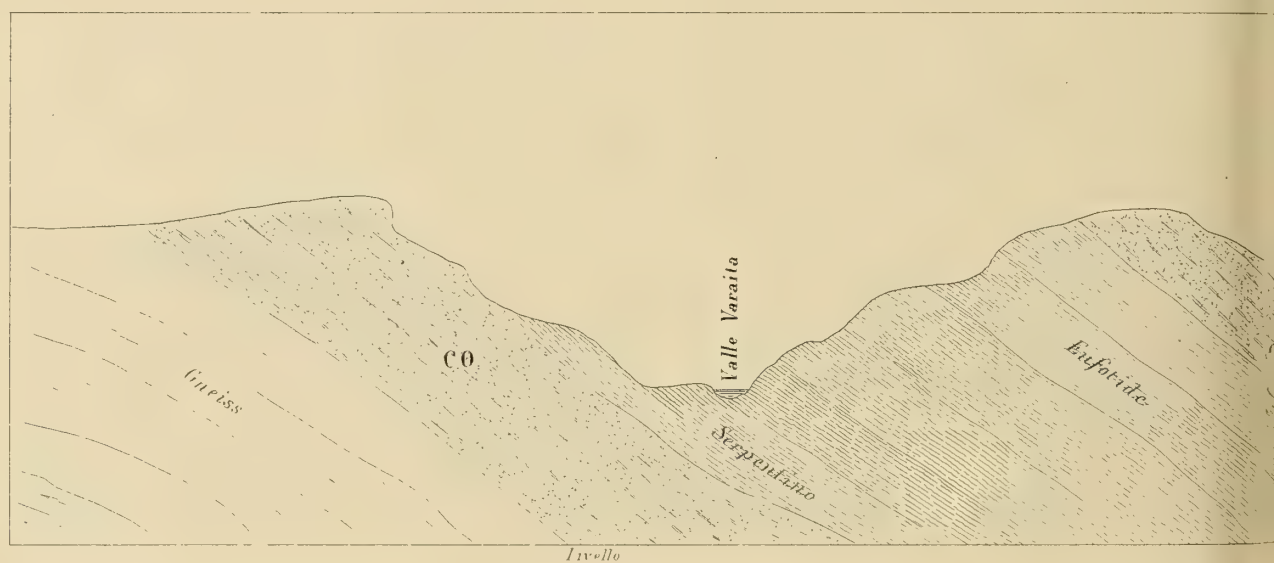
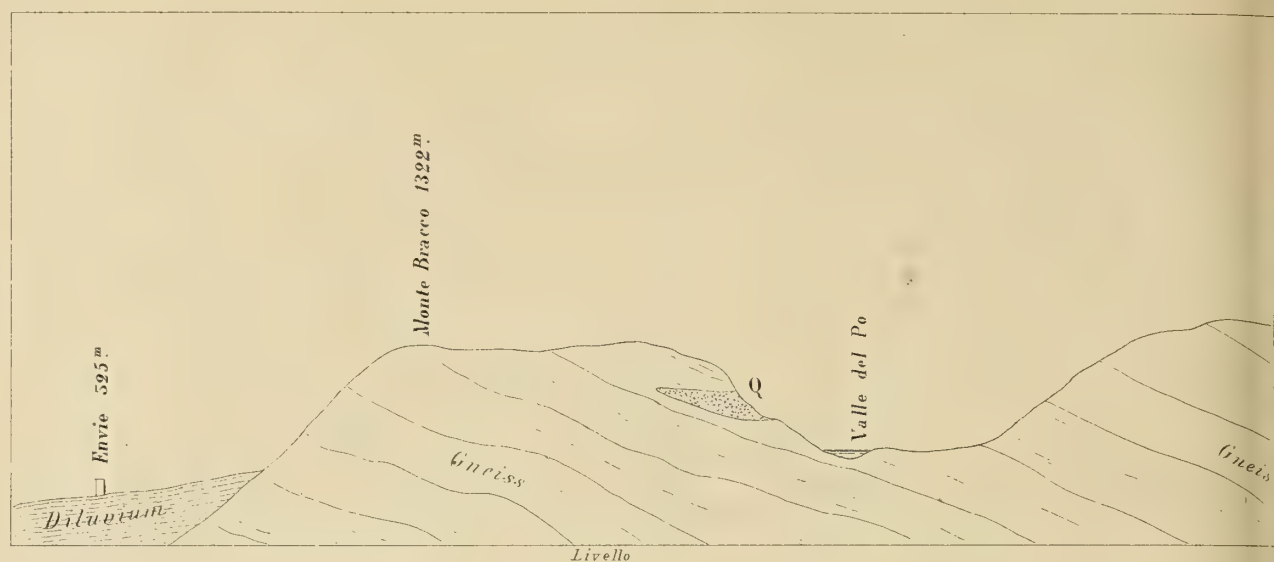
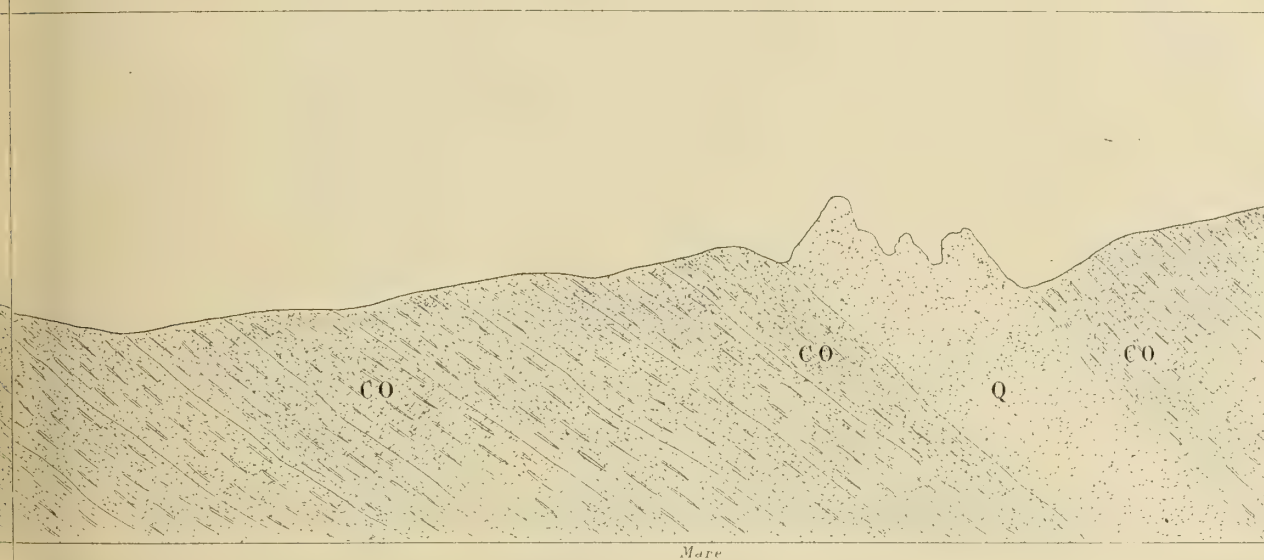
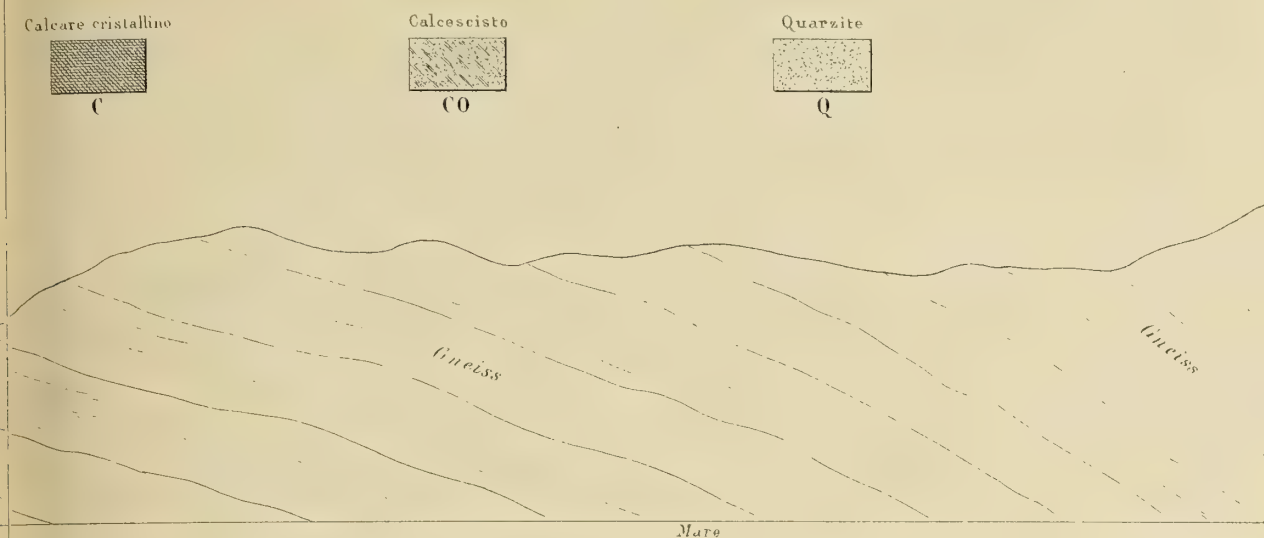
« Tuo affmo
G. MICHELOTTI ».

Tutti i fossili fin quì descritti, ad eccezione di quello classificato nel genere Propora, furono scoperti dal mio collaboratore il professore Carlo Bruno nelle valli della Vermenagna, del Gesso e della Stura di Cuneo. Molti di essi, e particolarmente quelli classificati fra i Gasteropodi e figurati ai N.i 7-11 e 13 della Tav. II, furon da lui rinvenuti all'Argentera ed al Sambuco nell'alta valle della Stura, nelle regioni appunto nelle quali l'Allioni aveva segnalato la presenza di Ammoniti ([1]).

Il professore Bruno non riescì a trovare il banco ammonitifero, ed io, esaminando i fossili da lui inviatemi e non trovandovi i cefalopodi indicati dall'Allioni, inclinava a credere che questi avesse scambiati per ammoniti fossili consimili a quelli figurati ai N.i 7-11 e 13 della Tav. II. Io mi sbagliava, ed è più che probabile che in quelle regioni l'Allioni abbia trovato dei veri ammoniti; infatti in una gita che vi fecero molti anni sono i professori A. Sismonda e L. Bellardi vi rinvennero alcune Terebratule, una Lima, una Pholadomya, un Pecten, un Belemnite ed altri fossili che pajono appartenere alla fauna giurassica. Dirò subito che questi fossili si trovano in una roccia, per caratteri fisici, ben differente dal calcare dolomitico paleozoico. Quelle località sono vicine al margine dell'elissoide gneissico del Mercantour ed a quanto pare vi si ripete il fatto già segnalato al Colle Ferret ed al S. Gottardo, della presenza cioè di lembi giurassici quasi a contatto col gneiss.

Se da noi non furono ancora rinvenuti ammoniti nella valle della Stura, ne fu però trovato uno — sulla realtà del quale non vi può essere dubbio — proveniente dalla valle del Gesso. Essendo gli ammoniti *rarae aves* sul nostro versante alpino, ho creduto di doverlo raffigurare nella Tav. III. Non ho però cercato di determinarne la specie perchè è mancante di testo, ed infatti esso fu trovato nella caverna o *grotta dei banditi* fra i ciottoli rotolati del Gesso che ne ingombravano il suolo. Questa grotta è aperta sulla riva destra del Gesso a breve distanza, a monte, della confluenza di questo torrente colla Stura di Cuneo. I professori G. Spezia e L. Bellardi la visitarono or sono tre anni, ed in tale occasione ebbero opportunità di vedere quell'ammonite in mano del sig. Ugo Ughi pretore di Valdieri il quale volle poi cortesemente comunicarmelo.

Dirò anche che quel modulo di ammonite è di un calcare per tinta e per struttura ben differente dal calcare dolomitico paleozoico.

([1]) *Sui fossili del calcare dolomitico del Chaberton.*

G. Negro dis. e Lit. Torino, Lit. Giordana e Salussolia.

.Negro dis. e Lit. Torino. Lit. Giordana e Salussolia

Tav. III.

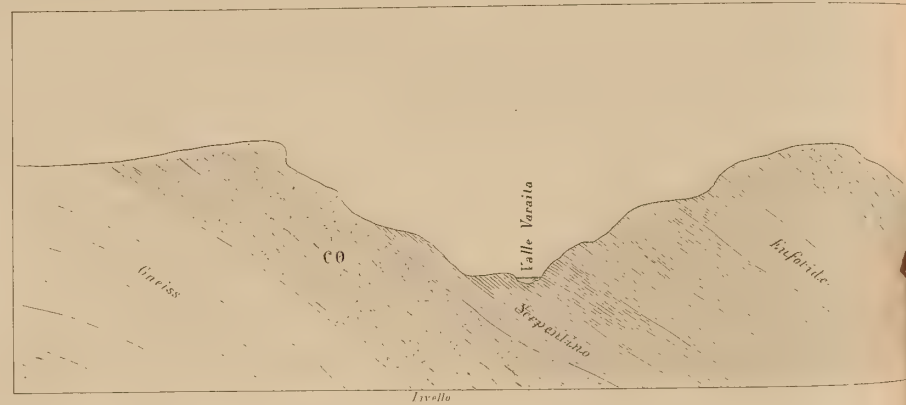
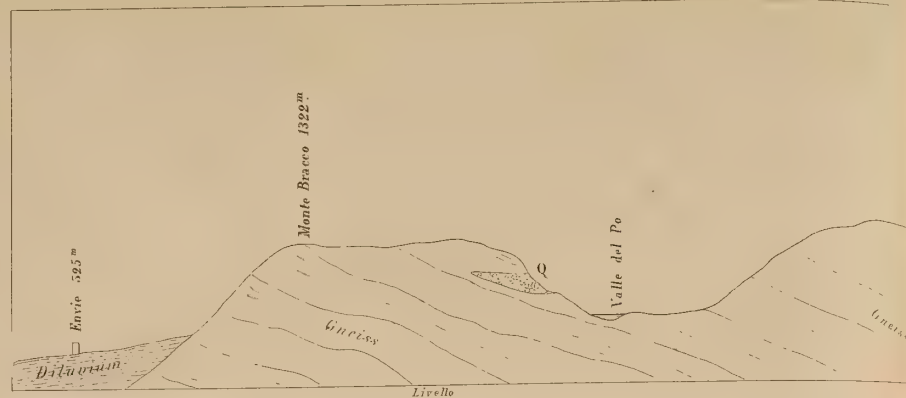
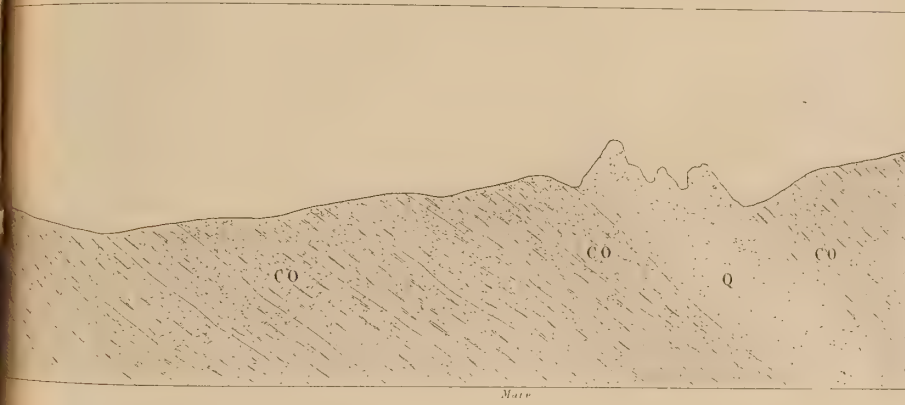
G. Negro dis. e lit.

Torino Lit. Giordana e Salussolia

Envie 325m
Monte Bracco 1322m.
Valle del Po
Q
Diluvium
Gneiss
Gneis
Livello
Valle Varaita
CΘ
Gneiss
Serpentino
Eufotide
Livello
Valle Macra
antracite
CΘ
Q
C
Q
Livello
del

Tav. IV.

B. GASTALDI. *Su alcuni fossili paleozoici Alpini ed Apenninici studiati da* G. Michelotti. — *Spaccato attraverso alle valli del Po, della Varaita e della Macra, da Envie al colle di Soutron.* — *Scala di 1: 50,000.*

Torino, Lit. Flli Doyen.

B. GASTALDI. *Su alcuni fossili paleozoici Alpini ed Apenninici studiati da* G. Michelotti. — *Spaccato attraverso alle valli del Po, della Varaita e della Macra, da Envie al colle di Soutron.* —
Scala di 1:50 000

Ad una obbiezione contro la teorica del Melloni sulla elettrostatica influenza. Risposta del Socio P. VOLPICELLI

letta nella seduta del 4 febbrajo 1877.

Nell'accademica tornata del 5 marzo 1876, comunicai la spiegazione richiestami da un distinto fisico italiano, riguardo ad un fenomeno che credeva egli contrario alla teorica di Melloni sulla elettrostatica influenza. La spiegazione da me data fece propendere questo fisico a favore della teorica stessa, e contro quella comunemente adottata. Ora si rinnova un simile fatto, poichè un altro fisico italiano, cognito per le sue dotte comunicazioni, mi ha manifestato un'altra obbiezione, che a suo parere si opporrebbe alla indicata teorica del Melloni; e poichè questa obbiezione potrebbe venire anche da qualche altra parte, per ciò credo utile ribatterla fin d'ora, senza nominarne l'autore, dal quale però mi fu dato ampio permesso per pubblicarla.

L'oppositore dichiara *primieramente* che sebbene il mio piccolo piano di prova condensante, quello cioè che il ch. Pisati giudicò vizioso, gli abbia manifestato la indotta di *seconda* specie in quell'estremo A dell'indotto isolato A B, il più prossimo all'inducente, tuttavia la punta in questo medesimo estremo applicata e poi tolta con l'indotto stesso alla influenza elettrica, non manifestò la contraria della inducente, come avrebbe dovuto, secondo Melloni, verificarsi. Noi però aggiungiamo: purchè la sperienza sia stata bene condotta.

Secondariamente l'autore medesimo dichiara che il nominato piano di prova condensante, in tanto fornisce la omonima della inducente nel riferito estremo dell'indotto isolato, in quanto che la *capacità* del piano di prova medesimo per l'elettrico, essendo molto grande, attira dall'opposto estremo B dell'indotto la omonima che vi si trova. Secondo l'autore l'applicazione del medesimo piano di prova sull'estremo A dell'indotto il più prossimo all'inducente, corrisponderebbe a porre l'estremo stesso in comunicazione col suolo.

Per verificare che l'indotto, *armato o no* di punta rivolta alla inducente, si mostra *sempre* caricato della contraria di questa dopo che fu tolto all'induzione, debbono eliminarsi tutte le cause che possono efficacemente alterare la sperienza. Per tanto gioverà molto a coloro che vorranno verificare questo fatto certissimo, mettere in chiaro quante e quali sono le cause che possono perturbare l'effetto *semplicemente* dovuto alla elettrostatica induzione. Queste sono:

I.° L'umidità dell'atmosfera, la quale trasporta dall'inducente sull'indotto la elettricità del primo. Questa umidità, se grande, bisogna diminuirla prima di sperimentare, lo che si ottiene stando in un ambiente chiuso, nel quale siavi un opportuno calorifero.

II.° La troppo forte carica della inducente stessa, per la quale più facilmente si trasporta questa sull'indotto.

III.° Il non essere l'armatura esterna della bottiglia di Leida, se prendasi per inducente, in perfetta comunicazione col suolo, e il non essere l'indotto ad opportuna distanza dall'inducente stesso.

IV.° Il doppio potere che hanno le punte tanto di assorbire quanto di emettere la elettricità, quale doppio potere si esercita contemporaneamente nella induzione. L'effetto della *risultante* di queste due forze può essere o un assorbimento di elettricità per la punta, od una emissione di questa dalla punta stessa. L'effetto medesimo dipende dalle circostanze della sperienza, ed avrà luogo l'assorbimento della elettricità per parte della punta, quando si verifichino le tre citate perturbazioni (I, II, III). In questo caso l' indotto guernito di punta riceverà sopra di lui, per assorbimento, una parte della carica inducente, la quale sarà indicata dall'elettroscopio, quando la quantità assorbita superi quella della indotta di prima specie che trovasi tornata libera sull'indotto stesso allontanato dall'inducente.

Avrà luogo dalla punta la emissione della elettricità di seconda specie che si trova su *tutto* il cilindro indotto, quando avvenga il contrario, per causa delle tre prime perturbazioni citate, cioè quando l'atmosfera sia sufficientemente secca, quando la carica dell'inducente non sia troppo forte, quando l'indotto venga collocato ad opportuna distanza dell'inducente, finalmente quando l'armatura esterna di questo, se bottiglia di Leida, comunichi perfettamente col suolo. Allora il cilindro indotto, sottratto alla induzione, si manifesterà immancabilmente carico di elettricità eteronima della inducente. Poichè le condizioni appartenenti a questo medesimo caso, riguardare si debbono, e realmente sono, adatte a bene sperimentare sulla elettrostatica induzione. Così possiamo dal caso in proposito concludere, con altre facili riflessioni, che dalle punte applicate sull'indotto in *qualunque* luogo della sua superficie, sempre la indotta di seconda specie *soltanto* sarà quella che si disperde. Qui si osservi che se l'indotto non sia fornito di punte, purchè le circostanze siano favorevoli alla *semplice* induzione, cioè non perturbata, si verificherà sempre che dal cilindro indotto ed isolato, ancorchè privo di punte, si dissipa soltanto la indotta di seconda specie. Perciò con le indicate condizioni, colle quali unicamente si può sperimentare sulla elettrostatica influenza, si dovrà trovare quello che sempre ho trovato, senza valermi del condensatore ad aria, ma solo dell'elettroscopio di Bohnemberger. Del resto, ancorchè voglia usarsi questo condensatore, non si complicherebbe punto la sperienza; poichè quando l'indotto sottratto alla induzione si applichi al condensatore stesso, non può far altro che comunicargli la risultante delle due elettricità contrarie che stanno ad un tempo sul medesimo, purchè l'indotto, mentre sta in comunicazione col condensatore, stia tanto lontano dall' inducente da non risentire l'induzione di questo.

V.° La induzione, che riceve anche il cilindretto di vetro verniciato da cui viene sostenuto l'indotto, è causa di perturbazione della *semplice* influenza. Questa perturbazione si evita sospendendo l'indotto a fili di seta sottilissimi e verniciati; però sperimentando sempre in un ambiente molto secco. Inoltre per evitare una ulteriore causa di perturbazione, stia la riferita sospensione mediante fili di seta talmente stabile da impedire, il più possibile, ogni oscillazione dell'indotto, mentre avvicinasi all'inducente.

VI.° L'utilissimo elettroscopio di Bohnemberger, per essere impiegato convenientemente, deve collocarsi ad opportuna distanza dall'induttore, affinchè non riceva da esso la minima influenza; e sarà molto più condotto esattamente lo sperimento, se venga impedita questa influenza tanto sull'indotto quanto sull'elettroscopio, mediante una lastra metallica non isolata, interposta opportunamente fra questi due strumenti.

VII.° La macchina elettrica con la quale si carica la bottiglia di Leida, quando questa bottiglia si adoperi per inducente, deve stare in una camera diversa da quella in cui si sperimenta, e deve la camera medesima restare sempre chiusa.

VIII.° A rigore, il pavimento della camera nella quale si sperimenta dev'essere a volta, perchè sia ben saldo e non permetta il tremolìo degli stromenti, in ispecie della foglia d'oro dell'elettroscopio.

§. 2.

Ora venendo a dire della obbiezione che si riferisce alla *capacità per l'elettrico* del mio piccolo piano di prova condensante, quando esso venga in contatto di quell' estremo A dell' indotto AB, il più prossimo all' inducente, mentre B rappresenta l' estremo più lontano dell'indotto medesimo, a me sembra, se non erro, che possa confutarsi mediante le seguenti undici riflessioni.

Colla obbiezione medesima si vorrebbe ritenere che su questo estremo A non esiste realmente la indotta di seconda specie, ma che vi giunge soltanto a motivo della grande capacità per l' elettrico posseduta dal piano di prova condensante. Quindi si ritiene che soltanto la indotta di prima specie si trova sull' estremo A, per effetto della influenza, e che questa indotta è fornita di tensione, come appunto è adottato dalla teorica comunemente ricevuta contro quella riprodotta da Melloni, e da me dimostrata vera.

1.° Questa obbiezione contraddice alla dottrina comune, perchè supponendo assai grande la capacità pel fluido elettrico nel mio piccolissimo piano di prova condensante, questa capacità si vuole rimpiazzata da un prolungamento a sufficienza esteso dell'indotto, lo che vogliamo concedere, applicandolo a quell'estremo A dell'indotto che riguarda l' induttore. Quindi si ammette dalla obbiezione in proposito, che la elettricità indotta di seconda specie si porti dall'estremo B, per effetto della capacità del condensatore, sino a traversare il riferito prolungamento. Bene inteso che sull'estremo di questo, secondo la teorica comunemente adottata, deve soltanto trovarsi la indotta di prima specie *fornita di tensione,* lo che viene dalla sperienza con esattezza condotta, recisamente negato. Ammettendo questa teorica, per cui si ritiene sempre avverarsi una linea neutra sul cilindro indotto, la quale realmente non si manifesta mai sul medesimo, se bene si sperimenti, ancorchè questo sia di estensione infinita, si dovrà eziandio ritenere la esistenza unica della indotta di prima specie sull'estremo indicato. Dunque, se bene si rifletta, sull'estremo stesso coesisterebbero le due indotte fornite l' una e l' altra di tensione, lo che si riduce ad un assurdo, cioè si cadrebbe nella contraddizione che una qualunque di esse esisterebbe e non esisterebbe sull'estremo soltanto del prolungamento stesso. Cioè sull'estremo medesimo vi esisterebbe soltanto la indotta di prima specie, perchè lo vuole la teorica comunemente adottata, cui gli oppositori del Melloni non possono contraddire; ma vi

esisterebbe ancora sola la indotta di seconda specie, perchè lo vuole la pretesa grande capacità per l'elettrico, che a quel prolungamento indicato corrisponde. Perciò la riferita obbiezione non ha valore a causa di questa contraddizione; quante volte però la indotta di prima specie non fosse priva di tensione, come lo è realmente, tanto per l'esperienza quanto per la teorica di Melloni.

2.° La capacità per l'elettrico del mio piccolissimo piano di prova condensante deve pel contrario riguardarsi assai tenue, perchè tali sono i suoi due dischi o piattelli, e perchè tale anche la dimostra l'elettroscopio; però l'elettrico ricevuto dal condensatore medesimo, si manifesterà sempre, mediante un opportuno elettro-actinometro; ma non così avverrà dell'elettrico ricevuto dalla Terra, la quale avendo una capacità infinita, deve avere una tensione infinitesima cioè non sensibile agli strumenti. Questi due sperimentali effetti non sono paragonabili fra loro, perchè in uno si considera la superficie dell'indotto infinita, e nell'altro si considera finita. Nel primo l'indotta di seconda specie si perde sensibilmente del tutto, perchè non può manifestarsi nè sulla Terra, nè sul cilindro indotto, mentre nel secondo la indotta medesima non si perde affatto, perchè parte resta nel cilindro indotto, e parte sul piano di prova condensante, ovvero sul prolungamento equivalente all'indicato piano di prova. Perciò la teorica comunemente adottata, la quale falsamente non ammette che sull'estremo A si trovi anche la indotta di seconda specie con quella di prima, non può sostenersi mediante la obbiezione che confutiamo.

3.° Non potrà mai nè concepirsi nè ammettersi quello che viene supposto nella riferita obbiezione, cioè che applicato sull'estremo A il piccolo piano di prova condensante, questo, a motivo della sua capacità per l'elettrico, attragga ed accumuli la indotta di seconda specie che sull'indotto risiede verso l'estremo B, cioè lungi dall'estremo A, piuttosto che attrarre ed accumulare la indotta di prima specie, la quale non solo risiede in contatto del condensatore stesso, poichè questo la tocca, ma di più avendo essa tensione, come credono falsamente gli oppositori della teorica che io dimostro vera, viene anche attratta dalla inducente; quindi dovrebbe comunicarsi al condensatore stesso dall'estremo A. Per ciò quella obbiezione non è conciliabile nè col buon senso, nè col ragionamento, nè colla sperienza, la quale appunto perchè c'insegna essere il detto piano di prova condensante caricato della indotta di seconda specie, allorchè sia posto a contatto dell'estremo A, fa d'uopo concludere che questa indotta esisteva già per induzione sull'estremo stesso, prima che vi fosse applicato il piano di prova condensante. In fatti allora soltanto questo istrumento agisce con la sua capacità per l'elettrico, quando viene in contatto col medesimo, per lo che si richiede la *preesistenza* del fluido elettrico al contatto stesso. Ciò mostra non essere punto valevole la obbiezione di cui ci occupiamo.

4.° Prolungato il cilindro indotto quanto fa d'uopo, affinchè con questo prolungamento sia rappresentata la capacità per l'elettrico spettante al mio piccolissimo piano di prova condensatore, non potrebbe la indotta di seconda specie giungere sull'estremo prolungato, *senza neutralizzarsi* colla indotta di prima specie, che sta sul medesimo estremo dotata di tensione. Poichè questa, secondo la teorica comunemente adottata, si dovrebbe trovare *sola* sull'estremo stesso, ed anche *fornita di tensione,* come falsamente viene creduto dagli oppositori della teorica di

Melloni che io dimostro essere vera. Dunque anche per siffatto motivo, la obbiezione che stiamo confutando viene distrutta.

5.° Poichè l'induzione cresce sull'indotto con aumentare la superficie del medesimo, perciò deve crescere ancora corrispondentemente su questo, anche la quantità delle due indotte contrarie fra loro; quindi anche la impossibilità nella indotta di seconda specie per condursi, senza totalmente neutralizzarsi, nell'estremo più volte nominato, e falsamente creduto dalla comune dei fisici carico soltanto della indotta di prima specie *non priva di tensione*, impossibilità che distrugge la obbiezione più volte ripetuta.

6.° Siccome dalla sperienza è dimostrato che il mio piccolo piano di prova condensante prende sempre dall'estremo A dell'indotto isolato la indotta di seconda specie, perciò risulta pure dimostrato che questo piano di prova la tocca. Da questo fatto dipende che la elettricità medesima si trovi sempre in qualunque punto dell'indotto, finchè duri sul medesimo l'isolamento e la induzione. Imperocchè, se così non fosse, allora lo stesso piano di prova posto sull' estremo A o non prenderebbe nulla, secondo la teorica di Melloni, nella quale teorica la indotta di prima specie non ha tensione, o prenderebbe questa, se avesse tensione, come falsamente si crede dalla teorica contraria. Di più adoperando un piano di prova che non sia condensante, ma piccolissimo, si ottiene pure da questo la indotta di seconda specie, applicandolo all'estremo A; perchè la medesima, con la sua tensione, s'introduce nel coibente. Da ciò si ottiene un'altra prova che distrugge la obbiezione fondata sulla capacità per l'elettrico, la quale capacità, per agire, richiede necessariamente la *preesistenza* della elettricità in quel punto, nel quale si applica il piano di prova condensante.

7.° Lasciando per un momento da parte il mio piccolissimo piano di prova condensante, ed in vece sua valendosi di un dischetto metallico piccolissimo, annesso con poca gomma lacca ad un manubrio assaissimo sottile di vetro verniciato e puntaguto, si troverà sempre su questo dischetto la indotta di seconda specie comunicatagli dall'estremo A, purchè le condizioni delle sperienze siano favorevoli, cioè non vi abbiano cause perturbatrici già da noi sviluppate. Quindi è chiaro, che con quest'altro piano di prova, il quale non dà luogo alla obbiezione di cui ci occupiamo, si ottiene da qualunque punto dell'indotto, non escluso l'estremo A, la indotta di seconda specie, contro quanto si asserisce dalla teorica comunemente adottata. Dunque anche la sperienza che ora indicammo ci fornisce un mezzo sicurissimo per non ammettere la obbiezione di cui si tratta.

8.° Applicando il piccolo piano di prova condensante non cambia, contro quello che pure si pretenderebbe da chi obbietta, la elettrica distribuzione generata sull'indotto dalla influenza. Infatti se questo comunichi col suolo, l'applicazione del mio piccolissimo piano di prova condensante sul medesimo indotto, lo lascia carico della elettricità indotta di prima specie, come lo era prima di tale applicazione. Se poi l'indotto rimanga isolato, l' applicazione stessa in qualunque punto della sua superficie, gli toglierà una piccola quantità della indotta di seconda specie. Ma ciò non ostante, l'indotto medesimo rimarrà come prima di tale applicazione, cioè ricoperto *per tutto* dalla indotta di seconda specie. Poichè questa indotta si può prendere, sino a dieci volte di seguito, dall'estremo A dell'indotto stesso, per mezzo di un opportuno piano

di prova condensante. Ciò, come ognuno vede, non costituisce un sostanziale cambiamento di elettrica distribuzione sull'indotto, cagionato dall'applicare su questo il piccolo piano di prova condensante, sino a che il piano medesimo non cessi di manifestare la indotta di seconda specie con queste sue ripetute applicazioni.

9.° Se la capacità elettrica del mio piano di prova piccolissimo, si volesse ritenere *infinitamente grande*, come appunto è quella che appartiene alla Terra, soltanto allora dall'indotto essa potrebbe disperdersi completamente, mettendolo in comunicazione o colla Terra, o col piano di prova condensante. Se poi siano ritenute diverse queste due capacità, come appunto si verifica mettendo una volta l'indotto a comunicare col mio piccolissimo piano di prova condensante, di cui la capacità per l'elettrico è veramente molto piccola, ed un'altra volta mettendo in comunicazione lo stesso indotto colla Terra, di cui la capacità per l'elettrico è infinitamente grande, si avranno due risultamenti del tutto diversi dallo stesso indotto, contro quello che asserisce la obbiezione di cui parliamo.

10.° Se vogliasi, come la obbiezione richiede, che su quell'estremo A dell'indotto isolato, il più prossimo all'induttore, giunga la indotta di seconda specie dall'opposto estremo B, per effetto della pretesa grande capacità per l'elettrico del condensatore applicato all' estremo stesso, dovrebbe verificarsi, a più forte motivo, che questa capacità, mediante l'applicazione dello stesso piano di prova, comunichi o no l'indotto col suolo, ma specialmente in questo primo caso, attiri maggiormente sul medesimo condensatore la indotta di prima specie, colla quale il condensatore stesso è *direttamente* in contatto. Ma ciò tuttavia non si verifica, perchè in questo primo caso il medesimo piano di prova non dà segni di elettricità veruna. Inoltre se fosse vero, quanto in proposito si asserisce dalla obbiezione, dovrebbe ammettersi un errore. In fatti la sperienza dimostra che questo mio piccolissimo piano di prova condensante non toglie tutta la indotta di seconda specie dall'indotto, ma ne lascia sul medesimo una parte, lo che non fa la Terra. Di più la teorica comunemente adottata sulla elettrostatica induzione ritiene che sull'estremo A esista soltanto la indotta di prima specie *fornita di tensione*; la sperienza poi dimostra che sull'indotto isolato sia tanta la quantità della indotta di prima specie, quanta è quella di seconda. Ciò posto, egli è chiaro che dovendo la indotta di seconda specie, per giungere sul condensatore applicato all'estremo A, traversare tutta quella parte dell'indotto che contiene la sola indotta di prima specie, si dovrebbe quella completamente neutralizzare in questo passaggio colla indotta di prima, che, secondo quanto credono erroneamente gli oppositori della teorica di Melloni, possiede tensione. Per ciò avuto riguardo alla dispersione che solamente appartiene alla indotta di seconda specie, dovrebbe nell' estremo A rimanere sempre, come in realtà rimane, un residuo di elettricità indotta di prima specie; quindi è chiaro che il piano di prova condensante non potrebbe manifestare altro che la eteronima della inducente. Ma la sperienza dice chiaramente che questo piano di prova manifesta la indotta di seconda specie, dunque la medesima è arrivata sull' estremo A senza neutralizzarsi. Dunque in quell' estremo esisteva prima che vi fosse applicato il piano di prova, vale a dire unicamente per effetto della induzione, ma non già per effetto della capacità per l' elettrico; ed anche si conclude che la indotta di prima specie non possiede tensione, appunto perchè non si neutralizza con l'altra. Se poi si

volesse ritenere, come contro la sperienza ritengono i seguaci della comune teorica, che cioè la dispersione sia comune ugualmente alle due indotte, si dovrebbe avere una risultante zero dal piano di prova condensante applicato all'estremo A, lo che non si verifica sperimentalmente. Da ciò discende a buon diritto, non essere valida la obbiezione più volte riferita, perchè condurrebbe ad un'*errore*, quale è quello di ammettere che la indotta di seconda specie possa traversare la indotta di prima, fornita di tensione, senza neutralizzarsi con essa. Di più, ripetiamolo, dovrà essere perciò necessariamente priva di tensione la indotta di prima specie sull'influito cilindro, tanto se isolato, quanto se non isolato.

Inoltre applicando sull'estremo A il piano di prova condensante, dopo che l'indotto fu messo in comunicazione col suolo, dovrebbe questo piano di prova manifestare la indotta di prima specie, se fosse vera la teorica comunemente ammessa, e non quella di Melloni. Ma invece manifesta zero, perciò si vede chiaro che la indotta di prima specie non possiede tensione; poichè se la possedesse, allora soltanto, sia per l'attrazione della inducente sulla indotta di prima specie, sia per la invocata capacità del condensatore stesso, dovrebbe questo caricarsi della indotta medesima, lo che non avviene. Perciò, avuto riguardo allo scopo della obbiezione di cui parliamo, non può questo raggiungersi dalla indicata applicazione del piano condensante applicato sull'estremo A dell'indotto ed isolato, salvo che non si ammetta la teorica di Melloni, la quale giustamente ritiene che sull' estremo A esista la indotta di seconda specie, unicamente per effetto della induzione, *e non per altro.*

11.° Per ultimo, dalla teorica del condensatore sappiamo che in questo istrumento cresce la capacità per l'elettrico, a condizione che il suo piatto collettore o induttore comunichi con una sorgente di elettricità. Ora perchè ciò succeda, fa d'uopo *necessariamente* che l' estremo A, sul quale viene applicato il piattello collettore, possegga prima di tale applicazione la carica elettrica che per comunicazione si accumula sul medesimo piattello. Cioè in questo caso è necessario che l' estremo A, prima che ad esso venga applicato il piccolo piano di prova condensante, possegga già la indotta di seconda specie, perchè se non la possedesse, l'aumento della capacità elettrica nel condensatore non potrebbe aver luogo. Dunque appunto perchè questo accrescimento di capacità realmente si manifesta sul condensatore applicato all'estremo A, perciò deve sullo estremo stesso, *prima* che avvenga il contatto fra esso estremo ed il condensatore, trovarsi già la indotta di seconda specie. E con ciò nuovamente si dimostra che la obbiezione più volte riferita è completamente annullata da tutte le osservazioni esposte, perchè come ora vedemmo, la obbiezione medesima principalmente si oppone alla teorica del condensatore da tutti ammessa.

Mémoire sur les équations modulaires

par Mr. HENRY J. STEPHEN SMITH,
professeur de Géométrie à l'Université d'Oxford,
présenté par Mr. L. CREMONA
dans la séance du 4 février 1877.

I. On connait les beaux résultats auxquels sont parvenus MM. Kronecker et Hermite, en étudiant les rapports qui existent entre les équations modulaires et les formes quadratiques binaires à déterminant négatif. Mais les points de rapprochement, qu'on a trouvés jusqu'ici entre la théorie des équations modulaires et celle des formes quadratiques à déterminant positif, ont été peu nombreux; et, à cet égard, nous ne saurions citer que le Mémoire si remarquable de M. Kronecker, « sur la solution de l'équation de Pell par le moyen des fonctions elliptiques ». Cependant, nous avons été conduits à reconnaître qu'il existe entre ces deux théories des liens très intimes. C'est ce que nous nous proposons de faire voir dans ce Mémoire, en démontrant que, si l'on désigne par N un nombre entier quelconque, et par

$$\Phi(k^2, \lambda^2) = \Phi(\lambda^2, k^2) = 0$$

une des équations symétriques, qui définissent les transformations modulaires du $N^{\text{ième}}$ ordre, la courbe représenté par l'équation cartésienne

$$\Phi\left(\tfrac{1}{2} + X + iY,\ \tfrac{1}{2} + X - iY\right) = 0$$

aura la propriété singulière de présenter une véritable image géométrique du système complet des formes quadratiques réduites appartenantes au déterminant positif N. C'est en suivant la route tracée par les illustres géomètres que nous venons de nommer, que nous avons été conduits à ce résultat, qui nous a paru offrir une intéressante application de l'arithmétique à la géométrie, aussi bien qu'à la théorie des fonctions elliptiques.

II. Soit $\omega = x + iy$ une quantité complexe, la valeur de y étant positive. Posons $\omega = \dfrac{\gamma + \delta\Omega}{\alpha + \beta\Omega}$; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ étant des nombres entiers qui satisfont à l'équation

$$\alpha\delta - \beta\gamma = 1,$$

et aux congruences

$$\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 1 \end{vmatrix}, \text{ mod. } 2;\ \alpha \equiv \delta \equiv 1, \text{ mod. } 4.$$

En représentant, comme on fait ordinairement, les quantités complexes par les points d'un espace de deux dimensions, nous exprimerons la relation qui subsiste entre ω et Ω, en disant que les deux points correspondants sont *équivalents*. Cette définition de l'équivalence est plus restreinte, et par conséquent, moins naturelle que celle qu'on emploie ordinairement en arithmétique; et c'est uniquement pour abréger le discours que nous l'admettons ici. Dans le plan xy, dont toutefois nous ne considérons que la partie située au dessus de l'axe des abscisses, traçons les deux droites $P = x - 1 = 0$, $P^{-1} = x + 1 = 0$, et les deux demi-cercles

$$Q = x^2 + y^2 - x = 0, \qquad Q^{-1} = x^2 + y^2 + x = 0.$$

Soit Σ l'espace compris entre les deux droites, mais extérieur aux deux cercles; P et Q étant censés appartenir à cet espace, mais P^{-1} et Q^{-1} en étant exclus. Cela posé, on aura les propositions suivantes, qu'on déduit sans peine de la théorie de la réduction des formes quadratiques binaires à déterminant négatif.

« Étant donné un point quelconque ω, il existe toujours un point *réduit* (c'est à dire, un point appartenant à l'espace *réduit* Σ), qui est équivalent à ω; et il n'en existe qu'un seul ». « La substitution réduisante est aussi unique ».

Pour abréger, nous conviendrons de nommer *normales* les substitutions telles que $\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix}$.

III. Soit $N = b^2 - ac$; a, b, c étant des nombres entiers. L'équation

$$a + 2bx + c(x^2 + y^2) = 0$$

appartient à un cercle réel; nous représenterons ce cercle par $[a, b, c]$, et la forme quadratique correspondante par (a, b, c). Nous conviendrons d'appeler *cercle rationnel* tout cercle tel que $[a, b, c]$; mais nous ne considérerons toujours que les demi-circonférences situées au dessus de l'axe des x. Lorsque N est un carré, on peut avoir $c = 0$; dans ce cas le cercle rationnel devient une droite.

Soit (A, B, C) une forme équivalente à (a, b, c) par la substitution normale $\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix}$; les cercles correspondants [A, B, C] et $[a, b, c]$ seront aussi équivalents par la même substitution. En effet, l'équation $\omega = \dfrac{\gamma + \delta\Omega}{\alpha + \beta\Omega}$ établit, entre les points ω et Ω des deux cercles $[a, b, c]$, [A, B, C], cette espèce de correspondance géométrique qui a été appelée *affinité circulaire* par Moebius, et qui, à la vérité, ne diffère point essentiellement de la relation si connue de l'inversion. Il est bon de remarquer que la transformation par affinité circulaire du cercle $[a, b, c]$ dans le cercle [A, B, C], est en même temps une transformation homographique. Ainsi, lorsque N est non-carré, les substitutions automorphiques de la forme quadratique (a, b, c) sont représentées géométriquement par des transformations homographiques du cercle $[a, b, c]$ dans lui-même. Et de même que les substitutions automorphiques normales sont les puissances, positives ou négatives, d'une seule d'entr'elles; de même les transformations homographiques, que nous avons à considérer par rapport au

cercle $[a, b, c]$, proviennent de la répétition, dans les deux sens, d'une seule transformation fondamentale.

En supposant que $[a, b, c]$ soit un cercle primitif, et en désignant par t, u les moindres nombres positifs qui satisfont à l'équation $t^2 - Nu^2 = 1$, u étant pair, t impair, on trouve que l'ellipse, régulatrice de cette transformation fondamentale, est représentée par l'équation

$$a + 2bx + cx^2 + ct^2 y^2 = 0.$$

L'excentricité de cette ellipse est donnée par l'équation $\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = t + u\sqrt{N}$; d'où l'on voit que les transformations homographiques, qui correspondent aux substitutions automorphiques normales, sont semblables pour tous les cercles primitifs du même déterminant.

IV. Soit $\sigma = 2$ ou $= 1$, selon que le plus petit nombre u, qui satisfait à l'équation $t^2 - Nu^2 = 1$, est pair ou impair. Il est facile de vérifier que la restriction, que nous avons dû apporter à la définition de l'équivalence, entraine la répartition des formes de chaque classe proprement primitive en 3σ classes subalternes, qui satisfont, en nombre égal, aux conditions exprimées par les congruences

$$\text{(A)} \quad a \equiv c \equiv 1, \text{ mod. } 2,$$
$$\text{(B)} \quad a \equiv 0, \ c \equiv 1, \text{ mod. } 2,$$
$$\text{(C)} \quad a \equiv 1, \ c \equiv 0, \text{ mod. } 2.$$

Pareillement, lorsque $N \equiv 1$, mod. 8, chaque classe de formes improprement primitives se partage en six classes subalternes, dont il y a toujours deux qui satisfont à chacun des systèmes

$$\text{(A}'\text{)} \quad a \equiv c \equiv 0, \quad \text{mod. } 4,$$
$$\text{(B}'\text{)} \quad a \equiv 0, \ c \equiv 2, \text{ mod. } 4,$$
$$\text{(C}'\text{)} \quad a \equiv 2, \ c \equiv 0, \text{ mod. } 4.$$

Enfin, lorsque $N \equiv 5$, mod. 8, chaque classe improprement primitive contient $2\sigma'$ classes subalternes, σ' étant $= 1$, ou $= 3$, selon que l'équation $t^2 - Nu^2 = 4$ est résoluble ou irrésoluble en nombres impairs; de plus, chacune des congruences

$$\text{(A}''\text{)}, \ b \equiv 1, \quad \text{mod. } 4,$$
$$\text{(B}''\text{)}, \ b \equiv -1, \text{ mod. } 4,$$

est satisfaite par σ' de ces classes subalternes.

Soient h, h' les nombres des classes proprement et improprement primitives, qui appartiennent au déterminant N; soient H, H' les nombres correspondants des classes subalternes de cercles. En observant que les deux formes (a, b, c), $(-a, -b, -c)$ ne correspondent qu'à un seul cercle $[a, b, c]$, et que ces deux formes appartiennent toujours à des classes subalternes différentes, bien que, dans certains cas, elles peuvent être comprises dans la même classe, on parvient à établir les deux équations

$$H = \frac{3}{2}\sigma h, \quad H' = \sigma' h'.$$

V. Maintenant, aux points du cercle primitif $[a, b, c]$ substituons les points réduits correspondants. Ce cercle se changera en un assemblage d'arcs circulaires réduits, dont la totalité formera une ligne L, qui en apparence sera brisée, mais dont on mettra en évidence la continuité, en repliant sur lui-même l'espace Σ, de manière à former une surface fermée tricuspide, les droites P, P^{-1} étant réunies ensemble, et aussi les cercles Q, Q^{-1}. Il importe surtout de savoir quels sont les cercles équivalents à $[a, b, c]$ qui traversent Σ; et quelle est la loi qui, dans la ligne composée L, gouverne la succession des arcs réduits. Voici la solution de ce problème pour le cas d'un déterminant non-carré.

Soit θ l'une ou l'autre des racines de l'équation $a + 2b\theta + c\theta^2 = 0$. Développons θ en fraction continue, en prenant toujours pour quotient intégral le nombre pair, positif ou négatif, qui est le plus rapproché du quotient complet correspondant. Soit

$$\theta_1 = 2\varepsilon_1\mu_1 + \frac{1}{2\varepsilon_2\mu_2 + \ldots + \frac{1}{2\varepsilon_{2s}\mu_{2s} + \frac{1}{\theta_1}}},$$

la période de la fraction continue; les nombres entiers $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_{2s}$ étant positifs; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_{2s}$ désignant des unités positives ou négatives; et le quotient complet θ_1 étant de rang impair dans le développement de θ. Posons aussi

$$\theta_1 = 2\varepsilon_1\mu_1 + \frac{1}{\theta_2}, \quad \theta_2 = 2\varepsilon_2\mu_2 + \frac{1}{\theta_3}, \ldots, \quad \theta_{2s} = 2\varepsilon_{2s}\mu_{2s} + \frac{1}{\theta_1};$$

et considérons les $\Sigma\mu$ quantités irrationnelles

$$\theta_1, \quad \theta_1 - 2\varepsilon_1, \quad \theta_1 - 4\varepsilon_1, \ldots, \theta_1 - 2(\mu_1 - 1)\varepsilon_1,$$

$$\frac{1}{\theta_2}, \quad \frac{1}{\theta_2 - 2\varepsilon_2}, \quad \frac{1}{\theta_2 - 4\varepsilon_2}, \ldots, \frac{1}{\theta_2 - 2(\mu_2 - 1)\varepsilon_2},$$

$$\theta_3, \quad \theta_3 - 2\varepsilon_3, \quad \theta_3 - 4\varepsilon_3, \ldots, \theta_3 - 2(\mu_3 - 1)\varepsilon_3,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{1}{\theta_{2s}}, \quad \frac{1}{\theta_{2s} - 2\varepsilon_{2s}}, \quad \frac{1}{\theta_{2s} - 4\varepsilon_{2s}}, \ldots, \frac{1}{\theta_{2s} - 2(\mu_{2s} - 1)\varepsilon_{2s}}.$$

Chacune de ces $\mu_1 + \mu_2 + \ldots$ quantités est la racine d'une équation quadratique équivalente à $a + 2b\theta + c\theta^2 = 0$; par conséquent, les cercles correspondants sont équivalents à $[a, b, c]$. Or, tous ces cercles traversent l'espace Σ, et la ligne L est composée des parties de leur circonférences qui se trouvent dans l'intérieur de cet espace, ces parties étant prises dans l'ordre indiqué par le développement.

VI. Les formes quadratiques correspondantes aux cercles dont nous venons de parler, diffèrent des formes réduites de Gauss, (1°) parceque nous nous servons ici d'une fraction continue avec des quotients pairs; (2°) parceque nous admettons parmi les formes réduites, non seulement les formes réduites *principales* qui correspondent aux

quotients complets $\theta_1, \frac{1}{\theta_2}, \ldots$, mais aussi les formes *intermédiaires*, correspondantes aux racines

$$\theta_1 - 2\,\varepsilon_1, \ldots, \frac{1}{\theta_2 - 2\varepsilon_2}, \ldots.$$

(3°) parceque nous prenons pour les racines des équations qui correspondent aux quotients de rang pair, les quantités

$$\frac{1}{\theta_2}, \frac{1}{\theta_4}, \ldots \ldots \frac{1}{\theta_{2s}},$$

au lieu des quantités $-\theta_2, -\theta_4, \ldots -\theta_{2s}$. Il est presqu'inutile d'ajouter que, pour avoir la suite des arcs réduits, on pourrait se servir, au lieu du développement en fraction continue, de l'algorithme des formes contigües de Gauss, en y apportant une légère modification.

VII. Lorsque le déterminant est carré, les arcs reduits, équivalents à un cercle donné, forment toujours une suite continue; mais cette suite, au lieu d'être périodique, commence avec un arc passant par un des points singuliers de la surface tricuspide, et se termine de la même manière. Désignons les points $(0, \infty)$ $(0, 0)$ par p et q; et l'un ou l'autre des deux points équivalents $(1, 0)$, $(-1, 0)$ par r. La suite des cercles réduits, équivalents à un cercle proprement primitif donné, aura pour ses points extrêmes rr, qq, pp, selon que le cercle donné satisfait aux congruences (A), (B), (C) de l'article IV. Pareillement, dans l'ordre improprement primitif, les points extrêmes de la suite des cercles réduits, équivalents à un cercle donné, seront pq, qr, rp, selon que l'équation de ce cercle satisfait aux congruences (A′), (B′), (C′) de l'article cité. Pour déterminer complètement la ligne L qui correspond à un cercle donné $[a, b, c]$, dont le déterminant est un nombre carré, il suffira de connaître les équations des deux cercles extrêmes de L, et d'en déduire la substitution normale unique qui transforme l'un d'eux dans l'autre. Soit, en effet,

$$\omega = \frac{\gamma + \delta\Omega}{\alpha + \beta\Omega}.$$

cette substitution; on en déduira le développement fini

$$\omega = 2\varepsilon_1\mu_1 + \cfrac{1}{2\varepsilon_2\mu_2 + \ldots + \cfrac{1}{2\,\varepsilon_{2s}\mu_{2s} + \cfrac{1}{\Omega}}};$$

où il faut remarquer qu'on peut avoir $\mu_1 = 0$, $\mu_{2s} = 0$. Ce développement remplacera la fraction continue périodique de l'art. VI, et fera connaître tous les cercles de L dans leur ordre naturel de succession. Tout se réduit donc à trouver les équations des deux cercles extrêmes de L. Pour cela, soit

$$(a, b, c)\,(x, y)^2 = m\,(px + p'y)\;(qx + q'y),$$

m étant le plus grand diviseur commun de a, $2b$, c. En désignant toujours par $\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix}$ une substitution normale, et en regardant comme inconnus les nombres entiers $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \eta', \lambda, \lambda'$, l'équation indeterminée

$$\begin{vmatrix} p, & p' \\ q, & q' \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \eta, & \eta' \\ \lambda, & \lambda' \end{vmatrix}$$

admet une solution unique, dans laquelle les valeurs absolues de η, η' ne surpassent pas l'unité, et celles de λ, λ' ne surpassent pas $\pm (pq'-p'q) = \frac{2}{m}\sqrt{N}$. Le cercle $[m\eta\lambda, \frac{1}{2}m(\eta\lambda'+\eta'\lambda), m\eta'\lambda']$ est l'un des deux cercles cherchés; l'autre peut s'obtenir en échangeant entr'eux dans la solution précédente, les deux facteurs de (a,b,c). Mais, un des deux cercles extrêmes étant trouvé, il vaut mieux partir de l'équation nouvelle

$$\begin{vmatrix} \lambda, & \lambda' \\ \eta, & \eta' \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \eta_1, & \eta'_1 \\ \lambda_1, & \lambda'_1 \end{vmatrix},$$

puisqu'ainsi on est conduit immédiatement à la substitution $\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix}$ qui transforme le premier cercle dans le second. On tire aussi de cette équation la conclusion, très importante pour notre but actuel, que si l'on connaît la substitution $\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix}$, et les deux points extrêmes de L, on a tout ce qu'il faut pour pouvoir déterminer les équations des deux cercles extrêmes et, par conséquent, les équations de tous les cercles réduits, pris dans leur ordre naturel.

VIII. Le nombre N étant quelconque, les arcs réduits équivalents à un cercle donné sont de six espèces différentes, qu'on peut distinguer entr'elles par les symboles (P, P^{-1}), (Q, Q^{-1}), (P, Q), (P, Q^{-1}), (P^{-1}, Q), (P^{-1}, Q^{-1}), qui indiquent les différentes parties du contour de Σ, sur lesquelles se trouvent les points d'entrée et de sortie de l'arc que l'on considère. Lorsque N est carré, les cercles extrêmes restent exclus de cette classification; on pourrait, au besoin, les exprimer par les symboles $(p\ Q)$, $(p\ Q^{-1})$, $(q\ P)$, $(q\ P^{-1})$, $(r\ P^{-1})$, $(r\ Q^{-1})$, $(r\ 'P)$, $(r\ 'Q)$. Il est aussi convenable de distinguer entre deux symboles tels que (P, Q) et (Q, P), pour pouvoir indiquer le sens dans lequel l'arc réduit est censé d'être parcouru. Cela posé, la table suivante fera connaître l'espèce de l'arc réduit qui, dans une fraction continue quelconque, correspond à un quotient donné.

r impair ; $s = 1, 2, \ldots \mu_r - 1$.

ε_{r-1}	ε_r	θ_r	$\theta_r - 2s\varepsilon_r$
$+1$	$+1$	$(Q^{-1}\ P)$	$(P^{-1}\ P)$
$+1$	-1	$(Q^{-1}\ P^{-1})$	$(P\ P^{-1})$
-1	$+1$	$(Q\ P)$	$(P^{-1}\ P)$
-1	-1	$(Q\ P^{-1})$	$(P\ P^{-1})$

r pair ; $s = 1, 2 \ldots \mu_r - 1$.

ε_{r-1}	ε_r	θ_r	$\theta_r - 2s\varepsilon_r$
$+1$	$+1$	$(P^{-1}\ Q)$	$(Q^{-1}\ Q)$
$+1$	-1	$(P^{-1}\ Q^{-1})$	$(Q\ Q^{-1})$
-1	$+1$	$(P\ Q)$	$(Q^{-1}\ Q)$
-1	-1	$(P\ Q^{-1})$	(QQ^{-1}).

Réciproquement, étant donné le tracé des arcs réduits, équivalents à un cercle quelconque, la table servira pour retrouver la fraction continue, et, par conséquent, les équations des cercles réduits. Mais on peut obtenir le même résultat sans faire usage de la table. Posons

$$|P| = \begin{vmatrix} 1, & 0 \\ 2, & 1 \end{vmatrix}; \quad Q = \begin{vmatrix} 1, & 2 \\ 0, & 1 \end{vmatrix};$$

et observons que toute substitution normale $\begin{vmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{vmatrix}$ peut se mettre, et cela d'une manière unique, sous la forme

$$|P|^{\varepsilon_1\mu_1} \times |Q|^{\varepsilon_2\mu_2} \ldots\ldots |Q|^{\varepsilon_{2s}\mu_{2s}};$$

les exposants $\varepsilon_1\mu_1$, $\varepsilon_2\mu_2, \ldots \varepsilon_{2s}\mu_{2s}$, (dont le premier et le dernier peuvent s'évanouir) étant les mêmes nombres qui se présentent dans le développement

$$\omega = \frac{\gamma + \delta\Omega}{\alpha + \beta\Omega}$$

$$= 2\varepsilon_1\mu_1 + \cfrac{1}{2\varepsilon_2\mu_2 + \ldots\ldots + \cfrac{1}{2\varepsilon_{2s}\mu_{2s} + \cfrac{1}{\Omega}}}.$$

D'un autre côté, un arc réduit qui se termine en P, P^{-1}, Q, Q^{-1} est toujours suivi par un arc réduit qui commence en P^{-1}, P, Q^{-1}, Q; et les substitutions qui correspondent à ces quatre cas sont respectivement

$$|P|, \quad |P|^{-1}, \quad |Q|, \quad |Q|^{-1}$$

Il suit de là que, pour avoir les exposants $\varepsilon_1\mu_1$, $\varepsilon_2\mu_2, \ldots$, il suffira de compter les arcs réduits, en faisant attention à leurs points d'entrée et de sortie. Ainsi, par exemple, dans le cas d'un déterminant non-carré, supposons qu'on commence la période avec un arc réduit (θ) qui prend son origine en Q ou Q^{-1} et qui se termine en P^{ε_1}; μ_1 sera le nombre des arcs réduits, y compris (θ) lui même, qu'on aura à parcourir avant de venir à un arc qui se termine en Q ou Q^{-1}; supposons encore que le premier arc réduit, qui n'aboutit pas en P^{ε_1}, se termine en Q^{ε_2}; μ_2 sera le nombre des arcs réduits qui se terminent en Q^{ε_2}, avant qu'on arrive à un arc qui aboutit en P ou P^{-1}; et ainsi de suite.

On remarquera que les arcs des deux premières espèces correspondent aux quotients intermédiaires

$$\theta_1 - 2\varepsilon_1, \ldots, \frac{1}{\theta_2 - 2\varepsilon_2} \ldots\ldots;$$

tandis que ceux des quatre dernières correspondent aux quotientes complets $\theta_1, \frac{1}{\theta_2} \ldots$.

On peut ajouter que tout cercle qui coupe le cercle $x^2 + y^2 = 1$ est un cercle réduit d'une de ces quatre espèces, et réciproquement.

IX. Pour faire l'application de ce qui précède aux fonctions modulaires, soit toujours $\omega = x + iy$, et posons, avec M. Hermite, $k^2 = \varphi^8(\omega)$, $k'^2 = \psi^8(\omega)$; faisons aussi $\varphi^8(\omega) = \frac{1}{2} + X + iY$, $\psi^8(\omega) = \frac{1}{2} - X - iY$, X et Y étant des quantités réelles. À chaque point ω du plan xy ou, si l'on veut, à chaque point seulement de l'espace

réduit Σ, faisons correspondre le point $X + iY$ du plan illimité XY : c'est pour mettre en évidence la symétrie des figures, que nous avons choisi pour origine O des axes rectangulaires OX, OY le point $\varphi^8(\omega) = \psi^8(\omega) = \frac{1}{2}$, qui a pour correspondant le point $\omega = i$. On sait que, dans une telle transformation, les parties infinitésimales correspondantes des deux figures sont, en général, semblables. Dans le cas actuel, il n'y a exception que pour les trois points singuliers p, q, r, auxquels correspondent respectivement les points $(-\frac{1}{2}, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, et l'infini du plan XY. De plus, si l'on ne considère que l'espace réduit, la correspondance sera parfaitement déterminée; de sorte qu'à chaque point réel de Σ il correspondra toujours un seul point réel de XY, et réciproquement.

Maintenant il est facile de voir que, si l'on suppose réelles les quantités a, b, c, d, x, y, l'équation

$$-x + iy = \frac{c + d(x + iy)}{a + b(x + iy)}$$

entraine les deux suivantes

$$a = d,$$
$$c + 2dx + b(x^2 + y^2) = 0.$$

De cette seule observation on tire immédiatement le théorème que voici:

« Tous les cercles rationnels du plan xy sont représentés, dans le plan XY, par des courbes algébriques ».

« Les équations de ces courbes se déduisent des équations modulaires en posant $k^2 = \frac{1}{2} + X + iY$, $\lambda^2 = \frac{1}{2} + X - iY$ ».

X. Considérons d'abord quelques cas particuliers, et désignons par A_1, A_2 les points $(\frac{1}{2}, 0)$, $(-\frac{1}{2}, 0)$. Le cercle $x^2 + y^2 = x$, et les droites $x = 0$, $x = 1$ sont représentés dans le plan XY par les trois parties de l'axe des X, depuis $+\infty$ jusqu'à A_1, depuis A_1 jusqu'à A_2, et depuis A_2 jusqu'à $-\infty$. L'axe des Y depuis $-\infty$ jusqu'à $+\infty$, correspond au cercle $x^2 + y^2 = 1$, qui est le seul dont la demi-circonférence soit entièrement comprise dans l'espace Σ. Enfin, les deux cercles équivalents $x^2 + y^2 = \pm 2x$, et les deux droites équivalentes $2x = \pm 1$, sont représentés respectivement par les cercles $(X + \frac{1}{2})^2 + Y^2 = 1$, $(X - \frac{1}{2})^2 + Y^2 = 1$.

On voit que les cercles rationnels de déterminant $+1$ sont représentés par des droites et des cercles dans le plan XY ; ce sont les seuls cercles rationnels qui jouissent de cette propriété. Ces cercles divisent l'espace Σ en douze parties distinctes; la considération de cette division, et de la division correspondante du plan XY, est très importante pour la théorie des transformations du premier ordre. On peut aussi remarquer que deux points, symétriques par rapport à une droite de déterminant $+1$, ou inverses par rapport à un cercle de déterminant $+1$, sont remplacés dans le plan XY par deux points qui ont la même propriété par rapport à la ligne correspondante.

XI. Ceci suffit pour les cercles de déterminant $+1$, tant proprement qu'improprement primitifs. La table suivante, dans laquelle nous avons posé

$$R^2 = X^2 + Y^2,\ R_1^2 = (X - \tfrac{1}{2})^2 + Y^2,\ R_2^2 = (X + \tfrac{1}{2})^2 + Y^2,$$

donne les résultats correspondants pour les déterminants 2, 3, 4, 5.

$n = 2$

Fraction continue	Cercles réduits	Courbe modulaire
$[2, 2]$	$(x-1)^2 + y^2 = 2$ $(x+1)^2 + y^2 = 2$	$R^4 = \frac{1}{2}(X^2 - Y^2)$
$[4, -2]$	$(x-2)^2 + y^2 = 2$ $x^2 + y^2 = 2$ $(x+2)^2 + y^2 = 2$	$R_1^4 = 16R_2^2$
$[-2, 4]$	$2(x+1)^2 + 2y^2 = 1$ $2(x-1)^2 + 2y^2 = 1$ $2x^2 + 2y^2 = 1$	$R_2^4 = 16R_1^2$

$n = 3$

Fraction continue	Cercles réduits	Courbe modulaire
$[4, -4]$	$(x-2)^2 = y^2 = 3$ $x^2 + y^2 = 3$ $(x+2)^2 + y^2 = 3$ $3x^2 + 3y^2 = 1$	$16[R^2 - \frac{3}{4}] \times [(R^2 + \frac{1}{4})^2 - 1]$ $+ X^4 = 0$
$[2, 2, -2, 2]$	$(x-1)^2 + y^2 = 3$ $(x+1)^2 + y^2 = 3$ $3(x+1)^2 + 3y^2 = 1$ $3(x-1)^2 + 3y^2 = 1$	$2^7R_1^2R_2^2(2R_1^2 - R_2^2 - 1)$ $-(R_2^2 - 1)^4 = 0$
$[2, -2, 2, 2]$	$2(x^2+y^2) - 2x - 1 = 0$ $2(x^2+y^2) + 6x + 3 = 0$ $2(x^2+y^2) - 6x + 3 = 0$ $2(x^2+y^2) + 2x - 1 = 0$	$2^7R_1^2R_2^2(2R_2^2 - R_1^2 - 1)$ $-(R_1^2 - 1)^4 = 0$

$n = 4$

Fraction continue	Cercles réduits	Courbe modulaire
$\omega = 2 + \Omega,$ $\omega = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\Omega}}$	$(x-1)^2 + y^2 = 4$ $(x+1)^2 + y^2 = 4$ $3(x^2+y^2) + 2x - 1 = 0$ $3(x^2+y^2) - 2x - 1 = 0$	$(1 + 2^7R_1^2R_2^2)^2 - 2^{14}R_1^2R_2^2R^4$ $= 2^{13}(Y^2 - X^2)R^4 + 2^8.3.7.R^4$ $-2^{14}X^2Y^2 + 2^7.3^2(Y^2 - X^2) + 3^4$ $= 0$
$\omega = 4 + \Omega$ $\omega = -2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{-2 + \Omega}}$	$(x-2)^2 + y^2 = 4$ $x^2 + y^2 = 4$ $(x+2)^2 + y^2 = 4$ $3x^2 + 3y^2 + 4x = 0$ $3x^2 + 3y^2 - 8x + 4 = 0$ $3x^2 + 3y^2 + 8x + 4 = 0$ $3x^2 + 3y^2 - 4x = 0$	$(R_1^4 + 2^7R_2^2)^2$ $-2^{10}R_2^2\left([X + \frac{3}{2}]^2 + Y^2\right)^2 = 0$
$\omega = \cfrac{1}{-4 + \cfrac{1}{\Omega}}$ $\omega = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{-2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\Omega}}}}$	$4x + 1 = 0$ $4x^2 + 4y^2 = 1$ $4x - 1 = 0$ $4x - 3 = 0$ $4x^2 + 4y^2 + 8x + 3 = 0$ $4x^2 + 4y^2 - 8x + 3 = 0$ $4x + 3 = 0$	$(R_2^4 + 2^7R_1^2)^2$ $-2^{10}R_1^2[(X - \frac{3}{2})^2 + Y^2] = 0$

$n = 5$

$[4, 4]$	$(x-2)^2+y^2=5$ $x^2+y^2=5$ $(x+2)^2+y^2=5$ $5x^2+5y^2=1$	$[(1+4R^2)^2-16X^2]\times$ $[4R^2(9+4R^2)^2-9X^2(4R^2+45)]$ $+X^6=0$
$[6, -2, 2, -2]$	$(x-3)^2+y^2=5$ $(x-1)^2+y^2=5$ $(x+1)^2+y^2=5$ $(x+3)^2+y^2=5$ $5(x-1)^2+5y^2=1$ $5(x+1)^2+5y^2=1$	$(R_2^2-1)^6+2^9R_1^2R_2^2\times$ $[(1+R_2^2)(2^5R_2^2-7(1-R_2^2)^2+3.2^8Y^2)$ $+(2X+1)(2^5R_2^2+78(1-R_2^2)^2-2^9Y^2)]$ $=0$
$[-2, 2, -2, 6]$	$4(x^2+y^2)+6x+1=0$ $4(x^2+y^2)-10x+5=0$ $4(x^2+y^2)+10x+5=0$ $4(x^2+y^2)-6x+1=0$ $4(x^2+y^2)+2x-1=0$ $4(x^2+y^2)-2x-1=0$	$(R_1^2-1)^6+2^9R_1^2R_2^2\times$ $[(1+R_1^2)(2^5R_1^2-7(1-R_1^2)^2+3.2^8Y^2)$ $-(2X-1)(2^5R_1^2+78(1-R_1^2)^2-2^9Y^2)]$ $=0$
$[2, -2, -2, 2]$	$2(x^2+y^2)-2x-2=0$ $2(x^2+y^2)+6x+2=0$ $2(x^2+y^2)+2x-2=0$ $2(x^2+y^2)-6x+2=0$	$[(1-4R^2)^2+16Y^2]\times$ $[9Y^2(45-4R^2)-4R^2(9-4R^2)^2]$ $-Y^6=0.$

XII. Maintenant, pour éclaircir le théorème général de l'article IX, il faut rappeler quelques résultats relatifs aux équations modulaires.

(i) Soit N un nombre impair; désignons par $F(k^2, \lambda^2, N)=0$ l'équation modulaire normale pour les transformations du $N^{\text{ième}}$ ordre, dans laquelle, lorsque N admet des diviseurs carrés, nous supposerons qu'on ait supprimé les facteurs correspondants aux transformations d'un ordre inférieur. En posant $k^2=\Phi^8(\omega)$, on sait que les racines de cette équation sont comprises dans la formule $\lambda^2=\Phi^8\left(\frac{\gamma\omega+2k}{\gamma'}\right)$, dans laquelle γ, γ' sont des diviseurs conjugués de N; k désignant un terme quelconque d'un système de résidus pour le module γ', et les nombres γ, γ', k étant assujéttis à ne pas avoir un diviseur commun. Cette équation est symétrique par rapport à k^2 et λ^2; en outre, elle ne change pas lorsqu'on substitue à k^2 et λ^2 deux fonctions semblables, prises parmi les six fonctions anharmoniques que voici

$$k^2,\ 1-k^2,\ \frac{1}{k^2},\ \frac{1}{1-k^2},\ \frac{k^2}{k^2-1},\ \frac{k^2-1}{k^2};$$

$$\lambda^2,\ 1-\lambda^2,\ \frac{1}{\lambda^2},\ \frac{1}{1-\lambda^2},\ \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1},\ \frac{\lambda^2-1}{\lambda^2}.$$

En substituant des fonctions dissemblables, on obtient le système complet des équations modulaires du N[ième] ordre. Nous écrirons ces équations, comme il suit:

$$\text{(i)}\quad F(k^2,\ 1-\lambda^2)=0, \qquad \text{(ii)}\quad F\left(k^2, \frac{1}{\lambda^2}\right)=0,$$

$$\text{(iii)}\quad F\left(k^2, \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}\right)=0, \qquad \text{(iv)}\quad F(k^2,\ \lambda^2)=0\,,$$

$$\text{(v)}\quad F\left(k^2, \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}\right)=0; \qquad \text{(vi)}\quad F\left(k^2, \frac{1}{1-\lambda^2}\right)=0,$$

elles correspondent, comme on sait, aux six formes différentes

$$\begin{vmatrix} 0, & 1 \\ 1, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 1 \\ 0, & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 0 \\ 1, & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 0 \\ 0. & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 1 \\ 1, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0, & 1 \\ 1, & 1 \end{vmatrix},$$

que peut avoir une substitution de déterminant impair par rapport au module 2. Les équations (v) et (vi) s'échangent entr'elles lorsqu'on permute k^2 et λ^2; les quatre premières sont symétriques par rapport à k^2 et λ^2. Donc en écrivant $k^2=\frac{1}{2}+X+iY$, $\lambda^2=\frac{1}{2}+X-iY$, dans les équations (i), (ii), (iii), (iv) on aura les équations réelles de quatre courbes géométriques, que nous appelerons désormais la *première*, la *seconde*, la *troisième* et la *quatrième courbe modulaire*; nous observons toutefois que lorsque $N\equiv 3$, mod. 4, la quatrième courbe se réduit aux deux points conjugués $(\pm\frac{1}{2}, 0)$. Des équations (v) et (vi) on déduit les équations de deux courbes imaginaires conjuguées, dont nous ne nous occuperons pas dans ce Mémoire.

(ii) Soit $N=2^\mu$. Dans ce cas, on a l'équation modulaire normale $f(k^2,\lambda^2,2^\mu)=0$, dont les racines sont données par la formule $k^2=\varphi^8(\omega)$, $\lambda^2=\varphi^8\left(\frac{2h+\omega}{2^\mu}\right)$, en désignant par h un terme quelconque d'un système de résidus pour le module 2^μ. Cette équation n'est pas symétrique par rapport à k^2, λ^2; mais elle jouit des deux propriétés de ne pas se changer (1°) lorsqu'on écrit $\frac{1}{k^2}$ pour k^2, (2°) lorsqu'on écrit $\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}$ pour λ^2. Il suit de là que les trente-six substitutions anharmoniques ne donnent que neuf équations différentes:

$$\text{(i)}\ \ldots\ f\left(\frac{k^2}{k^2-1}, \frac{1}{\lambda^2}\right)=0, \qquad \text{(iii)}\ \ldots\ f(1-k^2,\ \lambda^2)=0,$$

$$\text{(ii)}\ \ldots\ f(k^2,\ 1-\lambda^2)=0,$$

$$\text{(iv)}\ \ldots\ f(k^2,\ \lambda^2)=0, \qquad \text{(v)}\ \ldots\ f(1-k^2,\ 1-\lambda^2)=0,$$

$$\text{(vi)}\ \ldots\ f\left(1-k^2, \frac{1}{\lambda^2}\right)=0, \qquad \text{(vii)}\ \ldots\ f\left(1-\lambda^2, \frac{1}{k^2}\right)=0,$$

$$\text{(viii)}\ \ldots\ f\left(k^2, \frac{1}{\lambda^2}\right)=0, \qquad \text{(ix)}\ \ldots\ f\left(\lambda^2, \frac{1}{k^2}\right)=0.$$

qui correspondent respectivement aux neuf formes différentes

$$\begin{vmatrix} 1, & 1 \\ 1, & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0, & 1 \\ 0, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0, & 0 \\ 1, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0, & 0 \\ 0, & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0, & 0 \\ 1, & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 0 \\ 1, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1, & 1 \\ 0, & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 0, & 1 \\ 0. & 1 \end{vmatrix},$$

que peut avoir une substitution de déterminant pair (la forme $\begin{vmatrix} 0, & 0 \\ 0, & 0 \end{vmatrix}$ étant exclue) par rapport au module 2. En effet, les racines de ces équations sont données par les formules:

$$\text{(i)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{2h + 1 + \omega}{2^\mu + 2h + 1 + \omega}\right); \quad \text{(iii)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{-1 + 2h\omega}{2^\mu \omega}\right),$$

$$\text{(ii)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{-2^\mu}{2h + \omega}\right),$$

$$\text{(iv)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{2h + \omega}{2^\mu}\right), \quad \text{(v)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{2^\mu \omega}{1 + 2h\omega}\right),$$

$$\text{(vi)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{-1 + 2h\omega}{-1 + [2^\mu + 2h]\,\omega}\right), \quad \text{(vii)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{-1 - \overline{2h + 1}\,\omega}{2^\mu \omega}\right),$$

$$\text{(viii)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{2h + \omega}{2^\mu + 2h + \omega}\right), \quad \text{(ix)} \ldots \lambda^2 = \varphi^8\left(\frac{2^\mu \omega}{1 + \overline{2h + 1}\,\omega}\right).$$

Les équations (i), (ii), (iii) sont symétriques par rapport à k^2 et λ^2; en y écrivant $k^2 = \frac{1}{2} + X + iY$, $\lambda^2 = \frac{1}{2} + X - iY$, comme ci-dessus, on obtient les équations de la première, de la seconde, et de la troisième courbe modulaire. Les équations (iv) et (v), (vi) et (vii), (viii) et (ix) s'échangent entr'elles, lorsqu'on échange k^2 et λ^2; par conséquent, elles ne fournissent que des courbes imaginaires conjuguées.

(iii) Soit enfin $N = 2^\mu n$, n étant impair. Dans ce cas encore il y a neuf équations modulaires; on les obtient successivement, en éliminant z de l'équation $F(z, \lambda^2, n) = 0$, et de chacune des neuf équations modulaires de l'ordre 2^μ, dans lesquelles on remplace λ^2 par z. En effet, en désignant par N_1 et N_2 deux nombres premiers entr'eux, et par $f_1(k^2, \lambda^2, N_1) = 0$, $f_2(k^2, \lambda^2, N_2) = 0$ deux équations modulaires appartenantes aux ordres N_1 et N_2 respectivement, le résultat de l'élimination de z des deux équations $f_1(k^2, z, N_1) = 0$, et $f_2(z, \lambda^2, N_2) = 0$, est toujours une des équations modulaires de l'ordre $N_1 \times N_2$. Si N_1, N_2 avaient un diviseur commun, cette proposition serait encore vraie ; mais le résultat serait encombré de facteurs étrangers, qu'on peut assigner *à priori*, et qui appartiennent à des transformations d'ordre inférieur. Dans le cas actuel, on vérifie facilement que les éliminations indiquées fournissent le système complet des équations modulaires pour les transformations de l'ordre $2^\mu \times n$. Les trois premières de ces équations sont les seules symétriques, les autres étant conjuguées par couples. On en déduit (comme dans le cas précédent) les équations de trois courbes modulaires réelles, et de trois couples de courbes imaginaires conjuguées.

Le théorème suivant résulte de cette discussion:

« En désignant par N un nombre quelconque positif, les cercles proprement primitifs de déterminant N, qui appartiennent aux classes subalternes (A), (B), (C), sont représentés respectivement dans le plan (XY) par la première, la seconde, et la troisième courbe modulaire ».

« Lorsque $N \equiv 1$, mod. 4, les cercles improprement primitifs sont représentés par la quatrième courbe ».

XIII. Soit, en premier lieu, N un nombre non-carré. Les courbes modulaires ne peuvent rencontrer la ligne droite à l'infini que dans les deux points cycliques imaginaires; de plus, aucune de ces courbes ne peut avoir une branche réelle passant par A_1 ou A_2; toutefois le point A_1 peut appartenir, comme point conjugué, à la seconde courbe, le point A_2 à la troisième, et tous les deux à la quatrième. Chacune des trois premières courbes est composée de $\frac{1}{3}H = \frac{1}{2}\sigma h$ parties fermées, entièrement distinctes entr'elles, et dont la forme générale est celle d'une spirale lemniscatique entrelacée, qui s'entortille alternativement autour des deux points A_1, A_2. Chaque spirale peut être considérée à volonté comme représentant, soit une classe subalterne de cercles proprement primitifs, soit un cercle unique choisi arbitrairement dans cette classe subalterne. De même, lorsque $N \equiv 1$, mod. 4, la quatrième courbe modulaire est composée de $H' \equiv \sigma' h'$ spirales, qui représentent respectivement les H' classes subalternes des cercles improprement primitifs.

Soit, en second lieu, $N = n^2$ un nombre carré. Désignons par Δ le nombre des solutions de la congruence $a^2 + 1 \equiv 0$, mod. $2n$, de sorte qu'on ait $\Delta = 0$, si n est pair, ou divisible par un nombre premier de la forme $4m + 3$. Comme dans le cas précédent, chaque courbe modulaire est composée d'un certain nombre de spirales distinctes; mais ici chaque spirale doit passer soit par le point A_1, soit par le point A_2; ou bien elle doit avoir un point à l'infini; de plus une spirale peut être simple, ou multiple ; c'est à dire qu'elle peut satisfaire à ces conditions soit une fois, soit plusieurs fois. Dans chacune des trois premières courbes il y a Δ spirales simples, et $\frac{1}{6}(H - 3\Delta) = \frac{1}{2}(h - \Delta)$ spirales doubles; chaque spirale ayant soit un point, soit deux points, à l'infini dans la première courbe, et passant soit une fois, soit deux fois, par le point A_1 dans la seconde courbe, et par le point A_2 dans la troisième courbe. Enfin, dans la quatrième courbe, qui n'existe que lorsque n est impair, il y a Δ spirales triples, et $\frac{1}{6}(H' - 3\Delta) = \frac{1}{2}(h' - \Delta)$ spirales sextuples; chaque spirale ayant, soit un point, soit deux points à l'infini, et passant, en outre, soit une fois, soit deux fois, par chacun des deux points A_1 A_2.

Une spirale simple représente une seule classe subalterne de cercles; les deux arcs réduits, qui appartiennent aux cercles extrêmes, étant representés par les parties de la spirale les plus voisines, de part et d'autre, soit du point à l'infini, soit de celui des points $A_1 A_2$ qui appartient à la spirale. Une spirale double représente, au contraire, deux classes subalternes, comprises dans la même classe, mais non équivalentes entr'elles; les deux parties de la spirale, qui correspondent à ces deux classes subalternes, étant separées l'une de l'autre par le point double A_1 ou A_2, ou bien par les deux points à l'infini. On remarquera que lorsqu'une spirale double a deux points à l'infini, ces deux points sont toujours distincts, ayant chacun une asymptote à distance finie; et de même, lorsqu'une spirale double passe deux fois par le même point A, les points extrêmes de chacune des deux parties dans lesqelles elle est divisée, bien que réunis au point A, appartiennent à deux branches qui s'y croisent à un angle fini. Les spirales triples et sextuples de la quatrième courbe modulaire donnent lieu à des observations tout-à-fait semblables, que nous pouvons passer sous silence.

Quelque soit le nombre N, toutes les courbes modulaires sont symétriques par rapport à l'axe des X; la première et la quatrième sont aussi symétriques par rapport

à l'axe des Y; la seconde et la troisième sont symétriques entr'elles par rapport à ce même axe; de plus, ces deux courbes sont les inverses de la première par rapport aux cercles $R_1^2 = 1$, $R_2^2 = 1$; enfin, lorsque $N \equiv 1$, mod. 4, la première courbe se change dans la quatrième par la substitution $X = iY$, $Y = -iX$. Ajoutons que dans chaque courbe modulaire, quelques unes des spirales sont elles mêmes symétriques par rapport à l'axe des X; pareillement, dans la première et dans la quatrième courbe, il y a certaines spirales qui sont symétriques par rapport à l'axe des Y, ou bien qui ont le point 0 pour centre. Mais pour abréger, nous supprimons la discussion de ces particularités, qui dépendent de l'ambiguité des classes et de la résolubilité de l'équation $t^2 - Nu^2 = -1$ en nombres entiers.

XIV. Imaginons que dans le plan XY on ait opéré une coupure, suivant l'axe des X, depuis A_2 jusqu'à $-\infty$, et depuis A_1 jusqu'à $+\infty$, en y comprenant les deux points A_1, A_2 eux-mêmes. Chaque spirale modulaire sera divisée dans un certain nombre de parties, que nous nommerons *les spires de la spirale*, et que nous considérerons séparemment. Il est évident que, si l'on remplace le cercle rationnel, qui est représenté par la spirale, par l'assemblage des arcs réduits qui lui sont équivalents, chacun de ces arcs réduits aura pour image géométrique dans le plan XY une certaine spire de la spirale. Donc, en négligeant, pour abréger, les spires qui ont un point à l'infini, et celles qui passent par un des points A_1, A_2, on pourra en distinguer six espèces différentes, dont voici la description générale.

Une spire de première espèce $(P^{-1}P)$ prend son origine dans un point du segment $(-\infty A_2)$ et se dirige vers la partie inférieure du plan; ensuite elle traverse le segment $A_2 O$ pour passer dans la partie supérieure du plan, et aboutit à un point de $(-\infty A_2)$, différent en général du point d'origine. Les spires de seconde espèce $(Q^{-1}Q)$ sont symétriques, par rapport à l'axe des Y, aux spires de première espèce.

Une spire de troisième espèce (PQ) commence dans un point de $(-\infty A_2)$ et aboutit à un point de $A_1\infty$, en restant toujours au-dessus de l'axe des X. Une spire de quatrième espèce (PQ^{-1}) prend son origine dans un point de $(-\infty A_2)$ et se dirige vers la partie supérieure du plan, mais ensuite elle traverse A_2A_1, pour continuer son chemin au-dessous de l'axe des X, et se termine à un point de $(A_1\infty)$.

Enfin les spires de la cinquième et de la sixième espèce, $(P^{-1}Q)$ et $(P^{-1}Q^{-1})$, sont respectivement symétriques par rapport à l'axe des X, aux spires de la quatrième et de la troisième espèce.

On voit que les différentes espèces se distinguent entr'elles par des caractères qui se rapportent à la géométrie de situation. Et il résulte de ce qui a été dit dans les articles V, VI, VII, que, si la courbe modulaire était une fois décrite, on n'aurait qu'à suivre des yeux le tracé d'une spirale quelconque pour avoir, en premier lieu, la fraction continue qui correspond à cette spirale, et pour retrouver ensuite le système complet des formes quadratiques réduites, représentées respectivement par les différentes spires dont la spirale se compose. Voici le principal résultat auquel nous voulions parvenir dans ce Mémoire. Nous nous proposons, dans une autre occasion, d'exposer quelques applications, que nous avons faites des principes précédents, et qui nous semblent propres à montrer le parti qu'on peut espérer d'en tirer en diverses questions d'arithmétique et de la théorie des fonctions elliptiques.

Su la dilatazione, la capillarità e la viscosità del solfo fuso.

Nota di G. PISATI prof. di Fisica nell'Università di Palermo
presentata dal Socio PIETRO BLASERNA

nella seduta del 4 febbrajo 1877.

Fin dal 1857 Berthelot da alcune sperienze di Despretz aveva dedotto che nella dilatazione del solfo fuso si presenta un minimo ad una temperatura compresa fra 150° e 200°. Quest'anomalia venne più tardi confermata dalle sperienze di Moitessier (¹), il quale infatti trovò nella dilatazione del solfo un lieve minimo tra 160° e 180°.

Senza conoscere il lavoro di Moitessier, nel 1874 ho studiato anch'io la dilatazione del solfo fuso: ottenni risultati non poco differenti ed ho trovato un minimo assai rimarchevole verso 160°.

Or bene la causa principale, se non unica, della forte discordanza tra i miei ed i risultati di Moitessier, sta nell'avere questo sperimentatore misurata la dilatazione non già nel solfo vergine, ma nel solfo precedentemente modificato dal calore. Egli infatti per espellere l'aria fece bollire il solfo nei dilatometri, mentre io ebbi ricorso all'azione prolungata della macchina pneumatica.

Nelle ricerche di cui è oggetto la presente Nota, ho sempre adoperato solfo di Sicilia in bei cristalli ottaedrici naturali, ed ho usato termometri sensibili ad $^1/_{40}$ di grado e comparati con un buon termometro ad aria.

Queste ricerche mettono in piena evidenza che la dilatazione, la capillarità e la viscosità del solfo vergine presentano un minimo verso 157°-160°; che la capillarità offre un massimo a circa 170° e la viscosità un massimo verso 195°: ed inoltre mostrano la notevole differenza che esiste tra le proprietà del solfo vergine e quelle del solfo modificato dal calore.

I. *Dilatazione* — Ho fatto uso di un dilatometro a cannello graduato: conteneva gr. 9,5085 di solfo. Il rapporto tra la capacità del recipiente e quella d'una piccola divisione del cannello è di 4005,1: l'errore di $^1/_{10}$ di millimetro nella lettura delle divisioni corrisponde all'incirca alla variazione di una unità nella 5ª decimale del volume specifico del solfo. Le sperienze durarono quattro giorni, ma si lavorò dì e notte senza interruzione.

Fatte le sperienze col solfo vergine, si tenne due ore il dilatometro a 300°, indi si lasciò lentissimamente raffreddare fino a 120° e s'incominciarono le misure col solfo modificato. Si ottennero i risultati seguenti:

(¹) *Recherches sur la dilatation du soufre.* — Thèse soutenue devant la Faculté des Sciences de Montpellier, le 21 Mai 1864.

Temperatura del termometro ad aria	Aumento Δ del volume specifico per 1° di temperatura	
	Solfo vergine	Solfo modificato
125°	0,000 282	0,000 300
135	277	265
145	273	240
152,5	250	188
156	225	155
157,5	180	140
158,5	090	140
159,5	010	140
160,5	020	130
161,5	060	120
162,5	060	120
164	070	115
167,5	092	122
175	123	136
185	145	150
195	161	166
210	186	192
230	196	193
245	210	205

Pertanto l' aver tenuto il solfo due ore a 300° bastò per modificare in grado molto notevole l'andamento della sua dilatazione in ispecial modo nell' intervallo compreso fra 150° e 165°.

L' andamento della funzione Δ, ch' io assumo per rappresentare la dilatazione de' corpi, mostra che nel solfo vergine il minimo di dilatazione è molto notevole e si presenta a circa 159°,5, mentre nel solfo modificato il detto minimo è poco notevole e cade verso 165°.

La curva del volume specifico pel solfo vergine è come quella già trovata nelle mie prime determinazioni [1]: invece quella pel solfo modificato, rassomiglia moltissimo alla curva data da Moitessier.

Scichilone dopo aver collaborato meco in queste sperienze, ha voluto ripetere il lavoro con solfo preparato chimicamente e fatto poscia cristallizzare dalla soluzione nel solfuro di carbonio. Ottenne risultati molto concordanti co' miei, ed avendo alla fine spinto lo scaldamento del dilatometro fino al punto d' ebollizione del solfo, in una serie successiva di determinazioni ebbe de' valori quasi identici con quelli di Moitessier.

II. *Capillarità* [2] — Due tubi capillari aventi all' incirca il diametro interno eguale a mm. 0,977 pescavano con un termometro nel solfo contenuto in un reci-

[1] V. Gazz. Chim. Ital. vol. IV, pag. 29.

[2] Queste sperienze furono fatte colla collaborazione di G. De Franchis quando era mio assistente.

piente cilindrico del diametro di mm. 40. Questo recipiente con un altro termometro era immerso in un bagno ad olio. Le elevazioni vennero misurate al catetometro.

Dopo avere lungo tempo fatto scorrere su e giù nei tubi capillari il solfo fuso, si ottennero dai due tubi risultati molto soddisfacenti: la maggior differenza tra le loro indicazioni non ha mai raggiunto $^1/_5$ di millimetro.

Fatte le sperienze col solfo vergine, si tenne parecchie ore la temperatura del solfo a 190°,6, indi si lasciò lentamente raffreddare fino a 125°,6 e s'incominciarono le misure pel solfo modificato. Ecco i risultati ottenuti:

Temperatura del term. ad aria	Elevazione capillare	
	Solfo vergine	Solfo modificato
125,° 6	mm. 6, 63	mm. 7, 84
135, 6	6, 41	7, 97
145, 6	6, 24	7, 98
155, 6	6, 04	8, 06
158, 6	6. 13	8, 13
159, 6	6, 45	. . .
160, 6	6, 95	8, 36
161, 6	7, 54	. . .
162, 6	8, 00	8, 57
163, 6	8, 51	8, 66
165, 6	8, 96	8, 87
168, 6	9, 48	. . .
170, 6	9, 70	9, 93
175, 6	9, 45	10, 19
180, 6	8, 79	9, 10
190, 6	8, 09	8, 05

Come si vede da questi risultati, e meglio ancora dalle curve che li rappresentano, la capillarità del solfo vergine è molto diversa di quella del solfo modificato.

Nel solfo vergine l'elevazione capillare dapprincipio diminuisce coll'elevarsi della temperatura; raggiunge un minimo verso 157°; indi incomincia ad aumentare molto rapidamente fino a toccare un forte massimo verso 171°; di poi ritorna a diminuire.

Nel solfo modificato, la capillarità è in generale maggiore che nel solfo vergine: coll'elevarsi della temperatura, dapprima cresce lentamente; verso 158° cresce più rapidamente; tocca un massimo verso 175°; indi diminuisce.

III. *Viscosità* — La viscosità non essendo ancora fisicamente ben definita, non ebbi la pretesa di misurarne la vera grandezza alle diverse temperature, ma invece ho cercato di misurare due funzioni che da essa dipendono e che presumibilmente debbono offrire un andamento quasi del tutto simile al suo.

Queste due funzioni sono:

I. Il tempo impiegato da una palla cava di platino a percorrere m. 0,25 movendosi verticalmente entro il solfo fuso.

II. Il tempo impiegato dal solfo ad elevarsi entro un tubo capillare sotto la influenza d' una data pressione idrostatica.

La prima funzione fu determinata solamente pel solfo vergine. Ecco i risultati dell' esperienza:

Termom.° ad aria	Durata della corsa
130°	4,″4
140	4, 5
150	4, 35
154	4, 2
155	4, 0
157	3, 95
159	4, 2
160	4, 4
161	5, 6
162	6, 8
163	9, 45
164	10, 85
165	18, 25

Pertanto la durata della corsa coll' elevarsi della temperatura dapprima diminuisce fino a presentare un minimo a 157°; indi aumenta ed a cominciare da 161° il suo incremento è molto forte.

La seconda funzione fu studiata con due apparecchi, che dirò A e B, il primo de' quali ha servito per le sperienze da 120° a 162°, ed il secondo per le sperienze da 159° a 280°. Ciascuno di questi apparecchi consiste in un tubo ad U avente uno de' rami molto largo e l' altro ramo capillare e graduato [1]. Aspirando aria dal tubo largo si fa abbassare il livello del solfo nell' altro fino all' origine della graduazione (70 millim. sotto il livello normale); indi si misura il tempo impiegato dal solfo ad elevarsi fino al livello normale o ad un' altezza minore.

Sperienze coll' apparecchio A. — Il solfo si eleva dallo zero della graduazione fino al livello normale: percorre dunque 70 millimetri.

Termometro ad aria	Durata dell' elevazione	
	Solfo vergine	Solfo modificato
120°	6,″6	6,″2
130	5, 5	5, 2
140	5, 0	4, 6
150	4, 4	4, 1
155	4, 0	4, 0
157	3, 7	4, 7
158	4, 6	7, 3
159	14, 7	13, 7
160	50, 0	31, 8
161	. . .	69, 5
162	820″ circa	168, 0

[1] Il ramo largo in ambedue gli apparecchi ha il diametro di 17 millim. Ed il ramo stretto ha il diametro di mm. 0,95 in A, e di 2,75 in B.

A 190° il solfo vergine per elevarsi dallo zero della graduazione fino a 10 millimetri, impiegò 27 minuti primi.

Le misure col solfo modificato s'incominciarono dopo che il solfo fu tenuto parecchie ore a 210°.

Sperienze coll' apparecchio B. — Il solfo si eleva dallo zero della graduazione fino a 30 millimetri.

Termometro ad aria	Durata dell'elevazione	
	Solfo vergine	Solfo modificato
159°	0,"6	0",5
160	1, 1	0, 8
163	24, 7	2, 1
165	55, 5	4, 9
170	3'.37	31, 6
175	5. 59	1'.32
180	7. 48	2. 54
185	8. 35	3. 58
190	9. 20	5. 25
195	9. 36	6. 14
200	9. 19	6. 31
205	7. 36	6. 12
210	7. 20	5. 40
220	5. 52	4. 49
230	4. 30	4. 12
240	2. 55	3. 12
250	2. 18	2. 15
260	1. 41	1. 33
270	1. 17	1. 14
280	0. 45	0. 48

Questi risultati ed i precedenti ottenuti coll' apparecchio *A* sono rappresentati dalle curve della tavola qui unita. L' inflessione che si presenta tra 205° e 210° è un fatto costante. Il mio assistente Cardani ripetè più volte queste medesime sperienze coll' apparecchio *B* ed ottenne sempre risultati quasi identici co' miei.

Pertanto, ammesso che l' andamento delle due funzioni da me studiate rappresenti quello della viscosità, risulta quanto segue:

a) La viscosità del solfo vergine coll' elevarsi della temperatura dapprincipio diminuisce fino a raggiungere un minimo verso 157°; indi aumenta rapidissimamente, tocca un massimo verso 195° e poscia ritorna a diminuire.

b) La viscosità del solfo modificato è in generale più debole di quella del solfo vergine. Anch' essa incomincia a diminuire coll' elevarsi della temperatura; presenta un minimo verso 155°; indi aumenta, però meno rapidamente che nel solfo vergine; raggiunge un massimo verso 200° e poscia ritorna a diminuire.

Uno sguardo alle curve che rappresentano l'andamento della dilatazione, della capillarità e della viscosità, fa rilevare in modo netto che queste proprietà del solfo offrono verso 160° un rimarchevole punto singolare e si modificano profondamente quando il solfo viene portato a temperatura sufficientemente alta.

Non è improbabile che fatti analoghi si presentino anche nel calore specifico ed in altre proprietà fisiche del solfo.

DILATAZIONE CAPILLARITÀ E VISCOSITÀ
DEL SOLFO FUSO
Ricerche di G. Pisati
DILATAZIONE
Curve del volume specifico
Solfo vergine
Solfo modificato
CAPILLARITÀ
Solfo modificato
Solfo vergine
Curve dell'aumento Δ del volume specifico
Solfo vergine
Solfo modificato
Temperatura
120°
130°
140°
150°
160°
170°
180°
190°
200°
VISCOSITÀ
Curve della 1ª funzione
Solfo vergine
Curve della 2ª funzione
Solfo vergine
Solfo modificato
Curve della 2ª funzione
Solfo vergine
Solfo modificato
160°
170°
180°
190°
200°
210°
220°
230°
240°
250°
260°
270°
280°
Lit Martelli Roma

Sopra la Titanite e l'Apatite della Lama dello Spedalaccio.
Nota di GUSTAVO UZIELLI, presentata dal Socio Q. SELLA
nella seduta del 4 marzo 1877.

La Lama dello Spedalaccio è una frana che si vede nel versante meridionale delle Alpi di Camporaghena [1] nell'alto del Botro dello Spedalaccio, primo affluente di sinistra del torrente Rosaro, al nord di Sassalbo, nella Lunigiana.

Ivi si vedono micascisti passanti per gradi insensibili al macigno, fatto che richiamò l'attenzione del prof. Paolo Savi allorquando visitò, nell'anno 1832 quella località di cui diede un taglio geologico, ancora utile a consultarsi, benchè molti lavori posteriori abbiamo modificato le conseguenze che il Savi aveva tratto dalle condizioni stratigrafiche ivi da lui osservate [2].

Oltre il Ferro Oligisto, che ivi si presenta in filoni, questo geologo vi notò [3] la presenza di varî minerali cioè: il Talco, la Mica, l'Epidoto Stralite e il Granato; le medesime osservazioni fece il Repetti, che esaminò quella giacitura pochi mesi dopo, ed aggiunse lo Solfo ai minerali ivi indicati dal Savi. Finalmente il d'Achiardi ricorda inoltre come minerali esistenti in quella località, cioè precisamente al Botro dello Spedalaccio, l'Ematite, l'Azzurrite, la Malachite, il Serpentino, la Ripidolite, la Covellina e la Pirite.

In una breve visita che feci in quella località nell'estate del 1876 trovai parte delle sostanze indicate dal Savi, dal Repetti e dal d'Achiardi.

L'Azzurrite e la Malachite si trovano veramente sul lato destro del Rosaro, assai presso alle sue scaturigini. Ivi probabilmente fu trovata la Covellina; ma, dopo che furono tralasciati alcuni tentativi di utimazione tutto è quasi coperto dalla terra.

Non notai alla Lama dello Spedalaccio, nè il Granato indicato dal Savi, nè lo Solfo indicato dal Repetti. Dubito assai della presenza del Granato; trovai, lo Solfo soltanto un poco più in basso, sulla riva destra del Rosaro, negli ammassi gessosi

(1) Nella carta austriaca all'86 400 non è assegnato il nome di *Alpe di Camporaghena* al monte sulle falde occidentali del quale è il villaggio di questo nome, ma vi è quello di *Monte Conco*, eminenza un poco più al sud.

(2) De Stefani C. *Considerazioni sopra le roccie più antiche delle Alpi Apuane e del Monte Pisano* Bollet. del Comitato Geologico. Anno V, 1874 e Anno VI, 1875; vedi specialmente p. 80.

(3) Savi P. *Osservazioni geognostiche sui terreni antichi della Toscana.* Nuovo Giorn. dei Lett. Pisa, t. XXIV (1832). Parte scientifica p. 202-224; vedi specialmente p. 220. — Savi P. *Tagli geologici delle Alpi Apuane e del Monte Pisano e cenno sull'Isola dell'Elba.* Nuovo Giorn. dei Letterati. Pisa, t. XXVII (1833). Parte scientifica p. 34-59; vedi p. 47 e 55. — Repetti E. *Dizionario storico fisico etc. della Toscana*, t. II. p. 305. — D'Achiardi A. *Mineralogia della Toscana*, Vol. II, p. 369.

detti Tecchia Bianca, poco lungi da Sassalbo, ove già lo aveva indicato il Savi, descrivendolo ora incastrato nelle marne grigie ed ora nel solfato di calce idrato o anidro.

Oltre le sostanze sopra indicate, vi ho trovato ancora però cristalli di Albite, di Titanite e d'Apatite. Darò ora notizia delle due ultime, essendo l'Albite facilmente riconoscibile, ma non avendo forme cristalline proprie a misure goniometriche.

Titanite

La Titanite si trova nel micascisto associata all'Albite, all'Epidoto, all'Apatite, al Serpentino, alla Pirite, alla Ripidolite, al Quarzo ed alla Mica. Il massimo dei cristalli studiati ha un diametro medio di 3 millimetri circa, ma in generale le loro dimensioni sono assai più piccole.

Essa è riconoscibile immediatamente al suo colore giallo miele, al suo splendore adamantino ed alla sua forma.

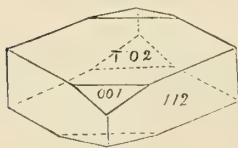
I cristalli osservati presentano al cannello le proprietà caratteristiche dello Sfeno e la loro durezza è compresa fra 5, 5 e 6.

Le forme cristalline che presentano sono assai semplici cioè quelle indicate nel quadro seguente.

Orientazione secondo Descloizeaux		Orientazione secondo Miller e Naumann		
Simboli di Miller	Simboli di Descloizeaux	Simboli di Naumann	Simboli di Miller	Simboli di Descloizeaux
112	b^1	∞P	110	m
001	p	−Ᵽ ∞	101	a^1
$\bar{1}02$	o^2	$\frac{1}{2} P \infty$	102	a^2
100	h^1	$0 P$	001	p

La forma (112) è striata parallelamente alla sua intersezione con (001); quest'ultima è perfetta; la $\bar{1}02$ è in generale la più estesa, ma assai irregolare.

Il solo angolo che potei misurare è quello della faccia (001) con ($\bar{1}02$) e la media di 6 osservazioni con un goniometro semplice di Wollaston, prendendo le medie dei contatti dei bordi dell'imagine riflessa sul solo cristallo (tenendo fisso l'occhio e trascurando l'imagine riflessa dallo specchio perchè di splendore troppo forte), dette un angolo di 159° 44′, invece dell'angolo medio di 159° calcolato dal Descloizeaux sopra misure di cristalli di varie località. Si noti che misure di Marignac sopra cristalli del S. Gottardo han dato per quest'angolo 159°40′.

Fig. 1.

Alcuni cristalli microscopici mi hanno presentato traccie di geminazione, ma non misurabile, sia per la piccolezza dei cristalli, sia per la loro imperfezione.

La Titanite, all'infuori delle Alpi, non è stata descritta finora in Italia che nelle roccie vulcaniche del Monte Somma e dei Monti Laziali, nelle trachiti della Corte del

Re nel Grossetano [1] nel Granito dell'Isole del Giglio e dell'Elba [2] ed in roccie schistose soltanto all'Elba dal Rath [3].

Apatite

Benchè nel micaschisto della Lama dello Spedalaccio si osservino numerosi cristallini che molto probabilmente sono di Apatite, non potei fare le misure che sopra un solo individuo, essendo gli altri troppo piccoli; ma le proprietà fisiche del cristallo studiato, unitamente alle misure goniometriche eseguite, determinano in modo preciso la sua vera natura.

Questo cristallo, avente un diametro medio di circa mezzo millimetro, ha il colore bianco e lo splendore grasso caratteristico dell'Apatite; la sua forma predominante è determinata dalla zona principale colla base ad essa normale. Al microscopio polarizzante, guardando nel senso dell'asse della zona e perpendicolarmente ad esso, si vede che il cristallo è composto di una sostanza birifrangente a un asse ottico. Gli angoli rientranti che si osservano sulla faccia $(2\bar{1}\bar{1}2)$ sotto il microscopio, e le strie mostrate dalla faccia $(2\bar{1}\bar{1}0)$ e parallele all' asse della zona principale, indicano che il cristallo è formato da più individui ad assi paralleli.

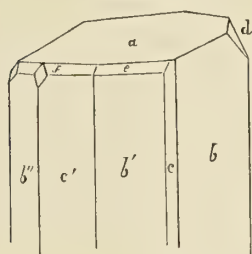



Fig.2.

Ecco ora gli angoli da me misurati.

Debbo premettere che in causa dell' estrema finezza delle faccie $(2\bar{1}\bar{1}2)$ e $(10\bar{1}1)$ l' angolo di esse fu misurato sotto un microscopio Nachet coll' ingrandimento di 30 circa e adoperando il piccolo goniometro del microscopio polarizzatore di Soleil.

Quindi le differenze che si noteranno nel quadro che segue, osservando che il cristallo non è semplice e tenuto conto delle deviazioni compatibili con le più perfette osservazioni, non potranno dar luogo ad objezioni relative alla natura dei cristalli da me osservati.

$$a = 0001,\ b = 01\bar{1}0,\ b' = 10\bar{1}0\ b'' = \bar{1}100,\ c = 11\bar{2}0,\ c' = 2\bar{1}\bar{1}0,$$
$$d = \bar{1}2\bar{1}1,\ e = 10\bar{1}1,\ f = 2\bar{1}\bar{1}2$$

Forma primitiva di Naumann Simboli di					Forma primitiva e simboli di
Bravais	Miller	Naumann	Weiss	Levy	Miller
0001	111	0 P	$\infty a : \infty a : \infty a : c$	p	111
$\bar{1}010$	211	∞ P	$\infty a : a : a : \infty c$	m	$10\bar{1}$
$10\bar{1}1$	100, $22\bar{1}$	P	$\infty a : a : a : c$	b^1	210
$11\bar{2}0$	101	∞ P 2	$a : \frac{1}{2} a : a : \infty c$	h^1	$2\bar{1}\bar{1}$
$11\bar{2}\bar{2}$	$52\bar{1}$	P 2	$2 a : a : 2 a : c$	a^2	110, 411
$11\bar{2}1$	$41\bar{2}$	2 P 2	$a : \frac{1}{2} a : a : c$	a^1	100, $22\bar{1}$

(1) D'Achiardi A. l. c. Vol. II. p. 12. — (2) ib. p. 12 e 13. — (3) Rath G. von *Die Insel Elba*, 1870.

Angoli	Osservazioni	Angoli misurati	Angoli calcolati (Miller)
$(0001)\ (\bar{1}2\bar{1}1)$	28	56° 15′	55° 40′
$(0001)\ (01\bar{1}0)$	4	89° 56′ 30″	90° —
$(0001)\ (10\bar{1}1)$	3	36° —	36° 13′
$(0001)\ (2\bar{1}\bar{1}2)$	3	38° 23′	40° 13′
$(01\bar{1}0)\ (11\bar{2}0)$	2	30° 30′	30° —
$(01\bar{1}0)\ (10\bar{1}0)$	6	60° 5′ 30′	60° —
$(10\bar{1}0)\ (2\bar{1}\bar{1}0)$	6	29° 35′ 20	30° —
$(2\bar{1}\bar{1}0)\ (1\bar{1}00)$	5	30° 53′ 36	30° —

Le differenze di angolo già accennate possono ancora dipendere dalla quantità di cloro più o meno grande contenuto dall' Apatite perchè, come è noto, il Kokscharow [1] ha mostrato e il Pusyrewsky ha confermato che l' angolo della forma fondamentale di quel minerale è tanto più ottuso quanto è maggiore la quantità di cloro che il minerale contiene.

I romboedri che si possono prendere per fondamentali nel cristallo da me misurato sono $(\bar{1}2\bar{1}1)$ $(10\bar{1}1)$ $(2\bar{1}\bar{1}2)$; il primo sarebbe più acuto del normale e i due ultimi più ottusi, e quindi avendo una variazione in due sensi sembrerebbe non poterne dedurre nessuna conseguenza precisa. Ma come ho già accennato i due angoli che definiscono i romboedri $(10\bar{1}1)$ e $(2\bar{1}\bar{1}2)$ furono misurati in modo assai imperfetto, mentre le 28 misure colle quali fu determinato il romboedro $(\bar{1}2\bar{1}1)$, furono fatte con metodi diversi, ossia il valore dell' angolo (0001) $(\bar{1}2\bar{1}1)$ fu dato da

15 misure	la cui	media	fu	56° 8′
9	»	»	»	56° 14′
4	»	»	»	56° 25′

Quindi si può ammettere che il romboedro fondamentale è più acuto dell'angolo medio dell' Apatite; quindi quella varietà da me studiata sarà probabilmente poco ricca in cloro, il quale d'altra parte può mancare affatto in questo minerale.

Ciò potrebbe essere tanto più probabile che alla Lama dello Spedalaccio non fu osservato nè da me, nè da altri quarzo a faccie trapezoidali, il quale, secondo le osservazioni dello Stelzner [2], si trova sempre associato ai minerali che contengono cloro o fluoro, o provengono dalla decomposizione di cloruri o fluoruri.

Il Quarzo si trova in quella località ma non lo potei osservare che in filoncelli compatti.

L'Apatite fu fino ad ora trovata cristallizzata in Italia in poche località e precisamente alla Corbassera e alla Testa Ciarva nella Valle di Ala, al Monte Acuto presso

(1) Kokscharow v. N. *Materialen zur Mineralogie Russlands*, Vol. V, p. 88 e seg.

(2) Stelzner A. *Quarz mit trapezoëder Flächen* etc. Jahrbuch für Min. Geol. und Palaeont. G. Leonhard e H. B. Geinitz, 1871, p. 33.

Traversella, a Baveno nel Granito, nella Miniera del Bottino presso Seravezza ([1]), nel Granito dell'Elba ([2]) e negli aggregati minerali erratici del Lazio e del Monte Somma.

È da notarsi finalmente l'analogia che esiste fra l'associazione de' minerali nei micaschisti della Lama dello Spedalaccio e quelli di alcune località delle Alpi e fra gli altri della Val Maggia nel Cantone Ticino ([3]), ciò che può avere qualche importanza nello studio delle relazioni che possono connettere gli schisti degli Appennini con quelli delle Alpi.

Località	Schisti	Minerali
Lama dello Spedalaccio	micacei	Albite, Epidoto, Titanite, Apatite, Serpentino, Pirite, Ripidolite, Quarzo, Mica.
Val Maggia	micacei	Albite, Epidoto, Titanite, Apatite, Pirite, Adularia, Tormalina, Clorite, Desmina, Quarzo.
Elba	dioritici	Albite, Epidoto, Titanite, Granato ottaedrico, Pennina, Orneblenda (?)

([1]) Strüver G. *Apatite della Corbassera (Val d'Ala Torino). — Apatite della Miniera del Bottino presso Seravezza in Toscana. — Apatite e Arsenopirite del Granito di Baveno e Monteorfano*, nella Memoria intitolata: *Note mineralogiche.* Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, Vol. VI. Adunanza del 16 Aprile 1871. — Lo stesso. *Cenni sui graniti massicci delle Alpi piemontesi e sui minerali delle Valli di Lanzo.* Memorie del Comitato Geologico, Vol. I, p. 37-47.

([2]) Grattarola G. *Sopra alcuni minerali dell' Isola dell'Elba non ancora descritti o accennati.* Bollettino del Comitato Geologico, Vol. III, 1872, p. 290.

([3]) Kenngott A. *Die Minerale der Schweiz.* Leipzig, 1866, p. 227.

Sulla direzione della gravità alla stazione Barberini sul Monte Mario.
Nota di FILIPPO KELLER

Vicedirettore della scuola pratica dell'Istituto fisico dell'Università romana,

presentata nella seduta del 4 febbrajo 1877.

I.

Il prof. Respighi lesse nella sessione del 3 Gennaio 1875 una Nota sulla latitudine della stazione Barberini a Monte Mario, stazione geodetica destinata alla misura del meridiano centrale europeo. Egli richiamò l'attenzione dell'Accademia sul fatto, che questa stazione si trova soltanto a pochi chilometri di distanza dall'osservatorio del Campidoglio, quindi il valore ottenuto per la sua latitudine poteva essere con sicurezza confrontato con quello già bene determinato per la latitudine di questo osservatorio, anzi si poteva sperare di verificare se in queste località esiste una qualche irregolarità nella direzione della gravità. A tale scopo altro non occorre che confrontare la differenza ottenuta astronomicamente fra la latitudine della stazione e quella dell'osservatorio colla nota distanza dei loro paralleli determinata geodeticamente.

Ora da una serie di osservazioni fatte dal prof. Respighi mediante il cannocchiale zenitale a riflessione nella stazione Barberini, confrontata col valore della latitudine dell'osservatorio del Campidoglio, dedotto e confermato da numerosissima serie di osservazioni, egli trovò che il parallelo celeste di Monte Mario è distante verso Nord di 1′51″,1 da quello dell'osservatorio del Campidoglio, mentre la distanza determinata geodeticamente dei paralleli risulta di 1′52″,6 in modo da esistere fra le latitudini, una astronomica l'altra geodetica, una differenza di circa 1,5″.

Questa differenza è così grande da non poterla attribuire a errori di osservazione, e il prof. Respighi crede che essa possa e debba spiegarsi, almeno in grande parte, come effetto dell'attrazione parziale esercitata dalla stessa massa del Monte Mario. Nella presente Nota mi sono proposto di dimostrare che questo modo di spiegare sia con ogni probabilità del tutto conforme al vero, sebbene la mancanza di molti dati necessari non mi abbia permesso di studiare questo interessante argomento con quella profondità che merita.

II.

Innanzi tutto faccio osservare che l'angolo dei due fili a piombo, uno del Campidoglio l'altro del Monte Mario, risulta, secondo le osservazioni del prof. Respighi, minore di quello corrispondente alla distanza geodetica dei paralleli di queste due località. Per spiegare questo fatto non si può fare che due sole ipotesi. Primieramente potrebbe accadere che l'estremo inferiore del filo a piombo del Monte Mario sia deviato verso

Nord, mentre quello del Campidoglio o non subisce verun deviamento o una deviazione nel medesimo senso ma numericamente minore della prima. In secondo luogo potrebbesi verificare il caso opposto, cioè che la direzione della verticale del Campidoglio sia deviata verso Sud, mentre la deviazione sul Monte Mario sia zero o anch'essa meridionale ma di minore grandezza. L'unico modo di soddisfare alla prima ipotesi sarebbe l'esistenza di una massa deviatrice posta a Nord del Monte Mario; questa agisce su ambedue le stazioni settentrionalmente e l'azione sul Monte Mario è la maggiore atteso la minor distanza in cui essa si trova del medesimo. Volendo similmente realizzare il secondo caso fa d'uopo di ammettere la massa deviatrice al Sud del Campidoglio; questa agisce sopra ambedue le stazioni in senso meridionale, verificandosi la maggiore di queste attrazioni per il Campidoglio. Se finalmente hanno luogo ambedue i casi insieme, allora si deduce facilmente l'effetto totale dai corrispondenti effetti parziali.

Ora fra le prominenze più grandi dei dintorni di Roma, che possibilmente potrebbero produrre la differenza osservata dal prof. Respighi (o almeno in parte) sono i Monti Laziali al S.E. del Campidoglio e quelli di Baccano e Bracciano, come anche il Monte Soratte alla parte opposta.

Ora avendo io teoricamente determinato l'attrazione che produce il gruppo dei Monti Laziali sulla piccola torretta posta all'estremo orientale della base trigonometrica della Via Appia presso le Frattocchie, la quale determinazione si basa sopra una vasta livellazione barometrica eseguita da me in queste colline, posso profittare di questa livellazione onde desumere la deviazione del filo a piombo, che producono queste prominenze tanto all'osservatorio del Campidoglio quanto sul Monte Mario.

La determinazione dell'attrazione locale alle Frattocchie esposi nel fasc. 2° pag. 33 della pubblicazione intitolata: *Ricerche sull'attrazione delle montagne con applicazioni numeriche*, e tutte le citazioni che s'incontrano nel seguito si riferiscono a questa pubblicazione, e la presente Nota devesi in fondo considerare come un appendice alla medesima.

III.

Ricordiamo innanzi tutto che per limitare completamente la massa deviatrice teniamo qui il medesimo metodo come nel citato fascicolo pag. 39; cioè per limite inferiore prendiamo l'orizzonte del terreno corrispondente alla torretta delle Frattocchie il quale si trova prossimamente metri 178 sul livello del mare. Nell'Est poi viene la massa deviatrice limitata da una spezzata, la quale avendo origine a Cavamente presso Gallicano passa successivamente per S. Cesareo e Valmontone per terminare nella tenuta di Torre nella prossimità del Lago inferiore di Giulianello. Siccome le dimensioni della massa deviatrice non sono molto piccole rispetto alla distanza del punto attratto, posto alla specola del Campidoglio, così volli innanzi tutto alquanto indagare che errore sia da temere ammettendo che questa massa sia raccolta nel suo centro di gravità, ma questa ricerca non si può fare che in un modo indiretto. Dividendo tutta la massa in istrati orizzontali come viene descritto fasc. 2.° pag. 44, e determinando l'attrazione di ciascuno strato, tanto nel caso della vera distribuzione della

massa, quanto nell'altro ove si raccoglie la medesima nel suo centro di gravità, la disuguaglianza di queste due attrazioni sarà, generalmente parlando, tanto più grande quanto più si avvicina il perimetro dello strato al punto attratto.

Ora dalle cinque sezioni orizzontali, guidate a traverso la massa dei Monti Laziali, quella denotata con A (veggasi pag. 44), cioè la meno elevata, si avvicina maggiormente al punto attratto, perciò è da credersi che la indicata disuguaglianza abbia per questo strato il suo valore più grande. Calcolai quindi l'attrazione di questo strato in ambedue le ipotesi; per desumere la vera attrazione seguitai il metodo praticato a pag. 59. Siccome la specola del Campidoglio trovasi per circa metri 10900 all'Ovest delle Frattocchie e per circa metri 13600 più al Nord della medesima, così tenendo conto della circostanza che si prende qui per unità di lunghezza l'ettometro, si otterranno le coordinate dei vertici del poligono in discorso riferite al Campidoglio quale origine aggiungendo ai valori della tavola riportati a pag. 48 rispettivamente le quantità 109 e 136. L'altezza delle Frattocchie è di 178 metri sul livello del mare e quella della specola del Campidoglio metri 63, il dislivello dei due punti è quindi metri 115 ed abbiamo $h = 1{,}15$.

Ecco i risultati di questo calcolo numerico, i quali sono del tutto conformi a quelli riportati a pag. 62; l'unica differenza fra le due serie consiste in ciò, che in questa il punto attratto trovasi alla torretta delle Frattocchie e in quella alla specola del Campidoglio.

n	X'_n	Y'_n	n	X'_n	Y'_n
1	— 0,0366489	+ 0,0977302	13	+ 0,0197980	— 0,0321718
2	+ 0,0065729	+ 0,0249772	14	+ 0,0278965	+ 0,0202884
3	+ 0,0041577	+ 0,0360335	15	+ 0,0103129	— 0,0309388
4	+ 0,0189633	+ 0,0072935	16	+ 0,0634990	— 0,0683835
5	+ 0,0030644	+ 0,0369429	17	+ 0,0346078	— 0,0299934
6	+ 0,0300119	+ 0,0500198	18	0,0000000	— 0,0612343
7	+ 0,0586065	+ 0,0151243	19	+ 0,0134281	— 0,0287745
8	+ 0,0692207	— 0,0010816	20	+ 0,0443997	— 0,0497276
9	+ 0,0094124	+ 0,0129421	21	— 0,0830560	— 0,0195426
10	+ 0,0373327	— 0,0414273	22	— 0,0738497	— 0,1114460
11	+ 0,0129652	+ 0,0014678	23	— 0,0258497	+ 0,0211498
12	+ 0,0254187	— 0,0184410	24	— 0,0905692	+ 0,0399916

$\Sigma X'_n = 0{,}1796949$

$\Sigma Y'_n = -0{,}1395526$

Dando allo strato la grossezza *dh* e denotando la sua media densità con γ, la sua componente orizzontale R sul Campidoglio sarà espressa da

$$R = \frac{\gamma . dh}{M} \sqrt{\Sigma X_n'^2 + \Sigma Y_n'^2}$$

e sostituendo i valori numerici ora trovati otterremo finalmente per l'attrazione dello strato A il valore di

$$R = 0{,}5238832 \, \gamma \, dh$$

Trovata la vera attrazione passiamo a determinare l'altra, che suppone la massa raccolta nel centro di gravità. Calcolando innanzi tutto l'area del poligono in proposito mediante la formula (10) fasc. 1°, otterremo per questa il valore = 35203,57 ettometri quadrati; le coordinate del suo centro di gravità poi trovansi mediante le formule (11) e (12) del medesimo fascicolo, le quali forniscono i valori

$$x = 219{,}9865 \qquad y = 154{,}0149$$

mentre la terza coordinata uguaglia al dislivello fra il piano del poligono e la specola del Campidoglio cioè a ettometri 1,15. Partendo da questi dati otteniamo la componente orizzontale con cui agisce lo strato A sulla specola del Campidoglio, supposto che la sua massa sia raccolta nel centro di gravità

$$R_1 = 0{,}5477106 \, \gamma \, dh.$$

Confrontando questa quantità coll'attrazione vera R si rileva che la loro differenza è ben poca cosa, essendo l'attrazione ridotta al centro di gravità alquanto maggiore della attrazione vera; la loro differenza ammonta a circa $^1/_{26}$ del suo proprio valore e questa non sarebbe certamente trascurabile, quando si trattasse di una rigorosa determinazione della deviazione locale del Campidoglio; ma benissimo possiamo passare sopra nel caso nostro, ove non si tratta che di una approssimazione più o meno grande. Del resto è da credersi che gli errori relativi agli altri poligoni siano ancora minori, perchè questi posseggono dimensioni minori rapporto alla distanza del punto attratto, come già fu osservato di sopra. Considerando poi che il Monte Mario trovasi in distanza ancora più grande dalle Colline Laziali che non il Campidoglio, apparisce chiaro che le cose dette antecedentemente valgano ancora con più ragione per il Monte Mario.

Stabilito così per massima, di poter la massa deviatrice raccogliere nel suo centro di gravità, è necessario di conoscere tanto il volume della medesima, quanto la posizione del suo centro di gravità. Ora basandosi sulle aree delle cinque sezioni fondamentali riportate a pag. 85 fasc. 2,° e supponendo ancora che le aree delle sezioni intermedie diminuiscano proporzionalmente col crescere dell'altezza, si trova per il volume di tutta la massa deviatrice il valore = 81448 ettometri cubi.

Per semplificare poi con una giusta approssimazione il calcolo numerico per desumere la posizione del centro di gravità, supponiamo che questo centro si trovi nel livello del Campidoglio stesso e per dedurne ivi la sua posizione trasportiamo in questo medesimo livello le cinque sezioni fondamentali, il quale trasporto si suppone eseguito in modo che ciascun punto descrive una retta verticale. Ciò fatto

ammettiamo, che il centro di gravità dell'insieme di questi cinque strati coincida sensibilmente col centro di gravità di tutta la massa.

Ora calcolando questo punto mediante le formule (11) e (12) fasc. 1° come ora fu esposto, troviamo le seguenti due coordinate

$$x = 221 \qquad y = 152$$

e le due componenti della forza deviatrice esercitate sul Campidoglio saranno

$$X = \frac{81448.221}{(221^2 + 152^2)^{\frac{3}{2}}} \gamma = 0,9327\gamma$$

$$Y = \frac{81448.152}{(221^2 + 152^2)^{\frac{3}{2}}} \gamma = 0,6415\gamma$$

Ammettendo per la densità media della massa deviatrice il valore di $\gamma = 2$ e rammentandosi che alla forza $= 1$ (misurata nel dovuto modo) corrisponde per la nostra latitudine assai prossimamente il valore di un settimo di minuto secondo, otterremo per la deviazione del filo a piombo della specola del Campidoglio prodotta dalle Colline Laziali i seguenti valori:

$$\varphi = 0'',266 \qquad \varphi' = 0'',183;$$

il primo di questi due angoli si verifica in senso della longitudine e il secondo in quello della latitudine.

IV.

Per istituire un simile calcolo per l'osservatorio del Monte Mario, riflettiamo che questa stazione giace per circa 2600 metri all'Ovest del Campidoglio e per 3500 metri al Nord del medesimo: si otterranno quindi le coordinate del centro di gravità della massa agente riferite al Monte Mario quale origine, aggiungendo a quelle relative al Campidoglio rispettivamente 26 e 34. Avremo quindi per questa stazione

$$x = 247 \qquad y = 186$$

e le forze deviatrici saranno

$$X = \frac{81448.247}{(247^2 + 186^2)^{\frac{3}{2}}} \gamma = 0,6805\gamma$$

$$Y = \frac{81448.186}{(247^2 + 186^2)^{\frac{3}{2}}} \gamma = 0,5125\gamma$$

Ponendo finalmente, come fu praticato antecedentemente, $\gamma = 2$ e moltiplicando per $\frac{1}{7}$ otterremo le seguenti deviazioni del filo a piombo per l'osservatorio del Monte Mario provenienti dalle Colline Laziali

$$\varphi = 0'',194 \qquad \varphi' = 0'',146$$

osservando che la prima si verifica nel senso della longitudine e l'altra nella latitudine.

Concludiamo quindi che la massa delle Colline Laziali limitate inferiormente per un piano orizzontale dell'altezza di 178 metri sul livello del mare aumenta, nell'ipotesi della densità media $= 2$, la latitudine astronomica del Campidoglio per 0'',183 e quella del Monte Mario per 0'',146.

La differenza di questi due valori è 0″,037; ora siccome la differenza delle latitudini Monte Mario — Campidoglio determinata geodeticamente supera di circa 1″,5 il valore di questa medesima differenza concluso dalle osservazioni astronomiche, si vede che questo disaccordo delle due determinazioni non si può che soltanto in piccola parte attribuire all'azione attrattiva delle Colline Laziali.

Vi sono alcune ragioni, per le quali si potrebbe credere che il trovato valore di φ' sia troppo piccolo; così è stato esposto a pag. 49 fasc. 2°, che nel tracciamento delle sezioni fondamentali si dovette, per non aumentare troppo il numero dei vertici dei poligoni, escludere alcune masse, le quali si trovano entro i limiti della massa deviatrice presa in considerazione. Ma l'errore cagionato da queste esclusioni è di veruna entità (veggasi principalmente fasc. 2° pag. 77 e seguenti). Di più rilievo sarebbe forse l'errore che nasce dall'essere la supposta densità media della massa deviatrice (la quale fu ammessa = 2) possibilmente troppo piccola; ma neppure questo fatto accrescerebbe di molto il valore di φ'. Infatti aumentando questa densità del doppio dell'acqua al triplo, la quale sarebbe per certo esagerata, tale differenza crecrescebbe solamente da 0″,037 a 0″,055.

Dall'insieme delle cose esposte risulta ad evidenza che l'anomalia osservata dal prof. Respighi nella differenza delle latitudini fra il Campidoglio e Monte Mario non può provenire, che solamente in piccola parte, da quella porzione delle Colline Laziali che si trova in altezza superiore ai 178 metri sul livello del mare. Volendo quindi spiegare quest'anomalia senza ricorrere all'ipotesi del caso eccezionale di una forte eterogenità nella massa della terra al disotto del suolo di Roma e dei suoi dintorni, come essa si verifica a Mosca [1], converrebbe a prendere in esame le altre prominenze accennate al principio di questa Nota le quali potrebbero influire sull'angolo formato dalle verticali delle due stazioni, cioè le colline di Bracciano e Baccano ecc. come anche quella porzione del cratere Laziale, che si trova al di sotto del piano orizzontale dell'altezza di metri 178 sopra il livello del mare. Considerando però la piccolezza del effetto che abbiamo trovato per i Monti Laziali, è da credersi, che anche le altre masse ora accennate non bastano a produrre la differenza osservata dal prof. Respighi.

V.

Vengo ora ad esporre le ragioni per le quali credo che la differenza osservata provenga dalla massa del Monte Mario stesso e del suo prolungamento verso Nord e Nord Ovest il quale conserva presso a poco la medesima altezza fine oltre La Storta; questo monte agisce senza alcun dubbio assai diversamente sulle due stazioni.

Sarebbe sommamente desiderevole conoscere le altitudini dei diversi punti di questo monte e delle sue adiacenze per poter desumere la sua azione attrattiva sulle due stazioni, dovendosi per ora, in mancanza dei dati necessari, rinunciare a sviluppare maggiormente questo interessante argomento. Non può però cader alcun dubbio che questa azione sia piuttosto di grandezza considerevole, come si vedrà dalle seguenti considerazioni.

[1] Bullettin de la Société impériale des naturalistes à Moscou, an. 1862 vol. 35.

Il Monte Mario è una prominenza che s'innalza colla sommità, ove è stabilito l'osservatorio, a circa metri 140 sul livello del mare e se la sua massa fosse disposta simmetricamente intorno a questa sommità, allora è chiaro che la medesima non potrebbe produrre verun perturbamento nella direzione della gravità in questo osservatorio. Ma le cose non stanno punto in questo modo ed invece si verifica una fortissima dissimmetria; in fatti il terreno discende a pochi passi al S.E. da questa sommità con fortissima scarpa nella sottoposta valle del Tevere, mentre nelle altre direzioni il pendio è assai più dolce, e ciò dicasi in ispecie nelle direzioni N.O. e O. ove l'andamento generale del terreno è tale, da conservare ancora a parecchie miglia di distanza un' altezza poco inferiore a quella dell' osservatorio. Non è facile dare con poche parole una descrizione sufficientemente esatta della forma del monte medesimo, essendo dapertutto il terreno assai ondeggiato. La linea che partendo dalla sommità segue l'elevazione massima del terreno, potrebbe prossimamente ammettersi per una linea retta, avente la direzione da S.E. a N.O.; questa prominenza rimane per un lungo tratto assai vicina alla Via Trionfale e divide il bacino del fosso di Acquatraversa che sta a destra da quello del fosso dell' Inferno e del fosso della Magliana che si trovano a sinistra.

In mancanza di dati altimetrici più dettagliati non è possibile assegnare il valore esatto dell'attrazione in proposito, quindi ci dobbiamo limitare a certe ipotesi più o meno esatte sulla configurazione e densità della massa deviatrice, le quali ci forniscono una certa parte di questa attrazione almeno in prima approssimazione. S'immagini pertanto un prisma a sezione rettangolare avente la direzione longitudinale da S.E. a N.O. e così disposto che due delle sue facce laterali stiano orizzontali. Si ammetta che l'inferiore di queste due facce si trovi nel livello della pianura della valle teverina sottoposta all'osservatorio del Monte Mario e che la superiore rappresenti l'andamento medio del suolo corrispondente alla prominenza di cui si tratta. Circa gli estremi del prisma poi si stabilisca che quello rivolto verso N.O. sia formato da una sezione normale, mentre l'altro rivolto verso S.E. viene formato da un piano obliquo, che si accosta più che è possibile alla pendice della valle teverina in prossimità dell'osservatorio. Finalmente stabiliamo ancora che quest'ultimo piano formi un angolo retto colle facce laterali verticali del prisma, e che il punto in cui si determina la deviazione del filo a piombo si trovi nel punto di mezzo dello spigolo in cui taglia questo piano la faccia superiore del prisma. Egli è vero che questo punto non coincide precisamente colla posizione dell'osservatorio, la quale si trova un poco più verso N.O, ma la distanza è ben poca cosa; di più è da osservare che noi determiniamo così la deviazione del filo a piombo non alla cima dell' osservatorio, bensì alla superficie del terreno, ma non è credibile che questi pochi metri di differenza di altezza possono essenzialmente mutare il risultato finale.

Per più chiarezza tracciamo il prisma in figura ove esso viene rappresentato da A B C D F G H E, però senza voler dire che il rapporto delle sue dimensioni sia identico a quello delle sue dimensioni vere. O X rappresenta la direzione Sud Est-Nord Ovest; O è l'osservatorio e la faccia A B C D rappresenta la pendice della valle del Tevere; la direzione O X prolungata al di là del punto O passa in distanza non molto grande dall'osservatorio del Campidoglio. Venendo ora a formulare l'attrazione

che esercita questo prisma sul punto O lungo la retta O K la quale divide in mezzo la faccia superiore del prisma, guidasi per O K un piano verticale O K L M; questo divide il prisma medesimo in due parti del tutto uguali, quindi basterà formulare l'attrazione del solo prisma A B O M L K H E, la quale raddoppiata darà l'attrazione proposta. Pertanto è chiaro che tale attrazione consiste nella differenza di due altre attrazioni, proveniente una dal parallelepipedo O E che denoteremo con X_1 e l' altra dal prisma A B N I O M che ha per base il triangolo rettangolo A B N. Per dedurre l'attrazione di quest'ultimo prisma, poniamo un altro prisma della medesima forma e grandezza in guisa che il loro insieme formi il parallelepipedo N Q, chiamando X_2 la forza esercitata da questo parallelepipedo sul punto O lungo la O K, e X_3 la forza agente lungo la medesima direzione proveniente dal prisma A B O M Q P. Ciò posto è chiaro che l'attrazione esercitata dal prisma A B O M L K H E lungo la O X sarà espressa da

$$X_1 - X_2 + X_3$$

quindi denotando con X la componente dell'attrazione del prisma proposto sarà

$$(a) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad X = 2\,(X_1 - X_2 + X_3).$$

Facciasi ora

$$OK = x, \qquad OB = y, \qquad OI = z, \qquad MI = x_1$$

e si avrà la forza X_1 immediatamente per mezzo della (59) fasc. 1° pag. 57; la forza X_2 poi si otterrà cangiando in questa medesima formola x in x_1. Formando poscia la differenza $X_1 - X_2$ e riducendo otterremo

$$X_1 - X_2 = z \log \frac{\sqrt{x^2+z^2}\,(y+r_1)}{\sqrt{x_1^2+z^2}\,(y+r)} + y \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}\,(z+r_1)}{\sqrt{x_1^2+y^2}\,(z+r)} + x \operatorname{arc\,tg.} \frac{yz}{xr} - x_1 \operatorname{arc\,tg.} \frac{yz}{x_1 r_1}$$

essendo per maggior brevità

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \qquad\qquad x_1^2 + y^2 + z^2 = r_1^2.$$

Ciò fatto veniamo a formulare la forza X_3 la quale si deduce colla massima facilità dalla (65) fasc. 1° pag. 69, ponendo in essa

$$g = o \qquad a = x_1 \qquad b = y \qquad c = z$$

e sarà

$$X_3 = x_1 \operatorname{arc\,tg.} \frac{yz}{x_1 r_1} + y \left[\frac{z}{\sqrt{x_1^2+z^2}} \log \frac{\sqrt{x_1^2+z^2}+r_1}{y} - \log \frac{\sqrt{x_1^2+y^2}}{r_1 - z} \right].$$

Introducendo questo valore, come anche quello di $X_1 - X_2$ nella (a) otterremo

$$(b) \ldots X = 2 \left[z \log \frac{\sqrt{x^2+z^2}\,(y+r_1)}{\sqrt{x_1^2+z^2}\,(y+r)} + y \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{(r+z)} + \frac{yz}{\sqrt{x_1^2+z^2}} \log \frac{\sqrt{x_1^2+z^2}+r_1}{y} \right.$$
$$\left. + x \operatorname{arc\,tg.} \frac{yz}{xr} \right].$$

Tale è la forza con cui agisce il dato prisma sul punto O lungo la direzione O X e l essa suppone che il medesimo possiede la densità $= 1$.

Volendo ora questa formola applicare al caso contemplato del Monte Mario, fa d'uopo di introdurre i valori numerici di x, y, z e x_1. Per tale fine sappiamo che la pianura della valle teverina ha per un dipresso l'altezza di 20 metri sul livello del mare, mentre per la base dell' osservatorio questa altezza è di circa metri 140. L'andamento generale del terreno al N. O. dell'osservatorio, cioè nel senso della dimensione longitudinale del supposto prisma, è assai ondeggiato e incomincia a discendere ma molto dolcemente. Dopo la chiesa di S. Onofrio, che dista circa chilometri due dall'osservatorio, è nuovamente in salita e giunge quasi all'altezza dell'osservatorio, la quale conserva poi per un lungo tratto. Terminiamo il prisma al Casal del Marmo, che dista circa 4 chilometri dall'osservatorio, e possiamo senza tema di errore eccessivo supporre che sino a tale punto l'altezza media si mantiene a metri 120. L'altezza del prisma è così fissata a metri 100 e la sua lunghezza O K a metri 4000; riflettendo poi che la formula sviluppata richiede che si prenda per unità di lunghezza l'ettometro abbiamo adunque

$$z = 1 \qquad x = 40$$

Quanto spetta poi alla larghezza B C del prisma, ammettiamo questa solamente metri 200 vale a dire poniamo $y = 1$. L'azione X del prisma sul punto O aumenta col crescere dei valori di x, y, z; quindi onde non errare di troppo riguardo la deviazione proposta, abbiamo cercato di assegnare a queste tre quantità dei valori per certo non esagerati. Le cose stanno però in un altro modo per X_1; per questa quantità si verifica l'opposto, cioè coll'aumentare del x_1 decresce la forza X; quindi per giungere lo scopo prefisso conviene di non prendere il valore di x_1 troppo piccolo. Ora la scarpa della valle teverina è nel luogo di cui si tratta assai forte e, senza aver fatto la misura di questo elemento per mancanza di mezzi con quella esattezza che merita, crediamo tuttavia che, supponendo $x_1 = 200$ metri, non avvi da temere che il valore di X divenga troppo grande. Ciò ammesso abbiamo adunque $x_1 = 2$.

Introducendo i valori di x, y, z e x_1 nella (b) otterremo

$$X = 2\left[\log \frac{\sqrt{1601}\,(1+\sqrt{6})}{\sqrt{5}\,(1+\sqrt{1602})} + \log \frac{\sqrt{1601}}{1+\sqrt{1602}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \log (\sqrt{5}+\sqrt{6}) + 40 \text{ arc tg.} \frac{1}{40\sqrt{1602}}\right]$$

Il quarto dei termini fra parentesi quadri può essere rimpiazzato, senza errore apprezzabile, da $\frac{1}{\sqrt{1602}}$, vale a dire possiamo confondere l'angolo colla sua tangente; riducendo poscia ancora i due primi termini otterremo

$$X = 2\left[\log \frac{1601\,(1+\sqrt{6})}{\sqrt{5}} - 2 \log (1+\sqrt{1602}) + \frac{1}{\sqrt{5}} \log (\sqrt{5}+\sqrt{6}) + \frac{1}{\sqrt{1602}}\right]$$
$$= 2{,}198454.$$

Tale sarebbe adunque l'attrazione del supposto prisma sul punto O, agente nella direzione longitudinale del medesimo, e supposto ancora che la sua densità sia eguale a quella dell'acqua.

Circa la densità del prisma è da osservare che le rocce componenti il Monte Mario sono principalmente le marne e la rena silicea alternate in istrati; in alcuni siti trovansi pure arenarie così compatte da poter servire da pietra di costruzione. Finalmente comp riscono nello strato superficiale anche le terre vulcaniche; tale strato aumenta di spessezza in misura che si va più verso Nord; non avvi però in veruna località il tufo litoide. Una determinazione colla bilancia idrostatica diede per l'arenaria indicata la densità 2,6; sul rimanente delle rocce non ho fatto nessuna determinazione, però è da credersi che la densità media del prisma sia superiore al valore di 2. Adottando quindi questo valore, deve risultare un'attrazione, la quale è secondo ogni probabilità minore dell'attrazione vera, e si otterrà questa forza raddoppiando il valore di X trovato di sopra. Rammentandosi poi ancora che si ottiene assai prossimamente la deviazione della direzione della gravità espressa in minuti secondi col moltiplicare la forza deviatrice per $\frac{1}{7}$, si avrà finalmente per questo angolo il seguente valore:

$$\varphi = \frac{2}{7} .\ 2{,}198454 = 0'',628.$$

Tale sarebbe adunque la deviazione del filo a piombo al Monte Mario, prodotta dal prisma preso in considerazione, e si vede che questa deviazione è piuttosto grande, mentre la sua azione sulla verticale del Campidoglio è ben poca cosa. La determinazione esatta di quest'ultima azione dipenderebbe dalle formule generali sviluppate nel fasc. 1° e principalmente dalla (60) pag. 58; ma allo scopo nostro basta la seguente approssimazione, la quale dà un valore superiore di questa forza. Pertanto se s'immagina tutta la massa del prisma raccolta nel punto che corrisponde alla posizione dell'osservatorio del Monte Mario, otterremo per il Campidoglio un'attrazione la quale è evidentemente eccessiva. Ora il volume del considerato prisma è di 82 ettometri cubi e la distanza dei due osservatorî è di ettometri 43, la sua azione sopra il Campidoglio è quindi $\frac{82.2}{43^2}$; finalmente sarà il corrispondente valore della deviazione del filo a piombo

$$\varphi = \frac{82.2}{43^2.7} = 0'',013,$$

mentre per l'osservatorio del Monte Mario trovammo invece

$$\varphi = 0'',628.$$

Ma come già dicemmo, il vero valore di φ del Campidoglio dev'essere ancora minore, si vede quindi che la deviazione prodotta dal prisma sulla stazione del Campidoglio è quasi trascurabile in paragone di quella che essa produce sulla stazione di Monte Mario. Ciò era facile a prevedersi per causa delle diverse distanze in cui giacciono le due stazioni dal prisma.

VI.

Per rendere poi anche numericamente palese il fatto, che la forza deviatrice esercitata dal prisma sull'osservatorio del Monte Mario dipenda principalmente da

quella sua parte che gli sta vicina, mentre i punti più distanti non agiscono che in un modo assai secondario, calcolai quest'attrazione ancora in due altre ipotesi. Nella prima di queste due ipotesi ammetto che il prisma abbia un solo chilometro di lunghezza (invece di quattro), mentre nella seconda suppongo questa lunghezza infinitamente grande; e qui cadrà in acconcio ricordare che in questo secondo caso la formula (b) molto si semplifica, assumendo la forma

$$X = z \log \frac{y + r_1}{\sqrt{x_1^2 + z^2}} + \frac{yz}{\sqrt{x_1^2 + z^2}} \log \sqrt{x_1^2 + z^2} + r_1$$

Pertanto se calcoliamo le deviazioni per questi due casi otteniamo

primo caso, $x = 10$, $\varphi = 0'',453$
secondo caso, $x = \infty$, $\varphi = 0'',642$

e confrontando questi risultati con quello ottenuto di sopra per $x = 40$ che era $\varphi = 0'',628$ bene si vede l'effetto predominante prodotto da quella parte della massa, che si trova in prossimità del punto attratto. Questo fatto sarebbe assai da tenersi a conto quando si trattasse di una esatta determinazione delle attrazioni locali, eseguendo cioè la rispettiva livellazione in prossimità della stazione, ove si determina questa attrazione con molto più esattezza e dettaglio che non in lontananza dalla medesima.

Venendo ora all'oggetto finale della presente Nota, cioè di assegnare la vera deviazione del filo a piombo, prodotta dal Monte Mario sull'osservatorio eretto in questa località, dobbiamo convenire che sia molto difficile di dare un giudizio definitivo su questo argomento.

Il prisma considerato antecedentemente agisce nella direzione da S.E. a N.O; quest' azione ha due componenti eguali fra loro che agiscono rispettivamente nel meridiano e nel circolo parallelo, e queste si ottengono moltiplicando il trovato valore per $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Il valore numerico di queste componenti risulta $= 0'',444$ quando si assegna al prisma la lunghezza di chilometri quattro e la densità $= 2$, ed ascende a $0'',555$ quando si suppone la densità $= 2,5$. Sarebbe cosa troppo azzardata di volere da questo numero positivamente concludere sull'effetto totale che produce tutto il Monte Mario. Ma considerando che la deviazione nel senso di latitudine ora trovata rappresenti l'effetto di una zona di terra, che ha soltanto 200 metri di larghezza, mentre tutto il monte ha un' estensione assai considerevole, riflettendo poi ancora che nel calcolare l'effetto medesimo si partì da dati probabilmente tutti inferiori ai veri valori, non è punto inverosimile che la totale azione prodotta dal Monte Mario sia molto più grande, e benissimo potrebbe essere che essa sia il doppio o perfino il triplo del numero trovato, sebbene il prolungamento dello stesso monte verso il Vaticano ed il Gianicolo agisca in senso contrario.

Dall' insieme delle cose esposte, mi sembra dover concludere che l'anomalia di circa un secondo e mezzo osservata nella latitudine della stazione Barberini sul Monte Mario provenga, se non tutto, almeno in grande parte dalla forza attrattiva di questo monte. Nello stato attuale delle cose non è possibile di trattare questo argomento con maggior precisione per la mancanza dei dati altimetrici necessari.

Sarebbe quindi di grande importanza eseguire una dettagliata livellazione dei dintorni di questa stazione geodetica, di tracciare le sezioni orizzontali e di desumere l'attrazione sopra le due stazioni in proposito, seguendo un metodo analogo a quello praticato da me per i Monti Laziali. Di una importanza poi ancora molto maggiore sarebbe, secondo il mio credere, l'estendere tale livellazione anche alle colline nell'interno di Roma per poter desumere il perturbamento della verticale dell'osservatorio del Campidoglio o almeno per accertarsi che tale perturbamento sia insensibile. Le condizioni geologiche di queste colline sono, mercè le ricerche del Brocchi [1] e di altri, bene conosciute, il che faciliterebbe la determinazione delle loro medie densità. In prima linea sarebbe da prendere in considerazione il Palatino posto al Sud del Campidoglio ed a poca distanza dal medesimo; questa collina potrebbe quindi possibilmente produrre qualche leggiero perturbamento nella verticale del Campidoglio, nel senso di diminuire l'angolo formato da questa verticale e quella del Monte Mario, cioè nel senso corrispondente all'anomalia osservata dal prof. Respighi sul Monte Mario. In secondo luogo dovrebbesi tener conto del Monte Capitolino stesso, la di cui massa non è simmetricamente disposta rapporto all'osservatorio; delle due azioni che essa produce sul filo a piombo (una nel senso del meridiano, l'altra in quello del parallelo) predominerà probabilmente quest'ultima. Nondimeno, considerando la somma esattezza colla quale si conosce adesso la latitudine dell'osservatorio del Campidoglio, crederei opportuno di determinare questo effetto, potendosi in questo modo eliminare il perturbamento locale di cui è affetta questa latitudine. L'osservatorio del Collegio Romano si trova sotto questo punto di vista in condizioni più favorevoli, perchè questo è situato in un terreno più piano; ciò però non esclude che anche per questo osservatorio occorrerebbero degli studî per poter correggere la sua latitudine determinata astronomicamente.

[1] *Stato fisico del suolo di Roma.*

Sul piano di prova piccolissimo e non condensante.
Nota del Socio P. VOLPICELLI,
letta nella seduta del 4 marzo 1877.

I piani di prova che possono utilmente impiegarsi, nel ricercare se in quello estremo dell'indotto, il più vicino all'inducente, trovasi o no la indotta di seconda specie, sono di tre classi. La *prima* di queste risulta di piani di prova piccolissimi, e condensatori; la *seconda* di piani di prova piccolissimi, che oltre ad essere condensatori, permettono anche la introduzione dell'elettrico libero nel coibente, il quale fa parte dell'istrumento; la *terza* di piani di prova piccolissimi, che senza condensare l'elettrico libero, permettono che il medesimo, per la sua tensione, s'introduca nel coibente, il quale connette il dischetto metallico al manubrio sottilissimo di vetro verniciato. Tutti questi piani di prova, oltre ad essere piccolissimi e quasi microscopici, è utile che siano dorati, affinchè non ingannino lo sperimentatore. Debbono inoltre adoperarsi, dopo eliminate le cause tutte perturbatrici del fenomeno, detto elettrostatica induzione. Così fatti piani di prova, costrutti e adoperati convenientemente, dimostrano sempre che la indotta *di seconda specie* si manifesta evidentemente su qualunque punto dell' indotto isolato, e che sul medesimo perciò non apparisce linea neutra di sorta. Presentemente ci proponiamo di occuparci dei piani di prova della specie terza, come quelli che non danno motivo ad objezioni, sebbene queste sieno tutte prive affatto di fondamento.

Un piano di prova che non abbia la facoltà di condensare l'elettrico, non dovrà essere foggiato a guisa di condensatore, cioè non dovrà possedere due metalliche armature, con in mezzo alle medesime il coibente, che le separa l'una dall'altra, comunicando una di esse col suolo. Quindi è che questo piano di prova, non essendo condensante, non potrà essere soggetto, nè all' objezione procedente dalla capacità per l'elettrico, posseduta dal piano di prova condensatore, come taluno ha preteso supporre, contro la teorica della elettrostatica induzione di Melloni, da me sostenuta con argomenti, tanto sperimentali, quanto razionali evidentissimi, nè alla objezione fatta dal prof. Pisati alla teorica stessa, la quale objezione consiste nella pretesa, e non dimostrata inversione della polarità elettrica, per la presenza delle due armature metalliche, delle quali una comunicante col suolo. Il piano di prova non condensante possiede la facoltà di mostrare la esistenza della indotta di seconda specie sull'estremo dell' indotto, il più prossimo all'inducente, non già pel condensarsi, ma bensì per l' introdursi dell'elettrico, a causa della sua tensione, dentro il coibente, che connette il dischetto metallico all'asticella di vetro verniciata. In fatti è già molto tempo da che i fisici riconoscono essere l' elettrico libero capace d'introdursi nei coibenti, per effetto della sua tensione, assai prima che questa materia fosse trattata

dal ch. Righi, professore a Bologna. In fatti mi scriveva il De la Rive nel 1859: « je veux vous dire que j'ai lu dernièrement un Mémoire allemand qui confirme votre « hypothèse sur l'électricité refoulée dans la matière isolante du plan d'épreuve. C'est « un travail très bien fait de Kohlrausen, où il cherche la cause de la déperdition « de l'électricité dans la bouteille de Leyde, et il l'explique précisément par le fait « qu'une certaine quantité est refoulée dans le verre » (Poggendorff Annalen 1853-n° 4).

Al piano di prova non condensatore, quello di specie terza, il quale pur' esso manifesta sempre la indotta di seconda specie per tutta la superficie dell' indotto, e quindi anche nell'estremo suo più vicino all'inducente, negando per ciò la manifestazione della linea neutra, potrebbe da taluno farsi la seguente objezione. Quando il piano di prova si applica sull' indicato estremo del cilindro indotto, riceve pure la influenza dall' induttore, il quale genera sul piano stesso ambedue le indotte contrarie. Quindi stante la spinta che quella di seconda specie riceve, tanto dall' inducente, quanto da se stessa, potrà essa introdursi nel coibente che connette il dischetto metallico col sottilissimo manubrio di vetro verniciato, e quindi apparire sul piano medesimo una elettricità omonima della inducente, quando questo piano si porti all'elettroscopio.

A questa objezione rispondiamo colla seguente sperienza: si esponga il piano di prova all'azione dell' induttore, senza toccare con esso il cilindro indotto; il piano medesimo riceverà la stessa induzione che riceveva, quando alla medesima distanza dall' inducente trovavasi a contatto dell'estremo indicato del cilindro indotto. Si ritiri dalla influenza il piano stesso, e portato all'elettroscopio, si vedrà essere questo piano carico di elettricità contraria della inducente. Perciò con questo solo resta dimostrato che la omonima manifestata dal piano di prova, dopo aver esso toccato il cilindro, non è l'effetto della induzione che il medesimo piano ha ricevuto, come la objezione ha supposto. Che anzi, se il piano di prova non venga collocato in contatto col cilindro indotto, conserverà non solo la indotta di prima specie, ma pure quella di seconda, per lo meno in parte. Laddove quando viene messo a contatto col cilindro, allora una parte della omonima generata sul medesimo piano s'introduce, tanto per la tensione sua, quanto per la repulsione che riceve dall'induttore, nel coibente che connette il dischetto metallico del piano al suo manubrio, ma una parte scorrerà lungo il cilindro indotto e conduttore, per portarsi nell'estremo di questo il più lontano dall'inducente. Dunque sottoponendo il piano di prova alla induzione, *solo* si ha una elettrica risultante contraria della inducente, mentre quando il piano medesimo è sottoposto alla stessa induzione, ma in contatto coll'indicato estremo del cilindro indotto, la elettrica risultante manifestata da quel piano all'elettroscopio, risulta *omonima* della inducente, ossia di *seconda* specie. Perciò resta dimostrato, che il piano stesso ha dovuto ricevere questa dal cilindro indotto, per infiltramento della medesima nel coibente, che connette il suo dischetto al manubrio isolante.

Finalmente si osservi, che ripetendo molte volte il contatto del piano di prova, con quell'estremo dell'indotto il più vicino all'induttore, si giunge a privare del tutto l'indotto stesso della indotta di seconda specie, ed in questo caso il piano di prova più non la manifesta; perciò se la manifestava prima per la induzione che riceveva, dovrebbe manifestarla sempre, giacchè riceve in ogni contatto la medesima induzione.

Si noti, che l'aria deve essere ben secca, e l'indotto sostenuto con fili di seta verniciati.

Belli nel t. III. del suo *Corso di fisica sperimentale,* pag. 293, lin. 7, non ammette la penetrazione dell'elettrico libero nei coibenti, dicendo: «l'occultamento io nol « posso attribuire come fanno alcuni fisici a una penetrazione delle due opposte « elettricità nel vetro ». La sperienza contraddice a questo asserto del Belli, poichè sottoponendo alla induzione un bastone isolante, sia di resina, sia di altro coibente, e quindi portandolo vicino ad un elettroscopio, manifesterà subito la indotta di 1ª specie. introducendo poi questo medesimo bastone nell'acqua, contenuta in un vaso metallico comunicante col suolo, quindi estratto e portato di nuovo all'elettroscopio stesso, mostrerà la indotta di 2ª specie, la quale per la sua tensione, come pure per la spinta ricevuta dall'induttore, si era introdotta nel coibente stesso, lo che si oppone a quello che asserisce il Belli.

La costruzione di un piano di prova non condensante deve consistere:

1.° In un dischetto metallico dorato sottilissimo, e di un diametro non maggiore di 5^{mm}, connesso mediante cera di spagna, o gomma lacca, ad un'asticella puntaguta di vetro, verniciato col medesimo coibente in tutta la sua lunghezza. Sarà meglio che l'asticella sia un filo di vetro tirato alla lampada, e ridotto sottile come un capello. Questo piano di prova deve essere applicato in guisa sul cilindro indotto, che il suo disco metallico si trovi con una delle sue superficie a contatto con quella del cilindro, e che questo contatto duri circa un paio di secondi. Giova inoltre che il contatto medesimo ad un tempo succeda pure sulla superficie dell'indotto, tanto per parte del dischetto metallico, quanto per parte del coibente, che connette quel dischetto all'estremo puntaguto della asticella di vetro verniciata. Fa d'uopo inoltre che, per mezzo di un conveniente riscaldamento, questo piano di prova sia ridotto il più possibile privo di umidità, e dicasi altrettanto dell'indotto, e dell'inducente. Inoltre si dovrà procurare, che questi due corpi sieno totalmente privi di polvere, ed ancora che l'indotto sia sostenuto da fili di seta sottilissimi, e verniciati. La sospensione dell'indotto, mediante fili di seta sottilissimi e verniciati, dev'essere tale, da impedire ogni oscillazione per parte dell'indotto stesso; poichè variando le distanze per queste oscillazioni fra l'indotto e l'inducente, potrebbe avvenire che il piccolo piano di prova manifestasse, in qualche caso, la indotta di prima specie, non già quella di seconda, come la vera teorica della elettrostatica induzione prescrive. Le indicate oscillazioni allontanando l'indotto dall'inducente, fanno liberare in questo parte dell'indotta di prima specie, la quale viene raccolta dal piano di prova. Similmente quando si applica il piano di prova sull'indotto, si allontana esso un poco, senza volerlo, e senza accorgersene, dall'inducente, lo che produce ancora la libertà di una parte della indotta di prima specie; lo che non avverrebbe se i fili di seta che sostengono isolato l'indotto medesimo, impedissero del tutto questi movimenti. Ecco un'altra causa perturbatrice della semplice induzione, da doversi aggiungere alle altre da me indicate nella Memoria che ha per titolo: *La costruzione, la proprietà e le applicazioni di un elettrostatico inducente costante.*

Per impedire i riferiti movimenti dell'indotto, isolato con fili di seta sottilissimi e verniciati, fa d'uopo che questi sieno tesi e corti abastanza, e che l'indotto sia

pesante, oltre ad essere i fili, per mezzo di vite, tesi a sufficienza. Fa d'uopo inoltre che fra l'indotto e l'inducente s'interponga una lastra metallica non isolata, la quale impedisca l'induzione sull'indotto, fin tanto che questo sia senza verun movimento. Allora si allontani questa lastra, e si vedrà, per mezzo del *piccolissimo* piano di prova di qualunque forma, che l'indotto per tutto possiede la indotta di seconda specie, e che la linea neutra non esiste manifesta sul medesimo, contro ciò che si crede falsamente dalla teorica comunemente adottata, per la elettrostatica induzione.

Finalmente dovrà procurarsi che l'aria della camera, in cui si sperimenta, sia nello stato di siccità la maggiore possibile, la quale si otterrà mediante un calorifero posto nella camera in cui si sperimenta, e scegliendo per queste sperienze una giornata sufficientemente priva di vapore acquoso, tenendo la sorgente della elettricità, per caricare l'induttore, in una camera divisa da quella in cui si sperimenta.

Con queste cautele, applicando il piano di prova non condensante su qualunque punto dell'indotto isolato, compreso l'estremo suo che più avvicinasi all'inducente, si troverà per tutto la indotta di seconda specie, e non si avrà manifestazione veruna di linea neutra.

Termineremo questa breve Nota con osservare, che la manifestazione di elettricità fornita dai due piani di prova, uno *condensante piccolissimo*, l'altro pure piccolissimo, come lo abbiamo descritto, ma *non condensante*, risultando essere sempre della stessa natura, quando ciascuno di questi due piccolissimi piani di prova si applichi sull'estremo dell'indotto isolato, che più trovasi vicino all'inducente; dovremo conchiudere che il nostro piano di prova *condensante* manifesta la elettricità che trovasi sull'estremo indicato, e che la pretesa inversione, attribuita senza fondamento dal chr. Pisati al mio piano di prova condensatore, contro la teorica di Melloni da me dimostrata vera, sulla elettrostatica induzione, non ha valore alcuno, come vedremo con maggiore sviluppo in altra mia comunicazione.

APPENDICE

Torniamo sulla objezione del prof. Righi alla teorica di Melloni per la elettrostatica induzione, alla quale fu vittoriosamente risposto dal sig.r Francesco Paparozzi. (V. Atti della R. Accademia dei Lincei, t. 3°, serie 2a, seduta del 4 giugno 1876).

La objezione medesima consisteva in ciò. Dice il Righi, si verifica molto spesso che la elettricità risultante sopra un cilindro indotto ed isolato, sottratto alla induzione, sia eteronima alla inducente, perchè la elettricità omonima, o di seconda specie, penetra nel sostegno di vetro verniciato, ed in tal modo diminuendo la sua quantità, cioè la quantità della indotta di seconda specie sul cilindro indotto, ne segue che, sottratto questo alla induzione, rimane sul medesimo un residuo della indotta di prima specie. A conferma di questa objezione il ch. Righi dice, che sostenendo l'indotto con fili sottilissimi di seta, questo fatto più non si verifica, poichè manca in tal caso quella dispersione parziale della indotta di seconda specie, per la mancanza della introduzione sua nel sostegno coibente.

Fu dimostrato nella risposta dal nominato sig.r ingegnere Paparozzi, che questo fatto relativo alla sospensione dell'indotto, mediante fili sottilissimi di seta, era falsamente asserito, e che anche in questo caso la sperienza è in favore della teorica di Melloni. Ora in ciò, colla seguente osservazione, troviamo un altro argomento dedotto dalla riferita introduzione, per confermare la teorica di Melloni. Si ammetta che la indotta di seconda specie, per essere libera, penetri nel sostegno coibente dell'indotto, e per conseguenza sull'indotto isolato se ne trovi meno di questa, che di quella di prima specie; dovrebbe avvenire in tal caso, che applicando un piano di prova sull'estremo dell'indotto, che all'inducente più si avvicina, questo manifestasse la indotta di prima specie, la quale, in maggior copia dell' altra, trovasi sull'estremo indicato. Tuttavia non ostante questa benchè grande diversità di cariche possedute dall'indotto, il piano di prova piccolissimo manifesta in ogni caso la *sola* indotta di seconda specie, per la ragione che unicamente questa è libera sull'indotto. Inoltre siccome il piano di prova manifesta la indotta di seconda specie *in qualunque punto* dell'indotto, se ne conclude, che la pretesa manifestazione di linea neutra sull' indotto stesso, non è altro fuorchè una immaginazione comoda per coloro che ammettono falsamente la tensione in ambedue le indotte, le quali per essi, contro la sperienza, esisterebbero separate da siffatta linea sull'indotto.

Ricerche sperimentali sulla tenacità dei metalli a diverse temperature.
I. Del rame e dell'acciajo per G. PISATI e C. SAPORITO.
II. Dell'ottone e dell'alluminio per G. PISATI e S. SCICHILONE.
Note presentate dal Socio BLASERNA
nella seduta del 4 marzo 1877.

I.

Abbiamo operato su un filo di rame crudo, e su parecchi altri di rame e d'acciajo ricotti in presenza di anidride carbonica secca; ed abbiamo usato l'apparecchio ed il metodo descritto nella nostra precedente Memoria *sulla tenacità del ferro* (1): se non che per determinare meglio la lunghezza iniziale e la finale, mediante un mastice abbiamo segnato, sulla porzione del filo compresa fra gli uncini, due punti distanti 100 millimetri l'un dall'altro, e fatta l'esperienza si è misurata la lunghezza finale del filo rotto partendo dai due punti precedentemente segnati.

Sperienze con un filo di rame crudo.

Il filo adoperato aveva alla temperatura di 19^0 il peso specifico di 8,8234; e la lungezza d'un metro a 0^0 pesava gr. 1,0093.

In tutte le sperienze la rottura avvenne sempre presso uno dei contatti del filo cogli uncini e l'allungamento fu incerto e debolissimo: non ha mai superato $^1/_{100}$ della lunghezza iniziale.

I risultati delle sperienze sono raccolti nel seguente quadro.

Filo di rame crudo

Temperatura t	Coefficiente d'allungamento λ	Modulo di tenacità (dall'esperienza) T	Modulo di tenacità (dalla curva) T'	Differenza $T - T'$
18°	0,003	4961	4900	+ 61
50	0,008	4765	4785	— 20
100	0,005	4614	4605	+ 9
150	0,004	4321	4390	— 69
100	0,003	4133	4130	+ 3
250	0,007	3798	3780	+ 18
300	0,010	3131	3130	+ 1

I numeri della 4^a colonna furono desunti da una curva passante tra i punti aventi per ascisse le temperature e per ordinate i rispettivi valori della 3^a colonna. È facile vedere che tra i valori del modulo trovati direttamente coll' esperienza e

(1) V. Memorie della Società Italiana delle Scienze; serie III, tomo II.

quelli tolti dalla curva vi ha sufficiente concordanza: la differenza maggiore si presenta alla temperatura di 150⁰ e raggiunge appena $^1/_{63}$ della grandezza del modulo.

Volendo il valore della tenacità riferita alla sezione di un millimetro quadrato, basta moltiplicare il modulo pel peso specifico. Così facendo si trova che alla temperatura ordinaria la tenacità è espressa dal valore di chilogr. 43,76. Baudrimont pel rame crudo aveva trovato chilogr. 45,21 e Wertheim chilogr. 40,30.

Sperienze con fili di rame ricotto.

Si adoperarono cinque fili che furono ricotti fino al rosso ciliegia entro una canna di ferro che veniva scaldata per mezzo d'un fornello a gaz, mentre si faceva passare per essa una corrente d'anidride carbonica secca. Il peso specifico medio dei fili ricotti si trovò di 8,7664 alla temperatura di 21⁰, ed i pesi d'un metro di filo a 0⁰ erano questi:

Filo N.° 1 . . . . gr. 1,042
» N.° 2 . . . . » 1,054
» N.° 3 . . . . » 1,976
» N.° 4 . . . . » 2,761
» N.° 5 . . . . » 2,443

I risultati delle sperienze sono raccolti nei quadri seguenti.

Temperatura	*Filo di rame ricotto N.° 1*		*Filo di rame ricotto N.° 2*	
	Modulo di tenacità	Coefficiente d'allungamento	Modulo di tenacità	Coefficiente d'allungamento
t	T	λ	T	λ
20°	2877	0,301	2870	0,279
50	2748	0,301	2744	0,296
100	2551	0,305	2518	0,254
150	2364	0,280	2351	0,263
200	2216	0,302	2188	0,300
250	2019	0,273	2027	0,310
300	1973	0,263	1814	0,184 ?

t	*Filo ricotto N.° 3*		*Filo ricotto N.° 4*	
	T	λ	T	λ
20°	2928	0,254	2915	0,259
50	2792	0,270	2757	0,259
100	2628	0,289	2612	0,261
150	2464	0,326	2437	0,263
200	2238	0,327	2232	0,334
250	2111	0,344	2085	0,337
300	1905	0,311	1837	0,360

Filo ricotto N.° 5

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
23°	2819	0,233	170°	2242	0,255
35	2714	0,227	180	2186	0,269
50	2682	0,225	190	2169	0,288
60	2671	0,269	200	2122	0,269
70	2589	0,183	210	2095	0,250
80	2572	0,226	220	2065	0,265
90	2551	0,239	230	2011	0,262
100	2484	0,227	240	1992	0,272
110	2462	0,278	250	1966	0,257
120	2423	0,248	260	1911	0,276
130	2391	0,275	270	1845	0,249
140	2349	0,238	280	1832	0,260
150	2307	0,245	290	1758	0,245
160	2293	0,252	300	1720	0,262

In totale si ruppero circa 600 pezzi di filo. Ad ognuna delle temperature indicate e per ciascun filo si fecero dieci sperienze, le quali, fatta eccezione di ciò che riguarda l'allungamento, fornirono risultati molti concordanti fra loro: le medie di questi risultati sono appunto i valori riferiti nei quadri precedenti.

L'allungamento del filo fu spesso accompagnato da torsione, e nelle sperienze da 130° a 200° si presentò con qualche discontinuità: alle altre temperature invece fu sempre continuo. Riguardo poi alla grandezza dell'allungamento nelle sperienze fatte anche con uno stesso filo e ad una stessa temperatura si ebbero valori differentissimi: ad esempio nei dieci pezzi del filo N.° 5 rotti a 260° l'allungamento variò fra 19 e 37 millimetri; e variazioni analoghe, sebbene un po' meno grandi, si presentarono alle altre temperature e cogli altri fili. Non abbiamo potuto trovare la causa di così forti variazioni, epperò ci asteniamo dall'enunciare qualsiasi legge relativa al coefficiente d'allungamento: tuttavia, tenendo conto in ispecie delle numerose sperienze fatte col filo N.° 5, si potrebbe affermare che questo coefficiente cresce di poco col crescere della temperatura e che in media esso è uguale a 0,250 circa.

Se per ciascun filo si costruiscono i punti aventi per ascisse i valori di t e per ordinate i corrispondenti di T, si trova che l'andamento del modulo in ogni filo è

rappresentato abbastanza bene da una linea retta; sicchè nei limiti delle nostre sperienze si può stabilire la seguente legge:

a) *Nei fili di rame ricotto il modulo di tenacità decresce uniformemente col crescere della temperatura.*

Se questa legge valesse anche per le temperature superiori a 300°, il modulo di tenacità nei nostri cinque fili ricotti raggiungerebbe il valore zero alle seguenti temperature:

nel filo N.° 1	a	815°
» N.° 2	»	784
» N.° 3	»	852
» N.° 4	»	792
» N.° 5	»	770
	media	803.

Dalla ispezione dei quadri precedenti è facile scorgere che il modulo di tenacità ad una data temperatura è poco differente pei cinque fili, sebbene questi abbiano per ogni metro di lunghezza pesi molto diversi. Le piccole differenze che si presentano tra i valori del modulo ad una stessa temperatura dipendono forse dal grado di ricuocimento, che senza dubbio non sarà stato lo stesso per tutti i fili. Pertanto, almeno entro i limiti delle nostre sperienze, si può stabilire anche quest'altra legge:

b) *Nei fili di rame ricotto il modulo di tenacità a qualsiasi temperatura è indipendente dal diametro dei fili* [1].

Per determinare definitivamente il valore del modulo di tenacità alle diverse temperature, abbiamo formato le medie dei nostri valori trovati per diversi fili a ciascuna delle temperature seguenti: 20°, 50°, 100°, 150°, 200°, 250°, e 300°. Indi costruiti i punti aventi per ascisse queste medesime temperature e per ordinate le corrispondenti medie dei valori del modulo, abbiamo trovato che siffatti punti si adattano molto bene ad una linea retta, avente per equazione

$$T' = 2940 - 3{,}69 . t$$

Se questa relazione sussistesse anche per le temperature superiori a 300°, il valore del modulo diverrebbe nullo a circa 797°.

Nel quadro seguente la 2ª colonna contiene i valori del modulo calcolati secondo la precedente relazione; la 3ª colonna contiene le medie dei valori trovati pei diversi fili ad una stessa temperatura; la 4ª dà le differenze tra i numeri della 2ª ed i corrispondenti della 3ª; ed infine la 5ª colonna contiene il valore della tenacità riferito alla sezione di un millimetro quadrato.

(1) Questa legge ordinariamente è ammessa per tutti i metalli: le nostre sperienze però dimostrano ch'essa non è applicabile nè al ferro nè all'acciajo ricotti.

Tenacità del rame ricotto

Temperatura t	Modulo di tenacità		Differenza $T' - T$	Tenacità per la sezione di 1 millim. quad.
	calcolato T'	osservato T		
0°	2940	....	....	chilogr. 25,80
20	2866	2884	— 18	25,12
50	2755	2745	+ 10	24,12
100	2571	2559	+ 12	22,45
150	2386	2385	+ 1	20,77
200	2202	2199	+ 3	19,11
250	2017	2042	— 25	17,45
300	1833	1819	+ 14	15,82

La maggiore differenza tra i valori calcolati e le medie di quelli osservati si presenta a 250° e non supera $^1/_{80}$ della grandezza del modulo.

I numeri della 5ª colonna furono ottenuti moltiplicando quelli della 2ª pel peso specifico del rame ricotto: essi permettono di comparare i nostri risultati con quelli ottenuti da altri sperimentatori.

Com'è noto la tenacità del rame ricotto era già stata misurata da Wertheim alla temperatura ordinaria ed a 100°, e da Baudrimont a 0°, a 100° ed a 200°.

Wertheim per la tenacità riferita alla sezione di un millimetro quadrato aveva ottenuto questi valori:

a 15° — 20° . . . . chilogr. 30,54
a 100° . . . . » 22,10;

e Baudrimont questi altri:

a 0° . . . . chilogr. 25,10
a 100° . . . . » 21,87
a 200° . . . . » 18,21

I valori ottenuti da Baudrimont, e che sono i più attendibili [1], s'accordano abbastanza bene coi nostri: invece è evidentemente troppo forte il valore trovato da Wertheim alla temperatura ordinaria.

[1] Però anche le sperienze di Baudrimont furono troppo limitate e scarse: egli ruppe solamente due pezzi di filo a 0°, quattro pezzi a 100° e quattro a 200°; cioè in tutto dieci pezzi di filo. Noi ne rompemmo circa 600.

Sperienze con fili d'acciajo ricotto.

I fili d'acciajo furono ricotti fino al rosso ciliegia in presenza di anidride carbonica secca: il loro peso specifico si trovò di 7,6382 alla temperatura di 24°.

Abbiamo operato con cinque fili di differente diametro: ecco il peso d'un metro di ciascuno.

Filo N.° 1	gr.	0,470
» N.° 2	»	0,583
» N.° 3	»	1,019
» N.° 4	»	1,448
» N.° 5	»	1,494

Procedendo sempre col solito metodo, abbiamo rotto circa 900 pezzi di filo ed abbiamo ottenuto i risultati raccolti nei seguenti quadri.

Filo N.° 1

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
26°, 5	6164	0,250	170°	5847	0,076
30	6127	0,235	180	5855	0,076
50	5956	0,255	190	5830	0,070
75	5892	0,224	200	5885	0,078
100	5771	0,110	215	6435	0,080
125	5830	0,088	225	6720	0,103
130	5986	0,077	250	7097	0,124
140	6049	0,078	275	7266	0,141
150	5949	0,063	300	7069	0,179
160	5850	0,077			

L'allungamento del filo incominciò ad essere discontinuo alla temperatura di 100° e si mantenne tale fino a 250°: alla temperatura di 275° ritornò ad essere continuo.

Filo N.° 2

t	T	λ	t	T	λ
27°	6369	0,244	160°	6012	0,085
30	6301	0,229	175	5921	0,079
40	6265	0,237	180	5994	0,076
50	6184	0,239	190	5978	0,075
75	5908	0,248	200	5933	0,073
100	5909	0,117	215	6262	0,076
120	5953	0,105	225	6509	0,078
125	5869	0,109	250	6891	0,148
140	5878	0,088	275	7126	0,176
150	5903	0,098	300	7139	0,193

L'allungamento del filo divenne discontinuo alla temperatura di 100° e ritornò ad essere continuo a 275°.

Filo N.° 3

t	T	λ	t	T	λ
26°	8379	0,164	170°	7644	0,085
30	8226	0,193	175	7533	0,077
40	8210	0,136	190	7676	0,071
50	8108	0,162	200	7612	0,077
75	7912	0,167	215	8102	0,096
100	7692	0,101	225	8274	0,090
120	7594	0,098	250	8692	0,110
125	7705	0,099	275	8941	0,151
140	7681	0,083	300	9011	0,196
150	7663	0,090			

L' allungamento del filo incominciò a divenire discontinuo a 100° e ritornò continuo a 250°.

Filo N.° 4

t	T	λ	t	T	λ
26°	8135	0,187	170°	7584	0,073
40	8077	0,183	180	7664	0,062
50	8001	0,178	190	7631	0,053
60	8074	0,185	200	8174	0,086
70	7852	0,179	210	8166	0,093
80	7782	0,179	220	8318	0,075
90	7671	0,105	230	8579	0,101
100	7691	0,097	240	8751	0,101
110	7743	0,094	250	8819	0,083
120	7727	0,078	260	8963	0,114
130	7701	0,085	270	9083	0,135
140	7673	0,083	280	9071	0,136
150	7608	0,077	290	8991	0,127
160	7709	0,076	300	9168	0,179

L'allungamento fu sempre discontinuo da 80° fino a 300°.

Filo N.° 5

t	T	λ	t	T	λ
16°	9065	0,150	200°	8529	0,069
30	8907	0,157	215	8575	0,092
50	8692	0,146	230	9140	0,062
65	8762	0,146	235	9495	0,120
80	8507	0,131	245	9697	0,079
100	8498	0,099	250	9785	0,085
120	8742	0,107	260	9808	0,063
135	8655	0,089	270	9918	0,114
150	8556	0,076	280	10140	0,093
165	8558	0,087	290	10049	0,110
180	8407	0,116	300	10182	0,136

L'allungamento del filo fu sempre discontinuo.

Ciascuno dei valori di T e di λ raccolti nei quadri precedenti è la media di otto sperienze almeno. Per uno stesso filo e ad una stessa temperatura si trovò in generale che gli allungamenti osservati presentavano fra loro delle differenze un

po' notevoli (specialmente pel filo N.° 5), non però così forti come si ebbero pel filo di rame; invece i pesi necessarî a produrre la rottura del filo si trovarono molto concordanti fra loro: la differenza tra i valori medî e gli estremi di rado ha raggiunto $^1/_{36}$ del peso medio, e di solito oscillava attorno ad $^1/_{60}$ del medesimo.

Prendendo i valori di t sulle ascisse e quelli di T sulle ordinate, si sono costruiti i punti tra i quali si fecero passare le curve N.° 1, N.° 2, ... , N.° 5, che rappresentano l'andamento del modulo di tenacità rispettivamente nei fili N.° 1, N.° 2, . . . N.° 5. E similmente prendendo ancora i valori di t sulle ascisse e quelli di λ sulle ordinate si sono tracciate le altre cinque curve riguardanti il coefficiente d'allungamento. Queste curve mostrano che il modulo di tenacità ed il coefficiente d'allungamento col crescere della temperatura si presentano quasi collo stesso andamento per tutti e cinque i fili pei quali abbiamo sperimentato: andamento che procede in modo molto anomalo e che offre non poche analogie con quello del ferro ricotto.

Le nostre sperienze mettono in piena evidenza che la tenacità dell'acciajo ricotto, incominciando dalla temperatura ordinaria decresce coll'elevarsi della temperatura; raggiunge un primo minimo verso 100°; indi aumenta sensibilmente fino a toccare un piccolo massimo; di poi diminuisce ancora e presenta un secondo minimo verso 180 — 190°; in seguito ritorna a crescere in modo assai rapido, sicchè ben presto, a circa 225°, supera il valore che presentava alla temperatura ordinaria.

Inoltre è facile scorgere che il filo N.° 1 offre il suo più grande massimo di tenacità a circa 275°; e dal modo secondo cui procedono le curve degli altri fili si potrebbe inferire che la temperatura di questo grande massimo pel filo N.° 2 è vicina a 300°, e per gli altri fili è superiore a questa ed in generale sembra essere tanto più elevata quant'è più grosso il filo.

Infine dalle nostre ricerche risulta che il modulo di tenacità invece di essere indipendente dal diametro del filo, o di essere alquanto più forte nei fili sottili, a cagione della maggiore influenza dello strato superficiale, si presenta maggiore nei fili più grossi. Nel quadro seguente sono raccolti i risultati delle determinazioni fatte alla temperatura di 30°.

	Modulo di tenacità		Tenacità per la sezione di un millim. quad.	
Filo N.° 1 . .	metri	6127 . . .	chilogr.	46,60
» N.° 2 . .	»	6301	»	48,13
» N.° 3 . .	»	8226	»	62,65
» N.° 4 . .	»	8120	»	61,88
» N.° 5 . .	»	8907	»	68,00

Le differenze sono troppo forti per potersi attribuire ad errori d'osservazione; e nemmeno si possono ascrivere ad un diverso grado di ricuocimento dei fili, perocchè i primi tre fili furono ricotti tutti insieme in una stessa operazione. Invece sembra probabile che nell'atto del ricuocimento lo strato superficiale di ciascun filo abbia sofferto una leggera disacciajzzazione che l'ha reso meno tenace.

Anche Wertheim ha trovato che la tenacità in un filo d'acciajo ricotto presenta col crescere della temperatura una notevole anomalia. Ecco i risultati che egli ottenne.

Temperatura		Tenacità dell'acciajo ricotto
15° — 20°	. . . .	chilogr. 53,90
100°	. . . .	» 59,10
200°	. . . .	» 50,90

Pertanto secondo Wertheim, la tenacità a 100° sarebbe maggiore che alla temperatura ordinaria; invece nelle nostre sperienze abbiamo sempre trovato verso 100° un minimo. Questa notevole divergenza si deve o ad un diverso grado di ricuocimento od alla diversa qualità dell'acciajo.

II.

Sperienze con fili d'ottone ricotto.

Abbiamo operato con tre fili di differente diametro: si sono tagliati circa 80 metri di ciascuno e si sono ricotti tutti insieme entro la solita canna di ferro, in presenza di anidride carbonica secca. Il peso specifico medio dei tre fili si trovò di 8,4659 a 18° e l'analisi chimica fatta dal Sig. G. Mazzara ha fornito questi risultati:

Rame	66,58	per 100
Zinco	32,41	»
Piombo, Stagno e perdite	1,01	»
	100,00	

I pesi d'un metro di filo a 0° erano i seguenti:

Filo N.° 1	gr.	0,442
» N.° 2	»	0,910
» N.° 3	»	2,605

Nei quadri che seguono sono raccolti i risultati delle nostre sperienze.

Filo N.° 1

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
17°, 5	4610	0,290	180°	4223	0,242
40	4442	0,268	190	4314	0,254
60	4342	0,266	200	4249	0,265
80	4257	0,237	210	4141	0,237
100	4202	0,237	220	4060	0,257
110	4212	0,226	230	3907	0,240
120	4254	0,238	240	3948	0,236
130	4309	0,236	250	3628	0,227
140	4131	0,247	260	3652	0,181
150	4172	0,235	280	3251	0,136
160	4119	0,252	300	2888	0,093
170	4140	0,241			

Filo N.° 2

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
17°,5	4612	0,329	150°	4177	0,260
40	4549	0,350	160	4183	0,298
60	4422	0,342	170	4160	0,300
70	4509	0,340	180	3900	0,326
80	4416	0,313	190	4066	0,340
90	4538	0,320	200	3861	0,362
100	4396	0,317	220	3718	0,352
110	4479	0,358	240	3562	0,314
120	4170	0,302	260	3303	0,231
130	4335	0,325	280	3120	0,200
140	3985	0,308	300	2877	0,123

Filo N.° 3

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
17,° 5	4425	0,330	180°	3838	0,308
40	4271	0,275	190	3833	0,256
60	4237	0,290	200	3772	0,271
70	4113	0,265	210	3646	0,220
80	4149	0,270	220	3327	0,202
90	4122	0,251	230	2898	0,116
100	4130	0,280	240	2854	0,119
110	4059	0,300	250	2776	0,098
120	4048	0,258	260	2634	0,134
140	3985	0,264	280	2288	0,090
160	3926	0,276	300	1744	0,028
170	3942	0,266			

Si sono rotti più di 600 pezzi di filo. Nelle sperienze fatte ad una stessa temperatura e con uno stesso filo le differenze tra il valore medio ed i valori estremi,

nella maggior parte dei casi non superò $^1/_{40}$, qualche rara volta raggiunse $^1/_{12}$ ed in media fu $^1/_{30}$ del valore medio del modulo. Minore concordanza si ebbe a notare tra gli allungamenti: la differenza tra il medio e gli estremi osservati ad una stessa temperatura fu nella maggior parte de' casi di $^1/_{11}$, quattro sole volte fu di $^1/_3$ ed in media fu di $^1/_7$ dell'allungamento medio.

In generale il modulo diminuisce coll'elevarsi della temperatura: però nel filo N.° 1 offre un piccolo massimo verso 190° e nel N.° 2 si mantiene all'incirca costante da 40° a 110° e da 120° a 190°. Del resto i valori trovati pei fili N.° 1 e N.° 2 sono poco differenti tra loro e sono più forti di quelli del N.° 3 specialmente per le temperature superiori a 200°.

L'allungamento avvenne sempre in modo discontinuo per tutti i fili: la rottura nei pezzi del N.° 3 ebbe luogo il più delle volte presso uno dei contatti cogli uncini, mentre per gli altri fili ciò accadde un po' frequentemente solo alle temperature inferiori a 200°. Il rompersi dei fili presso i contatti è la causa principale delle grandi differenze che si notano negli allungamenti, ed ha qualche influenza anche sui valori del modulo. Gli è perciò che ci asteniamo dall'insistere sui risultati offerti in particolare dai singoli fili e diamo invece nel seguente quadro (2ª e 3ª colonna) le medie del modulo e del coefficiente d'allungamento risultanti dalle sperienze con tutti e tre i fili.

Tenacità dell'ottone ricotto

Temperatura t	Coefficiente d'allungamento λ	Modulo di tenacità osservato T	Modulo di tenacità calcolato T'	Diff.ª $T - T'$
17,° 5	0,316	4549	4495	+ 54
40	0,295	4420	4424	— 4
60	0,299	4333	4361	— 28
80	0,273	4274	4298	— 24
100	0,278	4253	4235	+ 18
120	0,266	4166	4172	— 6
140	0,273	4034	4109	— 75
160	0,275	4076	4046	+ 30
180	0,292	3987	3983	+ 4
200	0,299	3961	3920	+ 41
220	0,270	3702	3718	— 16
240	0,223	3402	3426	— 24
260	0,182	3196	3134	+ 62
280	0,142	2866	2842	+ 44
300	0,081	2503	2550	— 47

I valori della 4ª colonna furono calcolati mediante la formol

$$T' = 4550 - 3{,}15 . t$$

per le temperature da 0° a 200°; e mediante la formola

$$T' = 6930 - 14{,}6 . t$$

per le temperature da 220° a 300°.

La maggiore differenza tra i valori calcolati e le medie degli osservati si presenta a 140° ed è appena $^1/_{63}$ del valore del modulo.

Coi valori di λ e di T medî di tutte le sperienze si sono costruite le linee (v. la Tavola) che rappresentano il modo secondo cui procedono il coefficiente d'allungamento ed il modulo di tenacità coll'elevarsi della temperatura. È facile vedere che la linea del modulo è formata da due rette che dovrebbero raccordarsi tra 190° e 210°; e che la linea del coefficiente d'allungamento offre un piccolo massimo verso 190°.

Speıienze con fili d'alluminio ricotto

Anche per l'alluminio abbiamo operato con tre fili di differente diametro, ricotti tutti insieme e come al solito in presenza di anidride carbonica secca. Il peso specifico medio si trovò di 2,7368 alla temperatura di 13°, 5.

I pesi d'un metro di filo a 0° erano questi:

Filo N.° 1 . . . . gr. 0,4176
» N.° 2 . . . . » 0,4560
» N.° 3 . . . . » 0,6914

I risultati delle sperienze sono raccolti nei quadri seguenti.

Filo N.° 1

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
12°	5225	0,117	180°	3362	0,185
40	4966	0,088	200	3030	0,259
60	4887	0,103	220	2871	0,238
80	4672	0,120	240	2656	0,333
100	4374	0,105	260	2252	0,302
120	4182	0,156	280	2252	0,341
140	3870	0,175	300	1910	0,326
160	3637	0,168			

Filo N.° 2

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
12°	5245	0,130	180°	3330	0,170
40	4954	0,115	200	3154	0,261
60	4834	0,119	220	2898	0,289
80	4689	0,120	240	2609	0,270
100	4371	0,149	260	2292	0,270
120	4125	0,152	280	2228	0,390
140	3861	0,169	300	1900	0,348
160	3610	0,149			

Filo N° 3.

Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ	Temperatura t	Modulo di tenacità T	Coefficiente d'allungamento λ
12°	4664	0,117	180°	2976	0,166
40	4382	0,101	200	2867	0,253
60	4431	0,119	220	2663	0,233
80	4164	0,141	240	2515	0,242
100	3892	0,123	260	2161	0,260
120	3868	0,155	280	2015	0,300
140	3527	0,140	300	1637	0,217
160	3310	0,184			

Si ruppero in tutto circa 200 pezzi di filo. Nelle varie sperienze fatte con uno stesso filo e ad una stessa temperatura si ebbero risultati molto concordanti fra loro: la maggior differenza tra i pesi producenti la rottura ed il loro valore medio fu in generale di circa $^1/_{40}$ di questo stesso valore; solamente in rari casi siffatta differenza si trovò di circa $^1/_{22}$. Minore concordanza si ebbe invece ad osservare tra gli allungamenti nelle sperienze ad alta temperatura, i quali allungamenti in qualche caso presentarono rispetto al valore medio differenze toccanti persino $^1/_5$ del valore medesimo.

Il modulo di tenacità del filo più grosso è notevolmente minore di quello degli altri fili. Invece il coefficiente d' allungamento procede per tutti e tre i fili molto

prossimamente nell' identico modo: esso offre verso 40⁰ un piccolo minimo; verso 200⁰ un incremento molto forte, e verso 280⁰ molto probabilmente un massimo (v. la Tavola). Del resto l'allungamento per ciascun filo fu continuo a tutte le temperature.

Le medie dei moduli di tenacità a diverse temperature pei fili N.° 1 e N.° 2 sono molto bene rappresentate dalle equazioni seguenti:

$$T = 5320 - 6{,}4 . t. - 0{,}032 . t^2$$

che vale per le temperature da 0^0 a 100^0; e

$$T = 5590 - 12{,}3 . t$$

che vale per le temperature da 100^0 a 300^0.

Invece pel filo N.° 3 per tutte le temperature da 0^0 a 300^0, si ha l'equazione

$$T = 4800 - 7{,}313 . t - 0{,}0108 . t^2$$

Ed infine, le medie dei risultati forniti da tutti e tre i fili sono raccolti nella 2ª e 3ª colonna del quadro seguente.

Tenacità dell'alluminio ricotto

Temperatura t	Coefficiente d'allungamento λ	Modulo di tenacità osservato T	Modulo di tenacità calcolato T'	Diff.ª $T - T'$
12°	0,121	5045	5020	+ 25
40	0,101	4767	4837	— 70
60	0,114	4717	4671	+ 46
80	0,127	4508	4476	+ 32
100	0,126	4212	4250	— 38
120	0,154	4058	4008	+ 50
140	0,161	3753	3765	— 12
160	0,167	3519	3522	— 3
180	0,174	3223	3279	— 56
200	0,258	3017	3036	— 19
220	0,253	2811	2793	+ 18
240	0,282	2593	2550	+ 43
260	0,277	2235	2307	— 72
280	0,344	2165	2064	+101
300	0,297	1816	1821	— 5

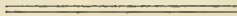
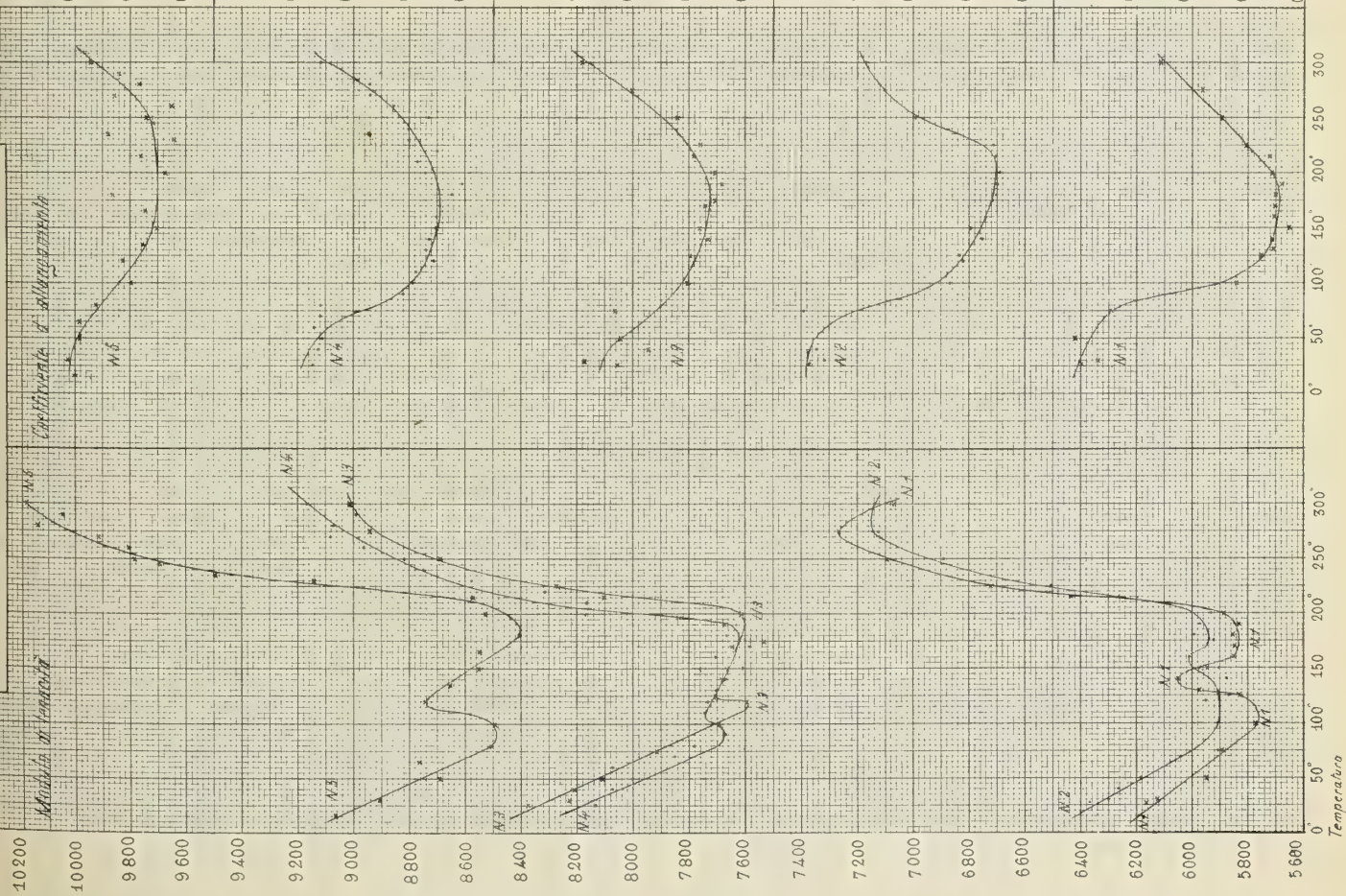
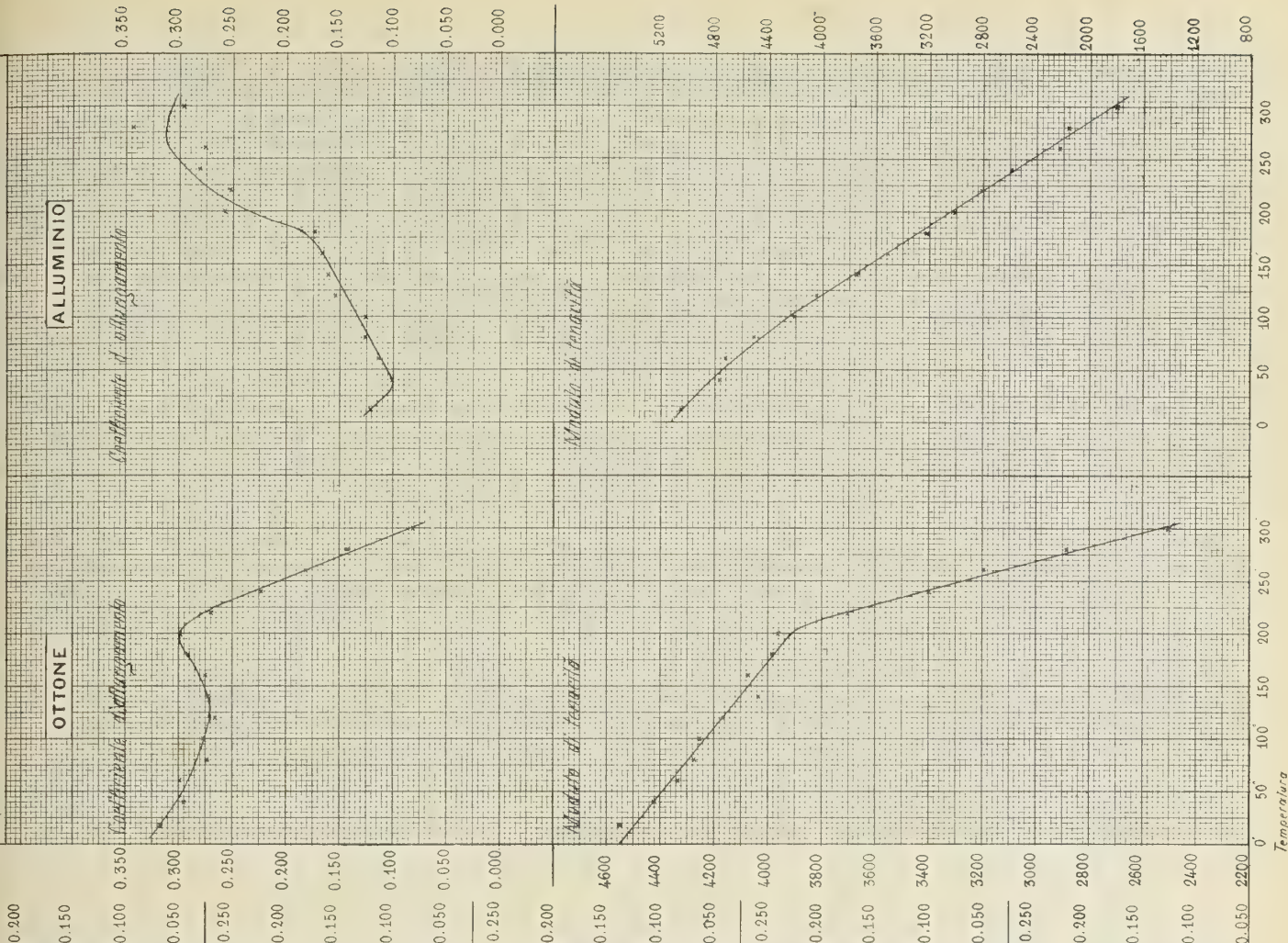
I valori della 4ª colonna furono calcolati mediante la formola

$$T' = 5080 - 4{,}58 . t - 0{,}0372 . t^2$$

per le temperature da 0^0 a 100^0; e mediante la

$$T' = 5466 - 12{,}15 . t$$

per le temperature da 100^0 a 300^0.

È facile vedere che i valori così calcolati si accordano soddisfacentemente bene colle medie di quelli osservati.

Studî geologici sul gruppo del Gran Paradiso
del dott. M. BARETTI.
Memoria presentata dai Socî SELLA e STRÜVER
nella seduta del 7 gennajo 1877.

INTRODUZIONE

Le Alpi. — Lunga, non interrotta falange di giganti di pietra fa barriera a ponente ed a tramontana alla superiore Italia, parte dell'immensa ossatura della nostra Europa, la catena delle Alpi. Fulgide le fronti per diademi di ghiaccio, con profili arditi ed aspramente spiccanti sull'azzurro del cielo e sui fuochi del tramonto, coi fianchi selvaggi, aridi, vertiginosi d'infrante rupi, coi piedi rivestiti da pascoli, campi e foreste, poggianti sui fertili piani di Piemonte, Lombardia e Venezia, questi giganti, stretti come da indissolubile patto, in una fondendo le loro basi, stanno a formidabile difesa della nostra terra e proteggonla e da nemiche invasioni, e dal gelido soffio dei nordici venti, conservandole la indipendenza, il carattere nazionale, la ricchezza di luce, calore e fertilità, che ne fanno la patria dell'eterno sorriso de' cieli, della perenne primavera, della poesia, della musica.

Depressioni larghe e profonde solcano questa immensa e splendida cerchia, ad aprire amichevoli comunicazioni all'Italia colle finitime nazioni, mentre lunghe e strette valli, solcandone l'italico declivio, ne raggiungono gl'intimi meandri offrendo campo inesauribile e di studio e di meraviglia. Tema di stupendo poema sarebbe la descrizione delle innumere, svariate, grandiose, affascinanti bellezze delle Alpi nostre, ove in armonioso contrasto si fondono scene respiranti calma serena e soave con quadri terribili di selvaggia natura, l'esuberante vegetazione dei pascoli colla sterilità delle rupi e l'apparente regno di morte dei ghiacciai, il lene spirar della brezza che scherza tra i fiorellini della praterìa col lugúbre gemito del vento tra i giganti della foresta e col rabbioso ed intermittente scrosciar della bufèra sulle desolate cime, il grazioso folleggiare della rosea *Thycodroma* col maestoso e sovrano rotear dell'aquila.

E queste bellezze si vanno rivelando ogni giorno più di mano in mano che la falange degli alpinisti va conquistando all'Italia questa splendida e poco conosciuta sua regione, e prepara la via a più severa schiera, che, frugandone coscienziosamente gli ultimi e più reconditi penetrali, trarrà a luce nuovi ed importanti dati a tracciamento della storia della nostra terra.

Rivista degli studî geologici nelle Alpi Piemontesi. — Lungo sarebbe citare i nomi di tutti quei cultori delle geologiche discipline che dal Saussure in poi si diedero allo studio della costituzione delle Alpi, specialmente sul versante italiano.

E questa lista abbonda di nomi stranieri, ma a fianco di essi fanno bella mostra, per l'ultimo trentennio specialmente, molti nomi italiani, e ciò ci conforti a sperare che gli studî geologici, se ebbero presso di noi culla e sviluppo, e caddero poscia quasi in oblìo per le politiche condizioni del nostro paese, ora stiano per avviarsi verso un sicuro e possente risveglio, tale da guadagnare ciò che aveano perduto per lo addietro.

Limitandoci però alle provincie piemontesi dobbiamo citare i nomi del Sismonda, del Gastaldi, del Gerlach, del Sella, del Giordano, del Berutti, del Michelotti, del Bellardi, del Pareto, dello Strüver, fra quelli scienziati che più si distinsero nelle geologiche ricerche sulle Alpi nostre, che fanno cerchia agli antichi *Stati di terraferma del Re di Sardegna.*

Al Sismonda (Angelo) dobbiamo una carta geologica all' $\frac{1}{500,000}$ della Liguria, del Nizzardo, del Piemonte, della Savoia; se oggidì questa carta geologica non può più considerarsi all'altezza del progresso di tal genere di studî, non devesi però dimenticare che costituisce un rispettabilissimo documento di energia e di costanza in chi per lunga serie di anni percorse regioni selvaggie, pericolose e poco meno che ignote. Al Pareto si devono egregi studî sulla Liguria; al Michelotti, al Bellardi importantissime ricerche paleontologiche sui terreni fossiliferi piemontesi e del nizzardo. Una triade di esimi geologi, il Sella, il Gastaldi, il Berutti, tracciava la carta geologica del Biellese. Il Gerlach estendeva i suoi lavori geologici dal Vallese (Svizzera) al versante orientale alpino, nelle valli del Toce, della Sesia, della Dora Baltea; il Giordano studiava il gruppo dal Cervino al Rosa; lo Strüver coadiuvava i rilevamenti geologici alpini colle sue Memorie sui minerali e sulle roccie piemontesi. Ricordiamo ancora il Bruno (Luigi) d' Ivrea, cui si deve un coscienzioso studio del bacino morenico d' Ivrea, delle valli di Vico e Champorcher e dei monti che formano l' imbocco di Valle d'Aosta; il Bruno (Carlo) di Mondovì, che con grandissima attività si accinse allo studio geologico di parte delle Alpi Marittime; dobbiamo ancora citare il ginevrino Favre (Alfonso) per lo studio del gruppo del Monte Bianco.

Il decano però della geologia piemontese è il Gastaldi, ed occorre arrestarci alquanto sopra i suoi lavori geologici, non tanto per ripetere quegli elogi che meritamente ricevette il Gastaldi da tutto il mondo scientifico, quanto perchè detti lavori sono in intima correlazione cogli studî che fanno argomento di questa Memoria; non menzioneremo anzi che i principali tra quei lavori che riguardano puramente la geologia alpina, tralasciando quelli numerosissimi e sulla preistorica, e sulla paleontologia, e sui terreni terziarî, e sulle numerose quistioni sul periodo glaciale in Italia, questioni queste ultime che trovarono nel Gastaldi il primo, il più fervente, il più diligente cultore italiano. Siccome poi questi lavori geologici del Gastaldi progredirono, dal lato pratico, all' unissono con quelli i cui risultati sono riferiti nel presente lavoro, così noi crediamo utile di riunirli in un solo rapidissimo cenno storico.

Dal 1862 datano le nostre prime corse alpine, una delle quali venne eseguita in compagnia del comm. Capellini, professore di Geologia nella R. Università di Bologna, ove appunto si compievano i nostri studî nelle scienze naturali; questa prima campagna non ebbe altro effetto utile che quello di raffermarci nel desiderio di

coltivare più specialmente gli studî geologici pratici nella catena che divide il Piemonte propriamente detto dalla Valle d'Aosta, allora terreno pressochè vergine, non solo a scienziati, ma puranche ad alpinisti. Le campagne 1863 e 1864 furono occupate da escursioni in Val d'Orco, in Val d'Aosta, nelle Valli di Lanzo ed in Savoia; conviene dirlo, furono quasi infruttuose; il lavoro non ebbe una direzione severa, giacchè si basava sulla carta geologica del Sismonda, nella quale sgraziatamente e graniti, e serpentine, ed eufotidi, ed altre roccie a struttura cristallina erano considerate come eruttive. Il frutto però che ne ritraemmo non fu disprezzabile, giacchè consistè in primo luogo nello acquisto di una cognizione più esatta dell' andamento di quel gruppo di monti, poscia nelle osservazioni fatte sulla distribuzione di certe forme litologiche, e nell'accentuarsi del sospetto che convenisse abbandonare l'opinione della genesi eruttiva e dei graniti, e delle serpentine, e di altre roccie magnesiache, vedendo come lo esame locale conduceva invece molto facilmente e naturalmente a considerarle di origine sedimentaria. Nato questo sospetto appena non tardò a trasformarsi in opinione, e, subordinando a questa i lavori già eseguiti nel triennio 1862-1864 e quelli del biennio 1865-1866 nei bacini di Cogne e della Soana, il rilevamento geologico di quell' arduo gruppo ed estesissimo assunse un carattere di semplicità tanto confortante, quanto erano scoraggianti le indecisioni ed il dubbio che rendevano lenti ed imperfetti i precedenti lavori. Questo convincimento della origine sedimentaria di tutte le roccie di quei monti sorto dallo studio dell' eloquentissimo libro della natura, che non domanda altro, per essere compreso, che di esser letto senza prevenzioni, fu corroborato dalle parole del Capellini e dall'esame di alcuni campioni di diorite da esso portati dall'America, ove aveva trovato questa roccia in veri strati; più ancora poi dall' incoraggiamento avuto dal Gastaldi, giudice competentissimo in materia, a perseverare in quell'opinione, che era decisamente anche la sua. Il Gastaldi c' incoraggiava a perseverare in quell' ordine di idee in una conversazione tenuta, e fu quello il primo nostro rapporto geologico, dopo aver esso letto una relazione inviatagli nell'autunno del 1866 dalla Valle Soana, della quale crediamo utile riferire qui le conclusioni, come quelle che tracciano a larghi tratti l' assieme della costituzione litologica e stratigrafica dell' intiero gruppo del Gran Paradiso.

« L'esame della Val d'Orco, della Val di Cogne e della Valle Soana, mi conducono ad ammettere la separazione delle roccie del gruppo del Gran Paradiso in diverse zone nettamente « distinte le une dalle altre. Più profonda e più centrale è quella che chiamerei *zona* o meglio *area* « *centrale*, costituita da gneiss porfiroidi a grossolana struttura, che si appoggiano a granito grigio « anch' esso porfiroide localmente, forse la roccia sollevante, ma che io inclino a credere metamor- « fica e non eruttiva; talchè si potrebbe scindere quest' area centrale in *area granitica* profonda « centrale ed in *zona di gneiss antichi*. Si addossa a questa prima una enorme zona di roccie sva- « riatissime sempre stratificate, a struttura cristallina, rappresentate da serpentine, dioriti, mica- « schisti calcarei, calcari cristallini, che per il loro modo di disposizione non posso piegarmi a « considerare altro che come sedimentarie metamorfiche; questa zona io chiamerei la *zona calcareo-* « *magnesiana*, perchè gli elementi calcarei e magnesiaci la caratterizzano. Una terza zona in Val di « Orco trovasi addossata alla seconda formata quasi esclusivamente da micaschisti feldispatici o gneiss « per *facies* diverso da quello dei già accennati, e questa chiamerei la zona dei *gneiss recenti*. Fuori di Val « d'Orco trovansi altre roccie, esterne rispetto alle ultime mentovate, come serpentine scagliose, graniti « non porfiroidi, ftaniti, arenarie, calcari non cristallini, schisti alluminosi, diaspri ecc.; per esse « non oso ancora fissare una costituzione in zona; certi schisti alluminosi varicolori e grigi

« accompagnanti i diaspri mi fanno tutto l'effetto di certe forme eoceniche e cretacee superiori che « ebbi occasione di studiare nell'Apennino bolognese; avremmo forse a che fare con un lembo eoce- « nico sotto alpino ? ».

Ulteriori studî ci hanno indotto a qualche lieve modificazione, ma il concetto generale rimase quasi identico.

Il Gastaldi aveva già in quell'epoca percorse molte valli alpine, senza il cómpito fissatosi di un vero rilevamento geologico; ma l'esame dei fatti l'aveva convinto della prima origine sedimentaria dei graniti, delle serpentine, in somma delle più frequenti roccie cristalline delle Alpi; epperò, se anche per noi tale convinzione era sorta, la parola incoraggiante del Gastaldi la raffermò completamente.

Nel gennaio 1867 noi svolgevamo questa opinione in una breve Memoria presentata all'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, sotto il titolo, *Alcune osservazioni sulla Geologia delle Alpi Graie*, e nell'istesso anno, mentre il Gastaldi eseguiva il rilevamento regolare delle Valli di Lanzo, noi potevamo con una campagna di tre mesi colorire geognosticamente il tratto di carta topografica dello Stato Maggiore Piemontese all'$\frac{1}{50000}$ comprendente tutta la Valle d'Orco, la Valle Soana, parte di Valle Savaranche e del bacino di Cogne, adottando definitivamente la divisione in zone più sopra riportata.

I primi fogli coloriti spediti al Gastaldi stabilirono fin d'allora una specie di accordo, di solidarietà per i lavori successivi, accordo e solidarietà che altamente ci onorarono e ci furono di sprone al proseguimento dell'opera. Notiamo che i limiti tracciati tra le diverse zone accordano quasi a precisione sui confini tra le Valli di Lanzo e dell'Orco, quantunque i lavori del Gastaldi in quelle, ed i nostri nella seconda fossero stati eseguiti con perfetta indipendenza.

Mentre dal 1868 al 1870 il Gastaldi completava il rilevamento geologico delle tre Valli di Lanzo, noi eseguivamo nel 1869 un lavoro di controllo dei rilevamenti eseguiti negli anni precedenti, allo scopo di colorire definitivamente i corrispondenti fogli della carta all'$\frac{1}{50000}$, e nel 1870 procedevamo al rilevamento della Valle Chiusella fino al suo sbocco nel bacino morenico d'Ivrea.

Nel 1871 il professore Gastaldi pubblicava nelle Memorie del Comitato geologico del regno d'Italia, la prima parte de' suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali*; in essa son passati in rivista i terreni pliocenici che a lembi si mostrano tra il Toce e la Dora Riparia; i terreni indubbiamente secondarî, per prove paleontologiche, di Arona, Invorio, Gozzano, Maggiora, Monte Fenera fino al Biellese; i terreni che l'autore chiama paleozoici, quantunque con riserva, e che si mostrano precipuamente sotto forma di calcari, ftaniti, grovacche nel bacino eporediese e presso lo sbocco di Val d'Orco; i terreni cristallini recenti formanti la *zona delle pietre verdi*, compresi tra il Toce e la Dora Riparia. Questi ultimi non sono ancora classificati cronologicamente se non in quanto che vengono considerati come prepaleozoici, forse del Laurenziano e dell'Huroniano, e l'autore li ritiene come sedimentarî, compresi i graniti, le sieniti, le dioriti, che dal Lago Maggiore si estendono fino allo sbocco dell'Orco, escludendone però il melafiro di Biella; il Gastaldi comprende in questa *zona* gli analoghi terreni cristallini dell'Appennino. Infine esamina i terreni cristallini antichi o gneiss antichi del Monte Rosa, del Gran Paradiso, di Vayez in Valle di Susa.

Le campagne 1871 e 1872 furono impiegate dal Gastaldi e da noi nel rilevamento geologico di tutta la Valle della Dora Riparia; in questa si trovarono sviluppatissimi i terreni che il Gastaldi aveva studiato nel bacino eporediese, e che classava fra i paleozoici, e, quel che è più, vi si trovarono le antraciti e dei polipai fossili; dunque la paleontologia poteva venire in aiuto al geologo nella determinazione cronologica di quei terreni. Notiamo che dai geologi francesi i calcari dolomitici di Val di Susa presso Oulx ed al Chaberton erano considerati come secondarî assieme ai gessi, alle carniole concomitanti; le antraciti sottostanti erano attribuite al Carbonifero. Il Gastaldi sospettava di maggiore antichità di quei calcari dolomitici analoghi a quelli di Ivrea, ed era indotto puranche a sospettare di maggiore antichità le antraciti sottostanti. Esso rintracciò nel 1873 terreni analoghi agli alpini nell'Appennino ligure, nelle Alpi Marittime, nelle Valli del Chisone e del Pellice, seguitando a sud il rilevamento geologico, mentre per parte nostra ci occupavamo dello studio del bacino antracitifero della Thuille in Valle di Aosta.

Nel 1874 il Gastaldi pubblicava la seconda parte de' suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali* improntata ai progressi fatti nella questione delle *pietre verdi*. Esso giunge alla seguente conclusione che: « nelle Leponzie, nelle Pennine, nelle Graie, « nelle Cozie, nelle Marittime, nell'Appennino ligure il plutonismo è un mito » e questa conclusione corrobora con lo studio comparativo delle *pietre verdi* alpine colle ofiti dei Pirenei, e vi riconosce l'identità perfetta, tanto più che in diversi punti delle nostre Alpi s'incontrò la lherzolite. Considera le antraciti alpine italiane più antiche del Carbonifero, e, col confronto con terreni paleozoici studiati dal Taramelli nelle Alpi Carniche, crede di poter dare posto nel paleozoico ai calcari del Chaberton, in pria classati fra i terreni secondarî. Dopo un esame dei minerali caratteristici delle diverse zone, passa in rivista i trappi dell'America settentrionale e li mette in confronto colle nostre roccie verdi e coi porfidi e ne viene alle seguenti conclusioni:

1° Il gneiss antico, centrale, fondamentale può riferirsi alla parte più antica del Laurenziano dei geologi americani.

2° Le pietre verdi sono sincrone col Laurenziano superiore e coll'Huroniano o Cambriano del Canadà, coi trappi del Lago Superiore, e colle ofiti dei Pirenei.

3° I calcari dolomitici del Chaberton e d'Ivrea colle roccie concomitanti sono paleozoici.

4° Il gneiss antico non è roccia eruttiva, ma sollevante e sollevata contemporaneamente.

5° Non hanvi nelle Alpi roccie di origine plutonica, nè espandimenti porfirici.

Mentre nel 1874 e 1875 si estendeva il rilevamento geologico dal Gastaldi nelle valli del Po e della Varaita, e da noi nel gruppo del Monte Emilius in Val d'Aosta, furono studiati dal Michelotti i resti fossili del Chaberton e di altre località trovati nei calcari che si classavano fra i secondarî, e che il Gastaldi considerava come paleozoici. Lo studio paleontologico rivelò in essi i caratteri di specie di Coralli, Spongiarii ed Entomostracei del Siluriano, il che per conseguenza riporta le antraciti sottostanti a periodo più antico del Carbonifero.

Le Alpi Graie e loro divisione. — Fatta la rapida storia dello svolgersi degli studî geologici alpini, prima di entrare in argomento, crediamo necessario premettere uno sguardo d'assieme sull'area montuosa che ci proponiamo di descrivere geologicamente.

Dalle prime alture torinesi sulla destra del Po, abbracciando in un solo colpo d'occhio la distesa di monti che dall'ampio varco del Cenisio si estende fino all'incontro della biancheggiante massa del Rosa e del visibilissimo sbocco di Valle d'Aosta, noi non usciamo dal limite di una delle tante divisioni alpine, le Alpi Graie, ed appena metà di essa ci sta davanti e pel solo suo versante piemontese.

Graie meridionali. — La catena alpina dal Moncenisio pel Rocciamellone (metri 3536), per la Croce Rossa (metri 3572), la Bessanese (metri 3617), la Ciamarella (metri 3698) si porta fino alla Levanna, dividendo le tre valli di Lanzo dalla Moriana per una tratta di circa 25 chilometri, conservando una direzione Sud-Nord o presso a poco. Questo tratto di catena alpina, che si mantiene nelle sue maggiori vette ad una media altezza di 3600 metri sul livello del mare, invia ad oriente quattro catene secondarie che vengono a morire nella pianura del Po e sono:

1° Catena Rocciamellone-Musineto-Mombasso, lunga circa 35 chilometri, divisoria tra la Dora Riparia e la Chiara o Stura di Viù; essa termina in due estreme divaricazioni distanti l'una dall'altra di circa 19 chilometri tra Casellette e Lanzo.

2° Catena Arnas-Traves, della lunghezza di circa 25 chilometri, tra la Chiara o Stura di Viù e la Stura di Ala; essa termina presso Traves al confluente della Chiara o Stura di Viù con le due Sture provenienti dalla Valle d'Ala e dalla Valle Grande.

3° Catena Ciamarella - S.ta Cristina, lunga 16 chilometri tra la Valle di Ala e la Valle Grande; essa termina al confluente delle Sture di Ala e di Valle Grande.

4° Catena Levanna (punta orientale)-Balangero-Cuorgnè, tra la Valle Grande di Lanzo, anzi il complesso delle tre valli di Lanzo, e la Valle d'Orco; questa catena misura non meno di 48 chilometri di lunghezza, e, giunta al Monte Soglio tra i territorii di Corio, Forno-Rivara, Canischio e Sparone, si scinde in diverse digitazioni che, spingendosi le estreme laterali a Balangero da un lato ed a Cuorgnè dall'altro con un intervallo rettilineo di 18 chilometri, racchiudono i bacini di raccoglimento della Fandaglia, del Mallone, della Levona, della Viana, della Gallenca.

A ponente questa prima divisione delle Graie, che potrebbe chiamarsi *divisione meridionale* invia alcuni contrafforti che formano le montagne sulla sinistra dell'Arc e sono:

1° Catena Rocciamellone-Lans-le-Villard, tra il Moncenisio ed il vallone di Ribbon, lunga circa 16 chilometri.

2° Catena Rocciamellone-Bessans, tra il vallone di Ribbon e quello di Averolles lunga chilometri 15.

3° Contrafforte dell'Albaron, dal colle del Collerin a Bonneval per 7 chilometri circa.

A questa prima divisione dobbiamo aggiungere il tratto di catena principale alpina che dalla Levanna (punta orientale), passando per le altre due Levanne (media ed occidentale), corre in direzione Sud Est - Nord Ovest per 4 chilometri fino al Colle del Carro.

Così le Graie meridionali comprendono tutto il gruppo montuoso che corre tra la sinistra della Dora Riparia e la destra dell' Orco pel versante italiano, e tra il vallone del Cenisio a Lans-le-Villard e la sinistra dell'Arc fino alle sue sorgenti per il versante savoiardo.

Graie occidentali. — *Divisione occidentale delle Graie* chiameremo quella che, innestandosi sulla curva del clinale alpino per circa 4 chilometri dal Colle del Carro a quello della Galisia, si dirige verso Savoia a dividere l'Isère dall'Arc fino al loro confluente a Chamousset, formando tutta la destra dell'Arc e la sinistra dell'Isère. È al punto di distacco di questa grande catena secondaria che le antiche carte, alcune delle quali corrono ancora a spargere errori nelle scuole, ponevano il tanto contrastato Monte Isèran, di 4045 metri di altitudine, onore altimetrico usurpato al Gran Paradiso, montagna tutta italiana che si estolle a 4178 metri, formando la più alta vetta di tutte le Graie.

Le Graie occidentali sono tutte savoiarde e corrono in una curva convessa a Sud dalla Cima del Carro, per l'Isèran, la Grande Motte, la Roche Chévrière fino a Grignon, di fronte ad Albertville, per circa 123 chilometri. Costituiscono il più formidabile gruppo di monti esclusivamente savoiardo contando diverse cime superiori ai 3700 metri, e numerosissimi ed ampi ghiacciai.

Dal clinale primario, molto accidentato nel suo andamento, si staccano a Sud ed a Nord varî contrafforti, alcuni rispettabilissimi, e sono:

1° Verso l'Arc quello che dalla Pointe du Four, ad Ovest del colle dell'Isèran, scende a Sud Ovest fino a Thermignon dividendo pel tragitto di 23 chilometri l'Arc dal suo tributario il Doron.

2° Verso l'Isère la catena, che, staccandosi dalla Grande Motte si dirige a Nord verso Bourg S.t Maurice, formando fre le altre la elevata cima del Monte Turria o Pourri, con una lunghezza approssimativa di 25 chilometri, separando il vallone del lago di Tignes e la valle dell'Isère, da Tignes a Bourg S.t Maurice, dal vallone di Pesey; un secondo più accidentato si stacca pure dalla Grande Motte dirigendosi a Nord Ovest, poi ad Ovest fino di fronte a Moutiers per circa 34 chilometri, separando il vallone di Pesey e la valle dell'Isère, da Aime a Moutiers, dal vallone di Bozel; infine non meno di quattro altri contrafforti di sviluppo sempre minore da Est ad Ovest, che dividono i diversi valloni che scendono al Doron di Bozel ed all'Isère.

Questa seconda divisione delle Alpi Graie rimane per conseguenza compresa tra il corso dell'Arc e quello dell'Isère, facendo capo ad un tratto della principale catena alpina compreso tra le sorgenti dell'Arc, quelle dell'Orco e dell'Isère, mentre le Alpi Graie meridionali fanno capo al tratto incluso tra le sorgenti della Stura di Valle Grande di Lanzo, quelle dell'Arc e quelle dell'Orco.

Graie settentrionali. — La *divisione delle Alpi Graie settentrionali* è formata, come quella delle meridionali, da una rilevante porzione del clinale alpino colle catene secondarie che ne dipendono. Poco a Nord del Colle della Galisia, dalle cime di Galisia, di Bousson, si accentua e si individualizza questa terza divisione su un tratto di circa 2 chilometri compreso tra le sorgenti dell'Isère, dell'Orco e della Savara; corre fino al Colle della Seigne alle meridionali sorgenti della Dora Baltea ed a quelle del torrente Chapiu. La direzione è generalmente a Nord Nord Ovest, quantunque fortemente

irregolare, e per una lunghezza approssimativa di 53 chilometri. Le diramazioni laterali verso l'Isère sono poco rilevanti e separano i valloni che versano da Nord nell'Isère dalle sue sorgenti fino a Bourg S.t Maurice. Ben più importanti sono le diramazioni verso la Valle d'Aosta che enumereremo rapidamente.

1° Catena Cima Bousson-Introd, della lunghezza di circa 28 chilometri; divide il versante della Savara da quello della Dora di Rhêmes dirigendosi a Nord Nord Est.

2° Catena Sassiere-Arvier; corre parallela alla prima tra la Dora di Rhêmes e la Dora di Valgrisanche con un percorso di circa 25 chilometri.

3° Catena Rutor-Morgex; corre sinuosa prima a Nord poi a Nord Nord Ovest solcata nel suo versante orientale da numerosi piccoli valloncini; ha uno sviluppo di clinale di circa 16 chilometri; divide la Dora di Valgrisanche da quella della Thuille: sul versante verso la Thuille sopporta il vastissimo ghiacciaio del Rutor.

4° Catena Monte Brouglia - Courmayeur, tra la Dora dell'Allée Blanche e quella della Thuille; la sua direzione è a Nord Est con uno sviluppo di 15 chilometri.

La divisione quindi delle Alpi Graie settentrionali comprende tutti i monti situati tra la Dora dal Colle della Seigne sino a Villeneuve, la sinistra sponda della Savara lungo tutto il suo percorso, le sorgenti dell'Orco, la destra sponda dell'Isère dalle sorgenti a Bourg S.t Maurice, e la riva sinistra del torrente di Chapiu, che dal Colle della Seigne versa nell'Isère di poco a monte di Bourg-S.t Maurice.

Come quasi rettilinea e regolare è la direzione della divisione meridionale delle Graie, così pure si verifica per la settentrionale, solo che dessa direzione variò da Sud - Nord a Sud Est - Nord Ovest.

Graie orientali o gruppo del Gran Paradiso. — Ora ci rimane a discorrere della divisione per noi più importante, essendo argomento del lavoro, delle *Graie orientali* cioè; le Graie occidentali son tutte savoiarde, le orientali tutte italiane; le occidentali hanno direzione curvilinea con convessità a Sud, lo stesso succede per le orientali; le occidentali hanno scarsi contrafforti a Sud e numerosi ed irregolari a Nord; lo stesso succede, quantunque non identicamente, per le orientali; queste analogie e discordanze tra le quattro divisioni delle Graie furono quelle che ci consigliarono di scostarci dagli antichi metodi di divisione; certamente queste analogie e discordanze non sono il risultato del caso.

Da Torino, guardando a ponente, l'occhio penetra nell'ampia Valle di Susa arrestandosi alla catena della Roche d'Ambin, che apparentemente sembra limitarla come sfondo d'immenso scenario. Il Rocciamellone a destra s'innalza come a sentinella del passo del Cenisio, e da esso fino alla inclinata massa della Levanna si schierano le più ardite vette delle Graie meridionali; oltre la Levanna una profonda depressione si scorge nella massa delle Alpi, e questa depressione corrisponde alla superiore parte della Valle dell'Orco; ma al di là l'imponente mole del Gran Paradiso con tutti i suoi satelliti sorge gigante a rivaleggiare, e per nevi, e per sublimità col Rosa, che più a levante solo riesce vincitore in altitudine. L'imponenza della mole del Gran Paradiso lo fa confondere da alcuni malpratici ciceroni di Torino col Monte Bianco.

Il Gran Paradiso forma con tutte le sue dipendenze la quarta divisione delle Graie, le *Graie orientali* vale a dire, ed il suo versante meridionale si può abbracciare da Torino in un sol colpo d'occhio dal Colle del Nivolet (Val

d'Orco-Valsavaranche) all'ultima terminazione presso la Dora Baltea, allo sbocco di Valle d'Aosta. L'intiero gruppo misura non meno di 65 chilometri di massimo sviluppo in lunghezza dal Colle del Nivolet all'estrema pendìce orientale presso la Dora Baltea a Tavagnasco, e si estende nella massima larghezza di 40 chilometri circa tra Fenis e Castellamonte. Se però noi vogliamo misurare lo sviluppo di cresta principale, il cui andamento è molto complicato, dal Colle del Nivolet ad Aimavilles, avremo una lunghezza di chilometri 68. L'intiero gruppo compreso tra il corso dell'Orco, della Savara e della Dora, da Villeneuve fino sotto ad Ivrea, può misurar un'area approssimativa di 1900 chilometri quadrati. Il minimo di elevazione lo si incontra al *thalweg* della Baltea presso Ivrea in 235 metri sul livello del mare; il massimo invece al Gran Paradiso in 4178 metri.

Dal Colle del Nivolet tra le sorgenti dell'Orco e quelle della Savara, a 2500 metri circa sul mare, ha origine il clinale delle Graie orientali, puramente italiane, dirigendosi per circa 6 chilometri ad Est con leggera deviazione verso Nord fino al Colle del Grand Etrêt (metri 3213). Da questo valico sino alla vetta estrema del Gran Paradiso (metri 4178) la direzione è per altri 7 chilometri decisamente a Nord Est. L'immensa parete che dal Gran Paradiso corre al Picco di Ondezana, mantenendosi sempre superiore ai 3000 metri di elevazione, ha una direzione ad Est con leggiera deviazione verso Nord per lo sviluppo di circa 10 chilometri. La direzione si fa nuovamente a Nord Est dal Picco d'Ondezana alla punta della Roise Banque per chilometri 12 approssimativamente, tra i territorî di Locana, Cogne, Champorcher, Piamprà, Campiglia e Ronco Valle Soana. È poco prima di raggiungere l'estrema punta della Roise Banque (metri 3150) che il clinale si piega bruscamente a Nord abbassandosi al Colle della Fenètre, tra Cogne e Champorcher, ed innalzandosi quindi alla vetta della Tersiva ad oltre 3560 metri; il tratto Roise Banque-Tersiva misura all'incirca chilometri 3. Dalla Tersiva il clinale procede molto sinuoso a Nord della Pointe Garin fino ad Aimavilles in direzione Ovest Nord Ovest per circa 30 chilometri, isolando la Valle di Cogne dal restante della Valle d'Aosta. La complicazione che questo gruppo presenta ci tenne molto in sospeso sulla direzione vera del clinale che doveva essere tenuto come principale; diverse considerazioni, specialmente stratigrafiche, ci condussero a scegliere come principale il clinale ad arco, Nivolet-Gran Paradiso-Ondezana-Roise Banque-Tersiva-Aimavilles, ed a riguardare come diramazioni di esso tutte le catene minori, che ad Est ed Ovest si spingono verso l'Orco e la Dora Baltea. Le diramazioni sono poi, come è ben facile comprendere, molto più brevi ed in minor numero verso l'interno della curva che non verso l'esterno di essa.

Cominciando da quelle esterne notiamo fra le importanti:

1° Il contrafforte che, staccandosi al Colle del Grand Etrêt, per il Colle della Porta Nuova, la Coccagna scende all'Orco presso gli Scalari di Ceresole; esso dirigesi a Sud Sud Est per circa 5 chilometri.

2° Il contrafforte Tresenta-Noasca, che separa i valloni di Ciamosseretto e Noaschetta.

3° Il contrafforte Punta di Gay-Perebecche, che, diretto a Sud Sud Est per circa 11 chilometri, divide il vallone di Noaschetta da quello di Teleccio; finora siamo nella porzione più selvaggia del gruppo.

4° Il contrafforte Ondezana - Pont, che separa la Valle Soana dalla Valle dell'Orco propriamente detta; desso misura una lunghezza non minore di 22 chilometri; diretto a Sud Est, si biforca alla punta Lazin per modo da rinchiudere il vallone di Ribordone.

5° Il piccolo contrafforte che, partendo dalla Lavina, scende a Ronco, dividendo il vallone di Forzo da quello di Campiglia.

6° Il grande contrafforte, che, partendo dalla Roise Banque, si dirige all'Est per 14 chilometri fino al Monte Marzo, tra Champorcher e Valle Soana, per poi scindersi in due; l' uno più settentrionale s' incurva dirigendosi a Sud Est fino a Monte Gregorio, per venire alla Dora Baltea presso Baio e Quassolo, versando a Nord e Nord Est nel vallone di Champorcher, e nella Baltea tra Bard e Lessolo; l' altro meridionale, che, dirigendosi a Sud verso Castellamonte, divide la Valle Chiusella ed i valloni di Savenca e Piova dalla Valle Soana.

7° Il grande contrafforte che dalla Tersiva si spinge ad Est Nord Est fino al Savoney, tra i valloni di Fenis e Champorcher, per irradiare poi in tre rami principali, l' uno diretto a Nord dal Savoney a Fenis tra i valloni di Fenis e Ponton; il secondo per Savoney, Monte Aü, Barbeston, Montjovet, in direzione Nord Est tra il vallone di Champ de Praz ed i numerosi valloncini che corrono alla Baltea tra Montjovet e Chambave; finalmente il ramo Savoney - Hône tra Champ de Praz e Champorcher.

8° Il piccolo contrafforte Tersiva - S.t Marcel tra i valloni di S.t Marcel e Fenis.

9° Il piccolo contrafforte tra il vallone di Lôres e S.t Marcel.

10° Il contrafforte tra il vallone di Comböe e quello di Lôres, che s' innalza al Monte Emilius a 3596 metri; tutti questi valloni sono diretti a Nord verso la Baltea.

Tralasciamo di citare gli altri sempre più brevi che fino ad Aimavilles scendono verso Aosta.

Nell'interno della curva scarsi sono i contrafforti; non troviamo che il grande contrafforte divisorio tra Valsavaranche e Cogne, che dal Gran Paradiso, per l'Erbetet, la Grivola scende fino a Villeneuve in direzione Nord su un percorso di 24 a 25 chilometri; il breve contrafforte tra i valloni di Valontey e Valeiglia; quello tra Valeiglia e Bardoney; quello che si distacca dalla Tersiva e corre ad Ovest tra i valloni d'Urtier e Grauson, e l'altro molto minore, che staccasi verso Sud dalla Pointe Garin a formare la Tour de Grauson.

Non possiamo entrare in maggiori dettagli descrittivi delle Graie orientali; rimandiamo per essi al nostro articolo, *Studî sul Gran Paradiso,* pubblicato nel Bollettino del Club Alpino Italiano (Vol. II, N.i 10 ed 11 1868).

Gruppo del Gran Paradiso geologicamente considerato. — Questa delimitazione dell'imponente gruppo sta solo sotto il punto di vista oro-idrografico, cioè della disposizione dei rilievi allineati in catena od aggruppati entro limiti ben definiti, rappresentati dai principali corsi d'acqua, che, nel caso nostro, sono l'Orco, la Savara e la Dora Baltea. Ma se nello studio dei principali gruppi alpini noi ricorriamo all'esame della disposizione delle formazioni rocciose che li costituiscono, siamo condotti a risultati alquanto diversi.

Riportiamo a questo proposito alcuni brani del lavoro del Desor *De l'orographie des Alpes dans ses rapports avec la Géologie* - NEUCHATEL 1861 -

Leggiamo a pagina 3.

« Au point de vue orographique, on peut envisager comme un fait aujourd'hui acquis à la « science, que les Alpes, au lieu de former une chaîne centrale, flanquée de chaînes secondaires paral- « lèles, sont au contraire composées d'une série de groups ou massifs d'une étendue limitée, ayant « chacun un noyau cristallin de forme en général ellipsoïde, qui peut être envisagé comme le centre « du massif ».

E a pagina 4:

« M. Studer dans sa Géologie de la Suisse distingue dix-neuf massifs dans la partie occidentale « de la chaîne alpine . . . . Nous croyons pouvoir distinguer dès à présent trente cinq massifs « distincts (in tutta la catena alpina) ».

Nella *Notice géologique et minéralogique* che noi pubblicammo nella *Guide de la Vallée d'Aoste* - Torino 1876 - noi dicevamo;

« . . . . on peut bien établir que dans la Vallée d'Aoste les montagnes sont distribuées en trois « grand massifs, ceux du Grand Paradis, du Mont Blanc et du Mont Rose, qui s'élèvent à 4178, « 4810, 4638 mètres . . . . En effet le granit, le gneiss, le protogine, forment les masses du Grand « Paradis, du Mont Blanc, du Mont Rose et des montagnes les plus voisines: les couches moins « anciennes se relèvent de tout les points de l'horizon vers ses centres, formant des dépressions, des « enfoncements dans les régions intermédiaires ».

Esaminando poi la carta unita al lavoro del Desor, noi troviamo il gruppo cristallino N.° IV, a Nord di Val d'Orco, intitolato *Massifs des Alpes Grecques*, rannodarsi al gruppo N.° XV *Massif du Mont Rose* e circondato dai N.^{os} X, VIII, VII, III, *Massifs du Valais, du Mont Blanc, des Alpes occidentales et des Alpes Cotiennes*. Lasciando da parte il lontanissimo del Vallese, troviamo il nostro gruppo circondato da quelli del Monte Rosa, del Monte Bianco, delle Alpi occidentali (estremo delle Graie occidentali) e delle Alpi Cozie.

Partendo da questa base noi siamo in grado di tracciare, almeno approssimativamente, i limiti del gruppo cristallino del Gran Paradiso, limiti che sono molto più netti di quello che appaia dalla carta del Desor, essendo esso perfettamente separato dai suoi vicini, ben inteso per la roccia centrale e più cristallina, il vero nucleo (Carta 1^a Tav. I).

Ci conviene pel nostro lavoro ricorrere a diverse carte geologiche alpine, quelle di Favre, di Gerlach, di Gastaldi, di Lory, Pillet e Vallet. Prendiamo per punto di partenza la vetta del Gran Paradiso, e, dirigendoci a Nord Ovest piegando alquanto a Nord, passiamo dal granito e gneiss centrale a roccie cristalline più recenti serpentinose, amfiboliche, calcareo cristalline, micacee, feldispatiche, le quali fanno rivestimento al nucleo centrale e procediamo in tal modo fino in testa a Valgrisanche; sulle vette che attorniano il grande ghiacciaio del Rutor troviamo una formazione più recente, l'antracitifera, che in quella direzione par essere la più giovane; questa formazione è a fondo di battello, rialzando i suoi strati ad Ovest del Grand Assaly verso il Monte Bianco, procedendo verso il quale troveremo la progressione in senso inverso fino a raggiungere il nucleo cristallino, il protogino; dunque il limite tra i due gruppi sarebbe sopra il ghiacciaio del Rutor.

Prendiamo ora in direzione quasi Ovest; le roccie cristalline serpentinose,

amfiboliche, calcaree compaiono prima di raggiungere il Colle di Galisia, e, stando alla carta geologica della Savoia di Lory, Pillet e Vallet, non è che a Bozel che incontriamo l'antracitifero ed altre roccie più recenti, le quali vanno appoggiandosi più oltre sul granito del massiccio delle Alpi occidentali, che, sull'istesso allineamento dell'ellissoide del Monte Bianco, taglia obliquamente la Savoia.

Prendiamo ora a Sud e le roccie centrali ci accompagnano fino al confine tra la Valle Grande di Lanzo e quella di Balme, poi vengono le roccie cristalline più recenti che tra Usseglio e Balme cominciano a rialzarsi a Sud per appoggiarsi al granito del massiccio delle Alpi Cozie (massiccio Dora Varaita o meglio Riparia Macra del Gastaldi), che compare a monte di Condove in Val di Susa.

Ad Est, scendendo la Val d'Orco, è a Locana ove compaiono le roccie cristalline recenti, che giungono poi fino ai recentissimi depositi della pianura.

A Nord Est si può dire che la Dora Baltea separa le masse rialzantisi verso il Gran Paradiso da quelle che si drizzano contro il Monte Rosa; anche qui mancano le roccie antracitifere più giovani, come succede pel gruppo Riparia Macra del Gastaldi e la ragione sta nella molto maggior vicinanza tra i gruppi del Gran Paradiso, Riparia Macra o del Cornour e del Monte Rosa, che non tra quello ed il massiccio Monte Bianco ed il massiccio savoiardo.

Riunendo i parziali limiti, senza esigere una massima esattezza, il nostro grande massiccio sarebbe limitato da una linea che, partendo da Ivrea, accompagnerebbe la la Dora Baltea fino a Derby, percorrerebbe il confine tra Valgrisanche e la Thuille fino al Grand Assaly, scenderebbe coll'Isère fino quasi a Moutiers, attraverserebbe le Graie occidentali verso S.t Michel, rimonterebbe l'Arc fino a Lans-le-Villard e pel vallone di Ribbon ed Averolles guadagnerebbe il Collerin d'Arnas, scenderebbe verso la Torre d'Ovarda e per Val di Balme fino a Lanzo, donde rasentando l'ultima falda alpina raggiungerebbe il punto di partenza, Ivrea. Questa linea comprende un'area di circa 3300 chilometri quadrati, ben maggiore di quella che misura il gruppo del Gran Paradiso considerato sotto il solo punto orografico.

Divisione del Lavoro. — Non è nostro intendimento descrivere questa immensa area montuosa; ci limiteremo allo studio delle Graie orientali, cioè del gruppo orografico del Gran Paradiso, aggiungendovi però i dati sulla porzione delle Valli di Lanzo, che è in dipendenza da esso gruppo, dati che toglieremo dagli studî del Gastaldi. Ciò che riguarda il vallone di Champorcher lo ricaveremo dalle informazioni avute dal Sig. Bruno Luigi d'Ivrea.

L'esame delle formazioni che s'incontrano salendo dalla pianura piemontese fino ai confini colla Savoia, ci metterà in grado di stabilire nettamente la divisione del nostro lavoro; abbiamo prima i calcari paleozoici con tutte le roccie concomitanti più o meno collegati con depositi pliocenici e morenici; poi roccie micaceo-magnesiache cristalline, calcari cipollini e schisti calcarei; poi delle roccie magnesiache cristalline con gneiss e micaschisti; poi i gneiss e graniti centrali; poi nuovamente le roccie magnesiache, calcaree cristalline disposte in senso inverso.

Adottando poi le conclusioni del Gastaldi avremo partendo dalle roccie sollevate sollevanti:

1° la *zona* od *area del granito o gneiss centrale.* — Laurenziano inferiore.

2° la *zona delle pietre verdi* — Laurenziano superiore ed Huroniano.

3° la *zona dei terreni paleozoici.*

4° la *zona dei terreni pliocenici e quaternarî.*

E noi ci atterremo scrupolosamente a queste divisioni petrografiche-cronologiche risultati degli studî del Gastaldi, abbandonando l'idea di dividere la *zona delle pietre verdi* del nostro maestro in *zona calcareo-magnesiana* e zona dei *gneiss recenti,* idea che vagheggiavamo dapprima, perchè, se tale distinzione è possibile in alcune località, non lo è però dovunque, e ci troveremmo, mantenendola, di fronte a difficoltà che non potremmo convenientemente risolvere.

Il nostro lavoro verrà per conseguenza diviso come segue:

Studio petrografico e genetico dei terreni cristallini antichi (*granito e gneiss centrale*).

Studio petrografico e genetico dei terreni cristallini recenti (*zona delle pietre verdi*).

Stratigrafia dei terreni cristallini e rapporti colle forme oroidrogafiche.

Studio petrografico e stratigrafico dei terreni paleozoici.

Cronologia geologica dei terreni cristallini e paleozoici.

Minerali del gruppo del Gran Paradiso più frequentemente utilizzati.

Studio degli antichi ghiacciai del gruppo.

Terreni pliocenici e quaternarî.

Capitolo I.

Forme petrografiche dei terreni cristallini antichi (*granito e gneiss centrale*); loro modo di origine.

Aspetto delle montagne a gneiss centrale. — Se, rimontando la Valle dell'Orco, noi oltrepassiamo di qualche chilometro il borgo di Locana e svoltiamo l'angolo formato dalla valle in corrispondenza di Perebecche, rimarremo colpiti dall' aspetto nuovo e grandioso, che assumono le montagne che ci attorniano. Sul fondo, nobile costiera di altissime rupi tagliate a picco e profilate in denti giganteschi; ai fianchi, erti muri di roccia, al cui piede si stendono disordinati ammassi di frammenti colossali. Dal dominio delle roccie fogliettate, schistose si passò a quello di roccie massiccie o in banchi potenti, la cui denudazione non dà minuzzoli, ma sibbene moli enormi, pezzi di montagna addirittura. Siamo entrati nell'area del granito o gneiss centrale (Carta 1ª Tav. I). Il passaggio è così rapido, ed i lineamenti di quella natura così superbamente alpina sono così grandiosi e severi da rimanerne colpito anche il profano alla geologia.

Equivalenza di gneiss e granito. — Perchè noi adoperiamo la duplice nomenclatura di granito e gneiss centrale? Perchè la roccia fondamentale è un gneiss *sui generis,* che localmente assume la struttura granitoide.

Nei primordî dei nostri studî, ancora imbevuti da idee di genesi eruttiva, noi eravamo restìi a staccarci dall'opinione che il *vero granito,* che incontrasi in quei monti, fosse la roccia plutonica emersoria, che, sollevandosi in calotta di eruzione, avesse portato in alto tutto ciò che stava sopra, inducendo nei materiali più vicini tale metamorfismo di contatto da formare dei gneiss aventi del granito l'istessa costituzione mineralogica. Ed anche quando ci apparve nella sua verità la genesi di quei graniti non potemmo astenerci, passaggio graduato e naturale, dall'ammettere che le roccie granitiche propriamente dette occupassero una ben distinta area centrale come le più antiche, le più profonde, le più profondamente metamorfizzate. Egli è perciò che avevamo diviso questa immensa area, in *area dei graniti antichi* e *zona dei gneiss inferiori od antichi.* Oggidì però non è più possibile per noi tale denominazione, giacchè in moltissimi punti, anche eccentrici ed elevati dell'area istessa, noi troviamo localizzate apparenze granitiche, non rilegate fra loro, le quali altro non rivelano che una modificazione indotta nel gneiss da circostanze puramente locali e peculiari, nulla aventi di comune con un fatto generale di sollevamento determinato da roccia granitica eruttiva o non. Epperò la mancanza di limiti ben definibili tra le masse di gneiss e di granito, di un confine tra un' area granitica ed una zona gneissica ci obbliga, non solo a considerare la struttura granitoide come una modificazione tutta locale ed irregolare del gneiss, ma ancora ad abbandonare l'idea di segnare con appositi segni convenzionali sulla carta geologica le aree talora limitatissime, nelle quali tale struttura si rivela. Sono in ciò perfettamente d'accordo col Gastaldi che dice: « Talvolta a salti, soventi a gradi, la struttura cristallino-schistosa passa alla

« granitoide , e frequentemente m'accadde di fare osservazioni colla bussola su larghi e regolari « piani di stratificazione, mentre a pochi passi di distanza la roccia diveniva così fittamente gra- « nitoide da farsi scambiare per granito massiccio. » (*Studî geologici sulle Alpi occidentali* — Parte I pag. 34): ed altrove « Ho detto che quà e là il gneiss si fa porfiroide e si tra- « sforma in granito: ciò ha luogo insensibilmente e senza che alcuna apparente separazione si « noti fra roccia e roccia; non è dunque il granito che tagli in filoni o diche il gneiss, ma bensì « questo che cangia struttura e si fa granito ». (*Studî geologici sulle Alpi occidentali* — Parte II pag. 27); e nello stesso lavoro (pag. 29) dice ancora « Facendo il rilevamento « geologico di quella massa di gneiss, la quale è una piccola parte di quella che forma il Gran « Paradiso, rilevato nello stesso tempo dal prof. Baretti, io m'ero preoccupato d'indicare sulla carta « con speciale punteggiatura tutti i luoghi nei quali il gneiss prende struttura granitoide. In breve « però mi convinsi che il mio lavoro doveva necessariamente riuscire imperfetto perchè troppi sono « e non sono sempre osservabili, per le difficoltà talvolta insuperabili che l'alpestre regione oppone, « i punti nei quali la trasformazione ha luogo, onde non ripetei più quel lavoro quando l'anno « scorso ebbi a rilevare il massiccio di gneiss antico (centrale) del Sangone e delle adiacenti valli « della Dora Riparia, della Chisola e del Chisone ».

Forme petrografiche — *gneiss*. — Ciò premesso noi sappiamo che la roccia dominante di tutta quell'area centrale è il gneiss, che localmente passa a granito per solo fatto di modificazione strutturale indipendente da ogni azione endogena.

Se noi mettiamo a confronto due frammenti di gneiss l'uno tolto all'imbocco di Val d'Orco, nella *zona delle pietre verdi,* l'altro dalle alture della superiore Val d'Orco, nell'*area centrale,* sarà facilissimo l'afferrare a colpo d'occhio le grandi differenze che presentano. Il gneiss recente o delle *pietre verdi* è più ricco assai in granuli quarzosi che non sia l'antico, la sua struttura è ordinariamente fina, mentrechè l'antico è eminentemente grossolano ne' suoi elementi; questi nel gneiss recente sono generalmente allineati in modo regolare formando straterelli di quarzo e feldispato granulari alternanti con velature di mica per il solito grigio verdastra; nel gneiss antico gli elementi sono per lo più ancora allineati in straterelli più grossi che non nel primo caso, ma il quarzo ed il feldispato granulari (quest'ultimo più abbondante) si presentano in piccole lenti, in noduletti, in ingrossamenti, i quali rendono sinuose e foggiate a piccoli rilievi le superficie rivestite di mica; questa poi è generalmente grigio chiara od anche nera, ed a scaglie più larghe che non nel gneiss recente. Talora il gneiss antico è ridotto in istraterelli esilissimi di quarzo e feldispato granulari rivestiti di mica, anche nettamente paralleli fra di loro, assumendo quasi lo aspetto di una massa laminata. Altrevolte il gneiss diventa porfiroide, vale a dire, grossi nuclei feldispatici, veri cristalli talora, bianco lattei azzurrognoli, emitropi, si appalesano porfiricamente disposti nella massa della roccia, formandovi macchie anche di 4 ad 8 centimetri di lunghezza su 1 a 3 di larghezza. Questi noduli feldispatici talora sono irregolari, e s'interpongono a divaricare i foglietti originarii della mica e risaltano in rilievo sulle faccie esposte agli agenti atmosferici. Altra volta il gneiss, senza diventare porfiroide, perde ogni traccia di struttura laminare fogliosa, e passa per gradi ad un vero granito bianco bigio azzurrognolo, a mica nera in iscaglie di regolari dimensioni, a quarzo vitreo.

Abbiamo ancora il gneiss porfiroide, che per identica trasformazione passa a vero granito porfiroide. Gli elementi di questa roccia possono diventare così fini, e può

diminuire talmente il quantitativo di mica, che la roccia assume una struttura compatta, granulare, cristallina, una tinta omogenea molto chiara come una leptinite schistosa; in questo ultimo caso la roccia è divisibile agevolmente in lastre sufficientemente sottili, e si riduce generalmente per degradazione in cumuli di minuti detriti.

La forma tipica però è quella del gneiss grossolano formato da noduletti lenticolari allineati e rivestiti di mica, in banchi di grande potenza, nelle parti più interne dei quali presenta la roccia una grande resistenza. I banchi sono però, specialmente verso le testate esposte agli agenti atmosferici, tagliati da piani di spaccatura o normali od obliqui alla faccia del banco, che permettono appunto lo staccarsi di blocchi cuboidi, di colossali dimensioni, lasciando pareti di stacco che sembrano fatte artificialmente, tanto sono regolari. È a questo modo speciale di denudazione che si devono i numerosi e bellissimi muri verticali di roccia, che danno un carattere così speciale e grandioso ai monti di quelle regioni.

Sull'alto delle creste e delle vette è frequentissimo il vedere un residuo di banco tagliato in veri monoliti parallelepipedi, che attendono l'ultimo crollo per rovinare nel fondo dei valloni e sul dosso dei ghiacciai dall'alto dei loro aerei piedestalli. Alcune catene, alcuni contrafforti sono sottili residui di una serie di banchi sovrapposti, che assottigliandosi sui due versanti, a forza dello staccarsi di enormi falde, si ridussero a veri muraglioni a pareti verticali.

Nelle alte regioni del gruppo queste cortine di gneiss, le torri, le guglie assumono una tinta rosso giallastra per alterazione della mica contenente sempre certa copia di ferro allo stato di protossido.

Riassumendo noi possiamo considerare come roccia fondamentale e generale dell'area il gneiss a struttura nodulosa, grossolana, che presenta le seguenti varietà:

Gneiss laminato (Colle Grancrou, la Bellagarda, Punta del Graneiron in Val Soana).

Gneiss a struttura granitoide (Scalari di Ceresole, Roccie presso il ghiacciaio di Lavecieu in Valsavaranche).

Gneiss porfiroide (nel basso della valle tra Perebecche e Lilla).

Gneiss granitoide porfiroide (Becco della Tribolazione, vallone di Piantonetto).

Gneiss leptinitico (presso il Colle del Nivolet).

Non citiamo che le principali varietà, e poche località ove desse siano ben rappresentate.

Come roccia esaminata in frammenti possiamo riconoscere i seguenti caratteri distintivi: struttura grossolana nodulare, talora largamente porfiroide, o profondamente granitoide, od anche largamente laminare; abbondanza di feldispato sia allo stato granulare cristallino, che in quello di grossi noduli o cristalli porfiricamente dispersi tra i fogli originarî della roccia. Per riguardo al modo di presentarsi in massa il gneiss centrale si riconosce all'essere generalmente in banchi potentissimi anche di più decine di metri, che si degradano dividendosi in grossi blocchi cuboidi con pareti di spaccatura nette e verticali.

Fatta astrazione dalle varietà accennate, si può dire che la struttura tipica non varia gran che, e rimane quasi uniforme su tutta l'area centrale, dando alle montagne un carattere che sarebbe monotono e per tinta e per forme, se non vi fossero

i compensi dei grandiosi aspetti prodotti e dalla potenza dei banchi e dallo special modo di degradazione.

Raramente ed in aree limitatissime si incontrano le altre forme litologiche che accompagnano questo gneiss centrale o *pietra grigia* degli alpigiani di Val di Lanzo.

Anzitutto in alcuni punti, come ad esempio nell'acutissima vetta di Punta Fourà (*punta forata,* 3499 metri), s'intercalano al gneiss largamente porfiroide degli straterelli di una vera quarzite bianca a macchie giallastre, quasi scevra di pagliette micacee, divisibile in lastre di 1 a 7 centimetri di spessore, le quali possono rompersi in piastrelle romboidali. Questa forma litologica è rarissima nel nostro elissoide, Gran Paradiso, mentrechè in quello della Riparia Macra è ampiamente rappresentata dalla *Bargiolina*, quarzite schistosa che si estrae dal Monte Bracco presso Barge, e di cui si fa commercio esteso. (Gastaldi — Lettera al comm. Quintino Sella — Tomo III serie II degli *Atti della reale Accademia dei Lincei*).

Il gneiss talvolta assume un' apparenza molto schistosa, a struttura finamente granulare, con abbondantissima mica bigio scura, talchè potrebbesi benissimo chiamare micaschisto feldispatico; questa forma è assai abbondante specialmente sul perimetro dell' elissoide. Alla prima salita da Cogne al Colle del Lauzon (metri 3325) trovasi tal gneiss schistoso, che si estrae e dà delle bellissime lastre di 3 a 5 centimetri di spessore.

Rarissimamente trovansi delle concentrazioni feldispatico-amfiboliche, e posso citare una sola località, l'estremo delle roccie che da Valontey si elevano ad intrudersi come cuneo nella massa del gran ghiacciaio del Piano della Tribolazione. Non è raro il caso di trovare, per esempio sulla cresta Coccagna-Cormavoun, al Colle dell' Alpetto tra Ciamosseretto e Noaschetta, degli straterelli costituiti unicamente di mica grigio chiara, grigio verdiccia, bianco verdiccia , grigio rossastra, grigio scura con pochissimo quarzo granulare.

Non è raro nemmeno il gneiss tormalinifero, con cristalli raggianti o confusamente dispersi di tormalina nera; cito le roccie della Tresenta presso il Gran Paradiso, e le rupi di Moncorvè.

Calcari, steatiti, grafiti. — Il prof. Gastaldi trovò nel gneiss centrale dell'elissoide Riparia Macra largamente sviluppati marmi saccaroidi e bardigli a Prali, Perrero, Rocciacorba ecc.; noi non trovammo mai alcunchè di consimile nel nostro elissoide; noteremo però che nel vallone di Ciamosseretto alcuni tratti limitatissimi danno del gneiss comune alquanto effervescente, che presso la Croce delle Gorgie, tra Ceresole Reale ed i Ciappini, si escavava altra fiata una pietra da calce di cattivissima qualità, e che nella morena del ghiacciaio di Ciardoney (Val Soana) trovammo dei blocchi di gneiss, nel quale si riconoscevano facilmente noduletti di calcare bianco cristallino; tutto ciò però costituisce una semplice accidentalità della roccia e non può mettersi a paro coi veri banchi marmorei trovati dal Gastaldi, mentre per contro non accenna ad assoluta mancanza dell' elemento calcareo nel gneiss centrale del Gran Paradiso.

La grafite non manca; a Lazerie in Val Soana trovasi nel gneiss una concentrazione di quarzo grasso con superficie di frattura spalmate di grafite ; ma siamo

ben lungi dai depositi grafitosi dei circondarî di Pinerolo e Saluzzo citati dal Gastaldi nell' elissoide Riparia Macra.

La steatite bianca delle valli di Pinerolo, ampiamente utilizzata sotto il nome di *Craie de Briançon,* manca completamente nell' elissoide del Gran Paradiso, od almeno non riuscimmo a trovarla.

Dimodochè, lasciando in disparte i micaschisti e gneiss calcariferi, che non meritano segni speciali sulla carta per loro rarità e piccolissimo sviluppo , la roccia fondamentale e generale dell'area centrale si riduce a *gneiss a struttura grossolana; straterelli nodulosi di feldispato e quarzo granulari ; il quarzo vetroso ; il feldispato abbondante bianco, o bianco bigio, o bianco giallognolo ; con rivestimenti ondulati di tenui scaglie di mica bigia o bigioverdastra.*

Sono varietà abbondanti di essa roccia fondamentale il gneiss porfiroide, il gneiss granitoide ed il gneiss granitoide porfiroide.

Scarsissimi il calcare, il quarzo grasso in concentrazioni di rilievo e sotto forma di quarziti granulari cristalline, e le amfiboliti; manca assolutamente la serpentina e questo è carattere distintivo dell' area centrale.

Fra i minerali più abbondanti enumeriamo:

Ferro ematitico in scagliette cristalline di compenetrazione, Ciappini superiori (Val d'Orco), la Duis (Valle dell'Arc), alla Levanna, al Colle di Sea (Valli di Lanzo); Siderite in filoni al Trione nella Valle Grande di Lanzo alla Bellagarda ed alla Coccagna (Val d'Orco), in Valeiglia (Val di Cogne); Galena argentifera, antimonite, bournonite, pirite e siderite, riunite al filone della Coccagna (Val d'Orco), ed in Valeiglia (Valle di Cogne).

Tormalina ed epidoto ai colli del Gran Paradiso e di Grancrou.

Clorite micacea al sommo della Punta dell' Erbetet (Val di Cogne).

Genesi del gneiss granitoide centrale. — Riguardo alla genesi dello gneiss centrale basta la semplice ispezione della sua disposizione regolarissima in potenti strati per togliere ogni esitazione a classarlo tra le roccie sedimentarie, che assumono struttura cristallina per azioni metamorfizzanti da tempi geologici remotissimi; ci troviamo di fronte infatti alla più antica roccia stratificata, non solo delle Alpi, ma di tutte le regioni studiate dai geologi.

La questione si riduce a quei tratti limitatissimi, in cui la roccia si presenta sotto forma di granito porfiroide o di granito puro e semplice. Diamo la descrizione di due campioni tipici: Granito porfiroide del Colle della Capra (vallone di Teleccio): *Feldispato bianco granulare e lamellare con quarzo granulare, vetroso, in grani sufficientemente grossi, mica in iscaglie mediocri, lucenti, bigioscure, abbondantemente ed uniformemente diffuse nella massa; cristalli di feldispato ortose bianco grigio azzurrognolo di 8 a 4 centimetri di lunghezza, e 1 a 3 di larghezza, emitropi, tanto più visibile l'emitropia se, rotti di fresco, i cristalli vengono esposti alla luce viva;* Granito semplice degli scalari di Ceresole Reale (Val d'Orco): *Feldispato bianco azzurrognolo, lamellare con quarzo in granuli vetrosi, e mica in scagliette nere lucenti; la grossezza degli elementi è alquanto minore di quella che incontrasi nel granito comune bianco di Alzo, e sono uniformemente diffusi nella massa.*

Se questo granito, porfiroide o non, si trovasse occupare un'area centrale da solo, e fosse ricoperto tutto all'intorno da banchi di gneiss comune centrale, allora potremmo dubitare per un momento che desso granito rappresentasse la roccia eruttiva, la quale, per potentissimo ed estesissimo metamorfismo, avesse trasformate le roccie sedimentarie sovrastanti in gneiss, ove desse contenessero gli elementi necessari per la costituzione, e del feldispato, e del quarzo, e della mica. Ma ciò non è, e già lo dimostrammo nel principio di questo capitolo.

Le masse granitiche sono isolate, disperse in tutti i punti della massa del gneiss, e non si presentano che come più profonda modificazione del gneiss, che da semplice gneiss diventa assolutamente granito. Nulla troviamo che abbia aspetto eruttivo, nè assoluto accentramento di granito nel cuore del massiccio e nel suo più profondo, nè iniezioni a mo' di filoni, diche, vene, nè intrusioni fra strato e strato, ma sempre passaggio insensibile, graduato del gneiss tipico, che forma la massa, a gneiss granitoide, a relativamente limitate concentrazioni granitiche.

Cosicchè non solo a nostra opinione il gneiss non fu metamorfizzato da alcuna roccia eruttiva granitica nel gruppo del Gran Paradiso, ma il granito stesso, che possiamo incontrare in esso, non rappresenta che una roccia metamorfica, vale a dire il risultato di più profondo metamorfismo del gneiss stesso. Noi siamo fermamente convinti che ha ragione il Gastaldi quando dice, a riguardo del gneiss e delle *pietre verdi*: « . . . . . non è il caso di cercare nelle Alpi roccie metamorfosanti e roccie metamorfosate » (Gastaldi — *Studî geologici sulle Alpi occidentali* — Parte I pag. 36).

Per parte nostra dobbiamo ricisamente dichiarare che la roccia metamorfizzante nell'elissoide che studiamo non è venuta a giorno, seppure può ammettersi la sua esistenza ad ignota profondità, seppure può ammettersi che un metamorfismo, che si estende a diecine, a centinaia di chilometri, inducendo la struttura cristallina in una massa veramente colossale di roccie, sia da attribuirsi all'azione di una roccia eruttiva. A questo riguardo noi siamo d'accordo ancora col Gastaldi, opiniamo cioè che il metamorfismo di tutte le roccie alpine della regione da noi studiata sia quello normale dovuto puramente all'antichità. Siamo di fronte, lo ripetiamo, alla forse più antica roccia stratificata; immaginiamo quanto colossale e profonda debba essere stata la potenza del perenne, lentissimo lavorìo delle azioni fisico-chimiche molecolari determinato dalle acque d' infiltrazione in quelle roccie per un numero incalcolabile di secoli; esse sciolsero gli elementi minerali, vi aggiunsero gli elementi seco loro portati; sopravvenne la cristallizzazione con incessante sviluppo di calore e di elettricità, che a lor volta coadiuvarono le metamorfosi, e le sabbie, e le argille di quelle epoche remotissime diventarono il granito d'oggidì. E questi cambiamenti di struttura compiutisi tra le particelle di enormi masse rocciose, non potranno per avventura riguardarsi come la causa dei sollevamenti ?. Non è quì il luogo del trattamento di tale quistione.

Conclusione. — Epperò concludiamo:

1° *La roccia dominante dell'area centrale è il gneiss con tutte le sue varietà locali, distinto da caratteri che lo fanno agevolmente riconoscere dai gneiss più recenti.*

2° *Il gneiss centrale, anche coll'aspetto granitoide, è una roccia regolarmente stratificata.*

3° *Il gneiss centrale è una roccia metamorfica per la sua grande antichità.*

Capitolo II.

Forme petrografiche dei terreni cristallini recenti (*zona delle pietre verdi*).

Sviluppo dei terreni cristallini recenti. — Se il granito ed il gneiss centrale formano la meno ampia e più interna porzione del nostro gruppo, per contro i terreni cristallini recenti, la *zona delle pietre verdi* del Gastaldi, costituiscono la quasi totalità del residuo del nostro gruppo (Carta 1ª Tav. I), essendo i terreni paleozoici, pliocenici e quaternarî confinati nella pianura immediatamente sottostante, od in limitate aree collinesche al piede dei veri monti. Condizione questa comune a tutti i massicci cristallini alpini, i quali sono rappresentati da nuclei di granito o gneiss centrali circondati, rivestiti d'ogni intorno, salvo in alcuni casi speciali, come pel massiccio Riparia Macra ad esempio, da immense formazioni cristalline, che riunite formano la zona accennata.

Questi terreni cristallini recenti, a guisa di amplissima e potentissima coltre, si adagiano sui cristallini antichi, lasciandoli scoperti nelle località centrali e riunendo fra loro i diversi massicci. Così è per le Alpi nostre occidentali, così in generale per le Alpi, a meno che siano i terreni cristallini recenti ricoperti alla loro volta da terreni più recenti ancora e non cristallini, paleozoici, secondarî, terziarî, siccome si verifica nelle Alpi centrali ed orientali e nell'estrema curva della catena alpina là ove essa s'innesta coll'Appennino. Ma dal San Gottardo a venire fino a Sud del Monviso possiamo dire che le Alpi, pel versante italiano, sono formate esclusivamente dai terreni di questa zona, tranne i nuclei profondi antichi del Rosa, del Monte Bianco, del Gran Paradiso e del massiccio Riparia Macra e limitatissime strisce di terreni paleozoici al piede del Monte Bianco, in Valle di Susa e forse nelle valli a Sud del Monviso. La Valle d'Aosta è una conca immensa formata da terreni cristallini recenti, chiusa tra i nuclei cristallini antichi del Rosa, del Monte Bianco, del Gran Paradiso; così noi dicevamo in un nostro lavoro: « En effet le granit, le gneiss, le protogine (terreni cristallini antichi) forment les masses « du Gran Paradis, du Mont Blanc, du Mont Rose . . . .; les couches les moins anciennes (terreni « cristallini recenti) se relèvent de touts les points de l'horizon vers ces centres, formant des dépres- « sions, des enfoncements dans les régions intermédiaires . . . . Le *thalweg* de la vallée (d'Aosta) « ne serait autre chose que la dépression entre les deux soulèvements du Gran Paradis e du Mont « Rose, s'exhaussant en amont d'Aoste contre le massif du Mont Blanc » (*Guide de la Vallée d'Aoste*).

Questi terreni cristallini recenti si rendono estremamente interessanti non solo per la loro assoluta predominanza nella costituzione del versante italiano delle Alpi occidentali, ma ancora per la estrema varietà e moltiplicità delle forme petrografiche che presentano, e per l'abbondanza di minerali utilizzabili, che contengono nelle loro

stratificazioni, mentre molto poveri di essi, lo vedemmo, sono i terreni cristallini antichi. I minerali che questa zona comprende sono suoi speciali e non s' incontrano nei terreni cristallini antichi sottostanti: questa circostanza fece dire giustamente al Gastaldi che bisogna una buona volta abbandonare l'opinione che i minerali metalliferi di essa zona siano sempre stati portati in essa per via di filoni provenienti da profondissime regioni del globo, ma che essi si formarono assieme o posteriormente ai materiali stessi della zona per fatto di concentrazioni, nel maggior numero dei casi, disponendosi in lenti od ammassi allineati parallelamente alla stratificazione, formando cioè i così detti *filons-couches*, espressione che a noi sembra un dannoso compromesso tra vecchie e nuove opinioni.

Nomi e divisioni delle forme petrografiche. — I nomi dati in prima a questa zona di *zona delle pietre verdi* dal Gastaldi, di *zona serpentinoso-calcarea* dal Giordano, di *zona calcareo-magnesiana* da noi, dimostrano già a tutta prima come le rocce magnesiache (verdi generalmente di tinta) e le calcaree siano ampiamente rappresentate. Le roccie veramente tipiche della zona sono le magnesiache, quindi più conveniente era l'appellativo del Gastaldi, giacchè i calcari si trovano, come vedemmo nel precedente capitolo, pure nei terreni cristallini antichi, e formano parte importante dei terreni paleozoici. Oggidì però, grazie agli indefessi studî del Gastaldi e le osservazioni paleontologiche del Michelotti, noi siamo in grado di sostituire a questi appellativi provvisorî, quelli correspondenti della cronologia geologica, se non dei distinti periodi, almeno delle grandi epoche: e fu questo un passo meraviglioso. Di ciò meglio in uno dei susseguenti capitoli; per ora atteniamoci ai vecchi nomi.

Le investigazioni di molti anni rivelarono al Gastaldi ed a noi una molteplicità grandissima nella costituzione mineralogica, e nella struttura ed anche nella disposizione delle masse nelle roccie della *zona delle pietre verdi.* Per la costituzione mineralogica possiamo raggruppare le numerose forme petrografiche attorno a tre tipi principali, e sono: *roccie a base di silicati di magnesia, roccie a base di carbonato di calce e roccie a base di feldispato;* per rispetto alla struttura ed alla disposizione delle masse è facile distinguere che le più interne e preponderanti sono evidentemente stratificate ed a struttura generalmente schistosa, quantunque in alcune località si mostrino concentrazioni rilevanti, mentre un cordone più esterno, pel nostro gruppo almeno, è formato da roccie non diverse gran che per mineralogica costituzione, massiccie però, di apparenza eruttiva, a struttura non schistosa, eminentemente cristallina. Nel nostro gruppo sono queste diverse forme petrografiche, diverse ripetiamo per i minerali componenti o per modo di presentarsi, bastantemente bene separate e formanti quasi zone speciali; fu questo il motivo per cui nei nostri primi studî avevamo creduto di scindere questa immensa zona in:

1° *zona calcareo-magnesiana,* più interna formata a preferenza di roccie calcareo-magnesiache.

2° *zona micaceo-feldispatica,* media, formata da gneiss e micaschisti recenti con un po' di calcare.

3° *zona eruttiva* tutta esterna;

si vede che le apparenze ci avevano ingannato.

Ravvedutici ora sopra l' origine delle roccie di quest' ultima zona, pur nondimeno crediamo utile di mantenere la divisione, per la sola descrizione delle forme petrografiche, in *sottozona delle roccie stratificate* e *sottozona delle roccie massiccie*; dobbiamo abbandonare poi la divisione in tre zone più sopra citata, come quella che troverebbe gravissime difficoltà nella promiscuità, in cui si trovano queste roccie nei massicci vicini a quello del Gran Paradiso e nelle estreme porzioni di questo stesso.

SOTTO ZONA DELLE ROCCIE STRATIFICATE — ROCCIE MAGNESIACHE — *Serpentina.* — Le roccie a base di silicati di magnesia con o senza altre basi sono la serpentina, la ovardite, la diorite, l'eufotide, la lherzolite, l'amfibolite, le roccie talcose e le roccie cloritiche.

La serpentina la incontriamo sotto differenti aspetti nelle parti interne della zona. Ora è una serpentina compatta, che si presenta allo studio in istrati od in amigdale, o lenti sufficientemente potenti, di colore verde grigio o verde cupo, con o senza laminette diallagiche, tenacissima, a struttura compatta granulare, a frattura poliedrica o scheggiosa: questa varietà resiste molto bene agli agenti atmosferici e prende sotto la loro azione una tinta rosso-giallastra, che fu causa di molte speciali denominazioni di picchi, creste, alture e colli: frequentemente questa varietà contiene vene incrociantisi di crisotilo, di serpentina fibrosa, colle fibre oblique alle pareti delle soluzioni di continuità; contiene dei cristalli di attinoto, cristallini ottaedrici di ferro magnetico, mosche, noduli ed anche enormi concentrazioni di più metri di potenza dello stesso preziosissimo metallo ferreo; l'asbesto, l'amianto si mostrano frequentemente ed abbondantemente; localmente presenta superficie lucentissime di un bel verde pomo o verde giallastro; alcuni dei più arditi picchi delle Graie, specialmente nelle valli di Lanzo, sono di questa serpentina, in dipendenza della maggior resistenza ch' essa presenta, che non le roccie contigue, alla degradazione meteorica; è traslucida sui margini.

Abbondantissima ancora in Val di Lanzo, ove la serpentina è predominante, è quella ancora a strati grossi e potenti come la prima, ma a struttura grossolanamente granulare; presenta delle superficie brillanti, come per lamine di sfaldatura, di un verde chiaro e traslucide; notiamo che tali caratteri assume la serpentina quando si avvicina alla lherzolite; frequentemente è diallagica, meno ricca però della prima in minerali accidentali. Sono queste due varietà che accompagnano ordinariamente i giacimenti ferriferi.

Abbiamo la serpentina ampiamente schistosa, a Locana (Val d'Orco), a Gramonanche (Vallone di Lôres-Aosta) ed altre località; si estraggono delle lastre sottilissime e di una certa grandezza come materiale tegolare; i serpentinoschisti sono abbondantissimi nel gruppo del Gran Paradiso; alcuni *clappeys* (cumuli di rottami che nell'alto delle valli fasciano il piede delle vette più selvaggie, *cassère* in Valle di Po) sono formati di frantumi lastriformi di serpentina schistosa, che, percossi, mandano un suono quasi di piccola campana.

Lasciando da una parte la serpentina fibrosa che non costituisce una vera forma petrografica accenniamo alle oficalci, breccie serpentinose con rilegature di calcare bianco cristallino; sono i marmi verdi di Susa, così pregiati, e che non mancano nel gruppo del Gran Paradiso.

Cloritoschisti e talcoschisti. — Le serpentine sono in intima correlazione cogli schisti talcosi, che nel nostro gruppo starebbero a rappresentare le steatiti verdi che il Gastaldi trovò così bene sviluppate nella *zona delle pietre verdi* nella valle del Chisone; il talcoschisto del gruppo del Gran Paradiso si rivela a distanza con macchie verde grigio chiare non molto ampie; da vicino si mostra sotto forma di una specie di fanghiglia sempre impregnata di acqua, scivolante, tenera, prodotta dalla facilissima degradabilità in minuti frammenti della roccia; sonvi talcoschisti eminentemente fogliettati in piccole e numerosissime pieghettature, come presso Campiglia in Valle Soana. Talora il talcoschisto è pieno zeppo di granati rossoscuri romboedrici; il talco vi è bianco argentino; cito la zona cuprifera del Sud di Valle d'Aosta come caratterizzata dalla presenza del talcoschisto calcarifero e granatifero.

Lo schisto prettamente cloritico è meno abbondante nel gruppo del Gran Paradiso; però non manca e nella zona cuprifera preaccennata trovasi granatifero con presenza di sismondina e gastaldite.

La pietra ollare, che ora è un impasto talcoso cloritico, ora è confusa colla serpentina molto tenera ed omogenea, è frequentissima nel nostro gruppo. Quasi ovunque la serpentina si sovrappone alle roccie amfiboliche cuprifere da Champ de Praz a Cogne si trovano abbondantissimi giacimenti di pietra ollare di buonissima qualità, che serve a moltissimi usi nella Valle d'Aosta, specialmente alla fabbricazione delle stufe.

Ovardite, diorite, amfibolite. — Una roccia molto sviluppata e che forma una zona continua attorno al gruppo è l'ovardite, nome dato dallo Strüver perchè di essa è formata quasi per intiero la massa della Torre d'Ovarda (3070 metri) tra Usseglio e Balme nelle valli di Lanzo; questa forma petrografica noi facciamo susseguire agli schisti cloritici perchè la clorite vi è uno dei componenti; per molto tempo fu considerata come una varietà di diorite; ma l'esame accurato di essa roccia dimostrò come ai piccoli aghi grigioverdi sericei di amfibolo si uniscono abbondanti laminette di clorite; almeno fino a prova contraria è la nostra opinione. Questa roccia, grigia da lungi, grigio verdiccia dappresso, è costituita da piccoli nuclei quasi sferici da 1 a 3 millimetri di diametro, bianchi, di feldispato, probabilmente il feldispato stesso delle dioriti, circondati da una sostanza lamellare o fibrosa verde grigiastra che presenta una lucentezza intermedia a quella che hanno le laminette di clorite e l'amfibolo in acicule; la roccia è schistosa, non troppo però, formando talora banchi di una certa potenza a struttura quasi massiccia; ne trovammo nel vallone di Champ de Praz di quella in cui le sferule bianche raggiungevano fino a 6 e 7 millimetri di diametro. Nelle valli di Lanzo l'Ovarda, la Bessanese, parte della Ciamarella, l'Uja di Belavarda in Val d'Orco, molte vette tra la Val d'Orco e Valle d'Aosta, la Grivola, in parte sono formate da questa roccia, che non manca mai a formare zona continuata, lo ripetiamo, tutt'attorno al massiccio. Fu confusa frequentemente colla diorite a grana fina e per ciò appunto essa merita di essere ancora studiata. A Cogne alla Cresta Moncuc si trova questa ovardite, battezzata per diorite, con filettature di carbonato di calce cristallino. In Valle d'Aosta accompagna i giacimenti cupriferi.

L'ovardite ci conduce all'esame della roccia ad elementi amfibolici. La vera diorite è sviluppata ampiamente nel gruppo del Gran Paradiso; ora essa è a grossissimi elementi dando una forma litologica massiccia quasi, od in grandi banchi a variegature bianche o

verde chiaro, vale a dire a fondo bianco con grosse macchie irregolari verde chiaro o verde erba, che si rivelano agevolmente formate da cristalli fibrosi di amfibolo; così verificasi al Colle della Reale tra Champorcher e Valle Soana, a Champ de Praz sull'allineamento della miniera di rame, e nell'interno della miniera stessa ove forma il *riposo del filone-strato*, alla Cleva di Torgnon, a Bellacomba, a S.t Marcel, sempre sul tragitto della zona cuprifera ed in molte altre località. Talvolta, ed abbastanza frequentemente, la pasta feldispatica bianca si arrichisce molto maggiormente di fibre di amfibolo più minute, che diffondonsi uniformemente nella massa dandole una tinta verde grigiastra. Questa roccia è piuttosto schistosa quando è ad elementi fini ed allora prende il nome di dioritoschisto; si distingue dall'ovardite massiccia o schistosa per il fatto che non rivelansi le macchiette bianche di feldispato in fondo verde grigio dell' amfibolo e della clorite; nella diorite e nel dioritoschisto abbiamo invece le macchiettine irregolari di amfibolo che risaltano sul bianco della pasta cristallina del feldispato. La diorite è la roccia che racchiude i più grandi giacimenti di rame nel gruppo del Gran Paradiso, e vi è unita con granati, sismondina, gastaldite. Succede, ma non di sovente, che la pasta della diorite si fa talmente fina da trasformarsi in vera afanite.

Dalle dioriti alle vere amfiboliti il passo è breve; ma possiamo ben notare che è estremamente difficile trovare nel nostro gruppo delle amfiboliti che più o meno non contengano elementi feldispatici, facendo così passaggio alle dioriti povere di feldispato; ciò nondimeno insieme con essi s'incontrano degli schisti e delle lenti a struttura cristallina, di un colore verde cupo, che si appalesano formati di amfibolo verde scuro in assoluta predominanza. Un amfiboloschisto che merita di essere mentovato è quello granatifero, pieno zeppo di granati, che accompagna la zona cuprifera meridionale di Valle d'Aosta, e si rivela quindi in molti dei valloni che da Sud scendono alla Dora tra Hône e Villeneuve. Non è raro il caso di vedere questa amfibolite schistosa granatifera arricchirsi di larghe lamine di mica grigio chiara, formando allora l'eglogite, che trovasi al Pian Tallorno tra Val Soana e Valchiusella, ed in alto del vallone in cui trovansi le miniere ferro-cuprifere di Traversella. Finalmente è l'amfibolite che si trasforma in un impasto costituito di sismondina e gastaldite a Champ de Praz e a S.t Marcel ed in altri punti dell'allineamento delle lenti cuprifere.

Eufotide e lherzolite. — Nelle valli di Lanzo è ampiamente sviluppata l'eufotide, ma nelle valli dell'Orco, di Soana, d'Aosta, essa è pochissimo rappresentata, il che prova la capricciosità di distribuzione e di sviluppo, e la possibile sostituzione delle diverse roccie magnesiache tra loro, fatto questo del quale discorreremo in seguito. Nelle valli della Stura di Lanzo l'eufotide si presenta talora a grana fina, relativamente, giacchè questa roccia è fra quelle che presentano la maggior dimensione degli elementi costitutivi; la pasta è formata di feldispato saussurite compatto, bianco o bianco verdognolo, ed in essa pasta stanno dispersi gli elementi diallagici, ora molto distintamente lamellari, ora a struttura lamellare confusa. Tal altra volta l'eufotide è ad enormi elementi; nella pasta feldispatica compatta si rivelano masse lamellari di diallaggio verde bronzo, verde rossiccio, od anche verde smeraldo (smaragdite) di 6, 7 fino a 10 centimetri di lunghezza su 3, 4 ad 8 di larghezza. Cito come località ricchissima di questa bellissima eufotide tutta la pendice orientale dei monti che dal

Musineto corrono a Lanzo, quantunque siano fuori dell'area occupata dal gruppo del Gran Paradiso. Finalmente non è raro il caso di una eufotide quasi laminata ridotta allo stato di eufotischisto, varietà curiosissima per una roccia che si presenta ordinariamente in banchi colossali talmente da assumere l'aspetto di masse eruttive. Nel nostro gruppo troviamo dell'eufotide schistosa nel vallone di Cambrello che da Sud scende all'Orco presso Locana; troviamo qualche cosa d'analogo ad una eufotide granatifera (eglogite) nell'alto del vallone di Traversella.

Ora veniamo all'esame di una forma petrografica di grande importanza come quella che appalesa l'analogia delle nostre *pietre verdi* colle *ofiti* dei Pirenei. È dessa la lherzolite. Nel 1869 percorrendo noi l'arida parete delle roccie magnesiache che si eleva a Nord del borgo di Locana, trovammo fra i detriti serpentinosi provenienti dall'alto, dei grossi frammenti pseudoregolari di tinta giallo-rossiccia, ma diversa da quella che prendono i frammenti serpentinosi per esposizione all'aria; un lavoro difficile fu quello di spaccare uno di questi frammenti, che erano molto abbondanti; il peso di esso si rivelava superiore a quello di eguale frammento di serpentina compatta; nella frattura fresca notammo una variegatura di verde chiaro giallognolo e verde più scuro, con punti neri, una struttura localmente cristallina lamellare. Evidentemente non trattavasi di serpentina; quel campione portava per conseguenza un cartellino unito con un eloquentissimo punto interrogativo. Non sappiamo per quale circostanza non si richiamò la nostra attenzione su quella roccia enigmatica che nel 1873. E fu nell'anno susseguente che il prof. A. Cossa diede lo studio chimico mineralogico della roccia in quistione (*Intorno alla lherzolite di Locana* - Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, Vol. IX) qualificandola come lherzolite, mentre noi dietro alle informazioni del prof. G. Spezia la chiamavamo *olivinite* perchè per $^3/_4$ circa costituita da olivina. Nell'istesso anno 1874 lo Strüver (*Sulla peridotite di Baldissero*), senza invocare alcuna priorità di scoperta, pubblicava una nota su analoga roccia intraveduta da Daubrée e trovata da lui a Baldissero. Noi visitammo con cura i così detti Monti Rossi di Baldissero e trovammo, proprio in corrispondenza di una piccola cappella, la lherzolite tipica con aspetto anche più cristallino di quella di Locana. Essendo però questa in connessione con roccie che furono dapprima considerate da noi come eruttive per il loro aspetto esteriore, ce ne occuperemo sul fine di questa descrizione petrografica delle *pietre verdi;* intanto notiamo che se lo Strüver credette di chiamare questa roccia peridotite, per non confonderla con la specie minerale olivinite, noi crediamo di abbandonare come improprio il nome di olivinite e di assumere quello di lherzolite, perchè utilissimo a stabilire l'analogia tra la roccia in quistione e quella del lago di Lherz nei Pirenei.

Noi possiamo considerare la lherzolite, che incontrasi nel cuore della *zona delle pietre verdi*, come stratificata ed intercalata alle roccie magnesiache formanti parte della zona stessa; riportiamo all'uopo alcune osservazioni di giacitura da noi trasmesse al prof. Cossa e da esso citate nella sua Memoria.

« L'olivinite di Locana (Circondario d'Ivrea-Valle dell'Orco) forma un banco o meglio un as-
« sieme di banchi di complessivo spessore di metri 200 circa, compreso tra strati di calceschisto in
« basso ed un potente sviluppo di schisti serpentinosi in alto. La ubicazione del giacimento è nella
« montagna nuda e selvaggia a tramontana dell'abitato di Locana, sulla sinistra dell'Orco, e la parte
« inferiore è appena a 100 metri o 150 sul livello del paese, il quale è a metri 607 sul livello del

« mare. Il banco d'olivinite inclina dapprima fortemente a Sud Est, poi, formando una piega molto « accentuata, si dirige quasi orizzontalmente a Nord Ovest verso il limite della *zona delle pietre verdi* « in corrispondenza dei casali di Mompiano, ove affiora sulla sponda del torrentello che scende al- « l'estremo Ovest di Locana. Superficialmente assume, per l'azione atmosferica, una tinta rosso gial- « lastra vivace, od anche color bruno giallo. Nella parte superiore del banco sembra far passaggio « graduato alla serpentina, non ostante che sia facile tracciare esattamente la linea di demarcazione « tra il banco massiccio dell'olivinite ed i serpentinoschisti scavati per materiale tegolare ».

Riguardo ai caratteri distintivi esterni aggiungeremo che frequentemente sulla tinta rosso gialla vivace risaltano macchie verdiccie di cristalli in rilievo, probabilmente di diallaggio. La roccia ha una marcatissima struttura cristallina ed i suoi elementi mineralogici costituenti sono perfettamente distinguibli come risulta dalla descrizione del Cossa.

« La roccia di Locana ha un colore verde grigiastro; essa risulta dall'aggregazione di tre mi- « nerali che si possono distinguere assai facilmente e che colla analisi chimica si riconobbe che sono: « il peridoto olivina di un color verde pallido ed in qualche punto affatto incoloro; l'enstatite di « color giallo grigiastro ed il diopside di color verde smeraldo. Inoltre trovansi sparsi nella roccia « non uniformemente de' piccoli granuli che assumono assai raramente le dimensioni della capocchia « di un'ago, e per lo più sono così minuti da non poter essere veduti se non colla lente. Questi « granuli che presentano tutti i caratteri della cromite (come verificava in nostra presenza il prof. « G. Spezia coll'analisi per via secca al cannello e col borace) hanno un color nero, una lucentezza « metallica e sono attirabili dalla calamita. Di questi minerali prevalgono nella composizione della « roccia l'olivina e l'enstatite; l'olivina forma approssimativamente più di $^3/_4$ della massa della roccia. « La roccia è compatta e molto coerente; la sua durezza cimentata nei punti in cui presenta la « maggior omogeneità è di 6,5. Il medio peso specifico è di 3,307 ».

Il prof. Cossa opina doversi indubbiamente riferire la roccia di Locana alla lherzolite.

Lo Strüver nutre opinione che la serpentina, massimamente diallagica, proviene da alterazione di peridoto per idratazione dell'olivina; secondo lui Daubrée esaminò una forma di passaggio tra la lherzolite e la vera serpentina di Vidracco-Baldissero; (Nota citata) e noi incliniamo ad ammettere questa opinione vedendo come le serpentine, specialmente diallagiche, sieno sempre concomitanti della lherzolite, anzi facciano ad essa passaggio. Questa roccia pare vogliasi mostrare più diffusa nelle Alpi nostre di quello che si credesse prima delle esperienze di Daubrée, delle ricerche dello Strüver e della nostra scoperta a Locana; diffatti abbiamo lherzolite a Locana, a Baldissero, a Castellamonte; lo Strüver cita lherzolite presso Rubiana (Val di Susa); noi la trovammo a Givoletto (tra Casellette e Lanzo); il prof. Fino, del Regio Istituto Industriale e Professionale di Torino, la trovò al Civrari in Valle di Lanzo (Viù); il Gastaldi la trovò in grosso banco al Colle della Rossa tra le valli del Sangone e del Chisone, compresa tra lo gneiss centrale (massiccio Riparia Macra) e l'eufotide a smaragdite del Rocciavrè (*Sui rilevamenti geologici in grande scala fatti nelle Alpi piemontesi nel* 1875; lettera al com. Q. Sella. — Tomo III Serie II degli Atti della Reale Accademia dei Lincei).

Per quanto numerosissime siano le forme petrografiche a base di silicato di magnesia, pure noi dobbiamo considerarle non come individualità litologiche separate e distinte, ma sibbene come rappresentanti a *facies* diversi di un solo complesso formante un vero orizzonte geologico. Difatti non solo noi troviamo intima correlazione di giacitura tra le diverse *pietre verdi,* ma ancora talune fra loro fanno

graduato passaggio dall'una all'altra; così la serpentina alla lherzolite ed all'eufodite, questa alla lherzolite, la serpentina ai talcoschisti, al cloritoschisto per mezzo della pietra ollare, il cloritoschisto all'ovardite, questa alle dioriti, alle amfiboliti. Abbiamo anche di più; è a sua volta or l'una or l'altra di queste forme petrografiche che si fa predominante, sostituendosi a vicenda nelle diverse regioni alpine, talchè il Gastaldi insiste sulla equivalenza geologica delle diverse *pietre verdi*; difatti nelle valli del Toce, della Sesia prevalgono le dioriti, nel versante settentrionale del nostro gruppo prevalgono unite le serpentine, le dioriti e le amfiboliti, in Valle di Lanzo sono serpentine ed eufotidi ed ovarditi, in Valle di Susa serpentina e varioliti, in Val del Chisone serpentine, eufotidi e lherzoliti, al Monviso domina l'epidotite, roccia che non descrivemmo perchè mancante nel nostro gruppo. Nel suo lavoro, *Studî geologici sulle Alpi occidentali* - Parte II - il Gastaldi cita parole di Lory e di altri geologi, le quali confermano questa sostituibilità delle diverse *pietre verdi*, quindi la loro equivalenza geologica. Anzi questa equivalenza non si limita tra le roccie puramente magnesiache, ma si estende tra esse e quelle a tipo assolutamente feldispatico come vedremo più avanti.

Roccie feldispatiche. — Abbondantissime e concentrate generalmente verso l'estrema porzione della nostra zona sono le roccie a base di feldispato, con andamento palesemente a strati; ciò che non toglie che esse s'intercalino in tutto lo spessore della zona colle roccie a base di silicati di magnesia. Le chiamiamo roccie a base di feldispato perchè questo elemento mineralogico vi è sempre più o meno ampiamente rappresentato, mentrechè l'elemento magnesiaco vi scarseggia grandemente oppure manca affatto.

Il prototipo di questa roccia è il gneiss recente, che forma il predominante materiale nell'inferiore Valle di Champorcher, in quella di Chiusella, nella inferiore porzione di Valle Soana, di Val d'Orco, nelle montagne che si estendono tra Courgnè e Lanzo. Il gneiss recente si distingue dal centrale ed antico per struttura più fina, per maggiore abbondanza di quarzo, per mancanza del carattere di porfiroideità, per la sua unione con roccie magnesiache, per la sua più perfetta stratificazione e per la minore potenza dei suoi strati. Questo gneiss presenta numerose varietà, ma siamo ben lungi dal carattere proteiforme delle roccie magnesiache. Diminuendo il quantitativo di feldispato granulare si passa in alcune località ad un micaschisto feldispatico, od anche ad un vero micaschisto come in Valchiusella, ma raramente però. L'abbondanza di quarzo è tale che talora incontransi delle concentrazioni stratiformi od a vene di quarzo grasso purissimo come in Val di Piova, in Valchiusella, ovvero di quarziti micacee alquanto feldispatiche. Il gneiss si arricchisce di noduli e lenti di calcare cristallino bianco, come a Pont, in Val d'Orco, in prossimità di vere concentrazioni calcaree. Altravolta i granati abbondano ed abbiamo dei gneiss a granati, come al Pian Tallorno in Val Chiusella. Al Monte Marzo, in Champorcher, Val Chiusella non è raro trovare il gneiss, in cui gli elementi hanno assunto una certa disposizione sferoidale, formandosi nuclei bianchi di quarzo e feldispato rivestiti di mica grigia o verdastra. Una particolarità vogliamo accennare di alcuni gneiss di Val di Savenca, Valle Chiusella e Champorcher, quella cioè di presentare dei cristalli

diffusi sufficientemente sviluppati di un minerale azzurrognolo violaceo chiaro, in prismi a lucentezza vitrea, rassomiglianti nell'aspetto a gastaldite più chiara, che potrebbe essere anco una varietà di distene; a questo proposito notiamo che tali gneiss abbondano nelle montagne biellesi, che, partendo dal Monbarone, corrono a Sud Est sull'allineamento dei banchi gneissici di Val Chiusella. Dobbiamo aggiungere a questa enumerazione di gneiss recenti, il gneiss amfibolifero, il quale è abbondantissimo nelle esteriori parti della *zona delle pietre verdi,* e la sua presenza è per così dire il primo grado di passaggio del gneiss vero a roccie di cui discorreremo a momenti, roccie di grande importanza per le discussioni cui diedero e danno luogo. Diminuendo il quarzo ed il feldispato e sostituiti questi da calcare, si passa al calceschisto, roccia che si intercala al gneiss recente, alle roccie magnesiache, che descriveremo nell'esame delle roccie petrografiche a base di carbonato di calce. Noi sappiamo già come nel gruppo del Gran Paradiso i gneiss recenti si concentrano più specialmente verso l' estremo della *zona delle pietre verdi*; orbene abbiamo notato che il gneiss recente, là ove si avvicina alla zona in cui predominano le roccie magnesiache, si arricchisce di una mica verde smeraldo brillantissima, ad esempio nelle valli di Cogne, in quelle di S.t Marcel, di Champ de Praz, Issogne; questa mica verde farebbe forse passaggio all'onkosina o cossaite trovata e descritta dal Gastaldi prima, poscia dal Cossa?

Porfidi amfibolici, graniti sienitici di Valchiusella e sienite di Cogne. — Nell'alto della Valchiusella si trova, non in grandi sviluppi, ma ripetutamente su una linea diretta a Sud Est, una roccia da classarsi indubbiamente tra i porfidi amfibolici. Questo porfido ora si presenta come una pasta feldispatica grigiastra compatta, in cui risaltano macchiette bianche quasi circolari di un centimetro circa di diametro di feldispato bianco e numerosi filamenti esili, nitidissimi, verdescuri di 3 a 6 millimetri di lunghezza, che probabilmente sono di amfibolo orneblenda; le macchie bianche ed i filamenti verdescuri sono uniformemente diffusi nella pasta, che acquista così una vaghezza tutta speciale. Tale forma di porfido è in lenti interstratificate nel gneiss recente, lenti poco sviluppate ma numerose, ed allineate nel senso della stratificazione. La superior parte della Valchiusella tra il Pian Tallorno e la Cima di Dondogna conterà non meno di 7 ad 8 di queste lenti. Questo porfido si riconosce da vicino agevolmente per la sua tinta e per le sue macchie, da lungi pel suo modo di frattura; essó si rompe sul luogo e si degrada in massi cuboidi di circa 30 o 40 centimetri d'altezza. Più in basso di Valchiusella, p. es. nel vallone di Succinto ed in quello di Naverano, si trovano altre lenti di un porfido grigio più cupo, senza macchie bianche, ma coi cristalli aciculari di amfibolo; questa forma di porfidó si presenta divisibile in sottili straterelli e mantiene l'ordinario andamento di stratificazione; essa è quasi in correlazione colle prime manifestazioni del granito sienitico di Valchiusella. Non mancano le concentrazioni amfiboliche in vicinanza dell'uno e dell'altro porfido e le vene di feldispato puro, e notiamo ancora che il gneiss di quei monti è amfibolico. Dobbiamo noi quei porfidi, che il nostro collega Bruno trovò seguitare nelle montagne di Quassolo e di Quincinetto, e che noi incontrammo alla Becca Torcé tra le Valli di Gressoney e di Challand, considerarli come materiali d'eruzione? Molti distinti geologi opinano in questo senso e così pure si pronunciava il Gastaldi nella prima parte dei suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali.* Oppure non dobbiamo noi vedere in queste isolate manifestazioni

porfiriche altro che il risultato di concentrazioni feldispatiche ed amfiboliche compiutesi nella massa d'un gneiss amfibolico? Non militerebbero in favore di questa opinione e l'esiguità delle masse, e la loro forma a lenti, e l'isolamento di queste masse, e la mancanza di una massa profonda eruttiviforme dello stesso porfido, e la regolare interposizione agli strati senza che questi ne siano sconvolti, ed il loro allineamento concorde con quello delle altre roccie indubbiamente stratificate, e l'accompagnamento di concentrazioni, direi molto volentieri di trasudazioni, puramente amfiboliche o puramente feldispatiche? Il Gastaldi nella seconda parte de' suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali* rigettò la genesi eruttiva dei porfidi e ne fa degli *equivalenti geologici* delle altre roccie della *zona delle pietre verdi*, e promette una terza parte de'suoi studî diretta specialmente alla gran dica di melafiro del Biellese; il Gastaldi ancora fa il confronto dei nostri porfidi coi *trappi* dell'America settentrionale, che Rivot descrive come *paralleles entre eux, et paralleles également aux couches des conglomérats et des grés,* e ne fa rilevare l'analogia. Noi siamo potentemente trascinati a considerare queste roccie porfiriche come sedimentarie metamorfiche o meglio come il prodotto di concentrazioni dei gneiss amfibolici.

La questione è molta seria e sarebbe follìa pretendere di risolverla oggidì colla scarsezza di materiali che abbiamo per lo studio perfetto dei porfidi. Quello che vogliamo notare si è che questi porfidi nel gruppo del Gran Paradiso occupano una parte più interna della *zona delle pietre verdi*, che non quelli rossoscuri violacei del Biellese, e devono quindi considerarsi come più antichi; la notevole differenza che rilevasi nell'aspetto delle due roccie porfiriche ci autorizza pur anche a farne delle forme petrografiche distinte. Attendiamo gli studî del nostro maestro per pronunciarci definitivamente, fortunati se potremo anche noi fornire materiali per questi studî.

Dobbiamo ancora esaminare un'altra forma petrografica importantissima in correlazione coi gneiss recenti. Restiamo sempre nella Valchiusella. Vogliamo parlare dell'ampia massa di sienite o meglio granito sienitico che occupa parte del vallone delle miniere di Traversella, e forma la Torretta delle Cime, parte del vallone che scende a Brosso ed a Baio, e parte dello sperone roccioso ricoperto dalla morena laterale destra dell'antico ghiacciaio di Valle d'Aosta, da Baio a Lessolo. È una roccia a struttura veramente granitoide formata di quarzo e feldispato bianco o rossiccio, lamellare, con moltissime pagliettine di mica nera lucente e cristallini di amfibolo; gli elementi sono più piccoli di quelli di un granito tipico e sono uniformemente distribuiti nella massa. Di tanto in tanto delle concentrazioni amfiboliche o di altra natura, sempre però magnesiache, formano delle macchie più scure sulla tinta della roccia; così pure è frequentemente questa zonata e listata da concentrazioni a mò di vene di feldispato bianco e rossiccio quasi puro. Notiamo che l'andamento di questa massa granitico-amfibolica concorda con quello delle masse gneissiche stratificate; notiamo ancora che siamo nel gneiss amfibolifero, che non sempre si riesce a tracciare il limite tra gneiss e granito amfibolico, che ancora pare vi sia una certa dipendenza tra gli straterelli porfirici di Naverano e questa massa granitica amfibolica. Il Gastaldi nella sua prima parte degli *Studî geologici sulle Alpi occidentali* si fa a proposito di questa massa granitica amfibolica, e di quella sienitica del Biellese e

di altre masse granitiche, dioritiche analoghe, la seguente domanda (pag. 27) « questi « graniti, queste sieniti, racchiusi nel micaschisto e nel gneiss recente non sarebbero per avventura « trasformazioni, cambiamenti di struttura della stessa roccia incassante ..... ? » La roccia incassante è il gneiss amfibolico, non mancano gli elementi, quindi noi rispondiamo che tale a nostro parere deve essere la genesi della roccia granito-sienitica di Traversella. Non vediamo in questo caso che la ripetizione di ciò che si è compiuto nella trasformazione strutturale del gneiss centrale in granito. Lo stesso dobbiamo dire per la massa di sienite sfenica di Cogne, che forma l'imbasamento della cresta che dalla Pointe de la Crevasse scende a Silvenoire a dividere i due valloni di Traio e del Nomenon; in alcuni punti essa è a struttura totalmente massiccio-cristallina da disgradare qualunque siasi delle roccie granitiche, che un tempo universalmente ed ora da molti ancora sono ritenute di origine eruttiva; questa sienite quando assume la struttura granitoide non è che un *facies* del gneiss amfibolico, che in istrati concorda con l'andamento di tutte le roccie stratificate, formanti i monti di Cogne; il feldispato ivi è lamellare, bianco tendente al bruno rossiccio, l'amfibolo è in gruppi e masse fibrose di colore verde scuro; vi si trovano dei cristalli di sfeno giallo miele. Dobbiamo notare l'analogia grande che esiste tra la sienite di Cogne e quella del Biellese, sia per colorazione del feldispato, per struttura tipica, che per la presenza dello sfeno come risulta dal lavoro del prof. Cossa, *Ricerche chimiche e mineralogiche sulla sienite del Biellese* - Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino - Serie II Tomo XXVII.

Roccie calcaree — *Calcari.* — L' elemento calcareo è diffuso ampiamente nella *zona delle pietre verdi,* sia come formante accidentalmente parte della pasta delle altre roccie (gneiss calcarifero di Pont, amfiboliti e dioriti calcarifere di diverse località, oficalci ecc.), sia a formare vere roccie a base di carbonato di calce con o senza carbonato di magnesia. Già notammo nel primo capitolo come gli stessi gneiss centrali non sieno scevri dell'elemento calcareo, sia disperso (gruppo del Gran Paradiso) sia in veri banchi marmorei (gruppo Riparia Macra); l'elemento calcareo insieme colla grafite proverebbe colla sua presenza l'origine sedimentaria di tutte le roccie cristalline del versante orientale delle Alpi occidentali già descritte, ove considerazioni stratigrafiche non mettessero tale origine in pienissima luce.

Il calcare è rappresentato da diverse forme litologiche, che si intercalano a tutte le roccie formanti la *zona delle pietre verdi,* senza rivelarsi più abbondanti in una piuttosto che in un'altra porzione della zona. Generalmente esso è in lenti di vario sviluppo incluse in roccie di natura non calcare, ovvero anche in concentrazioni lenticolari nel seno di roccie contenenti il carbonato di calce come loro elemento costituente; trovasi però anche in vere zone realmente a strati; sempre però con allineamento ed andamento concorde colla generale stratificazione delle roccie dell'intiera zona.

Ecco le principali varietà di calcare che ci fu dato studiare nel massiccio del Gran Paradiso.

Calcare saccaroide lamellare bianchissimo, purissimo, in lenti di ragguardevole sviluppo nel calceschisto, nello gneiss come a Ru e Voragno nelle valli di Lanzo (Gastaldi - *Studî geologici ecc.* Parte I), a Pont Canavese, a Campiglia in Val Soana,

a Cogne presso le miniere di ferro, a Baio presso Ivrea, a Nomaglio sulle falde di Monbarone (massiccio del Monte Rosa).

Calcare cristallino granulare micaceo in lenti più o meno sviluppate, bianco a Ru, a Voraguo nei calceschisti, all'Inverso di Drusacco ed a Traversella in Valle Chiusella, in veri strati poi a Locana in Val d'Orco, al Bardoney, alla Grivola in Val di Cogne, alla Chaux nel vallone di S.t Marcel, in diversi punti dei territorî di Gressan, Iovencan, Aimavilles, al Djouan in Valsavaranche, al Rousset, alla Galisia nell'alta Valle dell'Orco.

Calcare cristallino granulare micaceo in sottili straterelli nei calceschisti ed in altre roccie, grigio chiaro ed anche grigio scuro in Valchiusella, in Val Soana, ad Arlens, a Villanova Ronco, al Bardoney, alla Grivola, al Trajo, al Djouan, insomma in accompagnamento del precedente.

Questi calcari sono eminentemente silicei e micacei in talune località al punto da lasciare per eliminazione del calcare per dissoluzione una roccia leggiera, spugnosa formata dallo scheletro di quarzo e mica come all'Inverso di Drusacco in Valchiusella. Non di rado questi calcari cristallini sono variamente listati da straterelli talcosi, micacei, amfibolici e formano dei cipollini, che talora sono anche granatiferi.

La basi della Grivola e della Tersiva presentano in strati non molto potenti un calcare avente un aspetto particolare di una tinta giallastra od anche color cioccolatte, a struttura finamente cristallina, quasi cripto-cristallina, formante delle grandi strisce gialle, che risaltano da lungi sulla tinta verde scura delle roccie amfiboliche incassanti.

In correlazione coi calcari cristallini troviamo le carniole che sotto il nome di *tufs* formano delle torri, dei denti in molte località del nostro massiccio. Citiamo le roccie della Susse sopra Cogne, il Colle di Lauzon, il Colle di Trajo, il Colle di Belleface, le roccie del Rousset, le roccie di Bestalon in Val d'Orco. Le aree a carniola sono sufficientemente limitate. La roccia è ampiamente cavernosa, contiene frammenti delle roccie diverse incassanti ed è sempre in correlazione coi banchi calcari. L'appellativo che loro si dà in Valle d'Aosta è espressivo e scientifico, giacchè, a parer nostro, non sono che i tufi calcarei prodotti a spese delle roccie calcaree summentovate. Queste roccie non sono da confondersi colle vere carniole, che si incontrano abbondantissime nelle valli di Susa, superiori ai terreni cristallini recenti. È alla facile erodibilità delle roccie calcaree in genere, ai *tufi* calcarei che devesi la formazione di numerosi colli e varchi nel massiccio del Gran Paradiso.

Calceschisti. — Tra le roccie calcari dobbiamo porre i calceschisti i quali, se presentano grande variabilità di aspetto e di composizione mineralogica, hanno però i seguenti caratteri distintivi generali.

1° Sono roccie eminentemente schistose.

2° Si distinguono per la loro facilissima disgregabilità formando dei *talus* di frammenti a scheggie minute; da ciò il nome di *pietra marcia* che loro viene attribuito dagli alpigiani.

3° La loro tinta grigio cupa o rossiccia, omogenea su grandi aree, che insieme colla loro disgregabilità dà un carattere triste e monotono alle montagne da loro completamente costituite.

4° La presenza in maggiore o minore abbondanza dell'elemento calcareo rivelato dall'effervescenza agli acidi.

5° L'abbondanza di piccoli o grandi noduli, o lenti di calcare di vario sviluppo, che si interpongono ai foglietti della roccia. Le lenti calcaree assumono talora grandissimo sviluppo al punto da dar luogo ad escavazioni di pietra da calce, come a Ru e Voragno in Val di Lanzo, nel vallone di Cambrello in Val d'Orco, ad Arlens in Val Soana.

Conviene distinguere questo calceschisto della *zona delle pietre verdi*, generalmente molto micaceo, faciente passaggio a veri micaschisti, a gneiss, coi quali trovasi alternante, dai calceschisti superiori, che nel Delfinato, in Savoia ed altre località sono conosciuti sotto il nome di *schistes lustrés*; questi sono schisti alluminosi, grafitosi, calcariferi e quarziferi, non sono in correlazione con *roccie verdi* e vanno attribuiti a formazioni geologiche molto più recenti, quantunque più antiche del trias, nel quale erano posti da geologi francesi, specialmente dal Lory. Fatta questa distinzione tra i calceschisti della *zona delle pietre verdi* e quelli superiori, che vedremo a suo tempo essere paleozoici, dobbiamo osservare come i primi nel gruppo del Gran Paradiso sono molto meno sviluppati che non nel vicino massiccio Riparia Macra, e ciò risulta dagli studî del Gastaldi. Non abbiamo nessuna massa di calceschisto inferiore paragonabile a quella colossale che da Fenestrelle si spinge fino alla metà altezza del Chaberton in Val di Susa, a quella che forma abbondantemente i $^4/_5$ di tutto il bacino idrografico della Dora di Bardonecchia. Nelle valli di Lanzo troviamo il calceschisto intercalato alle dioriti, amfiboliti, serpentine, ovarditi in molte località segnatamente alla Ciamarella. Non sappiamo se il calceschisto che forma la vetta della Bessanese e quella del Chardonnet (Vallone d'Averolles-Savoia) debbano riferirsi alli inferiori od ai paleozoici; giacchè a partire dal Rocciamellone, mancando la zona dolomitica paleozoica, i due calceschisti vengono ad essere in immediato contatto; crediamo però di non andare errati attribuendo quello della Bessanese, pel suo aspetto esterno, agli antichi, e quello del Chardonnet ai paleozoici essendo identico di carattere con quello della Ronche e del vallone delle Cavalle (Moncenisio) dal Gastaldi attribuiti ai paleozoici. In Val d'Orco abbiamo calceschisti nel vallone di Cambrello intercalati con roccie serpentinose, talcose ed amfiboliche; in Val Soana il calceschisto si sviluppa nei valloni di Guerra, di Canaussa, di Servin, di Arlens, al Becco di Pragelas, alla Roise Banque, donde passa in Champorcher. Sviluppato ancora è al Mussaillon, al Raty tra Fenis e Champ di Praz. Appare più ampiamente nei monti che separano la Valle di Cogne dalla Valle d'Aosta donde penetra assottigliandosi in Valsavaranche a compiere il suo circuito passando per la Savoia.

Roccie non comprese nelle tre categorie precedenti. —. *Granatite e Gesso.* — Prima di venire all'esame delle roccie della seconda sottozona, cioè quelle esterne eruttiviformi, accenniamo ancora alla granatite, roccia di granati nella quale si trovano le bellissime cristallizzazioni di granato giallo e rosso della Mussà; abbiamo diggià notato che i granati sono frequenti nelle diverse roccie formanti la zona. In ultimo accenniamo al gesso prodotto per idratazione dell'anidrite, che in area limitatissima trovasi alla Punta della Creia presso le miniere ferrifere di Cogne.

Sottozona delle roccie massiccie. — Abbiamo già premesso come l'aspetto di alcune roccie granitiche, serpentinose, dioritiche che formano un cordone al piede del gruppo del Gran Paradiso, ci aveva altra volta indotto in errore facendocele considerare come eruttive; ora noi, per quanto d'accordo col Gastaldi le riteniamo come membri della *zona delle pietre verdi*, egli è per comodità di descrizione che le stacchiamo dalle altre roccie stratificate formanti la zona stessa, sostituendo all'appellativo *eruttive* quello di *massiccie* per esprimere il modo col quale esse si presentano. Nel seguente capitolo ci occuperemo della loro genesi, ora basterà la dichiarazione anticipata che le consideriamo come *equivalenti geologici* delle *roccie verdi*.

Il cordone di roccie massiccie possiamo farlo incominciare dallo sbocco di Val di Susa al Musineto. Dal Musineto a Lanzo abbiamo eufotide massiccia a struttura generalmente grossolana, accompagnata da serpentina e lherzolite. Interrotto allo sbocco della Stura, ripiglia ai monti di Balangero formando l'altura di San Vittore, il Bric della Frèra ed il fondo della forra della Fandaglia, il *Gurg;* sono eufotidi e serpentine scagliose che vi predominano. Fin qui non si può dire che il cordone si isoli bene dalla *zona delle pietre verdi* propriamente detta. Il cordone seguita tra la Fandaglia ed il Mallone coperto dal *diluvium* sotto forma di serpentina scagliosa e di una pasta granitica priva di mica, a feldispato rosso; è sempre in correlazione con un piccolo sviluppo di gneiss e schisti talcosi e cloritici, anzi ne è rivestito a Sud Est. Interrotto nella valle del Mallone ricompare come granito alle Moglie, formando un piccolo monticiattolo tra Rocca di Corio e Levone. A Levone si presenta come granito e serpentina scagliosa, ed, attraversando l'alpe di Pesmonte, appoggiandosi sul gneiss, ricoperto da terreni paleozoici e mascherato dal *diluvium* ricompare ai Creus di Rivara. Sotto forma di tenuissima zona granitica procede verso Belmonte, ove costituisce un bellissimo elissoide di granito scarso di mica, con mosche di talco ed a feldispato bianco e roseo. S'interrompe allo sbocco dell'Orco; ricompare il granito a Piova e, formando una zona rilevante, si spinge fino a Vidracco ed Issiglio in Valchiusella. Il cordone si amplia nelle colline di Castellamonte e Baldissero e si fa complicato per aggiunta di altre roccie; così tra Issiglio e Vidracco sul bordo della Chiusella compare la diorite massiccia; ai monti di Baldissero si aggiungono l'eufotide, la serpentina scagliosa, la lherzolite, la diallagite, la diorite.

Quest'ultima roccia seguita da sola a formare il cordone, partendo dal Ponte dei Preti e seguitando fino ad Ivrea, nascosta in parte dai depositi morenici sotto i quali probabilmente si mette in contatto col granito sienitico di Traversella. Il cordone ad Ivrea seguita il suo andamento verso Sud Est sotto forma di diorite; passa sotto la morena detta la Serra; ricompare a Donato nel Biellese; si spinge per la Valle del Cervo sino alla Sesia, che taglia presso Varallo, ove per ora l'abbandoniamo quantunque non cessi lì il suo percorso. Essa zona dioritica è in rapporto coi graniti massicci della Burcina e di tutto il Biellese, colle serpentine scagliose e compatte e coi porfidi melafiri formanti dica, e pochissimo discosta dalla massa sienitica della Balma. I graniti del Biellese sono poi in rapporto colla massa porfirica tra Masserano ed il Lago d'Orta; ricompaiono i graniti massicci tra il Lago d'Orta ed il Lago Maggiore, come pure si mostrano i porfidi tra Gozzano ed Arona, interrotti dal Lago Maggiore, ripresi ad Angera, per seguitare anche più avanti a Sud Est.

Questa zona appena accentuata va via sviluppandosi progredendo a Sud Est fino a prendere enorme sviluppo, ma è sempre in rapporto coi gneiss amfibolici e con altre roccie evidentemente stratificate della *zona delle pietre verdi,* ed è per ciò che il Gastaldi la considera come parte di essa zona.

Occupiamoci solo di quella porzione sua compresa tra lo sbocco della Stura a Lanzo e la Dora Baltea ad Ivrea perchè essa è la porzione che veramente spetta al massiccio del Gran Paradiso, e perchè vogliamo evitare per ora ogni possibile discussione a riguardo dei porfidi, che, incominciando nel Biellese, si spingono fin oltre il lago Maggiore.

Roccie della sottozona massiccio-cristallina. — I tipi di forme petrografiche di questo allineamento di roccie massiccie sono: eufotide, serpentina, lherzolite, diorite, diallagite, granito lasciando in disparte la sienite di cui ci occupammo di già. L'eufotide massiccia è generalmente ad elementi grossolani al Musineto e non occorre ripetere la descrizione già data di questa varietà; nella porzione da noi studiata della zona, la troviamo, l'eufotide, ai Monti di San Vittore, tra Corio e Balangero ed a Baldissero presso Castellamonte. Nella prima località è alternata ed intimamente unita alla serpentina ed assume una struttura meno grossolana, anzi presso la Cappella di San Vittore diventa quasi una pasta compatta criptocristallina, bianco verdastra, con macchie verdiccie scure, duplice tinta dovuta ai due elementi che la costituiscono. In questa località l'eufotide, tanto più in vicinanza della serpentina, è ampiamente decomposta in un terriccio grossolano, granuloso, giallastro attraversato da venature di magnesite, di carbonato di magnesia, di resinite bianca o giallognola traslucida. Evidentemente il feldispato sotto l'azione dell'acido carbonico dell'acqua si è decomposto; il carbonato alcalino formatosi si è eliminato in dissoluzione nell'acqua; sono rimasti degli idrosilicati di magnesia, questa fornita dal diallaggio e dalla serpentina, del carbonato di magnesia e della silice idrata che libera si è concentrata in vene, reticolature ed arnioni; il terriccio granoso è formato dai granuli lamellari del diallaggio parzialmente od anche quasi totalmente decomposto. Abbiamo qui una trasformazione analoga a quella del granito, dei porfidi e di altre roccie altamente feldispatiche in caolino ed in argilla. Identica trasformazione troviamo in altri punti della zona là ove trovasi l'eufotide in unione colla serpentina, notando però la circostanza della vicinanza immediata dei depositi diluviali, circostanza che noi crediamo importante per il modo speciale di agire che l'acqua deve avere quando giunge sopra le roccie dopo aver filtrato attraverso a materiali terrosi o di sfacelo. L'eufotide a Castellamonte ed a Baldissero è in pseudostrati alternanti con serpentina e lherzolite e mantenente l'andamento generale delle roccie della *zona delle pietre verdi;* la sua grana è mediocre, il feldispato è verde, talora scuro, le lamine di diallaggio sono talora bronzine di tinta. L'alterazione è quivi molto più profonda e più su vasta scala, tant'è che si estraggono da quei monticiattoli aridi e nudi grosse concentrazioni di resinite, e si escava in più luoghi con profitto la magnesite, la giobertite, la baldisserite (idrosilicati e carbonati di magnesia).

La serpentina di San Vittore non è gran che diversa nel suo aspetto da quella ordinaria della *zona delle pietre verdi;* ma alla costiera di Balangero, al Bric

della Frèra, alla forra profonda e recondita sottostante ove la Fandaglia si apre faticosamente la via nel cordone mascherato ovunque dal cono di dejezione della Stura e del Mallone, la serpentina vi è a banchi, che si rompono in iscaglie poco voluminose, ingrossate da un lato e taglienti dall'altro, rivestite di una patina lucentissima di serpentina nobile con filettature di serpentino fibroso, di crisotilo giallo e di asbesto; è una varietà di serpentina che non puossi descrivere altrimenti che col doppio appellativo di *frammentaria scagliosa;* sembra di vedere dei frammenti di argille scagliose sostanzialmente trasformate in serpentina; sembra di vedere un cumulo di scheggie di serpentina cementate con idrosilicati magnesiaci diversi.

Così pure presentasi la serpentina presso Rocca di Corio, presso Levone, ai Creus di Rivara; qui però le scaglie sono cementate localmente da calcare cristallino formando una vera oficalce; ed è naturale, il calcare paleozoico è quasi ad immediato contatto colla serpentina; nel monticiattolo di Pesmonte la serpentina per alterazione assume l'aspetto di rannocchiaia. Ancora scagliosa è la serpentina di Castellamonte, di Baldissero, di Vidracco. Lo Strüver opina che provenga da alterazione di peridotite (lherzolite) e crede che il Daubrée abbia esaminato un frammento di lherzolite di Baldissero già passante alla serpentina (*Sulla peridotite di Baldissero in Piemonte* - Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino - Vol. IX).

Pare che la serpentina presso Castellamonte contenga particelle d'oro nativo; in un torrentello che scende ad Est del paese presso uno sperone serpentinoso fu attivata una laverìa pei detriti serpentinosi, con quale profitto poi non ci consta.

La lherzolite poi si manifesta specialmente a nord del caseggiato di Castellamonte e di più in corrispondenza proprio della cappella di S. Rocco sui Monti Rossi di Baldissero. Non ci dilungheremo nel descrivere questa roccia, essa venne già descritta più addietro; diremo solo che si interpone fra gli allineamenti di eufotide e serpentina, che differisce da quella di Locana per essere forse meno ricca di olivina, e contenere dello spinello invece che della cromite come rileviamo dalle note dello Strüver (loco citato).

In rapporto colla lherzolite trovasi la diallagite; così chiamasi una forma petrografica dei monti di Baldissero esclusivamente formata di diallaggio in masse lamellari, fortemente compenetrantisi le une nelle altre, di un colore grigio violaceo, poco lucenti e che contiene disseminati dei nuclei cristallini di spinello nero della dimensione talora di 4 centimetri su due di larghezza. La roccia esposta all'aria prende una tinta grigio violaceo giallastra e le macchie dello spinello rassomigliano molto, ci si permetta la similitudine, a quelle originate da goccie di pece o di catrame lasciate cadere ad intervalli. La roccia è tenacissima per l'intrecciamento potente delle lamine diallagiche.

La diorite, che ha tanta parte in questa zona a cominciare appunto dalla Chiusella, è a struttura eminentemente granitoide; la pasta è formata di feldispato lamellare bianco, semitrasparente in cui si stipano numerosissimi i cristallini di orneblenda; da lungi la roccia è grigio verdastra, da vicino è un bellissimo materiale bianco, con abbondantissime masse regolari poliedriche verdi scure; succede frequentemente trovare questa roccia massiccia tagliata da venature bianco rossiccie di feldispato quasi puro; presso Ivrea s'incontra la diorite frequentemente bianca, giacchè

l'amfibolo vi è rappresentato da fibre bianche a lucentezza sericea madreperlacea. I numerosi monticiattoli arrotondati dallo strisciamento dell'antico ghiacciaio che si allineano tra il Bettolino, il Ponte dei Preti, Parella, Pavone, Banchette, ed Ivrea sono di diorite.

Il granito appena accentuato a sud di Belmonte, si sviluppa e forma questa bellissima collina, avamposto delle Alpi tra Cuorgnè e Rivara; il granito di Belmonte è una bellissima roccia massiccia formata quasi esclusivamente di feldispato bianco e roseo, lamellare, opaco e granuli di quarzo vetroso; gli elementi sono più grossolani che non quelli del granito comune del Lago Maggiore, anch'esso da collocarsi fra i graniti massicci; la mica manca quasi completamente, ed appena appena si trovano di tanto in tanto delle scagliette di quel minerale o di talco e qualche cristallino fibroso di amfibolo; laondechè noi lo chiameremmo volentieri granito pegmatitico. A Forno di Rivara una striscia di questo granito più ricco in mica sepolto nel *diluvium* a contatto colla serpentina e schisti paleozoici si caolinizza in ampia scala. A Pratiglione la striscia granitica si decompone altrimenti, cioè forma una sabbia grossolana cristallina degli elementi granitici, liberi e disciolti. A Belmonte la degradazione si compie egualmente. Al ponte di Piova tra Cuorgnè e Castellamonte ricompare il granito che in zona sufficientemente ampia, e coperta dal *diluvium* passa per Campo, Muriaglio giungendo fino ad Issiglio nella Valchiusella, ove cessa completamente trasformandosi in paste feldispatiche, che fanno graduato passaggio a roccie gneissiche stratificate. A S.[ta] Anna dei Boschi, a Castellamonte il granito coperto dal *diluvium* è profondamente alterato e si riduce in sabbia granitica; un bellissimo anfiteatro di erosione vi si è formato con delle cortine, dei pilastri di granito non ancora completamente decomposto di dodici a quindici metri di elevazione; delle zone biancastre di caolino tagliano le pareti dell'anfiteatro; queste profonde e curiosissime erosioni sono frequenti là ove il *diluvium* copre le roccie feldispatiche; mentre all'aria libera si decompone superficialmente ed il prodotto di alterazione viene rapidamente asportato dalle acque meteoriche; in questo caso la roccia si decompone intimamente ed a profondità ragguardevoli, come se fosse assoggettata ad un lavorìo chimico meccanico di disgregazione delle particelle, quasi ad una fermentazione nella massa; lo stesso succede per i blocchi di roccie feldispatiche racchiuse in terreni di trasporto, tanto più se coperti superficialmente di ricca vegetazione. Evidentemente ciò è dovuto, come dicemmo precedentemente, all'agire diverso delle acque sulle roccie quando s'infiltrano lentamente attraverso a masse di detriti coperti di vegetazione.

Questi graniti « sono sempre formati di men grossi elementi, sono relativamente più ricchi « di quarzo, ed hanno struttura più fitta, più granitoide dei primi (graniti centrali), sono più massicci »; così dice il Gastaldi (*Studî geologici sulle Alpi Occidentali* - Parte I pag. 27) per distinguerli dai graniti centrali; sono poi mai porfiroidi come questi ultimi. I congeneri graniti massici del Biellese, del Lago Maggiore differiscono per alcuni caratteri da quelli del Gran Paradiso, specialmente per l'abbondanza della mica, che in questi ultimi manca quasi completamente. Lo Strüver nella sua appendice alla Memoria citata del Gastaldi ci addita nei graniti massicci delle Alpi piemontesi l'ortosio o bianco o grigio o rosso, il quarzo in grani vetrosi od a lucentezza grassa, la mica ed il feldispato triclino. Noi sappiamo già che la mica manca od è scarsissima nei

graniti massici del Gran Paradiso (non parliamo qui del granito sienitico di Traversella), così crediamo pure del feldispato triclino. Così terminiamo la descrizione delle principali forme petrografiche della zona dei terreni cristallini recenti.

Capitolo III.

Minerali che si incontrano nei terreni cristallini recenti; considerazioni sulla genesi di questi terreni.

Minerali della zona delle pietre verdi. — Già premettemmo come la *zona delle pietre verdi* è ricchissima di svariati minerali e di svariate masse di materiali utilizzabili. E questo fatto colpisce tanto più in quanto che i terreni cristallini antichi sono poveri di minerali accidentali e di sostanze metallifere utilizzabili, specialmente nel massiccio del Gran Paradiso, che non vanta i depositi di grafite e di steatite ed i banchi di calcare cristallino saccaroide, che rendono interessante il massiccio Riparia Macra.

Noi possiamo dividere in due categorie i minerali della *zona delle pietre verdi;* quelli che non hanno diretta applicazione ai bisogni dell'uomo e quelli che sono in qualche modo utilizzabili.

È ancora agli studî del Gastaldi, dello Strüver che noi dobbiamo ricorrere per ciò che concerne le Valli di Lanzo, riferendoci alle proprie nostre osservazioni ed a quelle del nostro collega Bruno (Luigi) per la residua maggior porzione del gruppo.

Specie minerali non utilizzabili. — La valle di Ala (Valle di Lanzo) va rinomata per una ricca lista di svariatissimi minerali che ornano le collezioni di tutti i musei d' Europa. Celeberrima poi è in questa valle la località di Testa Ciarva e Ciarvetta, ove, in due banchi incassati nella serpentina uno di idocrasia e l'altro di granato, s'incontrano stupende cristallizzazioni di idocrasia verde chiara, di clorite, di granato, di diopside; al granato si aggiungono talora la galena, la blenda e la calcopirite (Ciarvetta). I cristalli di granato di Testa Ciarva sono di color rosso giacinto più o meno diafani; la clorite è in lamine o prismi esagonali di un verde più o meno scuro; il diopside è in cristalli dall'incoloro al bianco verdiccio, al verde (varietà alalite) ovvero compatto (varietà mussite). Insieme con questi minerali trovasi raramente l'apatite. A Rocca nera (sempre sul piano della Mussa) nell'alto di Valle d'Ala trovasi la mussite con cristallini di magnetite, col granato giallo miele (topazolite), giallo verde, verde scuro, verde smeraldo. Al Paschietto (Val d'Ala) trovansi bei cristalli di epidoto verde nerastro, verde pistacchio, giallo miele, più o meno trasparenti; è accompagnato l'epidoto da sfeno in lamine gialle pagline o rossiccie nella clorite, e da granato rosso-bruno. Al Becco della Corbassera trovansi bellissimi campioni di manganidocrasia rosso bruna, cristalli di apatite e sfeno; alla Corbassera il granato pure è accompagnato dalla bornite, da calcare spatico, malachite, azzurrite. Lo Strüver accenna ancora per le Valli di Lanzo alla prehnite globiforme nelle dioriti del monte Resta ed alla smaragdite, all'attinoto a stella nella serpentina di Corbassera. Tutti questi minerali sono intimamente connessi colle roccie magnesiache.

Uscendo dalle Valli di Lanzo e passando in quella dell'Orco ritroviamo i granati con pirite e calcopirite a formare un banco nel vallone di Cambrello. L'epidoto giallo non manca in alcuni punti a formare delle zone giallastre nelle amfiboliti e nelle dioriti. L'attinoto ed il granato si trovano in Val Soana.

In Val chiusella il granato abbonda con epidoto, pirosseno granulare (edembergite), traversellite, clorite in larghe lamine, scheelite, barettite, in correlazione coi giacimenti ferriferi di Traversella. Lo sfeno fu citato nel granito sienitico di Traversella. Il granato ordinariamente rosso bruno opaco abbonda al colle che da Traversella mette a Quincinetto. Conviene notare che il granato o come minerale accidentale o come schisto granatifero accompagna i giacimenti cupriferi; così lo troviamo in Champorcher, a Champ de Praz, al Barbeston, in Valmariana, in Fenis, a S^t^ Marcel, a Gramonanche e via dicendo, ora nello schisto amfibolico, ora colla clorite, ora col talco, ora impastato anche col calceschisto. In Val d'Aosta è accompagnato da gastaldite e da sismondina.

In Valchiusella dobbiamo accennare al rutilo, che s'incontra in cristalli talora voluminosi nel quarzo grasso. Già accennammo precedentemente alla presenza della mica verde smeraldo in alcuni gneiss recenti, là ove essi si avvicinano alle roccie verdi magnesiache.

Il crisotilo, l'amianto, l'asbesto, la picrolite abbondano con altri silicati magnesiaci nei banchi serpentinosi di Valle d'Aosta.

Finalmente col giacimento di manganese a S^t^ Marcel troviamo abbondanti cristallizzazioni di manganepidoto bruno e di violana, magnifico minerale dalla tinta violaceo azzurra vivacissima e della mica manganesifera. Lo sfeno ricompare in cristallini giallomiele nella sienite di Traio a Cogne.

Noi non possiamo far altro che accennare di volo a queste diverse specie mineralogiche che s'incontrano nella *zona delle pietre verdi*; vediamo però quanto sarebbe importante uno studio perfetto di esse e delle loro giaciture, anche quando non ricevano alcuna applicazione, in vista specialmente del rapporto intimo che passa tra esse e la roccia incassante, di cui sono come una emanazione.

SPECIE MINERALI UTILIZZABILI. — Ora venendo ai minerali metalliferi o non, che sono o possono venire utilizzati, e limitandoci ad un semplice cenno, giacchè sarà nell'ultimo capitolo di questo lavoro che ci occuperemo più specialmente di essi, dobbiamo mentovare:

1° I diversi calcari, che in lenti nel calceschisto, nei gneiss, ovvero siasi in banchi inclusi nelle altre roccie vengono utilizzati per estrazione di pietra da calce non sempre di buona utilità per l'eccesso di silice, magnesia, mica od altra sostanza contenuta. Tutte le cave di pietra da calce o di calcare cristallino, come pietra da costruzione e da ornamento che esistono nel gruppo del Gran Paradiso sono aperte nella zona dei terreni cristallini recenti.

2° Molte altre forme petrografiche vengono adoperate come materiale da costruzione come gneiss, micaschisti, serpentinoschisti, granatoschisti, questi ultimi come pietra da macine (*molère*).

3° Il gesso della punta della Creia a Cogne.

4° La pietra ollare in Valle di Lanzo, in Champ de Praz, nel vallone di Fenis, a Cogne ed altre località.

5° I minerali ferriferi rappresentati da siderite in poca quantità; da ferro ematitico, che in iscaglie micacee e cristalline trovasi nei calceschisti; da pirite abbondantissima specialmente a Brosso, ove è utilmente scavata per la fabbricazione dell'acido solforico; da magnetite ora in piccoli cristallini ottaedrici nei calceschisti, nella clorite, nella serpentina, ora in mosche o concentrazioni potentissime, specialmente nelle serpentine od anche negli schisti cloritosi, con accompagnamento di altri minerali metalliferi, oppure sola. I minerali di ferro dovrebbero essere messi in prima linea tra i minerali metalliferi suscettibili di dare qualche profitto nelle montagne nostre.

6° I minerali di rame rappresentati generalmente da calcopirite, più raramente da bornite, ed idrocarbonato; le roccie amfiboliche sembrano essere ovunque la ganga della calcopirite. Tanto i giacimenti di ferro, come quelli cupriferi sono in intimo rapporto con tipi speciali di roccie, le serpentine pei primi, le amfiboliti e le dioriti pei secondi; sono riuniti in zone ed accompagnati da minerali caratteristici e questo studio procureremo di fare nell'ultimo capitolo della Memoria.

7° I minerali di cobalto e nichel sviluppati nelle Valli di Lanzo e finitima Valle di Susa; questi minerali cobaltiferi e nicheliferi sono la smaltina, l'eritrina, l'annabergite, la rammelsbergite, le pirrotine nichelifere con accompagnamento di pirite, calcopirite, loelingite.

8° I minerali di manganese, rappresentati dalla braunite, di cui un bel giacimento troviamo nel vallone di S^t^ Marcel in Val di Aosta.

9° Finalmente la molidenite a Traversella.

Non trattiamo più lungamente dei minerali metalliferi per non interrompere le considerazioni geologiche riservandoci a più ampio trattamento più tardi. Crediamo però utile notare che mentre la *zona delle pietre verdi* del massiccio del Gran Paradiso è ricchissima di depositi metalliferi, quella del massiccio Riparia Macra ne è relativamente povera perchè vi predomina il calceschisto, roccia sterile in confronto delle *roccie verdi*; per contro manca nel nostro gruppo quasi completamente la steatite, abbondante nell'altro.

Genesi delle roccie della zona delle pietre verdi. — Nel capitolo primo abbiamo espresso la nostra opinione che i gneiss antichi centrali fossero roccie sedimentarie metamorfizzate, non per contatto di roccia eruttiva qualsiasi, ma sibbene per cambiamento di struttura molecolare, dovuto alla loro grandissima antichità, e che il granito centrale non rappresentasse per nulla una roccia eruttiva metamorfizzante, ma sibbene un locale più protratto cambiamento di struttura dello gneiss; e questa opinione corroborammo coll'esame di fatti e con considerazioni, accordandole con quelle proprie del Gastaldi.

Ora ci troviamo di fronte ad identica quistione per rispetto alle roccie della *zona delle pietre verdi;* anche in questa noi abbiamo forme petrografiche, roccie la cui origine sedimentaria è messa in piena evidenza dal loro chiarissimo andamento in strati, come sono i gneiss, i calceschisti, i micaschisti, i banchi calcarei; esse sono poi roccie sedimentarie metamorfiche per un metamorfismo strutturale regionale, normale, dovuto a grandissima antichità per la struttura cristallina che assunsero in seguito alla loro deposizione; le forme petrografiche accennate sarebbero in un'età più recente le analoghe dei gneiss centrali. Ma la questione verte sulle roccie serpentinose, eufotidiche, dioritiche, sienitiche, granitiche le quali assumono localmente degli aspetti eruttiviformi; sono esse queste roccie sedimentarie od eruttive? Anzitutto abbiamo già premesso che queste roccie, su cui i geologi si schierano in due campi contrarî, sono intimamente collegate con quelle ad evidente origine sedimentaria; vale a dire sono intercalate agli strati di calceschisto e via dicendo e ripetutamente intercalate; dippiù la loro struttura e disposizione è tale che in alcuni punti della loro massa è duopo aggiungere, per la loro esatta descrizione, la parola *schisto* alla radicale del loro nome originario. L'intercalazione a roccie stratificate e l'intercalazione ripetuta è per noi un fatto tale, che conduce molto facilmente a considerare quelle roccie come sedimentarie stratificate esse stesse. È ben vero che si cercarono spiegazioni a tal modo di presentarsi di roccie, che si volevano ammettere preventivamente eruttive; ma ci si permetta di dichiarare che, di fronte all' estensione che si dovrebbe dare nelle nostre Alpi a questi *espandimenti* eruttivi e sopra e sotto il livello delle acque marine, la nostra mente deve fare un troppo grande sforzo d'immaginazione, che, allontanandoci dalla naturalezza dei fatti, non può far meno che ripugnarci e metterci in grave sospetto sulla possibile verità di tal genere di spiegazione. L'origine sedimentaria può essere oppugnata pel fatto che localmente le roccie magnesiache, ed a queste per ora ci riferiamo specialmente, assumono l'aspetto di masse prive di ogni schistosità, anzi di apparente stratificazione; a questo proposito ci sia permesso di ritornare addietro di dieci anni e riferire ciò che esponevamo nel nostro tentativo intitolato: *Alcune osservazioni sulla Geologia delle Alpi Graie* (Memorie della

R. Accademia delle Scienze di Bologna T. IV): «... da alcune osservazioni ripetute più volte « nelle istesse località ed in molte località distinte, fatte collo scopo appunto di studiare le altera- « zioni prodotte da esse serpentine, considerate come roccie eruttive, nei terreni sedimentarî a con- « tatto, dovetti convincermi che da esse sulle roccie incassanti non fu sviluppata azione alcuna « modificatrice, se si eccettui la produzione di silicati magnesiaci nelle roccie feldispatiche, micacee « e di granuli di feldispato nelle roccie serpentinose in vicinanza al loro punto di contatto; fatto « questo che può succedere, che anzi, a mio credere, sempre succede anche fra roccie puramente « sedimentarie a contatto, sottoposte contemporaneamente alla pressione in presenza dell'acqua, chè « possono bastare questi due elementi per dar luogo a sviluppo di azioni molecolari, giacchè il calore « non è mai disgiunto dal fatto della pressione a grande profondità. Inoltre queste serpentine non « si presentano come roccie eruttive, esse sono conformate a veri strati ad andamento concordante « con quello delle roccie stratificate che compongono l'intiero sistema, e noi possiamo esaminare di « esse solo le testate emergenti da formazione a mo' di strati, qual succede per roccie sedimentarie « che facciano parte di un sistema di grande potenza immergenti in ogni punto di sua altezza di « uno stesso numero di gradi ed ugualmente orientate. Esaminiamo più minutamente queste roccie « serpentinose; esse presentano una grande varietà nei loro caratteri di struttura di località in « località, ora al punto che il loro nome più appropriato è quello di serpentinoschisti, ora compatte « e tenacissime, ed assumono la conformazione di ammassi lenticolari compenetrati allora da ferro « ossidulato ed attraversati da vene di asbesto o di amianto, originate probabilmente per un fatto « di trasudamento. Esse non sono in formazione isolate, localizzate, ma, variando di carattere nella « struttura e negli elementi mineralogici costituiscono una zona attorno al nucleo sollevante .... « abbracciano esse il nucleo centrale in un cerchio di serpentine propriamente dette, di serpentino- « schisti, talcoschisti, steaschisti, calcari magnesiani, roccie amfiboliche, cloritiche, feldispatiche; roccie « tutte che presentando le loro testate attorno al centro sollevante, mostrano di aver formato dap- « prima un vero piano geologico portato in alto contemporaneamente alle altre roccie sovra e sotto- « stanti ed esportato nella porzione sua centrale per opera di denudazione. Le varie forme litologiche « accennate si confondono l'una coll'altra per graduati passaggi e non si possono considerare isola- « tamente, ma bensì collegate da uno stretto rapporto ..... Qualcuno può dirmi, le roccie eruttive « talvolta si internano fra strato e strato di roccie sedimentarie ed assumono quindi tutte le apparenze « di vero strato; ciò è vero ..... tale spiegazione potrebbe ammettersi lì per lì, osservando una sola « località limitata, ma non quando si può giungere ad afferrare la continuazione incontestabile di « una formazione per una estensione tale da non essere compatibile coll'idea di espandimento eruttivo, « e grandemente superiore a ciò che di più gigantesco si conosca in fatto di tal forma assunta da « roccie provenienti dall'interno del globo.

« È vero che localmente queste formazioni serpentinose presentano dei rigonfiamenti nel cui « interno la struttura si fa più compatta e più tenace diventa la roccia, accompagnata quasi sempre « da ferro ossidulato; ma non abbiamo noi esempi di siffatte concentrazioni anche in roccie sedimen- « tarie? Saranno esempi di minima proporzione, ma però sempre esempi e fatti analoghi secondo « ogni probabilità ».

Quello che dicemmo delle serpentine si potrebbe ripetere per le altre roccie magnesiache, che con esse formano zona presentanti analoghe disposizioni; la disparità di elementi chimici nei depositi sedimentarî originari, ha dato origine alle diverse forme petrografiche dell'intiera zona.

Studî del Gastaldi, del Gerlach, del Giordano. — La presenza del carbonato di calce sarebbe di per sè un eloquentissimo documento della originaria sedimentarietà di queste roccie, e fu invocata dal Gastaldi per confutare l'opinione di una origine eruttiva della serpentina del Favaro nel Biellese, che quasi a mo' di dica accompagna la dica porfirica. Il Gastaldi invoca anch'esso, per sostenere l'origine sedimentaria delle serpentine, delle *pietre verdi* in genere, la loro disposizione in striscie più o meno allungate, la loro generale struttura schistosa. « Anche quando s'ingrossano a formare

delle masse ragguardevoli, dice ancora il Gastaldi, sono attraversate da straticelli di micaschisto e calceschisto », e ciò osservammo anche noi in Val Soana e Val d'Aosta.

Sulle carte del Gerlach troviamo le serpentine del versante settentrionale di Val d'Aosta (massiccio del Monrosa) segnate a striscie come stratificate, e lo stesso autore stacca dalle masse eruttive i gneiss con masse intercalate di serpentina, di roccie amfiboliche, masse che si trovano pure fra gli schisti superiori metamorfici.

L'ingegnere Giordano descrive la base del Cervino come formata da schisti verdi o grigi, serpentinosi o talcosi alternanti con calcari cristallini lucenti, calcari compatti ecc.

Studî del Moijsisovics ed altri. — Cercando poi in terreni analoghi fuori delle Alpi nostre le conclusioni di insigni geologi a corroborare le nostre vedute, dobbiamo citare quella cui giunse il Moijsisovics nelle Alpi austriache. Per lui il gneiss centrale è la più antica roccia, cui sovraincombe la formazione dello *schieferhülle,* costituita da micaschisti alternanti con schisti verdi, roccie amfiboliche e calcaree, che corrisponderebbe alla parte inferiore della *zona delle pietre verdi* del Gastaldi, essendo sincrona la superiore di questa colla formazione delli schisti cristallini antichi di Moijsisovics, gneiss recenti. Questo geologo si trovò probabilmente su terreni suscettibili di questa triplice divisione, come ci trovammo noi condotti alla medesima scissione in due zone, quando limitavamo i nostri studî alla Valle dell'Orco. I graniti massicci (*zona delle pietre verdi*) non ebbero secondo lui a che fare nel sollevamento delle Alpi, ed egli considera il massiccio del Monte Bianco come fuori dell'asse di sollevamento Alpino, questione la quale noi avevamo già intraveduta (*Per rupi e ghiacci* - Bollettino del Club Alpino Italiano Vol. XXIV), e che ci proponiamo di studiare a tempo opportuno. Il Moijsisovics trova queste due zone corrispondenti all'*Huroniano* ed al *Sistema di Terranuova* dello Sterry Hunt in America, costituito da roccie considerate come sedimentarie metamorfiche da quest'ultimo geologo (von Moijsisovics, Verhandlungen der k. k. geolog. Reichsanstalt 1871-1872). Il Signor K. Petersen descrisse i micaschisti di Tromsöe in Norvegia (New Iahrbuch, 1871); essi sono intimamente legati con roccie massiccie granitiche, amfiboliche e pirosseniche, talora granatifere, che per la maggior parte l'autore considera come sedimentarie metamorfiche perchè riunite a roccie stratificate per graduati passaggi. Probabilissimamente desse roccie sono analoghe a quelle delle nostre Alpi.

Il Signor E. J. Wich stabilì un'analogia simile ed ammise quindi la ripartizione di Sterry Hunt, Moijsisovics, Gastaldi per le roccie della parte meridionale della Finlandia.

Studî comparativi del Gastaldi. — Il Gastaldi ha sviscerato la questione sulla origine e sull' età geologica delle *pietre verdi* nella seconda parte dei suoi studî geologici sulle Alpi occidentali; le sue conclusioni collimano con quelle che noi trovammo dall'esame dei fatti; ci sia permesso ricorrere a questo bellissimo studio comparativo del Gastaldi lasciando per ora in disparte la questione cronologica.

Il Gastaldi dimostra come *le roccie verdi* alpine corrispondono alle ofiti dei Pirenei e riassume le conclusioni dei principali autori che si occuparono dello studio di queste ofiti considerate come di origine nettuniana da Palassou nel 1819, non accettate come eruttive da Charpentier nel 1823; Virlet d'Aust nel 1863, dopo uno studio esteso

minuto delle ofiti, le considera come roccie sedimentarie metamorfiche; l'analogia tra le pietre verdi alpine e le ofiti pirenaiche sarebbe corroborato dalla presenza della lherzolite nelle prime. Nel secondo capitolo il Gastaldi insiste sulla equivalenza geologica delle diverse forme petrografiche delle *pietre verdi* coi trappi dell'America settentrionale, i quali secondo Rivot formano dei « bancs puissants parallèles entre eux « et parallèles également aux couches des conglomerats et des gres et séparés fréquemment les uns « des autres par des lits de ces deux roches sédimentaires. » E più avanti: « La disposition des « couches des roches serait plus facile à expliquer en admettant que ces trapps sont des schistes « ferugineux métamorfiques ». Ed in fine: « je suis maintenant bien convaincu que les couches trap- « péennes sont dues à une action métamorfique très violente ». Il Gastaldi cita le parole di Sterry-Hunt e Logan « Les serpentines des terrains laurentiens et paléozoïques en Canada sont « des roches stratifiées, d'origine sédimentaire ».

Stabilita la equivalenza, sia per natura mineralogica, che per disposizione, che per minerali accidentalmente contenuti, è agevole argomentare della comunanza di origine, cosicchè se le osservazioni fatte conducono a vedere nelle roccie della *zona delle pietre verdi* depositi sedimentarî metamorfici, la conclusione è convalidata dallo studio di roccie analoghe di altre regioni della superficie del globo.

Per ciò che riguarda i graniti, le sieniti ed altre roccie massiccie esterne alla nostra *zona delle pietre verdi* del Gran Paradiso, esse sono sempre appoggiate alle roccie evidentemente stratificate, o ne sono ricoperte, o vi sono incluse. Inoltre è facile afferrare un graduale passaggio dalle roccie massiccie alle stratificate, epperò non potremmo fare a meno di ripetere per esse quelle istesse considerazioni, che già si fecero per gl'ingrossamenti, le concentrazioni più o meno voluminose, a struttura massiccia dei graniti centrali, delle serpentine, delle eufotidi ed altre roccie verdi. Siamo quindi perfettamente dell'avviso del Gastaldi che esse sono collegate colle altre roccie della zona, fatta però la debita riserva riguardo ai porfidi melafiri ed amfibolici, sui quali noi non possiamo pronunciarci, non avendo avuto campo di studiarli là ove si sviluppano in larga scala.

Conclusioni. — Tuttociò che sinora esponemmo sulla genesi delle roccie della *zona delle pietre verdi*, per le quali è ammessibile la discussione, basandoci e sulle nostre osservazioni e su quelle del Gastaldi, e sui lavori di confronto da esso pubblicati si riassume nella seguente conclusione. Nell'istesso modo che non riconosciamo pei gneiss e graniti centrali altro modo di origine che la sedimentazione ed un successivo metamorfismo di struttura per azioni molecolari nella loro massa, in conseguenza di loro grandissima antichità, così tutte le roccie della zona dei terreni cristallini recenti, fatta non eccezione ma debita riserva per le roccie porfiriche, non sono che antichi, depositi sedimentarî, nei quali per diverse azioni posteriori specialmente molecolari, e per la grandissima antichità si sviluppò la struttura cristallina, più o meno ampiamente secondo gli elementi mineralogici dei sedimenti stessi. La diversa natura mineralogica delle roccie della *zona delle pietre verdi* è dovuta ancora alla diversità degli elementi costituenti i depositi primitivi sedimentarî.

Come a parer nostro si deve abbandonare ogni opinione di genesi eruttiva per queste roccie, così pure conviene restringere l'idea della produzione dei minerali metalliferi o non, che accidentalmente vi si trovano, per filoni; su ciò già dicemmo qualche cosa sul principio del secondo capitolo e ci riserbiamo di toccare ancora questo

argomento, quando nell'ultimo capitolo tratteremo dei minerali utilizzabili per l'estrazione di metalli.

Questione chimico-geologica. — Esaminata lo questione della genesi di queste roccie, se ne presenta un'altra la quale tocca tutte le roccie cristalline, principalmente silicate, di origine sedimentaria metamorfica; è una questione di ordine più complesso, cioè chimico-geologica e si può formulare con questa domanda: Le roccie cristalline di origine sedimentaria sono costituite oggidì dagli elementi minerali che formarono i primi sedimenti, oppure cambiarono durante il metamorfismo i loro elementi minerali?

Ecco dunque due ipotesi di fronte; quella che ammette che i minerali delle roccie cristalline d'oggidì provengano da alterazione mediante eliminazione di certi elementi da minerali preesistenti formanti i depositi sedimentarî; e quella che ammette invece che i minerali primitivi abbiano perdurato a sussistere e non abbiano subìti altri cambiamenti che quelli di struttura, accompagnati tutt'al più da mutue reazioni ed eliminazioni d'acqua ed acido carbonico. La prima teoria è detta del metamorfismo per pseudomorfismo, l'altra del metamorfismo per cristallizzazione.

Lo Sterry-Hunt svolge queste due teorie (Revue scientifique - 1871), le esamina partitamente e si pronuncia per la seconda; notiamo che a capo della prima stanno Bischoff, Rose, Haidinger, Blum, Yolger, Rammellsberg, Dana; si schierano per la seconda Scheerer, Naumann, Sterry-Hunt, Delesse, Credner, Daubrée, Gümbel; quest'ultimo chiama la prima teoria del metamorfismo per epigenesi, la seconda del metamorfismo per diagenesi.

Noi non possiamo seguitare lo Sterry-Hunt nelle sue considerazioni, troviamo però che la teoria del metamorfismo per cristallizzazione degli elementi minerali dei sedimenti ha il vantaggio di non dovere uscire dallo esame della natura mineralogica dei sedimenti stessi, per spiegare ogni cambiamento, riducendosi tutto a modificazioni e sostituzioni di struttura, ovvero alla scomparsa di alcuni minerali e formazione di altri, ma coi materiali forniti dal deposito primitivo. La teoria del metamorfismo per pseudomorfismo lascia insolute le questioni della provenienza di alcuni di quei materiali, che si sostituiscono ai preesistenti, della sorte di alcuni dei minerali sostituiti od eliminati; ci pare poi che si presti facilmente all'esagerazione, giacchè con un poco di buon volere e di immaginazione si può con essa teoria far provenire tutte le roccie cristalline da pochi tipi minerali. È vero che si può ammettere ad esempio che la serpentina proviene per epigenesi dall'olivina della lherzolite; ma gli avversari della teoria per epigenesi, spiegano questi inviluppi di una data specie minerale ricoprenti altri minerali cristallizzati, come dipendenti da un semplice fatto di attrazione nell'atto della formazione dei nuclei cristallini. Noi non possiamo fare a meno di dichiarare che, a parer nostro presenta maggior semplicità e naturalezza la spiegazione del metamorfismo per semplice cambiamento strutturale, od anche chimico ma tra i materiali primitivi di sedimentazione, osservando però che cambiamenti profondi possono essere indotti dalle acque d'infiltrazione nelle roccie, sia per semplice aggiunta di questo elemento, sia puranco per aggiunta di elementi da esso portati allo stato di dissoluzione, sia ancora per eliminazione per esportazione di elementi disciolti nelle roccie. A risolvere convenientemente tale ardua quistione, mancano ancora molti dati, ciò

nondimeno credemmo utile farne cenno nella speranza vaga che queste nostre parole potessero invogliare qualche scienziato italiano a consacrarsi a tal genere di studî e ricerche, che sarebbero di indiscutibile e grandissimo vantaggio per lo studio perfetto delle roccie cristalline delle Alpi nostre.

Capitolo IV.

Studio stratigrafico dei terreni cristallini e rapporti colle forme orografiche.

Studio fatto e studio da farsi. — La via fin quì percorsa ci ha portati alla conoscenza delle forme petrografiche dei terreni cristallini antichi e recenti, dei minerali la cui presenza serve loro quasi di carattere distintivo, e della genesi di essi terreni. Stabilita questa genesi come sedimentaria, dobbiamo ora fare un passo di più e vedere qual sia l'andamento della stratificazione. Siccome poi l'orografia e l'idrografia sono in intima correlazione colla stratigrafia e coll'opera di sfacelo della roccia, siccome poi ancora la massima parte del massiccio montuoso, che ci occupa, è formata per intero da terreni cristallini antichi e recenti, così noi possiamo non solo descriverne l' andamento stratigrafico, ma ancora rannodare le forme orografiche del massiccio alla stratigrafica disposizione.

Area dei terreni cristallini antichi — I terreni cristallini antichi occupano un'area centrale del massiccio compresa nella superiore parte della Valle Grande di Lanzo, dell'Orco, della Soana, della Savara (specialmente sulla destra), e nella sinistra della Valle di Cogne. La periferia dell'area occupata dai terreni cristallini antichi sarebbe determinata dalla seguente linea di confine; a monte del borgo di Locana (Val d'Orco), preso per punto di partenza, per circa un chilometro lo sbocco sulla sinistra del torrente Fara segna il limite tra i terreni cristallini antichi ed i recenti; i primi si sviluppano a monte (Carta 1ª Tav. I). La linea confine sale a Nord Est, scavalca il contrafforte divisorio con Ribordone a Nord del colle della Busièra, e scende obliquamente verso il torrente Ribordone, che raggiunge presso Ischiarolo, ove si raccolgono i tre rami principali che lo formano; poscia il confine è segnato dal torrentello della Bruna fino al Colle del Crest, per discendere in Val Soana ai Boschi corrispondentemente al piccolo torrente di Fattinera. Valicato il torrente di Forzo il confine passa un po' sopra Roncò alla piattaforma morenica di Nivolastro, taglia la cresta di Pessei al di sopra delle borgate Ciapei e del Brugliato e scende al torrente di Campiglia poco a monte di questo comune. Valicato il torrente il confine sale la montagna di fronte al Ciavanis sotto la cappella di S. Bes, e, procedendo a Nord e Nord Ovest, taglia la cresta di Ascelas risalendo fin quasi alle roccie e dell'Arietta, scavalca la catena presso il Colle della Nouva. Da questo procede ad Ovest mantenendosi a Sud del Lago Miserino, tagliando la massa della Pointe Noire, il vallone des Eaux rouges, il vallone di Bardoney ad un mezzo chilometro a sud dei casali, sale obliquamente alla Pointe Tsezère. Da questa si piega a Nord e raggiunge l'imbocco di Valeiglia, e, tagliando la cresta

Moncuc, raggiunge il torrente Valontey all' oratorio di Bova. Valicato il torrente rasenta la sinistra sponda, risale il torrentello Lauzon fino al Lauzon, donde risale obliquamente a Sud e Sud Ovest per raggiungere lo spartiacque Cogne-Savaranche tra il colle di Lauzon ed il colle dell'Erbetet appena sotto il ghiacciaio di questo nome; si abbassa per la Cresta Leizier alla Maisonasse, risale sull'opposto versante fin quasi ai casolari di Djouan; poi, valicando a mezza montagna i numerosi valloncini e contrafforti, raggiunge i pascoli di Turin poco ad Ovest del Colle dell'Aroley (Nivolet). Ivi scende alla Savara, l'attraversa e ne seguita la destra sponda fino al Colle della Gran Croce (Nivolet), donde pei pascoli dell'Agnel e dei Serrù passa alla Madonna delle Nevi e raggiunge il clinale alpino al Colle della Vacca. In Savoia si dirige un po' più ad Est del Monte Isèran, scende al confluente della Lenta coll' Arc, risale costeggiando il ghiacciaio *des Eivettes* al Colle di Sea, per valicare in Val Grande di Lanzo. Dal Colle di Sea taglia a mezza altezza la massa della Ciamarella ed il versante a Nord del vallone di Sea, raggiungendo al Monte Resta il clinale tra Forno Alpi Graie e Balme; si abbassa di nuovo gradatamente, e, valicando la Stura di Val Grande a monte di Chialamberto, passa ad Ovest dell'Uja di Belavarda, scende il vallone di Cambrello, taglia il contrafforte della Cialma a Gavie e Mantili, e raggiunge l'Orco a Roncaglia di fronte allo sbocco del torrente Fara, punto di partenza.

In quest'area, il cui perimetro non è minore di 120 chilometri, sono comprese:

1° La Valle dell' Orco da Locana ai pascoli dei Serrù per uno sviluppo di *thalweg* di chilometri 30, comprese tutte le montagne sulla destra tra l'Uja di Belavarda per la Levanna al passo della Vacca, e sulla sinistra dell'Orco la maggiore e superiore curva del bacino di Ribordone, i valloni di Eugio, Piantonetto, Noaschetta, Ciamosseretto, Roc, Agù, Perci, Boungioun e Nuvoletta.

2° La Valle Soana per tutto il vallone di Forzo e tutto il vallone di Campiglia.

3° La Valle di Cogne per la superiore parte del vallone des Eaux rouges; per il vallone Bardoney a monte dei casali, per tutto il vallone di Valeiglia, per quello di Valontey a monte dei casali dello stesso nome.

4° La Valle Savaranche per tutto il versante destro dalla Maisonasse in su ed una striscia sulla sinistra della Savara da Maisonasse al Colle dell'Aroley.

5° La Valle dell'Isère per il piccolo angolo coperto dal ghiacciaio compreso tra il passo della Vacca, l'Isèran e la Cima del Carro.

6° La Valle dell'Arc a monte di una linea che dall'Isèran scende a Bonneval e risale al Colle di Sea.

7° La Valle Grande di Lanzo quasi per intiero a monte di Chialamberto, astrazione fatta da una striscia di terreni cristallini recenti formante l'alto del contrafforte divisorio da Balme ad Ala.

L'area forma un grande elissoide diretto da Est Nord Est ad Ovest Sud Ovest nel suo assieme generale, i cui estremi sarebbero a Campiglia in Val Saona ed a Bonneval nella Valle dell'Arc distanti di circa 42 chilometri in linea retta; la linea normale a quella del massimo sviluppo compresa tra Chialamberto in Valgrande di Lanzo e la Crête Leizier in Val Savaranche avrebbe una lunghezza di chilometri 25: così, prendendo la media distanza tra i varî punti del perimetro opposti avremo una misura approssimativa superficiale dell'area in 400 chilom. quadrati. Si comprende

come essendo inclusa in quest'area la più elevata regione delle Graie, la meno cognita, la più pericolosa, abbiamo noi dovuto impiegare un certo numero di campagne per avere un rilevamento bastantemente completo ed esatto, subordinatamente alle gravi inesattezze della carta dello Stato Maggiore all'1/50000.

Area dei terreni cristallini recenti. — Il restante della regione montuosa del massiccio è scavata intieramente nelle roccie cristalline recenti; il limite interno di queste è lo stesso di quello di cui tracciammo il percorso come esterno dei terreni cristallini antichi; una citazione di tutte le valli e porzioni di valli in cui si sviluppano i terreni cristallini recenti non sarebbe che un perditempo.

Orientamento dell'ellissoide centrale. — L'orientamento dell'ellissoide centrale da Est Nord Est ad Ovest Sud Ovest ci fa supporre che l'azione sollevante si sia appunto esercitata secondo questa direzione. Abbiamo difatti un asse di sollevamento diretto in questo senso con qualche leggiera variante. Per mettere in evidenza la direzione di quest'asse di sollevamento nulla di meglio che esaminare particolarmente i diversi spaccati che tagliano in varii punti del suo tragitto quest'asse di sollevamento.

La valle dell' Orco. — Lo spaccato *A*-*B* (Tav. IV) corrisponde allo spartiacque Orco-Stura-Arc-Isère e si estende per 51 chilometri dal torrente Gallenca, nella pianura Canavese presso Valperga, per Belmonte, Monte Soglio, Angiolino, Uja di Belavarda, Levanna, i Serrù, Cima Bousson sul confine tra la Savoia e l'estremo di Val d'Orco. Esaminiamo il tratto corrispondente alle roccie cristalline antiche, cioè dall'Uja di Belavarda fino all'alpe dei Serrù. Lo spaccato presso la Belavarda, per non seguire l'andamento sinuoso del clinale, taglia l'alta porzione dei valloni di Truchetta, Prato Fiorito e Cambrello, che riuniti versano all'Orco di fronte a Locana; all'estremo superiore di un piccolo valloncino detto del Piano del Roc trovasi a Nord della Belavarda il Colle della Paglia; desso valico corrisponde al confine tra terreni cristallini antichi e recenti. Un po' più a Nord Ovest del Colle della Paglia lo spaccato raggiunge lo spartiacque al Boiret e lo seguita fino al Monte Tovo, bella piramide di 3000 a 3100 metri d'altitudine. Gli strati benissimo marcati del gneiss centrale, a grossa grana, ma non porfiroide, inclinano in questo tragitto ad Est 65° Sud di un valore variabile localmente di 15° a 30°, con una direzione a Nord 80° Est.

Dal Monte Tovo lo spaccato giunge al Colle della Crocetta passando pei laghi di Unghiasse sul versante di Valgrande di Lanzo; gli strati inclinano ad Est 75° Sud, dirigendosi quasi decisamente ad Est. Una serie di acuti denti ripidi a Nord Ovest ed a piano inclinato abbastanza dolce a Sud Est forma il clinale dal Colle della Crocetta al Monte Borrouard, al Colle della Piccolà: l'inclinazione degli strati dello gneiss si fa sempre meno forte passando al disotto di 20° ed anche 15° verso Sud Sud Est. Al Colle della Piccolà ci troviamo in mezzo a testate di strati immergenti a destra ed a sinistra cioè a Sud Sud Est ed a Nord Ovest; il colle è dunque il risultato della lacerazione dei banchi di gneiss nel più forte della loro curva di sollevamento. Difatti seguitando il tragitto dello spaccato per la selvaggia costiera delle tre Levanne, per il ghiacciaio di Nel, la costiera dell'Euja, il vallone del Carro ed il Becco delle Roccie fino ai Serrù, ove terminano i gneiss centrali, troviamo gli strati di questi inclinare di valori sempre crescenti a Nord Ovest o ad Ovest Nord Ovest

mantenendosi però costante la direzione a Nord Est. Se dal Colle della Piccolà scendiamo verso la Valle di Lanzo, questo cambiamento di direzione nella inclinazione si fa meno palese poichè, avvicinandoci in Val di Lanzo all'estremo Sud Ovest dell'ellissoide, l'azione sollevante si fa sempre meno palese, tanto che le masse sollevate tradiscono e minor sforzo, e minor effetto del sollevamento, cioè le curve degli strati sono a minor livello, sono meno pronunciate e per conseguenza le variazioni nelle inclinazioni anche meno sentite; quindi è che vi troviamo un graduale passaggio dalle inclinazioni a Sud Est a quelle a Nord Ovest. Il contrario succede portandoci invece dal Colle della Piccolà verso l'interno del massiccio; il valloncino di Dres, che scende all' Orco quasi di fronte alla parrocchia di Ceresole reale, è un vero corridoio tra le pareti a picco di uno o più banchi di gneiss lacerati per piegatura.

Un' occhiata all'andamento dei contrafforti e dei valloni che scendono da destra all'Orco tra Locana e Serrù ci persuaderà che l'orografia e l'idrografia sono in intimo rapporto colla stratigrafia (Carta 2ª Tav. II). I valloni sono d'interstratificazione cioè corrispondono alle depressioni comprese tra le testate dei banchi superiori lacerati e la faccia di uno strato sottoposto; questa condizione di cose farà sì che le acque di scolo di ogni singolo vallone, scorrendo sul piano inclinato formato dalla faccia dello strato inferiore, che costituisce il declivio del fianco Nord Ovest, si raccoglieranno e batteranno in breccia, eroderanno con tutte le forze le testate delli strati formanti il fianco Sud Est; laondechè l'andamento a Nord Est dei valloni, già occasionato dal sollevamento e dalla lacerazione degli strati, sarà mantenuto e reso anche più marcato ed evidente dall'azione erosiva delle acque; quindi si è che tutti i valloncini, che sboccano da destra all'Orco tra Perebecche e Noasca, sono tutti a pareti estremamente scoscese a Sud Est, ed a pendìo opposto più dolce; quindi ancora che la loro generale direzione è a Nord Est parallela a quella degli strati. Il gran vallone di Cambrello, compreso tra le testate degli ultimi e più profondi strati delle roccie cristalline recenti ed il superiore del gneiss centrale, obbedisce anche lui alla legge generale. La valle stessa dell'Orco, che fino a Noasca si mantiene trasversale, agli Scalari si ripiega fortemente e tende a diventare d' interstratificazione. I valloncini che scendono dalla Bellagarda all'Orco, tra la sorgente minerale di Ceresole e la parrocchia, sono per la maggior parte canaloni profondi di erosione scavati nello spessore dei banchi; ciò nondimeno i Denti di Pelousa, la Bellagarda, il Truc della Ciarbonera, il Monte Citil, la Trucy sono rilievi a picco contro il Nord Ovest ed a pendìo dolce contro il Sud Est. I numerosi valloncini tra la Levanna orientale, il Borruard, sono sull'alto della curva di sollevamento e scavati nei banchi di gneiss inclinati a Sud Est ed a Nord Ovest: ecco quindi spiegato l'aspetto strano di quella chiostra ove si stipano numerosi e ristretti pascoli, laghetti e grandi frane, chiusa tutt'all'intorno da erte pareti del Becco di Sarrasin, della Levannetta, della Levanna orientale da un lato, del Borruard e di minori vette dall'altra. La direzione generale di quei valloncini è ancora a Nord Est.

La Valle dell'Orco qui ritorna ad essere trasversale, diretta cioè da Nord Ovest a Sud Est, taglia normalmente gli strati immergenti verso Savoia. Il gran vallone di Nel e quello del Carro si dirigono a Nord Nord Est: se variano alquanto dalla generale direzione, ciò è dovuto all'azione erodente delle grandi masse di ghiaccio, di

cui erano ingombri completamente nel periodo glaciale, e più ancora al raccogliersi che fanno le acque verso la sinistra sponda scendendo sulla faccia inchinata a Nord Ovest del banco inferiore; però si verificano sempre gli *a picco* ora rivolti contro Sud Est.

La Val di Orco cessa si può dire all'incontro del rivo del Carro con quello che scende dai laghi del Rousset, e, cessando, dà origine a diverse diramazioni o meglio a vari valloncini o bacini originarî diretti nel loro assieme a Nord Nord Est, valloni d'interstratificazione; uno di questi è quello del Carro chiuso tra gli ultimi e superiori banchi di gneiss centrale; poi abbiamo il bacino del lago dei Serrù, quello del lago dell'Agnel ed il vallone dei laghi di Rousset, che formano un' allineamento a Nord Nord Est chiuso tra le faccie del più elevato dei banchi di gneiss centrale e le testate dei più profondi banchi delle roccie cristalline recenti, formanti una immensa e ripida parete dal Passo della Vacca al Colle di Rousset.

Se poi dall'Uja di Belavarda seguitiamo il tragitto dello spaccato vedremo come le roccie della *zona delle pietre verdi* si addossano coll'istesso andamento stratigrafico a quelle costituenti i terreni cristallini antichi: così abbiamo le amfiboliti della Bellavarda poggianti sul gneiss centrale, e poi, via via sempre più recenti, degli schisti serpentinosi ed eufotidici, dei calceschisti con lenti di calcare cristallino, che si escavano nel vallone di Cambrello, continuazione dell'istesso giacimento di Ru e Voragno in Val di Lanzo. Viene in seguito un largo sviluppo di gneiss recenti localmente intercalati con sottili straterelli di steaschisto; poi nuovamente calceschisto con calcare cristallino, e dall'Angiolino fino al Monte Soglio altro sviluppo di gneiss. Dal Monte Soglio pel vallone di Gallenca scendiamo a Prascorsano, e troviamo ancora gneiss intercalati con amfiboliti, e ricoperti a Prascorsano da materiali diluviali. Oltre a Prascorsano il granito pegmatitico di Belmonte si addossa al gneiss fino alla pianura presso Valperga, ove viene alla sua volta ricoperto dall'antico cono di dejezione dell'Orco.

Se facciamo astrazione dai valloni di vera erosione, come quelli che intercedono tra Levone e Cuorgnè, scendenti tutti dal Monte Soglio, noi verifichiamo ancora la stessa legge generale più sopra menzionata nella direzione dei torrenti e dei contrafforti (Carta 2ª Tav. II). Così il vallone di Balmella che scende all'Orco dall'Angiolino, quello di Barchero di fronte a Sparone, sono diretti a Nord Est come le testate affioranti dei diversi strati, e di più hanno il versante che guarda ad Ovest piuttosto ripido, e più dolce quello guardante ad Est. Nella Valle d'Orco, sulla destra, l'andamento tipico è ben manifesto giacchè, oltre al fatto che per la condizione stratigrafica i torrenti tendono di continuo ad erodere la destra loro sponda, quella a valle, abbiamo ancora che quest' andamento è favorito dalla generale inclinazione della valle nella direzione in cui pendono i valloni. Sulla sinistra invece della valle, come pure sulla sinistra della Valgrande di Lanzo i valloni sono diretti generalmente a Sud Est, quantunque sieno sempre valloni d'interstratificazione, cosicchè a prima vista si presenta quì una certa contraddizione; ma immaginiamo una serie di strati appoggiantesi gli uni agli altri, immergenti tutti ad Est o Sud Est e formanti una catena, è chiaro che queste placche triangolari obbligheranno le acque a scendere sempre verso Est o Sud Est ad erodere le testate della placca superiore, ed è ben naturale che i valloni siano incisi sui due versanti della catena in direzione quasi normale gli uni rispetto

agli altri; così sulla catena divisoria tra Val d'Orco e Valgrande di Lanzo abbiamo verso Val d'Orco i valloni diretti a Nord Est, e tanto meglio marcati in quanto che è quella pure la vera direzione degli strati: verso Val di Lanzo invece la tendenza dovrebbe essere a Sud Est, ma, essendo ostacolata in parte dalla direzione generale degli strati, noi osserviamo che nell'alto i valloni accennano ad un andamento verso Sud, poi, di mano in mano che la potenza erosiva si fa più forte e localizzata, la direzione passa gradatamente a Sud Est, intaccandosi di preferenza le estremità degli sproni situati all'Est ed al Sud Est, che si conformano a prolungamenti curvilinei colla convessità a Sud Ovest.

Se gettiamo un colpo d'occhio sulla gran carta all' $^1/_{50000}$ dello Stato Maggiore vedremo che lo stesso fatto si verifica pella sinistra sponda della Val dell'Orco da Pont a Noasca; i grandi valloni di Ribordone, di Eugio, di Piantonetto, diretti prima a Sud, ripiegano gradatamente a Sud Est, rimanendo presso gli sbocchi separati da basse elevazioni, che, distese in curva convessa a Sud Ovest, accompagnano quasi parallelamente il corso della valle principale dell' Orco. Ancora quì troviamo il fianco sinistro dei valloni, cioè quello a Sud Est e ad Est formato da pareti molto scoscese; anzi i torrentelli che scendono al principal corso d'acqua del vallone del fianco sinistro hanno deciso l'andamento da Nord Est a Sud Ovest, parallelo a quello della direzione degli strati; citiamo ad eloquentissimo esempio i tre valloncini di Preghetta Balma e Boggio o Valsoera, che vengono a gettarsi nel gran vallone di Piantonetto.

Nella superiore parte di Val d'Orco sulla sinistra di Noasca ai Ciappini l'andamento dei valloni scendenti dalle maggiori sommità del gruppo acquista alcun che di speciale dovuto ad una particolarità di stratigrafia che noi accenneremo colla scorta di un secondo spaccato (*C-D* Tav. V).

Questo spaccato *C-D* prende le mosse a due chilometri a valle di Rocca di Corio là ove il torrente Mallone esce dal suo alveo di roccia per avviarsi nel solco scavatosi nel suo cono di dejezione. Da Rocca di Corio taglia a poca elevazione il contrafforte divisorio tra la valle del Mallone e quella della Levona, procede sul sinistro fianco del bacino del Mallone le cui sorgenti incontra al piede della cima della Guia; taglia la superiore parte del vallone Barchero in Val d'Orco, la Costa Barchero, il vallone Balmella e riesce alla destra dell'Orco in corrispondenza di Locana. Sin quì il nostro spaccato nulla ci presenta di nuovo; abbiamo cono di dejezione a valle di Rocca di Corio; una enorme massa di gneiss recenti per tutto il bacino del Mallone ed il vallone di Barchero, ed una serie di alternanze di serpentinoschisti, eufotischisti, calceschisti, gneiss recenti, amfiboloschisti fino all'Orco. Tuttociò colla solita direzione ed inclinazione già menzionata nella spiegazione dello spaccato *A-B*.

Oltrepassato l' Orco a Locana abbiamo ancora serpentina con lherzolite, calceschisto con calcari cristallini e poi arriviamo al gneiss centrale, che, seguitando lo spaccato, troviamo in banchi a testate emergenti verso Nord Ovest fino al piano di Teleccio, ove comincia la rapidissima discesa detta la Scala di Teleccio; siamo a 2100 metri d'elevazione,

Al di là del torrente Teleccio lo spaccato taglia obliquamente quell'arditissima costiera ed elevata di circa 3000 metri, che dal Becco della Tribolazione scende a

dividere i valloni di Piantonetto e Noaschetta; tutte le slanciate guglie della Tribolazione, del Blanc Gioir, del Traseu Rosso a Nord del Colle della Drosa sono di gneiss centrale a banchi inclinati di 15° a 20° verso Nord Nord Ovest; abbiamo dunque oltrepassato l'asse di sollevamento al Piano di Teleccio.

Siamo dunque pervenuti a fissare due punti sull'allineamento dell'asse di sollevamento, il Colle della Piccolà e la Scala di Teleccio; riuniamoli con una retta e questa si dirige quasi esattamente Sud Ovest-Nord Est; se esamineremo le località attraversate da questa retta troveremo tra la parrocchia di Ceresole e gli Scalari (1600-1400 metri d'elevazione), alle Pianchette (1200 metri), alla Sassa nel vallone di Noaschetta, ed alla *Losa 'd Mesdì* sul contrafforte tra Noaschetta e Piantonetto i banchi di gneiss quasi costantemente orizzontali, più o meno erosi in enormi gradini di più decine di metri di *a piombo*, dai quali si slanciano le belle cascate di Sassa e Noasca, del Roc a Pianchette e la pittoresca serie di cascatelle nella gola degli Scalari; quest'ultima gola è veramente un canale inciso nello spessore dei banchi orizzontali del gneiss; là si rivela l'imponenza che assume nelle sue forme questa roccia sotto l'azione denudatrice delle acque e dell'atmosfera. Riprendiamo il nostro spaccato.

Oltrepassato il Traseu Rosso taglia il vallone di Noaschetta all'alpe la Motta a 2400 metri sul mare, attraversa la costiera del Deir Verd ed incontra il grande banco a piattaforma che sorregge il ghiacciaio di Noaschetta a 2800 metri d'altitudine. A Nord e Nord Ovest di questa grande spianata di ghiaccio s'innalza la tremenda barriera che dal Gran Paradiso fino alla Testa del Piano della Tribolazione per 800, 900, 1000 e 1200 metri domina il ghiacciaio di Noaschetta; lo spaccato lo taglia in corrispondenza della punta di Ceresole (3787 metri) ed ivi la muraglia di gneiss a testate di banchi quasi orizzontali s'innalza di circa 900 metri sul piano del ghiacciaio sopra un tragitto orizzontale di 500 a 600 metri con una pendenza media di 65 gradi.

Obliquità del piano di sollevamento. — Per non moltiplicare gli spaccati, ci limitiamo a constatare che ovunque a Nord Ovest dell'area sollevante le testate delle formazioni, sia del gneiss centrale, che di roccie dei terreni cristallini recenti, sono portate a molto maggiore elevazione che non dal lato Sud Est; da questo lato il gneiss centrale raggiunge le massime elevazioni di 3000 metri al Monte Tovo, di 3200 al Monte Borruard (Spaccato *A-B* Tav. IV), di 2150 nel vallone di Teleccio, di 3000 alla Losa del Mesdì, spartiacque tra Noaschetta e Piantonetto, di 1100 a Noasca nella Valle d'Orco, mentrechè sul versante opposto alla linea seguita dall'asse di sollevamento troviamo 3640 metri alla Levanna, 3400 circa alla Cima del Carro, e nel basso della valle 1620 alla Parrocchia di Ceresole, e sulla sinistra della valle 3499 alla Punta Fourà, 3600 circa al Charforon, 4178 al Gran Paradiso, 3787 alla punta di Ceresole, 3355 al Colle Grancrou, 3840 (?) al Gran S. Pietro. Lo stesso succede per i terreni cristallini recenti che raggiungono ad Ovest il massimo di 2978 al Colle di Galisia, 3309 alla Cima Bousson. (Spaccato *A-B* Tav. IV).

Notiamo ancora che la pendenza dei banchi degli strati in genere è molto più pronunciata dal lato Sud Est che non dal Nord Est.

Queste specialità di orografia stratigrafica sono le conseguenze dirette di un sollevamento in senso obliquo, nel quale cioè il piano che riunirebbe il massimo di

curva in rilievo dei diversi strati sovrapposti non è verticale, ma sibbene inclinato verso Sud Est qual sarebbe indicato dalla figura 8 della Tavola VII.

La conseguenza più rilevante di questa condizione di cose è il più ripido e scosceso versante delle nostre Alpi occidentali verso l'Italia, che non verso la Savoia ed il Delfinato, fatto che contribuisce per una parte a dare maggiore grandiosità ed aspetto, più selvaggio alle nostre montagne e per altra parte a rendere meno possibile la formazione di grandi ammassi di ghiaccio, quand'anche detta formazione non fosse già ostacolata dalla diretta esposizione a Sud ed a Sud Est del versante italiano delle Alpi.

Se si esamina lo spaccato *C-D* (Tav. V) dall'Orco fino alla Punta Fourà si vedrà come si riproduce la condizione di cose indicate nella precedente figura schematica. La stessa disposizione si verificherebbe in qualunque spaccato parziale intercalato tra i due già descritti; così dall'allineamento dell'asse di sollevamento corrispondente al *thalweg* della Val d'Orco tra la parrocchia e Pianchette, abbiamo sulla destra una catena che appena giunge ai 3000 metri, a sinistra invece una serie di immensi scaglioni che terminano al sommo della cresta del Gran Paradiso sopra ai 3700 metri.

Il più basso di questi enormi gradini è formato dai piani di Sue sopra Ceresole, dei Frandin, dei Meison, della Varda, agli sbocchi dei tre valloni di Roc, Ciamosseretto e Noaschetta; altra piattaforma c'è indicata dai piani di Lozerai e Breuil nel vallone del Roc, da quello del Gran Lago nel vallone di Ciamosseretto, da quello della Bruna nel vallone di Noaschetta; un terzo domina tutti i tre valloni sovramentovati ed è rivestito dal ghiacciaio di Noaschetta, a cui sovrasta la parete dal Gran Paradiso alla Testa della Tribolazione. I tre valloni di Roc, Ciamosseretto e Noaschetta sono separati da esili cortine di roccia, che presto si atrofizzano verso il basso: talchè gli sbocchi dei tre torrenti nell'Orco sono a breve distanza gli uni dagli altri; i torrenti formano come i raggi di una porzione di circolo che dalla Punta dal Breuil corre fino alla Punta di Gay, alla Rossa Viva Ovest. Tale andamento di questi tre valloni ci indica come essi sfuggano alla legge generale, difatti essi sono valloni di erosione, come in parte lo è quello di Piantonetto; se dovessimo tracciare una figura schematica rappresentante la sezione in corrispondenza del thalweg di ciascuno dei valloni scendente dalla Cresta del Gran Paradiso, dessa verrebbe ad essere consimile a quella segnata col numero 7 nella Tavola VII. La prima piattaforma non è mai ben definita per la congerie dei materiali rovinati dall'alto della montagna circostante o carreggiati da antichi ghiacciaio dai torrenti; l'ultima è coperta inevitabilmente da un ghiacciaio; le intermedie sono occupate da laghi o da praterie prodottesi per riempimento di laghi. A questo modo di formazione devono i tre valloni e la grandiosità loro, e l'abbondanza di ricchi pascoli che li caratterizzano; ad ogni piattaforma corrisponde un'ampia prateria difesa dai venti nordici dalla colossale barriera del Gran Paradiso, riscaldata dall'irradiazione delle pareti rocciose circostanti ed irrigata dalle sanissime acque che scendono dalle balze feldispatiche per eccellenza, che le stanno a ridosso.

La costiera Coccagna-Cormavoun è un enorme residuo di diversi banchi di gneiss inclinati a Nord Ovest verso il Colle della Porta Nova. A monte della parrocchia di Ceresole i valloni di Agù fino al Colle del Nivolet corrono da Sud Est a Nord Ovest, sono valloni di interstratificazione ed ubbidiscono per intiero alla legge generale.

Dal Colle del Nivolet, confine tra i terreni cristallini recenti ed antichi, comincia quella spettacolosa barriera di elevate cime, quel muro colossale di gneiss, che, superato in tanti punti diversi con mille stenti dai più arditi alpinisti, fa del gruppo del Gran Paradiso il più splendido gruppo montuoso italiano; questo baluardo di ripidissime roccie è rotto sul culmine in denti, che sono montagne essi stessi, ed ora ci pare utile l'annoverare queste diverse sommità, che si schierano così orgogliose in formidabile falange all'occhio di chi le contempli dal Monte dei Cappuccini di Torino. Prima un bastione di rupe rossastra di 3400 metri ancor vergine di piede umano, la Mare Perci, ed un dente di 3500 metri, la Punta Fourà; desse vette cadono *a piombo* nel vallone di Perci per un 500 metri sul ghiacciaio di Gias dei Beu. Dopo di esse un duplice colle d'interstratificazione, il Colle del Grand Etrêt, di 3213 metri e poi tre banchi, l'uno sovrapposto all'altro, per cui l'inflessione a Nord Nord Est della barriera, banchi che terminano in tre sommità la Punta del Breuil (3450 metri), la Punta o Becca di Monciair, bella piramide irregolare rivestita di ghiaccio a Nord di 3550 metri, la Cima del Charforon di 3680 metri; queste tre sommità cadono a picco nel vallone del Roc e le due ultime sono separate da un colle d'interstratificazione. Il banco della Punta Fourà, inciso ed eroso in corrispondenza del vallone del Roc, si rialza nella Punta della Tour a Sud Est del Charforon; quello del Becco Monciair si accentua alla Tresenta, di 3500 metri; tra la Tresenta ed il Charforon si annida il ghiacciaio di Ciamosseretto ed il colle d'interstratificazione detto di Moncorvé o Ciamosseretto (3200 metri). Fra la Tresenta ed il sèguito della barriera altro colle d'interstratificazione, il Colle del Gran Paradiso, di 3250 metri, che corrisponde alla faccia dell'enorme piattaforma longitudinale su cui si adagia il ghiacciaio di Noaschetta, il quale non misura meno di 4500 metri di lunghezza.

Diversi banchi sovrapposti formano la massa del Gran Paradiso (4178 metri), la Cresta Gastaldi (3580 metri?), il colle d'erosione Chamonin, di metri 3720. La duplice punta di Ceresole, di metri 3787, rappresenta la continuazione degli inferiori banchi della massa del Gran Paradiso. Poi viene altro colle d'interstratificazione, giacchè la Testa della Tribolazione (metri 3550?) apparterrebbe ad un banco addossato a quelli dell' estrema vetta del Gran Paradiso. Dopo la Testa della Tribolazione e la Testa di Grancrou (metri 3400?) altro gran colle d'interstratificazione, il Colle Grancrou (metri 3355). Poi la Gay (metri 3550?), le due Rosse Vive Ovest ed Est (metri 3650— metri 3600?); altro stupendo colle d'interstratificazione, il Colle Money (metri 3439), poi la massa del Gran S. Pietro (metri 3842?). Tutte queste vette, in cresta spezzata a seconda dei banchi cui fanno terminazione, sono ripidissime verso Sud Est ed ammantate da enormi masse di ghiaccio a Nord Ovest, a Nord, a Nord Est. I ghiacciai vi si formano amplissimi in queste ultime direzioni, sia perchè poggianti su faccie di strati e non su testate, sia per l'esposizione a tramontana. Dalla Rossa Viva Ovest si stacca il contrafforte divisorio tra Noaschetta e Piantonetto, che verso un quarto di sua lunghezza si erge in acutissimi denti, i Denti della Tribolazione, tra i quali emerge il Becco, di 3490 metri; l'ispezione di questi denti ci rivela essere dessi dei lembi di banchi della Rossa Viva Ovest staccatisi, scivolati ed arrestati in posizione da presentare delle lastre fortemente inclinate a Sud Est contrariamente all'andamento

normale; lo stesso dicasi del Becco della Roccia nera a Sud della Rossa Viva Est nel vallone di Piantonetto.

Noi non possiamo entrare in maggiori dettagli per riguardo alla costituzione oro-stratigrafica di quei monti veramente sublimi senza nuocere all' eguaglianza di sviluppo delle diverse parti di questo lavoro, ma possiamo benissimo dichiarare che ci occuperemo in apposito scritto corredato da piani in grande scala di questo arduo e bellissimo còmpito.

A questo punto possiamo riassumere i rapporti dell' orografia e dell' idrografia della Val d' Orco propriamente detta colle sue condizioni stratigrafiche da Pont al confine Savoiardo (Carta 2ª Tav. II).

1° La Val d' Orco è una valle d' erosione, dovuta originariamente a curva depressa nell'assieme dei clinali nelle diverse formazioni stratigrafiche che hanno determinato il richiamo delle acque ad erodere più profondamente i terreni corrispondentemente al *thalweg* odierno.

2° L' andamento generale però degli strati diretti in massa a Nord Est ha determinato la direzione della valle, che semplicemente avrebbe dovuto dirigersi Nord Ovest-Sud Est; anzi in alcuni tratti la valle da trasversale, cioè da valle di semplice erosione si fa longitudinale e d'interstratificazione.

3° Il sollevamento obliquo inclinato a Sud-Est ha determinato una maggior elevazione nelle montagne formanti il versante sinistro in confronto del versante destro; lo stesso fatto determinò ancora un rapido cambiamento di livello del *thalweg* della valle tra Noasca e Ceresole reale.

4° La valle dell'Orco si può considerare come chiusa allo sbocco del torrente del Carro nell'Orco, donde diramano a Sud Ovest ed a Nord Est ampie diramazioni terminali correnti nella direzione generale dei terreni stratificati.

5° L'asse di sollevamento taglia obliquamente la valle in corrispondenza della sorgente minerale detta di Ceresole reale o poco a valle.

6° I valloni da destra all' Orco sono regolarmente diretti Sud Ovest-Nord Est, quindi valloni d'interstratificazione, tranne quelli a monte della parrocchia di Ceresole che sono misti, d'interstratificazione in alto e d'erosione in basso.

7° La più elevata cresta spartiacque colla valle d'Aosta, a sinistra, corrisponde al massimo d'elevazione delle testate degli strati sollevati, e corre parallelamente all'asse di sollevamento; come conseguenza i valloni di sinistra della valle, diretta da Ovest ad Est, acquistano in lunghezza di mano in mano che ci allontaniamo, verso valle, dall'asse di sollevamento; fatto dimostrato dalle seguenti cifre:

Nome del Vallone	Origine	Sbocco	Lunghezza in metri
Vallone del Roc	Cima Charforon	Pianchette	6350
» di Ciamosseretto	Tresenta	Balmarossa	7100
» di Noaschetta	Colle Grancrou	Noasca	8500
» di Piantonetto	Colle Teleccio	Perebecche	10500.

Questi valloni sono per la massima parte del loro percorso di erosione, e divisi in scaglioni separati da piattaforme corrispondenti a faccie di enormi banchi di gneiss sempre più profondamente ed ampiamente erosi dal basso verso l'alto.

8° L'asse di sollevamento taglia il sistema idrografico ed orografico dell'Orco a partire dall'estremo superiore del vallone di Piantonetto dirigendosi Nord Est-Sud Ovest al Colle delle Piccolà ad oriente della Levanna.

9° In generale i colli di comunicazione con valli finitime sono d'interstratificazione e dovuti a maggior erodibilità di alcuni banchi rocciosi; si fa eccezione pel Colle delle Piccolà, che è di *comba*, cioè lacerazione ed erosione, per quello della Galisia che è di erosione, come pel Colle Chamonin ed altri di minore importanza.

Colle del Nivolet. — Prima di abbandonare completamente la Valle d'Orco, ci occorre far parola di uno stupendo varco da Val d'Orco alla Valle di Savaranche. Là ove la Valle dell'Orco termina orograficamente all'incontro del vallone del Carro, salendo una non lunga nè faticosa ertà di monti sulla sinistra si giunge per una bellissima strada di caccia reale al Colle di Nivolet, o Colle della Gran Croce; lo spartiacque vi è estremamente basso, e là si può dire cominciano le Alpi Graie orientali a metri 2526 sul livello del mare. A sinistra di chi valica verso Val di Savaranche, un bassissimo cordone di roccia separa il vallone del Rousset (Val d'Orco) da quello ove ha origine la Savara; le roccie a sinistra sono serpentinoschisti, calcari, carniole debolmente inclinate a Nord Ovest; sul colle sono banchi di gneiss centrale, e parimenti a destra, inclinati nello stesso senso. Scendendo di qualche diecina di metri il dolcissimo pendìo a Nord Nord Est, s'incontrano prima due grandi e bellissimi laghi, poi un piccolo rialzo di gneiss, al cui piede stanno numerosi casolari, poi un'ampia pianura paludosa, torbosa che rivela non remota condizione lacustre; infine si giunge al Colle dell'Arolley, che per ripida discesa scende a Pont Savaranche. Questo varco è quindi rappresentato da una depressione di circa 6 chilometri su 500 o 600 metri di larghezza diretta a Nord Nord Est, sulla generale direzione della stratificazione, con un declivio dolcissimo, essendovi tra il Colle Gran Croce a quello dell'Arolley appena un centinaio di metri di differenza su oltre 6 chilometri di sviluppo. A destra abbiamo il gneiss, a sinistra le roccie cristalline recenti, come è indicato nello spaccato *E-F* (Tav. VI); laondechè questo varco del Nivolet può considerarsi come bellissimo esempio di colle di interstratificazione, meglio di confine tra la formazione dei terreni cristallini antichi e quella dei recenti.

Valle Savaranche. — Non ci fermeremo gran che sulla Valle della Savara. — Essa è una valle d'erosione come quella dell'Orco, motivata da qualche inflessione originaria del sistema delle roccie stratificate, che inclinano quasi costantemente a Nord Ovest. Anche quì però l'andamento regolare d'erosione a Nord Ovest venne modificato dalla direzione generale delle masse stratificate a Nord Est, laondechè la valle venne deviata al punto da assumere una direzione Nord 10° Est; cosicchè taglia obliquamente con angolo acuto la direzione degli strati (Carta 2ª Tav. II). — La superiore e destra parte della valle è scavata nel gneiss centrale, come si vede da parte dello spaccato *C-D*, (Tav. V), ma la maggior porzione sta nei terreni cristallini recenti. I valloni tanto da destra che da sinistra sono per lo ordinario brevi, ripidi e di erosione, facendo astrazione da quello di Pont ripieno di masse enormi di ghiaccio e corrispondente alla concavità della curva formata dalla catena del Gran Paradiso dalla Punta Fourà al Gran Paradiso, e da quello del Nivolet, che è amplissimo e ramificato, corrispondente

al confine dei terreni cristallini antichi e recenti. Manca quivi la disposizione a gradinate, giacchè a seconda dello spaccato *C-D* (Tav. V) i banchi di gneiss presentano verso il declivio della valle faccie inclinate e non testate di strati come succedeva per la Val d'Orco. Infine i colli vi sono quasi tutti di interstratificazione ed erosione contemporaneamente, specialmente a scapito dei serpentinoschisti, dei talcoschisti, dei calceschisti e dei calcari cristallini. La grande variabilità di roccie diverse alternate fa sì, insieme colla disposizione stratigrafica, che lo spartiacque con Cogne è diviso in una quantità di punte le une più fantastiche ed ardite delle altre; accenneremo alla piramide dell'Erbetet (metri 3850?) nei gneiss antichi, quella della Grivola (4011 metri) e quella colossale scheggia di montagna di metri 3600 circa, che appellasi il Nomenon.

La Valle di Soana. — Lo spaccato *G-H* (Tav. VI) ci servirà di guida per l'esame oro-stratigrafico della Valle Soana e della Val di Cogne e dei monti che da Cogne si stendono fino alla Baltea. Questo spaccato parte dalla sinistra dell' Orco presso Pont e giunge rettilinearmente a Cogne, donde inflettendosi giunge alla Baltea presso Brissogne. Esso taglia il versante Sud Est e Nord Ovest del massiccio del Gran Paradiso.

Le roccie *montoni* di Pont sono calceschisti con banchi di calcare, che sono utilizzati per estrazione di pietra da calce; si addossano ai gneiss recenti formanti il Mont Pont a Nord Ovest di Pont; la direzione è a Nord Est; l'inclinazione di circa 55° ad Est 50° Sud. Proseguendo sull' allineamento dello spaccato, incontriamo calcari cristallini, altre volte utilizzati come marmo statuario, poi calceschisti, gneiss recenti, amfiboloschisti, altri gneiss recenti alla costa Guerra, serpentinoschisti, altri gneiss recenti alla borgata Guerra, nuovi serpentinoschisti alla costa Rubin, poi gneiss recenti alla Comba Fattinera a raggiungere i primi strati di gneiss centrale. Tutte queste forme petrografiche dei terreni cristallini recenti fanno seguito verso Nord Est a quelli già segnalati negli spaccati *A-B*, *C-D* (Tav. IV e V). La Comba Fattinera, che scende alla Soana presso lo sbocco del torrente Forzo, è vallone di interstratificazione tra i terreni cristallini antichi ed i recenti. Lo spaccato prosegue a poca elevazione sulla sinistra del torrente Forzo fino a Bosciattera, ove ci troviamo sullo allineamento dell'asse di sollevamento; difatti oltrepassato Bosciattera i banchi inclinano ad Ovest 35° Nord. Riuniamo questo terzo punto fissato coi due già precedentemente stabiliti per l'asse di sollevamento, cioè al Piano di Teleccio ed al Colle della Piccolà, e vedremo che desso asse passerebbe al Colle Ciardoney tra Valsoera e Forzo, scenderebbe il vallone detto Pian delle Mule tra il Monte Gialino ed il Monte Veso di Forzo.

Questo vallone di Pian delle Mule, occupato nella sua più elevata parte sotto il Picco di Ondezana dal ghiacciaio di Ciardoney, è chiuso tra le ripide pareti dei Monti Bleu e del Monte Veso a sinistra inclinati coi loro banchi a Nord Ovest, e della Punta Ciardoney, del Monte Gialino, e del Moncimor a destra coi banchi inclinati a Sud-Est; è un vero vallone di comba; corrisponde pel suo modo di formazione al vallone di Dres sotto il Colle della Piccolà.

Ora facendo un passo addietro lungo lo spaccato *G-H* (Tav. VI), noi osserviamo come il tratto di Val d'Orco da Courgnè a Pont, quello della principale Valsoana da Pont allo sbocco del torrente Forzo nella Soana ed il vallone di Forzo a Bosciattera sono

allineati e s'innestano fra loro mantenendo costante la direzione Sud Est-Nord Ovest; costituiscono col loro assieme una grande valle di erosione diretta normalmente allo allineamento dell'asse di sollevamento (Carta 2ª Tav. II). — Quì ancora si verifica ciò che già notammo per la Valle d'Orco; i torrenti che scendono da destra, tra Cuorgnè e Pont all'Orco, tra Pont ed i Boschi alla Soana, tra i Boschi e Bosciattera al torrente Forzo sono tutti diretti parallelamente alla direzione degli strati cioè da Sud Ovest a Nord Est.

Oltrepassato a Bosciattera l'asse di sollevamento, numerosi valloncini convergono dall'alto delle pareti disposte in circo attorno ai pascoli di Lavina, e si radunano in un solo torrente a Bosciattera; si ripete quì ciò che già esponemmo pei valloni di Noaschetta, Ciamosseretto e Roc, nella sinistra superiore parte di Val d'Orco, in conseguenza della maggiore elevatezza cui sono portate le testate dei banchi di gneiss a Nord Ovest dell'asse di sollevamento; i diversi valloni che convergono a Bosciattera sono specialmente di erosione.

Se si dovesse prendere per tipo di valle escavata in un massiccio, quella che normalmente lo incide su uno dei suoi versanti, certamente la vera valle principale sarebbe quella, sul versante Sud Est, che da Cuorgnè a Pont, da Pont ai Boschi, dai Boschi a Bosciattera taglia normalmente l'allineamento dell'ellissoide di gneiss centrale.

Lateralmente a questa valle di pura erosione avremo prima valli miste di erosione ed interstratificazione, e poi allontanandoci sempre più dalla linea mediana, valloni d'interstratificazione. A Sud Ovest di questa, che noi consideriamo come valle tipica, già vedemmo i valloni di Ribordone, Piantonetto, Noaschetta, Ciamosseretto, Roc, funzionare da depressioni di erosione, la Val d'Orco da Pont a Ceresole reale essere valle mista di erosione ed interstratificazione, ed i valloni scendenti dalla destra all'Orco tra il Colle della Piccolà e Cuorgnè essere di pretta interstratificazione. Lo stesso fatto verificheremo sul fianco Nord Est; la Valle di Campiglia, mediana diramazione delle tre di Valsoana, corre Nord Ovest - Sud Est per la massima sua parte, mentre i banchi corrono decisamente in direzione Nord Est; è quindi valle d'erosione. La Valle di Piamprà, estrema diramazione ad oriente di Valsoana, corre Ovest 80° Nord ad Est 80° Sud, mentre gli strati si dirigono ancora a Nord Nord Est; ecco quindi una valle di erosione ed interstratificazione nello stesso tempo. Riunendosi le due valli di Campiglia e Piamprà a Valprato diventano di interstratificazione e corrono normalmente all'incontro della Valle di Forzo. I valloni poi di Arlens, Servin, Canaussa, Verdassa, Truffa, che sboccano da sinistra al torrente di Piamprà e nella Soana, sono decisamente d'interstratificazione. Cosicchè la Valle Soana presa isolatamente riproduce in minor scala ma esattamente ciò che già esponemmo per la Valle dell'Orco, epperò anche per la Val Soana stanno in massima quelle conclusioni che chiusero la descrizione orostratigrafica della principal valle sul versante Sud Est del gruppo del Gran Paradiso.

La Valle di Cogne. — Lo spaccato *G-H* (Tav. VI) valica lo spartiacque in corrispondenza del Colle di Bardoney, colle di erosione nel lembo del circo di Lavina formato dalle vette Monveso (metri 3400?), la Grande Arolla (metri 3450?), la Lavina (metri 3300); poscia taglia obliquamente nella superiore sua parte il vallone di Bardoney, il contrafforte tra Bardoney e Valeiglia presso la Punta della Tsezère, il

vallone di Valeiglia quasi al suo sbocco nella Grandeiva, l'ultima elevazione del contrafforte tra Valeiglia e Valontey, e raggiunge finalmente, sempre in direzione Nord Ovest la Grandeiva a Cogne. È però a valle della Tsezère che ai gneiss centrali si addossano fino a Cogne serpentinoschisti, gneiss recenti, calcari cristallini ed amfiboloschisti.

A Cogne lo spaccato cambia di direzione ed è orientato a Nord 10° Est, e giunge fino alla Baltea passando per le chine di Cimilian verso Grauson, le pendici della Torre de Grauson, la Pointe Garin (metri 3447), la Rousse, il colle di Arbôle, il monte Emilius (3595 metri), la Becca de Nona, gli alpi di Arpisson a Brissogne. In questo secondo tragitto s'incontrano numerose alternanze di diverse forme petrografiche dei terreni cristallini recenti, e sono: calceschiti, calcari e carniole, amfiboliti e serpentine a Cimilian sotto un manto morenico, e fino alla costa Grauson, poi gneiss recenti od amfiboliti alla Punta Garin, alla Rossa, al colle di Arbôle, al Monte Emilius, alla Becca de Nona. Tutti questi strati inclinano a Nord 15° o 20° Est fino ad Arpisson, poi accennano ad un rialzarsi verso lo stesso punto dell'orizzonte, come se influenzati da un altro ellissoide di sollevamento situato a Nord o Nord Est, tanto che a scendere dall'Arpisson alla Dora Baltea incontriamo la successione in senso ed inclinazione inversi delle roccie trovate salendo dal colle di Arbôle. Ecco una prima variante all'andamento generale. La seconda noi troviamo nel fatto che, mentre le diverse formazioni a Sud del torrente di Cogne sono dirette generalmente a Nord Est (Carta 2ª Tav. II) a Nord della valle manifestano una tendenza a dirigersi ad Est 10° Sud.

Queste due varianti servono come di punto d'attacco tra lo studio stratigrafico del gruppo del Gran Paradiso e quello degli altri gruppi di Valle d'Aosta.

La Valle di Cogne, dovrebbe piuttosto chiamarsi un bacino che non una vera valle, giacchè è la risultante, almeno a monte di Cogne, della riunione di più valloni di diversa natura.

La direzione del vallone di Urtier dal confine di Champorcher a Lilaz, del corso della Grandeiva da Lilaz a Cogne, e da Cogne ad Aimavilles al suo sbocco nella Dora è Est-Ovest, Sud Est-Nord Ovest, Sud-Nord: queste deviazioni sono in intima correlazione colla stratigrafia (Carta 2ª Tav. II).

Se l'andamento degli strati rimanesse costante da Sud Ovest a Nord Est, e la Valle di Cogne nel suo complesso fosse valle d'interstratificazione, dessa dovrebbe avere un andamento Nord Est-Sud Ovest. Se risaliamo ad oriente nel così detto vallone di Urtier fino al Colle di Champorcher, ci troviamo costantemente in un solco interposto tra le testate degli strati di svariata natura litologica, che formano le pareti della Tersiva, degli Invergneux, della Creia, della Pointe du Filon e la facciata degli strati emergenti verso Valsoana al Colle di Peratza, a quella della Nouva, a quello della Scaletta, del Rancio, alla Pointe Noire, al Bardoney, alla Valetta, al Moncuc; dunque dal Colle di Champorcher fino a Cogne la valle corre Est-Ovest come valle d'interstratificazione, astrazione fatta da una piccolissima estrema porzione ad oriente. In tale condizione scende ancora per Cretaz, Epinel, Silvenoire a Pont d'Äel, dirigendosi a Nord Ovest prima, per girare il massiccio sienitico di Silvenoire, secondariamente per accompagnare

l'andamento generale di stratificazione che quivi, già dicemmo, ancora dirigesi Ovest 10° Nord-Est 10° Sud. Finalmente nell' ultimo tratto la valle piega bruscamente a Nord e si fa valle d'erosione fino al suo sbocco nella valle della Dora.

Dessa Valle di Cogne ci rappresenta quindi nella massima sua porzione il vero tipo di valle d'interstratificazione allargata, approfondita, ben naturalmente, dall'erosione.

I valloni che ad essa scendono tanto da sinistra che da destra sono per conseguenza principalmente di erosione. Da destra non abbiamo che il vallone di Grauson, di cui un ramo, veramente d'erosione, scende agli Alpi di Grauson dalla Rousse, dalla Pointe Garin e dai laghi di Lussert, l'altro è d'interstratificazione e scende da Est dalla Tersiva e dal Tessonet. Il fianco destro della valle di Cogne è molto semplice nel suo andamento Est-Ovest; salvo per l'intaccatura del vallone di Grauson ed altri piccoli valloncini di erosione, è formato completamente di testate di strati, epperò è molto ripido ed arido anche per la mancanza di ghiacciai e per la sua perfetta esposizione a mezzogiorno. Si ergono su questo fianco la Tersiva, bella piramide di 3536 metri, la Punta di Tessonet, la Grande Roise, la Rousse e la Pointe Garin, la Pointe de la Valette ed il Pic de Trombe, dal quale il clinale si abbassa rapidamente ad Aimavilles.

Sulla sinistra invece numerosi, ampî e lunghi valloni d'erosione scendono alla principal valle, e sono da Est ad Ovest:

Il vallone di Bardoney, diretto normalmente alla direzione degli strati di terreni cristallini antichi in alto, e di terreni cristallini recenti in basso: esso misura 6 chilometri e mezzo. Il vallone di Valeiglia scavato per massima parte nei gneiss centrali, egualmente diretto Sud-Nord per la lunghezza di 8 chilom.; il vallone di Valontey, scavato per i $2/3$ superiori nei gneiss centrali, diretto Sud 10° Ovest-Nord 10° Est per chilometri 10 circa; la deviazione nella direzione degli strati già accennata ripetutamente più sopra determinò puranche la deviazione di questo vallone dalla direzione tipica Sud-Nord.

Infine i piccoli valloni secondarî incisi per erosione sul fianco del contrafforte divisorio da Valsavaranche, i quali vanno via via rendendosi più brevi, ripidi di mano in mano che si scende verso la Dora Baltea. Numerose ed elevate cime coronano e i circoli finali dei valloni principali, ed i contrafforti interposti, come amplissimi ghiacciai ne riempiono lo estremo a Sud. Pel vallone di Bardoney abbiamo ad Est la Lavina (metri 3300), a Sud Ovest la Grande Arolla (metri 3450 ?) ed un piccolo ghiacciaio ; nel vallone di Valeiglia la Grande Arolla ad Est, il Monveso (metri 3400 ?), le Sengies, il Picco d'Ondezana (metri 3500 ?), e a Sud Ovest ed Est il Gran S. Pietro (metri 3842 ?) coi suoi satelliti, la Pointe Patri ecc. ecc.; stupendo poi l'amplissimo ghiacciaio di Valeiglia ed i caotici ammassi di ghiaccio di Comba di Arolla. Nel vallone di Valontey abbiamo un immenso circo glaciale formato da 4 grandi ghiacciai della corda di non meno 7 ad 8 chilometri, coronato dalle più elevate cime del gruppo, la Pointe Patri, il Gran San Pietro, le Rosse Vive, la Pointe di Gay, la Testa della Tribolazione, la Punta di Ceresole, la Cresta Gastaldi, il Gran Paradiso, la Becca di Montandeni, la Grande Serre, l'Erbetet; nessuna inferiore a 3500 metri, alcune superiori ai 4000; varchi pericolosissimi e di prima difficoltà lo superano tutti al disopra dei 3000 metri, come il Colle Chamonin di 3720 metri. Dei valloni di minor

importanza due raggiungono cime elevate, il vallone del Trajo e quello di Nomenon, che fanno capo alla svelta piramide della Grivola di 4011 metri.

Sul fianco sinistro della valle sono colli di interstratificazione quello di Champorcher, di Peratza, di Money, dell'Erbetet, di Lauzon, del Trajo, di Bouconera; sono di erosione o misti quelli della Nouva, del Rancio, di Bardoney, di Grancrou, di Chamonin, di Bonney. Sul destro fianco invece sono pressochè tutti colli d'erosione incisi sulla testata più elevata degli strati; bellissimi i colli di Traio e Bouconera, alla base della Grivola, dovuti alle erodibilità delle carniole e dei calcari cristallini.

Possiamo riassumere come seguono le particolarità oro-stratigrafiche della Valle di Cogne.

1° La Valle di Cogne è valle d'interstratificazione, tranne che nella porzione terminale di sbocco, ove acquista il carattere di valle d'erosione; la deviazione dal tipo generale nel gruppo delle valli d'interstratificazione dirette Sud Ovest-Nord Est è dovuta ad una deviazione di direzione nell'assieme delle masse stratificate, per delle azioni estrinseche al gruppo.

2° Il fianco a Nord della valle è ripido, semplice, inciso da pochi valloni di erosione formato da testate di strati.

3° Il fianco a Sud è più ampio, solcato da numerosi e profondi valloni di erosione e presenta le faccie di banchi rialzati a Sud ed a Sud Ovest.

4° La valle di Cogne si trova tutta scavata nel versante settentrionale del massiccio del Gran Paradiso.

Estremo Nord Est del gruppo. — A questo punto possiamo dire d'aver fatto il più per la descrizione orostratigrafica del gruppo del Gran Paradiso. Quell'immensa area di montagna che si trova all'infuori, cioè a Nord Nord Est ed Est delle Valli di Cogne e Soana, compresa fra la Dora e l'Orco, si può definire un mantello di terreni recenti cristallini, che ricuopre la estremità Nord Est mascherata, profonda, dello ellissoide di sollevamento. Difatti i gneiss centrali non compaiono più nella direzione Nord Est, e, facendosi essi profondi, e la forza di sollevamento essendosi esercitata con minor possanza, noi troviamo nella direzione d'inclinazione degli strati tutte le possibili orientazioni comprese tra Nord 10° Est ed Est 65° Sud. — Ciò nonpertanto l'andamento dell'asse di sollevamento è ancora palesato fino all'incontro della Dora Baltea da una decisa separazione di quell'immensa area di montagna in due porzioni, l'una a Nord Ovest, per la quale le masse stratificate inclinano più specialmente a Nord e ad Est, ed una a Sud Est, per la quale la più spiccata inclinazione si manifesta verso dei punti intermedî tra Est e Sud. Noi abbiamo tracciato l'allineamento dell'asse di sollevamento visibile nelle roccie cristalline antiche dal Colle della Piccolà e Bosciattera; prolunghiamolo fino a scomparsa dei gneiss antichi sotto l'ammanto di roccie cristalline recenti, e giungiamo, sempre in direzione Nord Est, ai casolari di Lazerie presso Campiglia in Valle Soana (Carta 1ª e 2ª Tav. I e II).

Se poi noi prolunghiamo ancora questa linea fino all'incontro della Dora Baltea presso Issogne, siamo certi di passare approssimativamente per i punti, in cui più sentito si fa nei diversi strati il cambiamento di direzione Nord Ovest-Sud Est a quella Nord Est-Sud Ovest. Laondechè, quantunque noi non possiamo tracciare con esattezza la linea di reale andamento dell'asse di sollevamento, stante

le numerose cause di accidentali variazioni stratigrafiche nelle più estreme zone, pur nondimeno possiamo essere certi di non scostarci troppo dal vero.

Lo stesso dovremmo ripetere se, prolungando la linea dell'asse di sollevamento dal Colle della Piccolà a Sud Ovest fino a scomparsa dei gneiss centrali nel versante savoiardo, ci addentrassimo nel manto dei terreni cristallini recenti che si sviluppano in curva nel territorio francese. Dal Colle della Piccolà l'allineamento dell'asse di sollevamento taglierebbe il ghiacciaio della Levanna, i pascoli della Gúra, la Costa del Mulinet, ed, entrando in Savoia, giungerebbe al piede occidentale dell'Albaron, che poserebbe appunto sui gneiss centrali; e là questi sarebbero mascherati dalle roccie cristalline recenti. Un'occhiata dal Monte dei Cappuccini alla costiera confine tra la Levanna e la Ciamarella ci mostra nel profilo dentellato di essa dalla Levanna fino a Sud della punta Bonneval il pendìo più ripido dei denti a Sud, e, proseguendo verso la Ciamarella, il più dirupato dei fianchi a Nord. Noi non abbiamo qui da occuparci dell'estremo Sud Ovest, ma sibbene di quello a Nord Est.

Coll'aiuto di appositi spaccati noi possiamo mettere in evidenza il fatto enunciato; e questi spaccati devono essere possibilmente irraggianti da un centro comune.

Il più occidentale è presentato da porzione dello spaccato *G*-*H*, (Tav. VI) da Cogne a Brissogne; in esso si vedono i diversi strati di svariatissime roccie cristalline recenti immergere a Nord 15° Est, e rialzarsi alquanto in vicinanza della Dora come sotto l'influenza di altro centro di sollevamento a Nord o Nord Est. Più ad Ovest di esso spaccato i valloni scendono tutti a Nord tra Brissogne ed Aimavilles, alla destra della Baltea e si fanno sempre più brevi, giacchè la zona si assottiglia al punto da non presentarsi più formata, in corrispondenza di Gressan, che da abbondante calceschisto con piccoli strati calcari, amfibolici e serpentinosi, le più profonde stratificazioni cioè dello spaccato a Nord di Cogne.

Ad oriente di esso la zona si ingrossa coll'aggiunta di nuovi strati superiormente e pel protendimento in pieghe ripetute e poco accentuate delle formazioni già indicate nello spaccato *G*-*H*. (Tav. VI). I valloni di Lôres, S^t. Marcel e Fenis, gli uni più sviluppati degli altri, sono ancora di erosione e corrono sempre Sud-Nord. Vedasi nello spaccato *I*-*L* (Tav. IV) come le masse stratificate appartenenti alla *zona delle pietre verdi* si appoggiano ai banchi di gneiss presso lo spartiacque tra Cogne e Valsoana; l'inclinazione è generalmente a Nord 10° Est variabile tra 15° e 20° e la direzione Ovest 20° Nord ad Est 20° Sud. Si alternano diverse forme petrografiche e sono: serpentinoschisti ed amfiboliti al Colle della Nouva, poi calceschisti e serpentinoschisti nell'alto del Vallone di Urtier (Cogne); e nel vallone di Fenis, che lo spaccato percorre a mezza montagna a sinistra, sono amfiboliti, calceschisti, serpentine dalla base di Tersiva a Tessonet, calceschisti, serpentine, calcari ed oficalci a Lavodilec *(la val des lacs)*; poi si sviluppano ampiamente amfiboliti con gneiss quarzosi analoghi alle roccie superiori nello spaccato *G*-*H* (Tav.VI) dalla Pointe Garin a Brissogne; su questi si addossano nuovi strati, non rappresentati nello spaccato *G*-*H*, di amfiboliti granatifere, steaschisti con granati, che sono la matrice dei minerali cupriferi, ed una rilevante massa di serpentine schistose o compatte più o meno diallagiche al pittoresco sperone di San Grato all'imbocco di Val Fenis.

Lo spaccato *G*-*H* presenta roccie cristalline recenti per 21 chilometri; quello *I*-*L*

per circa 20 chilometri, ma notiamo che i gneiss quarzosi del Monte Emilius, di Pointe Garin, della Rousse, di Becca de Nona, che nello spaccato *G-H* si estendono per circa 9 chilometri, quì si atrofizzano e si riducono a due o più banchi lasciando per conseguenza posto a nuovi strati più recenti, le amfiboliti granatifere e le serpentine in grande sviluppo, le quali non compaiono nell' altro spaccato in forza della direzione Est 20.° Sud della stratificazione, mentrechè la direzione della Valle dalla Dora Baltea è ad Est; quindi la gran Valle della Dora è d'interstratificazione e d'erosione contemporaneamente da Châtillon ad Aimavilles (Carta 2ª Tav. II).

Lo spaccato *M-N* (Tav. V), di circa 24 chilometri, corre dal torrente del Rancio in Valsoana alla Dora Baltea a monte di Mont Jovet, ove la Valle della Dora, da valle d'erosione e d'interstratificazione, si fa verso il basso decisamente d'erosione, cambiamento messo in evidenza dall'angolo quasi retto che forma in quel punto il corso del torrente (Carta 2ª Tav. II). Prima di raggiungere lo spartiacque Soana e Cogne lo spaccato esce dai gneiss centrali e taglia un gran banco di serpentinoschisto, che si dirige a Sud Est verso il santuario di S. Bes; si addossano, calceschisto fino alla Costa Costassa, spartiacque tra Cogne e Champorcher, poi nuove serpentine schistose, gneiss, calceschisti ed amfiboliti fino al lago Miserin (Champorcher); scendendo all'Oyace a monte di Dondena s'incontrano calceschisti e serpentinoschisti, poi, risalendo verso il Becco Raty tra Champorcher e Champ de Praz, calceschisti, serpentine, gneiss, amfiboliti. L'andamento si fa via via più accentuato ad Est con lieve inclinazione a Nord 25° Est, cosicchè larga tratta dell'area montuosa di Champ de Praz presenta pendìo dolcissimo sul fianco Sud corrispondente a faccie di strati. La formazione senza variare il suo spessore si espande per conseguenza sempre più. La serpentina compare fino a Serva al valico del torrente Cialame (Champ de Praz). Risalendo il fianco Nord di Champ de Praz sono amfiboliti intercalate con calceschisti e serpentinoschisti, poi al piano di Vierin amfiboliti e calceschisto con granato gastaldite e sismondina, la roccia cioè cuprifera, e difatti siamo alla miniera di calcopirite. Tutto ciò coperto da un manto lacerato in più luoghi di serpentina, che compare alla Cleva di Torgnon, a valle di Bellacomba, sotto la qual borgata i banchi si raddrizzano a Nord Est a formare le selvaggie pareti della forra nel cui fondo mugge la Dora Baltea.

Tutti i valloni che intercedono tra Fenis e Montjovet sono di erosione e quello di Champ de Praz è d'interstratificazione, come lo provano il ripido fianco settentrionale ed il dolce pendìo del meridionale. L' andamento stratigrafico in questo lungo cuneo, che dalla Torre di Ponton, tra Cogne e Champorcher, ci spinge fino all'angolo formato dalla Dora, è estremamente accidentato, perchè siamo sul margine del massiccio in presenza di roccie eminentemente eterogenee, e già sotto l'influsso di forze sollevanti che formarono il nucleo di sollevamento del Monte Rosa. Ciò nondimeno noi teniamo a constatare che in genere le masse stratificate lievemente inclinano a Nord 15° o 20° Est, e che guida preziosa risulta la massa amfibolica granatifera, che, cominciata al vallone di Lôres, si termina a Champ de Praz sempre ricca di minerali cupriferi (Carta 2ª Tav. II).

A Sud del vallone di Champ de Praz sta il vallone di Champorcher; questo è un vallone di spaccatura, insieme con quello di Issogne e di Plan de l'Ours; essi segnano approssimativamente il passaggio dell'asse di sollevamento e la separazione

delle masse inclinate a Nord Est da quelle che immergono a Sud Est. Il vallone di Champorcher è per la sua parte mediana una forra di rovine, le elevazioni sono coronate da lembi di strati orizzontali, ed a Sud di esso l'inclinazione della massa si fa sentitamente a Sud Est. Se si volesse tener conto di studî locali, noi andremmo incontro a complicazioni molto serie, complicazioni che si spiegano facilmente non spiegandole, vale a dire considerandole come semplici accidentalità dovute al periodo di transizione da una inclinazione all'altra, rese più imbarazzanti dalla grandissima varietà di roccie, e dalla vicinanza di un altro centro di sollevamento. Meglio delle parole servirà l'esame dello spaccato *O-P* (Tav. V).

Esso ha principio alla Dora Baltea presso Ussel e termina a Pont Boset in Champorcher; corre molto basso sul destro fianco della valle della Dora; in corrispondenza di Issogne gli strati alternanti s'inflettono marcatamente assumendo inclinazione a Sud Est, e mantenendo la generale direzione del gruppo a Nord Est. Prima di giungere a Pont Boset comincia ad accentuarsi lo sviluppo di gneiss recenti che formano poi i monti di Champorcher e Chiusella, quelli che prima noi avevamo eretti a zona indipendente esterna.

La ispezione di due altri spaccati ci porrà in grado di chiudere lo studio oro-stratigrafico delle montagne costituenti le Alpi Graie orientali. Lo spaccato *M-S-R* (Tav. IV) prende le mosse dal torrente di Rancio in Val Soana come gli spaccati *I-L* e *M-N* (Tav. VI e V), e, dirigendosi ad Est attraversa la costa Ascelas, scende nella comba di S. Bes ove abbandona i gneiss centrali, la inclinazione dei quali è ad Est con leggera tendenza a Sud. Sui gneiss posa una rilevante serie di strati serpentinosi, e poi di calceschisti formanti lo spartiacque con Piamprà e la Roise Banque. Sul versante di Piamprà ritroviamo calceschisti e serpentinoschisti con amfiboliti cuprifere. Nel basso del vallone della Reale si trovano nuovi calceschisti con lenti di calcare cristallino, sormontati da serpentinoschisti fin oltre il vallone di Santanel. La inclinazione è sempre ad Est, ma piegando più sentitamente a Sud. Lo spaccato va incontro alla vetta di Monte Marzo (metri 2900 ?) formato per intero di gneiss recenti localmente calcariferi.

Dal Monte Marzo lo spaccato taglia a mo' di corda la superiore curva di Valchiusella passando per diversi strati di gneiss come i precedenti, interrotti da calcari cristallini, straticelli di amfiboliti e lenti di porfido e giunge al vallone di Traversella. E gli strati hanno in questo tragitto decisa inclinazione ad Est 35° Sud, e si dirigono contro Nord Est. Valicato il torrente di Traversella s'incontra la gran massa di granito sienitico, appoggiante in andamento concordante ai gneiss, ed intercalata e ricoperta da gneiss a Brosso, ove le roccie in posto vengono ad essere più o meno nascoste dalla morena laterale destra dell' antico ghiacciaio della Dora Baltea.

I valloni compresi tra quello di Champorcher e la Valchiusella sono diretti approssimativamente a Nord Est, quindi si possono considerare come valloni d' interstratificazione, quello del Fer, che scende a Donnas, e quello di Quincinetto.

La Valchiusella è una valle d' erosione, essendo diretta normalmente alla direzione degli strati fin sotto a Vico, donde, rigettata ad Ovest dalle masse moreniche di sinistra, corre in direzione Sud, quasi valle d'interstratificazione, per ritornare valle di erosione all' incontro della roccia massiccia di Baldissero prima di gettarsi nella pianura del bacino morenico d' Ivrea.

Il vallone di Savenca, che versa nella Chiusella ad Issiglio, è ancor esso diretto da Nord Ovest a Sud Est, quindi vallone d' erosione (Carta 2ª Tav. II).

Identica inclinazione generale a Sud Est e direzione a Nord Est troviamo in tutta la massa di gneiss recenti amfibolici, che sullo spaccato *S - T* (Tav. IV) è indicata dal Monte Marzo, per il Piano Tallorno, la Verdassa alla sponda sinistra dell'Orco presso Salto: qualche lente di calcare cristallino, di amfibolite granatifera e di porfido amfibolico troviamo in mezzo ai banchi di gneiss; le lenti di porfido sono allineate con quelle già incontrate nello spaccato *M - S - R.* (Tav. IV). Il piccolo vallone di Piova sul versante Sud Est della Verdassa è di erosione in alto e d'interstratificazione in basso. Dei valloni di Truffa, Verdassa, Canaussa e Servin già parlammo nella descrizione dello spaccato *G - H* (Tav. VI); essi sono valloni d'interstratificazione.

Rapporto degli ellissoidi Gran Paradiso e Riparia Macra. — Senza ricorrere decisamente alla costruzione di uno spaccato in iscala eguale di quella che ci servì fin qui, possiamo con quello *U - V* (Tav. V), in iscala molto minore, far vedere i rapporti tra il massiccio del Gran Paradiso e quello Riparia Macra. Se dalle sponde dell'Orco presso lo Stabilimento noi ci dirigiamo a Sud, dovremo scavalcare la costiera della Bellagarda per scendere in Valgrande di Lanzo, attraverseremo la Stura di Valgrande presso il borgo dei Richiardi, e non saremo usciti dal gneiss centrale, che in grandi e potenti strati inclina a Sud Ovest. Risalendo la montagna a Sud per varcare in Val di Balme o d' Ala, quando siamo alla base della Uja di Mondrone, enorme scheggione di serpentina, i gneiss centrali ci abbandonano e comincia una alternanza di calceschisti, amfiboliti, ovarditi e serpentinoschisti, che forma e lo spartiacque tra Balme e Bonzo e la valle intiera di Ala, e lo spartiacque tra Balme ed Usseglio, ed il versante sinistro della valle di Usseglio (Viù). Gli strati alternanti delle roccie accennate inclinano a Sud Ovest od approssimativamente; si appoggiano quindi al Gran Paradiso; difatti in generale quei monti, e ad esempio citiamo la Ciamarella, l'Uja di Mondrone, la Bessanese, presentano faccie più ripide verso il Gran Paradiso.

Oltrepassata la Stura di Viù alla Saletta, troviamo le istesse alternanze di roccie della *zona delle pietre verdi*, ma disposte con inclinazione generale a Nord o Nord Ovest; la Torre d'Ovarda, la Roussa, la Croce Rossa, il Rocciamellone, la Punta Lunella presentano le più ripide facciate verso Borgone in Val di Susa; tutte quelle roccie si appoggiano difatti ad altro nucleo di gneiss centrale che affiora a Borgone presso la Dora Riparia, principio di altro magnifico ed esteso ellissoide cristallino antico identico per natura a quello del Gran Paradiso.

È la sola parte più antica e profonda della *zona delle pietre verdi* che intercede in questo spaccato tra i gneiss dei due massicci; la parte più esterna, a predominanza di gneiss recenti non vi è rappresentata, forse per la estrema vicinanza dei due nuclei cristallini.

Conclusioni. — Ora cerchiamo di riassumere in breve le conclusioni di questo lungo capitolo oro-stratigrafico.

1° L'asse di sollevamento dell'intero massiccio del Gran Paradiso corre in direzione Sud Ovest-Nord Est da S. Michel nelle Graie occidentali ad Issogne sulla Baltea all'estremo delle Graie orientali per una lunghezza approssimativa di chilom. 120, dei quali 42 circa corrono nel gneiss centrale, ed i residui per grande parte nei terreni

cristallini recenti, e piccola porzione nei terreni paleozoici all'estremità savoiarda, essendo questi terreni mancanti all'estremità opposta piemontese.

2° La direzione delle varie formazioni stratificate è parallela a quella dell'asse di sollevamento in corrispondenza della parte maggiore del suo sviluppo, e desse si dispongono, si allargano in curva con tutti i possibili orientamenti da Nord Ovest-Sud Est a Sud Ovest-Nord Est per la estremità piemontese; lo stesso deve teoricamente succedere per l'estremità savoiarda; quest'andamento è più o meno modificato, specialmente pei terreni cristallini recenti, dall'influsso dei vicini centri di sollevamento delle Alpi savoiarde, del Monte Bianco, del Monte Rosa, e dell'ellissoide Riparia Macra.

3° Le valli vi sono di tre tipi; valli di semplice erosione, normali alla direzione degli strati; valli di erosione e d'interstratificazione, più o meno oblique alla direzione degli strati e sinuose per eccellenza; valli d'interstratificazione, parallele alla direzione degli strati. La Carta 2ª (Tav. II) indica con linee di diversa tinta le valli appartenenti ai tre tipi o le porzioni di una data valle diversamente costituite; ci serviamo della carta per riassumere con maggior effetto i dettagli esposti nel presente capitolo rispetto al rapporto tra orografia e stratigrafia.

4° La gran Valle d'Aosta rappresenterebbe la depressione o il sinclinale tra il massiccio del Rosa e quello del Gran Paradiso, e la valle di Viù (una delle tre valli di Lanzo) il sinclinale tra il massiccio del Gran Paradiso e quello Riparia Macra.

5° L'allineamento complessivo dei tre massicci, Est Nord Est-Ovest Sud Ovest pel massiccio del Monte Rosa, Nord Est-Sud Ovest per quello del Gran Paradiso, Nord Nord Est-Sud Sud Ovest per quello Riparia Macra, formerebbe una curva convessa a Nord Ovest, che dal Monte Rosa, attraversando le valli d'Aosta, dell'Orco, di Lanzo, della Dora Riparia, del Sangone, del Chisone, del Pellice, del Po, della Varaita e della Macra verrebbe a morire alla pianura a Sud della Macra. Questo andamento fu messo in piena evidenza dal Gastaldi, ed in forza di esso rasentando la estrema falda alpina dallo sbocco della Macra nella pianura al Lago Maggiore incontriamo le terminazioni a cuneo di terreni sempre più recenti; così abbiamo:

Terreni cristallini antichi dallo sbocco della Macra a quello del Sangone.

Terreni cristallini recenti dallo sbocco del Sangone a quello del Mallone.

Terreni, che possiamo chiamare paleozoici in anticipazione, dallo sbocco del Mallone a quello del Cervo.

Terreni secondarî dal Biellese al Lago Maggiore.

L'istessa norma segue proseguendo via via lungo la falda alpina lombardo veneta.

Il massiccio del Monte Bianco corre parallelamente a Nord Ovest di questo grande allineamento alpino dei nuclei cristallini; ecco perchè noi dicevamo altravolta:

« Ed io sospetto grandemente, senza però potermi lanciare sicuramente nella « discussione, giacchè mi mancano ancora alcuni argomenti a prova, che l'asse di « sollevamento alpino non passi pel Monte Bianco, ma che partendo dal Rosa, passi « in corrispondenza di Nus, indi un po' ad oriente del Gran Paradiso, seguiti per il « terzo superiore di Val di Lanzo, attraversi Val di Susa a Borgone e finisca per « uscire nella pianura allo sbocco della Valle della Macra, dopo aver tagliato la Valle « del Po ad oriente del Monviso (*Per rupi e ghiacci - Il Colle Chamonin* - Bollettino « del Club alpino italiano n. 24 Vol. IX 1875) ». Del resto anche il Mojsisovics è

di questo parere, come vedemmo trattando la questione della genesi dei terreni cristallini recenti nel capitolo precedente.

6° Il piano di sollevamento non è verticale, ma sibbene obliquo cadente verso l'Italia; dal che maggior elevatezza a Nord Ovest delle testate delle formazioni sollevate e minore a Sud Est, ed ancora più dolce declivio e maggiori masse di ghiaccio verso Savoia e Val d'Aosta che non sul versante piemontese.

Abbiamo a nostro parere esaurito le questioni attinenti ai terreni cristallini antichi e recenti, tranne quella riflettente il posto che essi devono occupare nella scala cronologica delle formazioni sedimentarie; ma, se per stabilire la disposizione a strati e la genesi per sedimento dovemmo partire dall'antico e risalire verso il recente, però nessun dato paleontologico venne in nostro aiuto per discutere l'età relativa di questi terreni, non abbiamo fin'ora avuto la fortuna d'imbatterci in un frammento del contrastato *eozoon;* ma ciò che mancò fin'ora, il documento paleontologico, lo troveremo in seguito, e fissato allora il punto di partenza sicuro ritorneremo sui nostri passi, valendoci puranche delle analogie di disposizione e costituzione mineralogica per identificare i nostri terreni cristallini alpini con quelle di altre regioni per le quali la questione cronologica venne risolta definitivamente.

Uno sguardo retrospettivo ci indica il cammino percorso; abbiamo studiato le forme petrografiche dei terreni cristallini antichi e recenti, ne abbiamo stabilito l'origine sedimentaria, ne abbiamo descritto l'andamento stratigrafico in rapporto coll'orografico.

Capitolo V.

Terreni paleozoici; forme petrografiche; stratigrafia.

Andamento generale dei terreni. — Nelle ultime pagine del precedente capitolo abbiamo accennato di volo al generale andamento dei nuclei cristallini e delle formazioni diverse nelle Alpi occidentali; pel quale, di mano in mano che da Est ci portiamo ad Ovest, rasentando la curva delle montagne piemontesi, i terreni via via più antichi si spingono fino alla pianura. In vicinanza del Lago Maggiore, del lago d'Orta e dello sbocco della Sesia s'incontrano lembi di terreni secondarî, i quali presentano predominanza di calcari compatti, senza traccia di struttura cristallina, ed il posto dei quali venne segnato nella scala cronologica dei terreni dai fossili in essi incontrati; ove però non esistesse questo ultimo sicurissimo documento, impossibile riuscirebbe ciò nondimeno confondere i calcari di Arona, Invorio, Ara, Crevacuore, Sostegno coi calcari saccaroidi, coi cipollini a struttura eminentemente cristallina di Valchiusella, Cogne, Pont, appartenenti alla grande *zona delle pietre verdi.*

Ma altra serie di calcari noi troviamo intermedia alle due predette, sia per posizione stratigrafica, che per aspetto e struttura. Il Gastaldi li chiamò, quei calcari, paleozoici nella sua prima Memoria *Studî geologici sulle Alpi occidentali*, argomentando dalla posizione loro, e la minore antichità rispetto ai calcari saccaroidi, e la maggiore in confronto coi calcari secondarî più sopra mentovati. Studî posteriori hanno risolto

definitivamente la quistione, e diedero ragione al Gastaldi, facendo manifesta la grande antichità di questi calcari e delle roccie concomitanti; e dei risultati di questi studî ci occuperemo nel seguente capitolo.

Intanto a brevità di nomenclatura distinguiamoli coll'appellativo di *paleozoici*.

Per quanto nel gruppo dei Gran Paradiso, e sul margine esterno di esso, noi non possiamo segnare una vera e non interrotta zona di terreni paleozoici, pure le località in cui essi si presentano sono agevolmente riunibili in zona, se facciamo astrazione dai tratti ove il *diluvium*, le morene o le alluvioni coprirono detti depositi, ovvero questi vennero distrutti per azioni posteriori, come sarebbe allo sbocco dei grandi torrenti (Carta 1ª Tav. I).

Forme petrografiche paleozoiche — *calcari*. — Le forme petrografiche rappresentanti i terreni paleozoici sono dotate di speciali caratteri nettamente accusati, che le fanno a primo colpo d'occhio distinguere da quelle più antiche e più recenti. Quella più importante e per sviluppo, e per importanza d'applicazione, e perchè mantiene più costanti i distintivi caratteri è il calcare paleozoico. Questo calcare è dotato invariabilmente nelle diverse località ove s' incontra di una tinta grigia, talvolta più chiara, altra volta più scura, non mai perfettamente uniforme in tutta la massa; generalmente si hanno piccole aree poligonali di tinta grigio scura rilegate, cementate da calcare bigio chiaro, talora anche bianco per un principio di spatizzazione. Le variegature biancogrigiastre, grigiochiare e grigioscure indicano eloquentemente lo stato di aggregazione della roccia; difatti questo calcare raramente presenta masse ragguardevoli omogenee, ma si presenta con un aspetto brecciato, ad elementi più o meno grossi, e sempre irregolari, mai arrotondati. I frammenti di tinta un po'più cupa hanno struttura compatta, finamente granulare, la quale però in alcuni casi presenta una lieve tendenza alla cristallina; questo si verifica spaccando un blocco di calcare ed esponendone le superficie di frattura alla luce solare, ed allora, esaminandola attentamente, si vedono luccicare punti brillanti quali faccettine di sfaldatura; questa apparenza cristallina è però di molto inferiore a quella presentata dai calcari più antichi. I frammenti sono cementati o dallo istesso calcare più chiaro con tendenza a spatizzazione, o da calcare siliceo bianco, o da materiali diversi di tinta giallognola, o rosso violacea, che sono, o calcare impuro, ovvero paste ftanitiche; in quest'ultimo caso la struttura brecciata è molto più evidente, mentrechè nei primi è più confusa, come se la brecciatura non fosse dovuta ad un rimescolamento di frammenti calcari con pasta di altra natura mineralogica, ma sibbene ad un semplice, generale ed intimo fratturarsi della massa calcare in piccole masse irregolari di forma, ricementate poscia da una porzione della roccia disciolta si e spatizzata. Esposti all'aria i frammenti perdono del loro colore, assumono tinta più chiara. Un carattere di cui bisogna tener conto è la assoluta mancanza della mica. Questo calcare forma dei banchi bastantemente potenti, nei quali non distinguesi netta la stratificazione, salvochè ricercata nell'assieme della massa, come succeder deve in materiali soggetti a compressioni fortissime in diversi sensi, quando già aveano acquistato una certa durezza e resistenza. Non di rado incontransi delle cavità, delle fessure, delle *borse* nei banchi calcarei ripiene di argilla plastica fortemente colorata in bruno o rosso bruno, specialmente ove il calcare è in rapporto di contatto con le ftaniti e con schisti argillosi.

Argilloschisti e ftaniti. — Altro tipo di roccie paleozoiche rappresentato da numerosissime varietà è quello degli argilloschisti; generalmente sono eminentemente schistosi, fogliettati; presentano ben marcata la stratificazione; la pieghettatura vi è talora in grado ragguardevole, come pure la frattura poliedrico-romboidale, la divisibilità in scheggie, come negli schisti eocenici conosciuti dai geologi sotto il nome di galestro; e talora ancora si presentano concentrazioni diasproidi, od anche la frattura scagliosa. La colorazione è variata; la decomposizione in argilla a diverse tinte frequentissima, specialmente dove gli argilloschisti posano sulle paste granitiche, o sono ricoperti da *diluvium*; in vicinanza di roccie feldispatiche non è raro trovare dei cristalli di feldispato nella massa dello argilloschisto, resa più tenace e resistente, quasi passaggio a porfidi, fatto che noi giudichiamo importantissimo per la ricerca della genesi di queste ultime roccie. Gli argilloschisti presentano le seguenti varietà:

Argilloschisti gialli, rossicci o verdognoli trasformati quasi completamente in argilla, la quale a mala pena mantiene traccia dell'antica stratificazione e della primitiva struttura fogliettata (Levone, Rivara, Campo, Muriaglio).

Argilloschisti gialli, a frattura romboidale, molto fissili, con velature di idrossido di ferro rosso giallastro intenso tra i piani di schistosità, e spalmature nericcie, probabilmente di ossido di manganese, nei piani di frattura obliqui alla schistosità (Rivara).

Argilloschisti gialloverdicci, analoghi in tutto ai precedenti, salvo la tinta (Rivara, Levone).

Argilloschisti grigi di piombo, alquanto micaciferi, fissili, e che non presentano più così marcata la frattura romboidale (Rivara).

Argilloschisti rosso violetto sanguigni, fissili, a frattura romboidale, scheggiosa (ftaniti), con velature nere nei piani di frattura normali od obliqui a quelli di schistosità; ampiamente rappresentati a Levone, Rivara, Belmonte, Filia, Campo, Muriaglio, Vidracco; è questa la varietà predominante.

Ftaniti diasproidi, di bellissima tinta rosso carne, o rosso di sangue, durissime, tenaci, attraversate da venature silicee bianche (Rivara, Vidracco, Filia).

Impasti ftanitico serpentinosi, ftanitico-feldispatici, ftanitico calcarei (breccie) di tinta violettoverdiccia, o violettogrigia i primi due; (Levone, Rivara, Campo, Muriaglio).

Argilloschisti verdognoli, verderossicci, a frattura scagliosa, con superficie levigata, untuosa, luccicante, quasi come nelle argille scagliose dell'Appennino (Rivara, Pratiglione, Vidracco, Lessolo).

Argilloschisti neri, lucenti, con nocciuoli quarzosi, untuosi al tatto, fissili, a frattura scheggiosa, talora grafitosi o carbonosi (Levone, Issiglio, Vidracco, Lessolo).

Abbiamo riunito nello stesso gruppo queste diverse forme di roccia eminentemente schistosa, perchè a nostro parere il silicato di allumina con maggiore o minor copia di acqua vi è il materiale fondamentale; sarebbe però desiderabile che qualche valente chimico-geologo si occupasse della determinazione delle differenze di chimica composizione, che devono necessariamente presentare. Sono queste le roccie argillose che a tutta prima presentano un *facies* eocenico.

Arenarie e grovacche. — Il terzo tipo delle roccie paleozoiche è rappresentato da arenarie ad elementi più o meno grossi; anche questo presenta diverse forme,

che tutte possono riunirsi sotto il generico appellativo di *grovacca.* Anche queste roccie sono stratificate e formano talora cemento a frammenti calcarei, costituendo delle breccie calcareo-arenacee. Le forme più comuni sono:

Grovacca grigio verdiccia ad elementi biancosporchi, abbastanza sviluppati, anche giallognoli, tondeggianti, nella pasta grigioverdastra micacifera, molto analoga ad alcuni grès antracitiferi di Val di Susa (Rivara).

Grovacca biancoverdiccia, ad elementi grossolani, quasi cristallina all'aspetto, al punto da sembrare una roccia dioritica costituita di quarzo e feldispato (Rivara).

Grovacca a granuli cristallini di feldispato bianco e rosso, a quarzo bianco vitreo, questo meno abbondante; è un arkose, ed a primo colpo d'occhio rassomiglia molto al granito pegmatitico di Belmonte e Vidracco, quasi come se gli elementi del granito sciolti si fossero cementati a formare un granito rigenerato (Vidracco).

Grovacca od arenaria a fini elementi, talora micacea, di colore violetto cupo, giallo violetto, o grigio violetto; è quella che frequentemente forma cemento di grossi frammenti di calcare (Vidracco, Lessolo).

Grovacca come la precedente ma ad elementi più fini e più schistosa; fa passaggio alla ftanite granulare (Vidracco).

Grovacca quasi massiccia, biancosporca, con mosche verdicupe, divisibile in frammenti poliedrici, a superficie nere e lucenti, a struttura quasi cristallina, tale da confondersi colla diorite (Vidracco, Issiglio).

Grovacca grigio o biancoverdognola, formata di elementi cristallini di feldispato e quarzo, con frammentini rossicci arrotondati di quarzo (Lessolo, Montaldo Dora).

ANDAMENTO STRATIGRAFICO. — Le roccie di questi tre tipi si alternano in istrati o banchi di diverso sviluppo; le grovacche sono però ordinariamente le più profonde, intermedî gli argilloschisti, superiori i calcari; questo non deve prendersi come regola generale. Il complesso delle roccie paleozoiche forma dei lembi, riunibili in zona, di sviluppo diverso, con andamento Sud Ovest-Nord Est, parallelo cioè alla direzione delle roccie cristalline già descritte alla loro terminazione verso la pianura piemontese. Ciò, a prima giunta, tenderebbe a far credere che i terreni paleozoici si appoggino senz'altro ai cristallini, o che con essi siano stati sollevati. Notisi però che la giacitura ordinaria di queste roccie paleozoiche è in una depressione, che separa i terreni cristallini recenti massicci, da quelli della istessa zona ma stratificati; tant'è che quasi ovunque noi troviamo tra le roccie paleozoiche e la pianura il cordone di graniti, serpentine, eufotidi, dioriti, ecc. che descrivemmo al fine del 2° capitolo; e quelle occupano le insenature interposte tra queste e le roccie stratificate della *zona delle pietre verdi*, come se *già sollevati i terreni cristallini recenti stratificati e massicci, questi formassero una scogliera parallela al littorale segnato dai primi, separata la scogliera dal littorale stesso da canali del mare paleozoico, dal quale si sarebbero depositati in andamento Sud Ovest-Nord Est (parallelo e al littorale e alla scogliera), ma in istratificazione discordante, specialmente per rispetto alla scogliera, e le arenarie (grovacche) e gli argilloschisti (ftaniti) ed i calcari.* Così si spiegherebbe e la posizione più interna di formazioni più recenti, e l'apparente concordanza di stratificazione tra queste ultime ed i terreni cristallini recenti evidentemente stratificati, e la

discordanza frequentissima coi terreni cristallini recenti massicci formanti l'esterna scogliera, e le apparenti intercalazioni dovute ad insenatura della scogliera istessa, e la variabilità di andamento stratigrafico che si verifica in quei terreni paleozoici a brevi distanze. Questo modo speciale di giacitura emergerà dalla descrizione dei diversi lembi paleozoici.

Descrizione dei lembi paleozoici — Levone, Rivara, Belmonte. — A Sud Ovest del paese di Levone, al Montey, a mezza via tra Levone e Rocca di Corio, emergono dalla pianura d'alluvione del Mallone due monticiattoli di roccia granitica, la quale seguita poi per le rupi ad Ovest dell'abitato di Levone, attraversa il torrente Levona, e si perde sotto il *diluvium,* caolinizzandosi, in una selvaggia cavità a fondo cieco ove si escava la pietra da calce, cavità forse dovuta a secolari esportazioni di essa pietra da calce. Questo granito è in rapporto con serpentina scagliosa, la quale, seguitandone l'allineamento, emerge dal *diluvium,* si amplifica a formare la principal massa di Pesmonte e va a morir presso il torrente Viana ad Ovest delle cave di pietra da calce dette i Creus di Rivara.

Sopra il granito di Levone si appoggiano potenti banchi di argilloschisto giallo-verdiccio alterato, i quali a loro volta formano appoggio a grosso banco di calcare. Sopra il calcare ritornano nuovi schisti argillosi, neri, carbonosi, e ftaniti in larghissima scala.

Se valichiamo l'altura di Pesmonte e scendiamo verso la Viana, troviamo numerose e grandi escavazioni dovute all'utilizzamento del calcare; qui la serpentina rimpiazza il granito; ad essa si appoggia una grovacca a grossolani elementi bianco verdicci, poco sviluppata però, che sopporta degli argilloschisti giallo violacei, poi il banco calcareo, coperto a sua volta da enorme sviluppo di ftaniti violacee, diasproidi, ed argilloschisti di varia natura, visibili nell'alveo profondo della Viana, e tutt'all'ingiro sulle falde di Pesmonte da *Cà d'Martin* (Rivara) a *Cà d'Violon* (Levone). Evidentemente i terreni paleozoici rappresentati da grovacca, calcare e ftaniti si appoggiano fasciandoli, adattandosi a tutte le loro accidentalità, ai cristallini massicci. Meglio delle parole servirà lo esame delli spaccati uniti di cui uno (Tav. VII fig. 1) corrisponde alle cave di Levone, l'altro (Tav. VII fig. 2) passa sulla vetta di Pesmonte scendendo al Tesia, il terzo (Tav. VII fig. 3) corrisponde alle cave di Rivara ed all'alveo di Viana.

Il monticiattolo di Pesmonte, che si eleva di 588 metri, è un rigonfiamento serpentinoso, che si protende a Nord in una striscia di serpentina fino alla Viana, ed a Sud in istriscie granitiche e serpentinose. Questo promontorio è ricoperto tutto verso la pianura all'ingiro dai terreni paleozoici, i quali vi formano un rivestimento quasi a tre quarti di cerchio partendo dai Creus di Rivara e pel Tesia giungendo alla Levona. La grovacca è profonda, il calcare, in banchi più o meno ingrossati da luogo a luogo, è intercalato alli argilloschisti ed alle ftaniti; le escavazioni di Levone, sopra il Tesia sulla pendice orientale di Pesmonte, e le quattro dei Creus di Rivara segnano perfettamente, continuando per tre quarti di circolo le falde del monte, l'andamento del banco calcareo.

Questa località è veramente classica per lo studio dei terreni paleozoici, e dei

loro rapporti coi terreni cristallini; il Gastaldi la descrive, meglio di quello che noi possiamo averlo fatto, nella prima parte dei suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali*; per la sua perfetta illustrazione occorrerebbe un rilievo geologico operato su carta topografica al $^1/_{10000}$ per lo meno, accompagnato da numerosi spaccati reali. Strano e pittoresco è il profondo canale della Viana dalla cava di calce a Rivara, scavato per 15 o 20 metri dentro le ftaniti diasproidi fortemente colorate in rosso violaceo, e ricoperte superiormente da potente banco di *diluvium*.

Tra l'ellissoide granitico di Belmonte ed il corso della Viana intercede una regione collinesca, di cui l'imbasamento è di roccie stratificate cristalline, alterate profondamente e ricoperte da ammassi di *diluvium*. Malagevole riesce talora separare nettamente il *diluvium* dal terreno franaticcio decomposto della roccia stessa argillificata. Questi accumuli di sostanza terrosa di varia origine sono tagliati da numerosissimi valloncini, freschi, ridenti per innumeri casolari e rigogliosa vegetazione, ma estremamente disadatti alle investigazioni geologiche. Ciò nondimeno nella primavera del 1875 ci prefiggemmo il cómpito di ricercare in direzione Nord Est il seguito dei terreni paleozoici, ricoperti in quella regione dal *diluvium* e da materiali terrosi di altra provenienza, e prendemmo per guida delle nostre ricerche una tenue striscia granitica, appena discernibile all'aspetto del terriccio sabbioso granulare, che dava per decomposizione, che da Pratiglione si estende ed affiora in alcuni punti fino alla massa granitica di Belmonte. Le nostre ricerche furono coronate da successo. Nel piccolo valloncino di Ronchero trovammo antichi forni da calce, e con più minute ricerche una escavazione, di cui si era esaurita la pietra da calce, ma nella parete della quale constatammo gli schisti argillosi, verde rossicci frammentarî, le ftaniti e schisti argillosi grigio cupo.

Masse di ftaniti emergono dal *diluvium*, o meglio sono sbarazzate da questo nel fondo dei valloncini che scendono da Belmonte a Piandane, al *Truc 'd Mes*; esse manifestamente si addossano al granito pegmatitico di Belmonte. Altre ftaniti si incontrano appoggiate sul granito di Belmonte, o sulla striscia granitica che scende alla Gallenca ed all'Orco presso Courgnè, ove si nasconde sotto il morenico od il terreno diluviale.

L' unico lembo importante di paleozoico a Sud dell' Orco è certamente quello Levone-Rivara; notiamo ancora che dal Mallone all'Orco i terreni paleozoici si appoggiano sui terreni cristallini dall' esterno, vale a dire che la scogliera di roccie cristalline massiccie non lasciava alcun canale di mare paleozoico tra essa e le roccie cristalline evidentemente stratificate; fatto che si verificava invece pel tratto corrispondente all'intervallo tra l'Orco e la Chiusella, tra questa e la Dora Baltea, ed oltre la Dora Baltea.

Filia, campo, muriaglio — Noi già sappiamo che il cordone massiccio cristallino formato di granito, serpentina, eufotide, lherzolite, diallagite, diorite si dirige con diverso sviluppo dall'Orco ad un chilometro verso Castellamonte, dal ponte del pedaggio (*Piagi*) a Lessolo, e per Ivrea a Montaldo Dora mantenendosi in direzione Nord Est; or bene la zona paleozoica, e qui possiamo dire veramente zona, mantiene l'istessa direzione sul fianco Nord Ovest però del cordone di roccie massiccie.

Rimontando il vallone di Priacco si ha a destra (a Sud Est) la roccia granitica;

prima di valicare nel vallone del torrente Piova troviamo ftaniti diasproidi subordinate a tenui banchi di calcare, col quale anzi formano breccie. Il morenico ed il *diluvium* anche qui mascherano ripetutamente ed il granito e le roccie paleozoiche.

Valichiamo la Piova presso il santuario detto appunto della Madonna di Piova, e portiamoci sulla sinistra di questo torrente. Blocchi di ftanite diasproide servono a grossolano selciato della via che sale a S.ª Anna dei boschi. Lungo di essa troviamo schisti argillosi grigi sovrapposti alla ftanite, poi calcari, che sono utilizzati. A S.ª Anna dei boschi ritornano le ftaniti, che si appoggiano sul granito in molto avanzata decomposizione.

Sulle pendici del Becco Filia, trovasi il calcare colla ftanite sottoposta dirigersi tra Villa Castelnuovo, Campo e Muriaglio verso Nord Est, cioè verso il monte di Vidracco. Lungo seguito di escavazioni di pietra da calce segna il banco calcare sempre sovrapposto, ma anche ricoperto localmente da ftaniti, ora diasproidi, ora fissili, ora anche con apparenza porfirica.

Invariabilmente le roccie paleozoiche si appoggiano sul versante Nord Ovest del cordone granitico, meno che al colle di S. Antonio, che da Campo e Muriaglio mette ad Issiglio, ove la massa granitica elevandosi fortemente sulla sinistra, rigetta a destra, cioè verso la pianura, le ftaniti ed i calcari, che nel passaggio dall'uno all'altro versante formano un lembo ricuoprente a guisa di mantello la superiore parte del cordone granitico. L'unito spaccato condotto da S.ª Anna dei boschi a Sale Castelnuovo pel becco Filia può darci l'idea dell'andamento di questi terreni, là ove la scogliera granitica si trova verso la pianura. (Tav. VII fig. 4).

Issiglio, Vidracco, Pecco, Lessolo. — Se al di là di Campo e Muriaglio l'allineamento granitico si getta a Nord Ovest, altro cordone di roccie massiccie si presenta nei Monti Rossi di Baldissero formato specialmente di roccie magnesiache. Le roccie paleozoiche si posano a fondo di battello sulla serpentina di Torre Cives a Sud e sul granito dei monti tra Vidracco ed Issiglio a Nord Ovest, elevandosi poi tanto sul granito da giungere a ricuoprirlo, chè anzi un lembo di esse staccato e scivolato, si arresta in basso presso Issiglio ove è utilizzato per escavazione di pietra da calce. Lo spaccato ideale è rappresentato dalla figura 5 della Tavola VII.

Nelle numerose cave aperte nel territorio di Vidracco troviamo invariabilmente al di sotto un potente banco di ftaniti, a luogo diasproidi, che si rendono molto bene visibili sulla strada da Vidracco ad Issiglio; al disopra viene il gran banco calcare, accompagnato da arenarie fine violacee, da grovacche ad aspetto granitico (arkose), da schisti bigioscuri o verderossicci frammentarî. Notiamo di passaggio che nelle grovacche od arenarie a grana fina, là ove queste passano a ftaniti granellose micacee, furono ritrovate delle concentrazioni di ferro ematitico compatto escavate come minerale di manganese (!), ed analogo pe' suoi caratteri esterni a quello che si trova nei grès antracitiferi del Mélézet in Val di Susa, bacino di Bardonecchia.

Il lembo calcareo di Issiglio è galenifero ed accompagnato da schisti grigioscuri lucenti. Valicata la Chiusella di fronte a Vistrorio ci troviamo in pieno dominio morenico; però nel valloncino di Pecco, uno spuntone di calcare segna l'andamento, il seguito della zona paleozoica, anche al disotto della grande morena laterale destra dell'antico ghiacciaio di Val d'Aosta; qui oltre che al calcare in banchi, trovansi,

come a Vidracco, bellissime breccie calcareo-ftanitiche, o grovacco-calcaree. Valendoci del giacimento di Pecco come segnale di allineamento, oltrepassiamo la morena e poco al disotto del suo culmine passiamo di cava in cava di pietra da calce fino a che si raggiunge la striscia od il cordone dioritico, che da Parella si spinge in *roccie montoni* stupende fino a Fiorano e Lessolo. Le forme petrografiche sono le stesse e con identica disposizione di quelle di Vidracco; cioè ftaniti diasproidi o non in basso, calcare, breccie calcari, con grovacche grigie, schisti verderossicci e grigi di piombo. I monticiattoli dioritici, su cui posano le roccie paleozoiche, sono in allineamenti esterni, quindi queste inclinano completamente a Nord ed a Nord Ovest.

A Lessolo la zona paleozoica è interrotta per tutto il tratto corrispondente alla pianura di alluvione della Dora Baltea; ma ricompare, e sullo istesso allineamento, e colle istesse forme petrografiche, ed appoggiata sullo stesso cordone dioritico a Montaldo Dora, oltre il fiume prima di perdersi affatto sotto la gran massa morenica della Serra.

Conclusione. — Ricapitolando l'esposto in questo capitolo possiamo stabilire;

1° Le forme petrografiche delle roccie paleozoiche del versante Sud Est del gruppo del Gran Paradiso, si raggruppano, per quanto ad aspetto variabilissimo, attorno a tre tipi, calcari compatti grigi, schisti argillosi e ftanitici, arenarie e grovacche.

2° Queste roccie sono distintamente stratificate ed intercalate fra di loro; il calcare è interposto ordinariamente ai banchi di argilloschisti, e le grovacche occupano generalmente la parte più profonda; la stratificazione è variabilissima e discordante di frequente da quella dei terreni cristallini.

3° Le roccie paleozoiche si presentano in lembi ellissoidali diretti Sud Ovest-Nord Est, riunibili agevolmente a formare la zona paleozoica piemontese dal Mallone alla Dora Baltea od alla morena la Serra tra Ivrea ed il Biellese.

4° Questo andamento concorda con quello generale delle formazioni del gruppo, e detta zona paleozoica è direttamente in rapporto col cordone di roccie cristalline massiccie, che forma il lembo esterno del gruppo, ora ricuoprendolo su un lato ora su un altro, ora sul culmine, ora disponendosi a fondo di battello tra due crestoni di questo cordone di roccie massiccie.

5° È questa zona paleozoica che fornisce la pietra da calce maggiormente in uso per lavori comuni nel Canavese.

Nel susseguente capitolo daremo le ragioni per le quali tali roccie così diverse dalle altre del gruppo ritenemmo paleozoiche.

Capitolo VI.

Studio cronologico dei terreni cristallini e paleozoici del gruppo del Gran Paradiso.

Nuove idee sulla geologia alpina. — Il progresso degli studî geologici alpini trovò gravissimo ostacolo nella tendenza a considerare come prodotto di eruzione ogni roccia che, dotata di struttura cristallina, non si presentasse in formazione stratificata distintamente, nell'esagerato valore dato al metamorfismo di contatto, nell'andazzo invalso di restringere ad un dato periodo di una data epoca tutte le roccie ovunque si trovassero purchè presentassero certe analogie di costituzione mineralogica e di struttura, come succedeva ad esempio per le carniole, che ovunque si rinvenissero erano senza discussione ed inesorabilmente classate nel Trias. — Quando si cominciò a sospettare della genesi eruttiva di certe roccie in pria ritenute ciecamente come eruttive, quando si cominciò a credere che a fare cambiare di struttura una roccia sedimentaria bastasse l'antichità, senza bisogno di ricorrere ad altre cause, allora gli studî geologici alpini dovevano avviarsi necessariamente per nuova e più sicura via.

Il punto primo rilevante della riforma geologica alpina piemontese, di cui fecesi capo il nostro Gastaldi, è la genesi sedimentaria dei graniti, delle dioriti, delle serpentine, delle eufotidi; di questo discorremmo nel primo e terzo capitolo della presente Memoria. — Non bisogna illuderci; se il Gastaldi e noi, sulle sue pedate, siamo sostenuti nella nostra opinione da quella di molti distinti geologi stranieri, i cui nomi citammo nel terzo capitolo, rimaniamo però di fronte a valorosi avversarii, la cui conversione al nostro partito appare per ora alquanto difficile; ma noi procediamo colla sicurezza che proviene dalla intima, profonda, incrollabile convinzione attinta dalla lettura senza idee preconcette dei caratteri impressi nelle pagine del libro della natura, ed è a sperare che la genesi eruttiva delle roccie cristalline sarà messa in disparte, tanto più quando le nostre regioni montuose saranno state percorse e studiate da luminari delle geologiche discipline. Un secondo punto, e conseguenza del primo, concerne la causa del metamorfismo delle roccie sedimentarie alpine; tolte le roccie eruttive, quelle non possono ripetere più da queste la loro struttura cristallina, ma sibbene dalla loro grandissima antichità; necessaria conseguenza di tal fatto è il considerare le roccie stratificate cristalline come rappresentanti dei più antichi depositi sedimentarî. Di ciò già discorremmo, ed essendo queste opinioni nate in noi dall'esame puro e semplice dei fatti, è ben naturale che fiduciosi ci arruolassimo sotto la bandiera del Gastaldi, e ne seguitassimo le traccie su quella nuova via che da maestro egli ci additava.

Questione geologico-cronologica. — Se le roccie sedimentarie cristalline delle Alpi doveano essere riportate alle più antiche epoche della geologia stratigrafica, alle prime pagine di questo codice di oltre a 40 chilometri di potenza, e di cui ogni pagina è uno strato di roccia, ogni carattere il resto di una forma organica, la via nostra era nettamente tracciata; non dovevamo contentarci di un lavoro geognostico

ma dovevamo cercare di stabilire a quale delle epoche geologiche corrispondesse ogni formazione alpina, sostituire ad ognuno dei nomi provvisorî usati fin quì quello designante il posto che ogni formazione deve occupare nella scala cronologica dei terreni dai più antichi agli attuali. Còmpito non lieve, anzi gravissimo quando si consideri che le fedi di battesimo, i fossili mancano nelle nostre roccie alpine, o almeno mancavano fino a questi ultimi anni; è vero che mancano nel maggior numero di esse, e nelle più antiche, appunto perchè per la loro grandissima antichità andarono perduti, scancellati completamente. Questo còmpito non fu ancora condotto al suo vero termine, ma vi siamo molto vicini, e tutto il merito ne è del Gastaldi. In tutto il gruppo del Gran Paradiso, per ciò che riguarda i terreni finora descritti, e che formano la totalità delle parti montuose, non fu dato trovare traccia alcuna di fossili, quindi è per analogia di disposizione o costituzione mineralogica con altri terreni fossiliferi che noi dovremo procedere per la loro classazione cronologica.

Ricordiamo che le formazioni alpine sono disposte in modo tra il Lago Maggiore e lo sbocco della Macra nella pianura, che sono via via le più antiche che vengono a spingersi nel piano, per chi percorre la bassa falda alpina delle provincie di Novara, Torino e Cuneo. Dal Lago Maggiore alla Sesia sonvi calcari fossiliferi, compatti o largamente brecciati, grigi, giallognoli, rosei, che lo studio del paleontologo rivelò per secondarî, e più specialmente del Lias; in essi e nelle roccie accompagnanti nessuno si rivela di quei caratteri, che possono far credere ad una maggiore antichità.

Procedendo verso Ivrea e Courgnè e Rocca di Corio, incontrammo quelle striscie di terreni, che descrivemmo nel capitolo precedente, e che presentano caratteri decisi di grande antichità, manifestandosi però più recenti di quelli cristallini; ponendo a confronto tre frammenti di calcare, uno di Arona, il secondo di Lessolo, il terzo di Pont, troviamo che pei caratteri esterni presentano tre tipi di antichità sempre crescente; il calcare di Arona a struttura finamente compatta omogenea, fossilifero, del quale ci è nota l'età: quello di Lessolo subcristallino, compatto cioè con una tendenza ad assumere un po' di cristallinità, non fossilifero, accompagnato da roccie che cominciano a diventar un po' cristalline, come le grovacche; quello di Pont eminentemente cristallino. — Evidentemente il calcare di Lessolo e congeneri e le roccie concomitanti, sono più antiche del secondario, cioè sono paleozoiche; e le roccie che accompagnano i calcari cristallini della *zona delle pietre verdi*, e dei graniti e gneiss centrali sono più antiche di esse, forse prepaleozoiche.

Età dei terreni paleozoici. — Ciò però è ancora troppo vago. A qual periodo dell' epoca paleozoica apparterranno i calcari subcristallini di Lessolo, Montaldo, Vidracco ecc.? Le roccie concomitanti, argilloschisti e grovacche, a quale periodo paleozoico appartengono? I terreni cristallini recenti ed antichi, sono essi ancora paleozoici o risalgono ad epoche più antiche? Se noi cerchiamo nella descrizione delle roccie caratteristiche dei diversi periodi paleozoici troviamo che le grovacche, gli schisti argillosi e ftanitici, il calcare della zona descritta hanno grande analogia colle ardesie a Lingula (Lingula-Flags) e cogli schisti di Caradoc del Cambriano superiore d'Inghilterra, colle arenarie o grès di Potsdam e col calcare magnesiaco arenaceo del Calcifero formante il Cambriano americano; e meglio ancora colle ardesie e grès del Llandeilo-Flags, Siluriano inferiore d'Europa, cogli schisti, calcari fossiliferi, grès di

Caradoc, Siluriano medio d'Europa, coi calcari di Trenton e gli schisti d'Hudson River ed Utica appartenenti al Siluriano inferiore di America. — Nel Siluriano predominano arenarie, schisti ardesiaci, varicolori, argillosi e calcari; è precisamente ciò che troviamo nella nostra zona paleozoica piemontese. Il Taramelli nella sua *Stratigrafia della serie paleozoica nelle Alpe Carniche* cita calceschisti, calcari cristallini, che considera non più recenti del Cambriano, e che da noi o meglio dal Gastaldi son messi nelle roccie cristalline recenti; ma sopra quelli vengono nelle Alpi Carniche *schisti argillo-micacei neri, violetti, verdi ecc.; puddinghe quarzose, arenarie micacee con impronte vegetali ed antracite, avanzi di flora diversa e più antica delle paleozoiche finora conosciute nelle Alpi;* queste roccie non risvegliano alla mente il ricordo di quelle che formano coi calcari la zona paleozoica piemontese? Il Taramelli non ne stabilisce esattamente l'età, ma le fa molto antiche, perchè subordinate a calcari neri, arenacei e micacei che presentano *forma analoga alla Devoniana;* dunque stanno tra il Cambriano ed il Devoniano, cioè sono siluriane; mancherebbero però i calcari nelle Alpi Carniche corrispondenti a quelli delle Alpi piemontesi. L'ing. Quintino Sella, là ove descrive i terreni silurici della Sardegna (*Sui giacimenti metalliferi della Sardegna*), parla di *schisti lucenti di color bigio o rossigno, alternanti con grovacche e più sovente con calcari subcristallini;* non sembra di tener dietro alla nomenclatura delle diverse roccie della zona paleozoica piemontese? Di più i grandi giacimenti plumbo-argentiferi della Sardegna sono di preferenza nei calcari subcristallini silurici, ed il nostro calcare paleozoico di Issiglio contiene la galena come accennammo nel precedente capitolo. Il prof. Strüver parlandoci di questi schisti paleozoici di Issiglio, che aveva avuto occasione di vedere e studiare ripetutamente, ci diceva come alla loro vista irresistibile l'occhio correva alla ricerca delle *graptoliti*, fossili caratteristici del Cambriano e del Llandeilo Flags, Siluriano inferiore.

Ma se vogliamo riuscire a qualche risultato più rilevante per la cronologia di questi terreni, converrà che abbandoniamo il gruppo del Gran Paradiso e passiamo in Val di Susa sulle montagne divisorie dell'Italia colla Savoia e col Delfinato: e qui terremo dietro religiosamente ai lavori del Gastaldi, col quale ebbimo la sorte di studiare per due anni i terreni paleozoici della valle della Dora Riparia. Nella Val di Susa superiore, cioè da Susa alle prime origini, troviamo i terreni cristallini recenti rappresentati da enormi masse di calceschisti, che ne formano quasi la totalità con poche lenti di serpentina, molto esili, delle eufotidi variolitiche, degli schisti amfibolici appena appena accentuati. — L'alto dei clinali è coronato da quarziti bianche o talcose, tabulari, anageniti, schisti ftanitici, anche verdicci, carniole, gessi e calcari dolomitici in tutto e per tutto simili a quelli che avemmo campo di studiare nel gruppo del Gran Paradiso; dunque possiamo senza esitare ammettere che quei terreni carbonosi, quarzosi, schistosi, calcarei rappresentano i terreni della zona Lessolo-Levone con queste differenze:

1° che gli schisti ftanitici ed argillosi vi sono in minoranza;

2° che, non ovunque ma a località, si sviluppano grandemente i terreni a quarziti, appena rappresentati dalle arenarie o grovacche di Rivara, Vidracco e Lessolo;

3° che vi compaiono le carniole ed i gessi mancanti nella zona del Gran Paradiso;

4° che i calcari vi sono più ampiamente sviluppati;

5° che in Val di Susa la formazione intiera è enormemente più sviluppata che non tra Lessolo e Levone.

Queste differenze non tolgono valore alle importantissime analogie seguenti:

1° il calcare subcristallino di Val di Susa è identico per caratteri a quello di Levone, Rivara, Campo, Vidracco, Issiglio, Pecco, Lessolo e Montaldo Dora.;

2° le ftaniti di Sauze de Césanne, e del Monginevro sono identiche a quelle di Rivara e Vidracco;

3° il calcare subcristallino di Val di Susa è galenifero come quello di Issiglio;

4° le quarziti ed arenarie di Val di Susa equivalgono alle arenarie e grovacche della zona del Gran Paradiso; in entrambe le località si rivelano giacimenti di ferro ematitico compatto;

5° le quarziti in Val di Susa sono inferiori ai calcari come nella zona studiata.

Ora mentre le differenze si rivolgono allo sviluppo, od alla presenza in più di gessi e carniole in Val di Susa, roccie d'altronde calcaree, e le analogie toccano la costituzione mineralogica e la disposizione, epperò superano d'importanza le differenze, noi possiamo considerare i due terreni come identici, come lembi residui di una grande formazione.

Queste roccie nel gruppo del Gran Paradiso si addossano ai terreni cristallini recenti rappresentati da gneiss e roccie magnesiane feldispatiche, in Val di Susa il mantello di quarziti, gessi, carniole e calcari dolomitici cuopre l'immenso sviluppo di calceschisto, il quale però contiene le roccie magnesiache caratteristiche dei terreni cristallini recenti, specialmente serpentine, eufotidi; anzi in questi rappresentanti dei terreni cristallini recenti trovansi giacimenti di minerali di rame, che già vedemmo essere proprî della *zona delle pietre verdi.*

La questione si riduce quindi a stabilire l'età di quei calcari di Val di Susa, per argomentare dell'età dei loro congeneri di Rivara, Vidracco ecc.

I geologi francesi, tra i quali citiamo un accurato osservatore in geologia alpina, il Lory, confusero per molto tempo questi giacimenti calcarei di Val di Susa, colle formazioni calcaree savoiarde e delfinesi, che vanno riferite, dietro esame dei fossili, al Trias; riportarono per conseguenza al Trias le quarziti, i gessi, le carniole che invariabilmente sottostanno a questi banchi calcarei di Val di Susa, comprendendo nello istesso periodo anche porzione o gran parte dei calceschisti che ne formano l'imbasamento. Lasciamo per ora in disparte i calceschisti ed occupiamoci del banco calcareo analogo a quello del gruppo del Gran Paradiso. Già osservammo come il suo *facies* indichi antichità maggiore di quella dei calcari secondarî, del Lias, di Arona, Invorio ecc; ora i calcari *du Briançonnais,* che si riferiscono al Lias, probabilmente non devono presentare la struttura compatta subcristallina, che caratterizza i calcari di Val di Susa; e poi i calcari liassici della Savoia e del Delfinato hanno presentato fossili, che li hanno fatti classare nel Lias; nulla di consimile è succeduto per i nostri calcari; dunque è permesso il dubbio se questi siano realmente da sincronizzarsi coi calcari *du Briançonnais.*

Nel 1856 il prof. Gastaldi riceveva un frammento di calcare grigio con macchiette bianche, proveniente dal Chinivert, montagna della valle del Chisone, a Sud Ovest di

Fenestrelle; ora questo calcare è identico a quello che ora studiamo, ed il banco del Chinivert si riconobbe in seguito non essere altro che un lembo della formazione calcarea delle montagne del fianco occidentale dell'alta Val di Susa; fin d'allora quel calcare macchiato di bianco fu sospettato essere un polipaio. Nei lavori di rilevamento geologico presso il colle del Monginevro, al Chaberton, in pieno calcare, il Gastaldi trovò diversi blocchi identici a quello del Chinivert provenienti da un banco alla base della vetta del Chaberton. Di più presso Clavières, presso il colle del Monginevro, da tempo si erano incontrate delle traccie di fossili, quasi come di conchiglie bivalvi, e come tali erano considerate, e riferite a fossili liassici dai geologi francesi. È chiaro che il nodo della questione stava nella interpretazione esatta di quegli scarsi, e poco conservati documenti paleontologici; cosicchè, se il Gastaldi per numerosi fatti sospettava fortemente di una ben maggiore antichità pei calcari di Val di Susa di quella loro assegnata in pria, non poteva però far altro che esternare con riserva la sua opinione in attesa di una prova paleontologica che gli permettesse di annunciarla in modo assoluto e positivo; e così egli fece.

Il distinto paleontologo G. Michelotti, veduti i campioni in possesso del Gastaldi, volle recarsi al Monginevro e perlustrare per una ventina di giorni le roccie del Chaberton; raccolse numerosi esemplari e li studiò ed il risultato dei suoi studî è consegnato in una lettera ch'egli indirizzò al Gastaldi e che fu pubblicata nel Tomo III Serie II degli atti della reale Accademia dei Lincei. Questa lettera è accompagnata da uno spaccato del Chaberton eseguito dal signor Ghione, compagno del Michelotti, (Tav. VII fig. 6) che qui riproduciamo, e dal quale rileviamo come tra i banchi calcarei si mostri del grès antracitifero.

Ora i resti organici fossili a detta del Michelotti si trovano « più facilmente e « quasi esclusivamente nei detriti calcarei associati a quelli della *pietra verde* » e segue dicendo « Tale associazione ci dimostra che sono più specialmente li strati « inferiori della zona dolomitica quelli che racchiudono traccie evidenti di esseri « organici ». Da ciò risulta ancora che questa dolomite fossilifera è inferiore alla roccia antracitifera; ammettendo quindi anche che le roccie contenenti l'antracite debbano ascriversi al Carbonifero, come generalmente si ammette dai geologi francesi, mai le nostre dolomiti potrebbero considerarsi come liassiche o subliassiche, ma sibbene paleozoiche precarbonifere, paleozoiche antiche. È vero che si potrebbero invocare dei *rovesciamenti*; ma noi confessiamo ingenuamente che nutriamo una certa antipatia per la geologia arruffata a forza di rovesciamenti e spostamenti, tanto più che, come risulta dai numerosi spaccati che accompagnano questa Memoria e da quelli del Gastaldi, i nostri terreni alpini vanno contradistinti da una grandissima semplicità di assetto stratigrafico.

Il Michelotti riconobbe nei residui organici fossili del Chaberton coralli a polipaio in masse globulari, a polipieriti aggregati, vicini, non contigui, con tubi di connessione, con tavolati non normali all'asse, ma disposti ad imbuti attorno ad esso, appartenenti al genere *Syringopora* e probabilmente alla specie *S. Abdita,* genere eminentemente paleozoico; coralli a polipaio appartenenti al genere *Halysites*, che scompare al termine del periodo Siluriano; coralli a polipaio ramoso del genere *Favosites*, anch'esso del paleozoico. Il Michelotti riassume con queste parole le osservazioni sui

corallari fossili del Chaberton. « Riassumendo quanto ho detto qui sopra, e notando che nel cal-
« care dolomitico della zona del Chaberton non trovai finora corallari che si possano riferire a Zoan-
« tarî aporosi, i quali dopo il periodo paleozoico divennero preponderanti; che non scopersi neanche
« polipai tubulosi che sono caratteristici ed esclusivi del Devoniano e del Carbonifero; tutte queste
« osservazioni mi confermano nell'idea già in me destatasi all'aspetto di quelle rocce, che cioè esse
« fan parte dell'orizzonte inferiore del Siluriano ». Il Michelotti accenna ancor dubitativamente ad impronte analoghe alle faccie di articolazione del genere *Actinocrinus* (encriniti); parla di resti ben distinti di Entomostracei, che hanno l'aspetto di conchiglie bivalvi, riferibili al genere *Cythere,* ed al sotto genere *Cythereis,* rappresentati nel Siluriano, e di resti di Litospongie anch'esse viventi nel periodo Siluriano. Davanti al responso della paleontologia, il dubbio, l'esitare non è più permesso, epperò i calcari dolomitici del Chinivert nella valle del Chisone, del Balmas, del Chaberton, del Seguret in Val di Susa ed i congeneri di Levone, Rivara, Borgiallo, Villa Castelnuovo, Campo, Muriaglio, Issiglio, Vidracco, Pecco, Lessolo e Montaldo Dora vanno riferiti al Siluriano inferiore. Se dunque questi calcari non sono più da considerarsi come secondarî, potranno ascriversi al Trias le carniole, le formazioni gessose, le arenarie e le quarziti sottostanti? Evidentemente no; esse saranno per lo meno del Siluriano inferiore anch'esse, se pure, non s'identificheranno col grès di Potsdam e col Calcifero americano del periodo cambriano. Evidentemente ancora le roccie antracitifere di Val di Susa che sono in intimo rapporto col calcare dolomitico siluriano, sono più antiche del Carbonifero, e nell'antracite non devesi vedere una forma alterata del litantrace, ma sibbene un carbone fossile che deve la sua struttura di antracite alla remota antichità. Usciremmo fuori del nostro argomento se più a lungo ci arrestassimo a discorrere delle roccie calcaree, quarzose ed antracitifere di Val di Susa, ovvero a tracciare la descrizione del curiosissimo andamento stratigrafico di queste roccie nella Valle della Dora Riparia; ci arresta ancora un' altra considerazione; le roccie calcari di Val di Susa si riproducono in piani diversi: i più remoti ad occidente potrebbero benissimo continuarsi coi veri calcari *du Briançonnais;* dessi sono divisi da quelli più orientali e Siluriani da grandi depositi di roccie antracitifere; tutte quelle masse calcari furono soggette a frazionamenti e spostamenti; nei diversi allineamenti calcarei abbiamo noi rappresentati lembi diversi di una stessa formazione? oppure rappresentano essi formazioni diverse? A questa domanda noi crediamo per ora immatura una risposta; d'altronde l'importante per noi era stabilire che i calcari e roccie concomitanti, che chiamammo paleozoici nel gruppo del Gran Paradiso, devono considerarsi come rappresentanti del siluriano inferiore, in base dei dati paleontologici forniti dal Michelotti per le identiche formazioni di Val di Susa.

I geologi Francesi aveano fatto di questi calcari dolomitici del Chaberton qualcosa d'indentico col calcare *du Briançonnais;* il Gastaldi ed il Michelotti non invecchiarono il calcare *du Briançonnais,* ma misero al suo posto il calcare fossilifero del Chaberton, ed il suo congenere del gruppo del Gran Paradiso.

Età dei terreni cristallini. — Stabilito che i calcari e roccie concomitanti descritti nel 5° capitolo rappresentano i più antichi periodi del paleozoico (giacchè se il calcare risulta del Siluriano inferiore, il Cambriano, questo periodo sul quale non sono pienamente d'accordo i geologi, può benissimo essere rappresentato dai grés,

dalle grovacche, dalle quarziti, dai gessi, dalle ftaniti, dalle carniole sottoincombenti), ne viene come necessaria conseguenza che i terreni cristallini antichi e recenti, i quali formano, si può dire, la totalità della massa dei nostri monti, devono chiamarsi a buon diritto prepaleozoici. Questi terreni, che formano enorme massa stratificata, alla base di tutte le formazioni sedimentarie fossilifere, quindi classificabili, costituiscono e costituiranno ancora la pagina più difficile a decifrarsi della storia del nostro globo. Dapprima a sciogliere, o meglio, ad evitare ogni quistione, furono contraddistinti col nome generico di *Schisti cristallini di epoca indeterminata*; alcuni ne fecero tante pellicole di raffreddamento della massa fusa ignea del globo; altri degli espandimenti eruttivi; altri dei prodotti di profondo metamorfismo indotto in roccie sedimentarie. Se i geologi odierni non sono tutti d'accordo nell'ammettere col Gastaldi, con noi e con altri l'assoluta origine sedimentaria di qualsiasi rappresentante di queste roccie cristalline, se non tutti ammettono che la struttura cristallina non sia che il risultato dell'azione delle forze molecolari operanti nella loro massa da numero favoloso di secoli, pur nondimeno comincia a generalizzarsi l'idea che, almeno in parte, detti terreni cristallini rappresentino i primi sedimenti. Facciamo astrazione dalla problematica e contrastata foraminifera gigantesca, che si dice essersi rinvenuta in America ed in Boemia in roccie analoghe a quelle della nostra *zona delle pietre verdi;* è un fatto però che i calcari, le grafiti, ed i rivestimenti antracitosi ci rivelano una vita vegetale ed animale in quelle prime epoche del globo, epperò l'antico comune appellativo di terreni *azoici* non può più ammettersi in senso assoluto, a meno che esso indichi semplicemente che, scomparsi per il lavorìo molecolare della massa, i resti di organismi vegetali ed animali non sono più rinvenibili; ma ad ogni modo l'appellativo *azoici* presterebbe agio ad equivoci e va bandito. Gli appellativi di *protozoici, eozoici* ammettono in modo positivo la presenza di una vita animale anteriore alla *primordiale* di Barrande all'epoca in cui dette roccie si formavano per sedimentazione; ma oltrechè tali appellativi sono vaghi, ed indeterminati giacchè includono tutti i terreni anteriori al Cambriano, a nostro parere non possono adoperarsi con pieno diritto se non quando veri ed indiscutibili resti organici si rinvenissero nei terreni in questione. Non sono per conseguenza i nomi che noi sostituiremmo vantaggiosamente a quelli adoperati sin quì.

Noi già esponemmo come il Gastaldi abbia fatto uno studio di confronto tra i nostri terreni cristallini antichi e recenti con quelli studiati da Sterry-Hunt e Logan in America, colle ofiti dei Pirenei, coi trappi dell'America settentrionale e ne abbia constatata la equivalenza geologica; potremmo quindi a rigor di termine, per non ripetere tutte le considerazioni del Gastaldi, adottare le divisioni corrispondenti dei terreni analoghi della Nord America. Ci pare però che l'argomento sia bastantemente importante, da non permetterci di tagliar corto con una nuda e secca asserzione, rimandando per maggiori ragguagli al bellissimo lavoro del Gastaldi (*Studî geologici sulle Alpi occidentali* - Parte II).

Studî dello Sterry-Hunt in America. — Lo Sterry Hunt (Revue scientifique, 1871) stabilisce una divisione dei terreni cristallini dei Monti Appalacchiani nella Nord America mettendoli in confronto, colla guida degli studî di varii geologi, con terreni cristallini di altre regioni dell'America settentrionale.

Le divisioni stabilite dallo Sterry Hunt sono le seguenti:

Serie di Adirondack o terreno Laurenziano.

Serie delle Montagne Verdi o terreno Huroniano.

Serie delle Montagne Bianche o di Terranova, Precambriano.

Ecco come lo Sterry Hunt descrive i terreni costituenti le tre serie.

Serie di Adirondack « Gneiss granitiques formés, d'un *grain souvent très grossier* et généralement « de couleur rougeâtre ou grisâtre - Ils sont fréquemment melés de hornblende avec peu de mica, « excepté dans quelques cas très rares..... Les quartzites et les roches de pyroxène et de hornblende « associées à des grandes masses de calcaire cristallin, à de graphite et à d'immenses couches d'oxide « de fer magnétique, donnent un caractère particulier à certaines parties du système laurentien ». - *Serie delle Montagne Verdi* - « Les roches quartzo-feldspathiques de la série des Montagnes Vertes « sont surtout représentées par un petrosilex ou eurite à grain fin, quoiqu'elles prennent souvent la « forme de gneiss véritable, qui est ordinairement *plus micacé* que le gneiss laurentien type. Les va- « riétés porphyritiques, rougeâtres et à grain grossier, si communes dans ce dernier, *manquent dans* « les Montagnes Vertes, où le gneiss a généralement des teintes *vert pâles et grisâtres*. Des masses de « diorites stratifiées, des roches épidotiques et chlorotiques, souvent plus ou moins schisteuses avec de « la stéatite, des serpentines foncées et des dolomites et des magnésites melées de fer, caractérisent « aussi le gneiss de cette série et sont intimement unies à des couches de minéral de fer, qui sont « ordinairement composées d'hématite ardoisée, et quelque fois, de magnétite. Le chrome, le titanium, « le nickel, le cuivre, l'antimoine et l'or se rencontrent fréquemment dans cette série; les gneiss se « transforment souvent en quartzites micacées schisteuses, et les argillites, tant abondantes, prennent « un caractère doux et onctueux qui leur à fait donner le nom d'ardoises nacrées ou de talc, quoique « l'analyse demontre qu'elles ne sont pas magnésiques, mais essentiellement composées d'un minéral « micacé hydraté. Ils sont quelquefois noirs et graphitiques ». - *Serie delle Montagne Bianche*. - « est « caractérisée par la prédominance de micaschistes bien définis, mélés de couches de gneiss micacé. « Ces derniers ont ordinairement une couleur claire, par suite de la présence du feldspath blanc; quoi- « que d'une texture généralement fine, ils sont quelquefois porphiritiques et d'un grain grossier. Leur « force et leur cohésion sont moindres que celle des gneiss laurentiens, et la prédominance de mica « les fait passer à l'état de micaschistes, eux mêmes plus où moins tendres et friables, et offrants « toutes les variétés, depuis les masses grossièrement agrégées et semblables au gneiss, jusqu'au schiste « à grain fin, se transformant en argillite....... Les silicates basiques de cette série sont représentés « principalement par des gneiss et des schistes de couleur foncé, dans lequels l'hornblende remplace « la mica. Ceux ci se changent de temps en temps en couches d'hornblende foncée, contenant quel- « quefois des grenats. Des couches de calcaire cristallin se rencontrent quelquefois...... et sont quelque- « fois acompagnées de pyroxène, de grenat, d'idocrase, de sphène et de graphite..... Les calcaires sont « associés d'une manière intime avec les schistes riches en mica, qui contiennent de la staurolite, de « l'andalusite, de la cyanite et du grenat ».

I caratteri di queste tre serie si trovano fedelmente riprodotti nei nostri terreni cristallini antichi e recenti; rimandiamo ai capitoli 1° e 2° ove essi sono descritti.

Dimodochè noi possiamo già fin d'ora stabilire:

1° Che i terreni cristallini antichi del Gastaldi corrispondono alla inferiore porzione della serie di Adirondack, cioè del Laurenziano.

2° Che i terreni cristallini recenti, *zona delle pietre verdi*, sono compresi nella superiore porzione della serie di Adirondack, Laurenziano, e nelle due serie consecutive delle Montagne Verdi e Bianche, Huroniano inferiore e superiore.

I graniti antichi del Laurenziano americano corrispondono ai nostri centrali; i gneiss, micaschisti, calcari cristallini, amfiboliti, dioriti, serpentini ecc., a granati, epidoti, idocrasie ecc., delle due serie consecutive sono i nostri della *zona delle pietre verdi*.

Lo Sterry Hunt mette ancora nel Laurenziano il sistema Labradoriano che noi abbiamo rappresentato dalle eufotidi.

Nei suoi studî di confronto il risultato cui giunse il Gastaldi, se non è completo è già bastantemente rilevante, perchè segna un grande passo nel progresso della geologia alpina piemontese; questo risultato è contenuto nelle seguenti conclusioni della seconda parte degli *Studî geologici sulle Alpi occidentali.*

« 1° Il gneiss antico, centrale, fondamentale, è la più antica roccia delle Alpi, ed è forse la « più antica che si conosca; essa può riferirsi alla parte antica del Laurenziano dei geologi ame- « ricani ».

« 2° L'alternanza delle *pietre verdi* con micaschisti gneissici, gneiss recenti, porfidi, calce- « schisti, calcari saccaroidi ecc. costituisce un secondo orizzonte di terreni cristallini, il quale formato « di banchi più o meno regolarmente stratificati, sovente piegati e ripiegati giace sul gneiss antico. « Quest' orizzonte, ricco di minerali metalliferi, è sincrono colla parte superiore del Laurenziano, col- « l'Huroniano o Cambriano del Canadà, coll' orizzonte dei trappi del Lago Superiore, col terreno « ofitico dei Pirenei ».

« 3° Le quarziti, le arenarie antracitifere con o senza antracite, i gessi, le carniole, gli schisti « rasati, i calcari dolomitici con vene di galena, masse di calamina, di ematite ecc. costituiscono la « zona paleozoica ».

Noi non possiamo che sottoscrivere a queste conclusioni, aggiungendo al N.° 3 ciò che ora aggiungerebbe il Gastaldi stesso, cioè che i calcari dolomitici paleozoici sono da ritenersi del Siluriano inferiore.

Analogia dei nostri coi terreni cristallini di altri luoghi. — Non è solo in America che noi possiamo incontrare terreni cristallini antichi e recenti analoghi ai nostri.

Il dottor Bigsby considera gli schisti primitivi, *Urschiefers*, della Norvegia corrispondenti all' Huroniano; sono costituiti di euriti, micaschisti, cloroschisti, orneblendoschisti, dioriti, steatiti, serpentine scure, con cromite, minerali di rame, nikel e ferro; vi si incontrano pure quarziti e roccie massiccie inferiori. L'Huroniano della Norvegia poggia sull'*Urgneiss* o gneiss primitivo. Ad Anglesea e nella contea di Caernarvon le roccie cristalline sono rappresentate da schisti quarzosi, micacei, cloritici, epidotici, con dioriti e serpentine cromifere; esse costituiscono i rappresentanti inglesi dell'Huroniano; Phillips e Sedgwich le considerano come più antiche del Cambriano.

Negli Highlands di Scozia troviamo gli stessi schisti cristallini di Norvegia e di Anglesea considerati da Nicol più antichi del Cambriano e più recenti del Laurenziano; sono micaschisti a grana fina con andalusite, cianite, staurolite e granati, serpentine cromifere con steatite, talco ed attinoto.

Per la Svezia il sig. Igelstroem trovò nel gneiss fondamentale a Nullaberg, provincia di Wermland, un gneiss bituminoso e dei micaschisti interstratificati nel gneiss granitico rosso; questa roccia venne considerata come analoga al gneiss grafitoso o carbonioso del Canadà.

Il sig. de Moijsisovics divide le roccie cristalline delle Alpi austriache in tre serie che concordano colle serie americane e sono:

1° Gneiss centrale;

2° *Schieferhülle*; composto di micaschisti con schisti verdi;

3° Micaschisti superiori e gneiss intercalati con roccie amfiboliche e calcari cristallini *(Altkrystallinische Glimmerschiefers)*.

Il de Moijsisovics stabilisce l'analogia tra queste serie e il Laurenziano, l'Huroniano, ed il Sistema di Terranuova americani; precedono tutti il periodo delle filliti o Cambriano e Siluriano.

Il sig. F. I. Wick riconobbe nella Finlandia meridionale il Laurenziano e l'Huroniano; nel primo vi ha granito gneissico, nel secondo del granito porfiroide e sienitico; il Wick considera come del Laurenziano i graniti del Lago Maggiore.

Questo cenno su lavori eseguiti da distinti geologi in regioni molto distanti prova come l'imbasamento dei terreni tutti sedimentarî sia ovunque identico, come le condizioni in cui si compierono le prime deposizioni sui fondi marini erano eguali su grande porzione della faccia del globo, e proverebbe che è giusta la massima dal Delesse, pronunciata nel 1847 « Les roches de la même époque ont presque toujours la même « composition chimique et minéralogique; et réciproquement, les roches qui ont la même composition « chimique, et qui contiennent les mêmes minéraux associés de la même manière sont de la même « époque (Bullettin de la Société géologique de France (2) IV-786) ».

E qui chiudiamo la storia dei terreni in posto del gruppo del Gran Paradiso, non potendo dare una grande importanza nella costituzione del gruppo ai piccoli e pochi lembi pliocenici, sepolti per la massima parte sotto potente manto di terreni quaternarî.

Capitolo VII.

Terreni terziarî; terreni quaternarî (*coni di dejezione*).

Studio della pianura. — Se per gruppo del Gran Paradiso vogliamo intendere solamente il complesso di monti che orograficamente e geologicamente fanno corona al punto culminante, il Gran Paradiso, l'argomento della presente Memoria sarebbe completamente esaurito, giacchè coll'esame dei terreni prepaleozoici e paleozoici abbiamo esposto tutto ciò che risguardava l'area montuosa di questa porzione della catena alpina. Ma la pianura ed il fondo delle vallate sono costituiti e formati da congerie colossali di materiali frammentizi provenienti dallo sfacelo dei rilievi montuosi, portati ed accumulati dalle acque, siano sotto forma di ghiacciai, che di quella di masse correnti di acqua liquida. È pregio quindi dell'opera di occuparci dello studio della origine di questi depositi e del loro modo di formazione, riconoscendone la diretta provenienza dai rilievi rocciosi che ci occuparono nei precedenti capitoli.

Se noi facciamo astrazione da depositi più recenti del Siluriano, che per avventura s'incontrino e in Savoia e verso il Monte Bianco sui limiti occidentali del massiccio del Gran Paradiso, ci troviamo di fronte ad una immensa lacuna; diffatti i terreni rocciosi più giovani finora studiati risalgono al Siluriano inferiore, e sul versante Sud Est del nostro gruppo mancano affatto i rappresentanti e del paleozoico posteriore al Siluriano, e del mesozoico, e del cenozoico corrispondenti ai periodi Eocene e Miocene. I terreni della pianura o delle colline immediatamente sottoposte al gruppo del Gran Paradiso sono formati da pochi e limitatissimi lembi di Pliocene e da depositi quaternarî; e di questi noi ci occuperemo nel presente capitolo.

La Valle del Po dopo l'epoca terziaria. — La storia dei terreni formanti la pianura del Po, per la regione piemontese, fu soggetto di lunghe, ripetute e diligentissime ricerche del Gastaldi, coadiuvato dal Mortillet e dal Martins. I risultati di queste ricerche sono così chiari, evidenti e convincenti, corroborati da tal copia di argomenti, che noi oggidì li accettiamo senza discussione alcuna,

come senza discussione li accettavamo undici anni or sono in un nostro lavoro per laurea, quando ancora non avevamo avuto campo di controllare quei risultati colle nostre proprie osservazioni sulle diverse località; e non esitiamo ad accettarli in tutta la loro estensione per quanto in questi ultimi tempi, per la interpretazione forse troppo affrettata di alcuni fatti speciali, siano sorte opinioni contrarie, delle quali non possiamo tener conto fino a che validi argomenti, più di quelli che finora le sostennero, vengano a corroborarle, e riescano a smuovere il solidissimo edifizio delle conclusioni cui giunse il Gastaldi.

Queste conclusioni noi esponiamo qui brevemente, nè le discuteremo, chè sarebbe una inutile ripetizione di tutte le considerazioni contenute nei diversi lavori del Gastaldi dal 1850 a questa parte.

Nel periodo miocenico il mare Adriatico occupava tutta la Valle del Po, e si addentrava nelle valli alpine in istretti *fiordi*, come attualmente succede per le coste della penisola Scandinava, della Groenlandia, e dell'America boreale; anzi profondi intagli nella catena apenninica davano passo alle acque dell'Adriatico a fondersi con quelle del Tirreno; sul fondo del mare miocenico si formavano i sedimenti che oggidì costituiscono la collina di Torino.

Al periodo miocenico succedette il pliocenico, ed ai conglomerati, ed alle marne, ed ai gessi del Miocene si sovrapposero le argille o marne turchine, le sabbie gialle del più recente tra i periodi dell'epoca terziaria. Prima che tramontasse il periodo pliocenico un moto di sollevamento fece emergere le colline di Torino portando a giorno e i terreni miocenici, e quelli più profondi, e lembi di Pliocene; tal moto di sollevamento non si fece sentire sulla falda alpina che continuò ad essere ancora flagellata dai marosi del mare pliocenico. Non è che al termine di questo periodo che tutto il fondo del mare terziario si sollevò, e la Valle del Po fu terra emersa, ed i depositi marnosi e sabbiosi del Pliocene marino raggiunsero una elevazione di oltre a 300 metri sull'attuale livello del mare. Alcuni dei resti di molluschi marini, che si trovano in quei depositi, sono di specie ancora viventi oggidì nelle acque del Tirreno.

Se la Valle del Po diventò in allora terra emersa, non per questo si presentò come terra asciutta, chè anzi ampie e numerose paludi, bacini lacustri, pigre e sinuose correnti ne tagliavano ed occupavano la maggior porzione, e vi si svolgeva una vegetazione palustre atta alla alimentazione di grossi pachidermi proprî delle regioni calde, i cui resti si trovano in un deposito sabbioso-calcareo-ciottoloso, fluvio-lacustre, che costituisce il piano superiore del Pliocene, e che dal Gastaldi ricevette il nome di *Alluvioni plioceniche.* Questa fauna tropicale ci illumina sulle condizioni climatologiche dell'ultimo periodo del Pliocene, o, se vuolsi, del periodo di transizione tra l'epoca terziaria e la quaternaria. Ciò non toglie però che sul tramonto dell'epoca terziaria dette condizioni climatologiche variassero, ed il clima si facesse più rigido quasi preludio al periodo glaciale; diffatti superiormente ai depositi a resti di grossi pachidermi s'incontrano le traccie di una fauna non solo analoga all'attuale, ma rappresentata da animali di regioni alpine, quale sarebbe ad esempio la marmotta.

L'epoca quaternaria esordì con un lungo periodo di clima umidissimo e freddo; enorme precipitazione di vapori sulle Alpi, rovinìi colossali di acque torrenziali, accumuli potentissimi di nevi e ghiacci nei circhi alpini, avanzamento di ghiacciai nelle valli, ablazione su larga scala dei medesimi, costruzione di numerose e grandi morene, distruzione rapida e violenta di esse per opera degli ingrossati torrenti, prodigiose masse di detriti trascinate da quegli stessi corsi di acqua che oggidì scorrono nelle valli e sboccano nella pianura, ma di mole e di forza ben altrimenti maggiori di quelle che hanno oggidì. Queste mostruose correnti, libere dalla stretta dei fianchi delle valli, allargandosi nella pianura, erodevano, scavavano profondamente, asportavano, demolivano i depositi pliocenici, e le depressioni formate riempivano di quella congerie di ciottoli, che, rubata ai monti ed alle morene, avevano seco loro trascinata; questi depositi disponendosi a ventaglio coll'apice allo sbocco della valle, ed i margini nella pianura più o meno distanti dal monte, formarono tanti *coni di dejezione*, analoghi, ma di essi più grandiosi, a quelli che oggidì costruiscono i torrenti alpini. Ognuno di questi coni ha l'impronta della valle da cui provenne, i ciottoli sono dell'istessa natura litologica dei monti della valle originaria. Là ove più furiosi e possenti sboccavano i torrenti più completa fu la demolizione e l'abrasione dei depositi pliocenici, ed ecco perchè, ancora intatti sulla

destra del Po, acquistano dessi maggiore importanza verso l'alta Valle del Po e presso il Lago Maggiore, mentrechè nelle intermedie regioni sono pressochè completamente scomparsi; sussistono oggidì là ove condizioni locali li proteggevano dalla furia dei torrenti alpini.

L'assieme di questi coni di dejezione, di questa alluvione preglaciale, del *diluvium*, che invase la pianura alla falda delle Alpi, costituendo un piano inclinato a dolce pendìo, respinse il corso del Po e lo obbligò a lambire il piede della collina miocenica di Torino, per quel tratto che corrisponde alla regione piemontese. L'invasione di questi coni di dejezione ha originato il generale andamento, l'odierna generale configurazione della Valle del Po sulla sinistra, cioè verso la catena alpina, e, ad ogni piè sospinto, specialmente nel nostro paese, noi troviamo confermati a chiare note gli splendidi risultati delle investigazioni del Gastaldi.

Allo sbocco però di alcune vallate un posteriore fenomeno ha modificato profondamente questo stato di cose.

I coni di dejezione si possono considerare come i precursori dello avanzamento grandioso dei ghiacciai alpini. Alcuni di questi sboccarono dalle valli natìe, e, come le correnti diluviali distrussero il Pliocene, vi sostituirono e sovrapposero il *diluvium*, così questi ghiacciai invasori distrussero più o meno profondamente il deposito diluviale, vi sovrapposero le loro morene frontali, profonde e laterali, e crearono al posto dell'apice del cono di dejezione un anfiteatro morenico. Ritiratisi poi questi ghiacciai nell'alto delle valli, l'anfiteatro morenico venne occupato da laghi, che coll'andare del tempo scomparvero lasciando meschini residui, se alla loro formazione contribuiva il semplice sbarramento delle colline moreniche, ovvero rimasero, se allo sbocco della valle preesisteva una depressione orografica, la quale potè benissimo venire ampliata, approfondita, od altrimenti modificata dall'azione erosiva del ghiacciaio stesso.

Dall'epoca della scomparsa dei ghiacciai invasori i coni di dejezione vennero più o meno profondamente erosi dai torrenti istessi che in pria li formarono, e gli alvei prodotti furono ricolmi dalle alluvioni recenti, mentre le balze residue degli antichi coni li fiancheggiano a testimoni della antica ben maggiore potenza dei torrenti alpini.

Ecco in breve la storia di questa nostra Valle del Po; risulta che i ghiacciai e le alluvioni preglaciali furono i poderosi agenti che la configurarono quale oggidì la vediamo, astrazione fatta dalle modificazioni posteriori indotte dall'azione dei corsi d'acqua.

Queste conclusioni noi accettiamo senza discuterle, ripetiamo, perchè l'esame dei luoghi ci convinse di loro esattezza; di esse, senza entrare in più ampie considerazioni, facciamo la base per la descrizione dei depositi del tratto della pianura padana corrispondente al gruppo del Gran Paradiso. A chi desiderasse conoscere le fasi degli studî che condussero il Gastaldi ed altri egregi scienziati a queste conclusioni, consigliamo la lettura delle seguenti memorie:

Essai sur les terrains superficiels de la Vallée du Po aux environs de Turin, comparés à ceux du bassin helvétique par M. M. Ch. Martins et B. Gastaldi.
Appunti sulla Geologia del Piemonte di B. Gastaldi, 1853.
Frammenti di Geologia del Piemonte di B. Gastaldi, 1861.
Sur la théorie de l'affouillement glaciaire, B. Gastaldi et G. Mortillet, 1863.
L'époque quaternaire dans la Vallée du Po, G. Mortillet, 1864.
Sulla riescavazione dei bacini lacustri per opera degli antichi ghiacciai, B. Gastaldi, 1865.
Nuove osservazioni sulla origine dei bacini lacustri, B. Gastaldi, 1866.
Studî geologici sulle Alpi occidentali, parte I, B. Gastaldi, 1871.
Appunti sulla memoria di G. Geikie « The changes of climate during the glacial epoch », B. Gastaldi, 1873.
Sur les glaciers pliocéniques de M. Desor, B. Gastaldi, 1875.

Ed ora entriamo nel nostro speciale argomento.

LEMBI PLIOCENICI. — Il livello del mare pliocenico si elevava alla falda alpina a più di 350 metri sull'attuale livello marino (B. Gastaldi, *Sur les glaciers pliocéniques de M. Desor*, pag. 14); sulla destra del Po presso Bra i depositi pliocenici si incontrano a metri 380, mentre i rari lembi che si trovano in Piemonte sulla sinistra del Po non giungono al disopra di 300 metri; questo indica

che il rimanente venne eroso ed asportato (Gastaldi, *Sulla riescavazione dei bacini lacustri per opera degli antichi ghiacciai*, pag. 5); e la parte del Pliocene esportata sulla sinistra del Po è precisamente la superiore, cioè il Pliocene fluvio-lacustre e le sabbie gialle *(loco citato)*. Altra conseguenza del livello cui giungeva il mare pliocenico era l'addentrarsi di esso nelle valli alpine a formarvi dei *fiordi;* se i depositi pliocenici furono erosi ed asportati nelle parti pianeggianti fuori dello sbocco delle valli alpine, tanto più dovevano essere demoliti negli alvei per cui scorrevano i torrenti costruttori dei coni di dejezione, e le fiumane di ghiaccio che invasero in seguito la pianura; laonde non fa meraviglia se nessun lembo pliocenico s'incontra dentro le valli che si internano nella regione alpina.

Nell'angolo formato dal corso dell'Orco e da quello della Dora Baltea valli di poca importanza vengono a sboccare nella pianura Canavese tra Cuorgnè e Parella, cosicchè l'azione erosiva delle correnti dell'Orco e della Baltea doveva esservi nulla o di molto menomata, ed in quelle località appunto noi troviamo lembi pliocenici sottratti in parte alla generale distruzione.

La corrente acquea che prima dello sviluppo dei ghiacciai sboccava dalla Valle di Aosta creò il suo cono di dejezione, ma per la configurazione dello sbocco ebbe campo ad espandersi subito lateralmente perdendo quindi molto di sua forza, cosicchè l'erosione del Pliocene sottostante e ricoperto non si verificò così intensa e profonda; se oggidì il bacino morenico d'Ivrea nel suo interno è sgombro da ogni lembo pliocenico lo si deve probabilmente più al successivo lavoro d'erosione del ghiacciaio, che non a quello della corrente diluviale; tanto è che solo là ove troviamo i limiti dell'azione del ghiacciaio si incontrano lembi di formazioni plioceniche.

In alcuni punti si possono studiare in basso i depositi pliocenici erosi e ricoperti dai materiali del cono di dejezione, alla lor volta sottoincombenti al morenico; quivi le cose si presentano allo stato normale; ma in altri luoghi il morenico è ad immediato contatto col pliocenico senza interposizione del *diluvium*; questo fatto non rappresenta che una accidentalità, la quale non infirma in modo alcuno le conclusioni generali del Gastaldi; per spiegarlo basta ammettere che il ghiacciaio sopravvenuto, espanso enormemente, esercitasse la sua forza erosiva in modo da asportare solo il *diluvium*, e lasciare intatto o rimaneggiare solo superficialmente il pliocenico sottostante, ricoprendolo poi col morenico; e ciò appunto si verifica sullo estremo lembo dell'area occupata anticamente dal grande ghiacciaio di Valle d'Aosta. L'azione erosiva del ghiacciaio fu pressochè nulla? e troviamo pliocenico, *diluvium* e morenico sovrapposti. L'azione erosiva fu più energica? il *diluvium* fu asportato ed il morenico poggia sul pliocenico; anzi non deve far meraviglia se, essendo stata la porzione superiore di questo rimaneggiata, noi troviamo talora delle masse di materiali pliocenici fossiliferi confusamente amalgamate coi ciottoli striati, colle fanghiglie glaciali e cogli altri materiali morenici là ove dal Pliocene si passa al deposito glaciale; non basta a nostro parere questo fatto per sostenere l'ipotesi della deposizione delle morene contemporanea a quella dei terreni pliocenici. L'azione erosiva presenta il massimo di potenza? e non troviamo più nè depositi pliocenici, nè *diluvium*, come succede nell'interno degli anfiteatri morenici.

I lembi pliocenici del bacino morenico di Ivrea sono visibili là ove erosioni e tagli profondi naturali od artificiali hanno attraversato il morenico ed il *diluvium*; diamo la lista delle diverse località.

Allo sbocco della Chiusella nella pianura, ed al suo ingresso nel bacino morenico eporediese in corrispondenza del Ponte dei Preti a meno di 280 metri sul livello del mare.

Nel burrone formato dal torrente Borriana, che scende alla Chiusella dalla torbiera di S. Giovanni dei Boschi.

Nel burrone del torrente Rudo, che scorre a Sud di San Martino e di Perosa.

Nella base dell'interno lembo morenico inciso pel passaggio della ferrovia Chivasso-Ivrea, a diverse riprese nei tratti interposti tra le stazioni di Mercenasco e di Candia, tra questa e l'imbocco della galleria di Caluso sulla occidentale sponda del lago di Candia; nessuno di questi lembi pliocenici raggiunge un livello superiore ai 280 metri dal mare, se esatte sono le quote altimetriche segnate sulla carta all'1/50000 della base morenica a Mercenasco (metri 245), della altura del paese di Candia (metri 292), dell'altura del paese di Caluso (metri 295), alture moreniche.

Un piccolo lembo trovasi all'angolo Sud Est del lago di Candia in corrispondenza di alcuni rivoli scendenti da Barengo.

Un altro gruppo di lembi pliocenici s'incontra intorno al paese di Vische, sul dolce pendìo che scende alla Dora Baltea, a meno di 250 metri sul livello marino.

Le sponde erose della Dora Baltea sotto monte Balbiero a Nord, di Mazzè, mostrano balze plioceniche, anche qui inferiori per livello ai 250 metri.

Finalmente due piccoli lembi si trovano presso Borgomasino alla base dello sperone morenico che si spinge fino a Tina ed Albiano.

È sulla guida della carta geologica del bacino morenico d'Ivrea del sig. L. Bruno che noi abbiamo enumerate queste diverse località, in cui si possono studiare i lembi pliocenici.

Facciamo osservare come i lembi che si avvicinano allo sbocco della Chiusella si trovino ad elevazioni maggiori, come quelli che erano più protetti dall'azione erosiva delle correnti diluviali dell'Orco e della Dora Baltea; mentre quelli che intercedono tra Mercenasco e Borgomasino, situati sul filo della grande corrente diluviale di Valle d'Aosta, si trovano ad elevazioni inferiori. Facciamo ancora osservare come è precisamente il lembo pliocenico di S. Giovanni dei Boschi presso il Ponte dei Preti che troviamo ricoperto dal *diluvium*, là ove l'azione erosiva del ghiacciaio si esercitò con minore potenza, e la sovrapposizione risulta da una sezione data dal Gastaldi nella sua Memoria: «*Essai sur les terrains superficiels de la Vallée du Po*»; mentre i depositi che si trovano nell'estremo dell'arco morenico tra Mercenasco e Candia, là ove l'azione erosiva del ghiacciaio si esercitava con maggior energìa, sono quelli che o stanno immediatamente sottoposti al morenico, o presentano meno evidente l'interposizione del *diluvium*.

Questi numerosi e limitatissimi lembi pliocenici, che se non hanno grande importanza sotto il punto di vista della costituzione della pianura piemontese tra la Stura di Lanzo e la Dora Baltea l'hanno però grandissima sotto il punto di vista della storia del suo modo di formazione, si presentano ordinariamente costituiti da sabbie grigie molto micacee, piuttosto incoerenti, in istrati presso a poco orizzontali, e di *facies* diverso dalle ordinarie sabbie gialle del Pliocene superiore, che sono così sviluppate sulla destra del Po e lungo tutta la falda apenninica. A Masserano nel Biellese i depositi pliocenici sono rappresentati da sabbie grigie, argillo-calcaree, talora cementate, da marne sabbiose nelle Valli della Sesia e della Strona. Il Gastaldi opina che rappresentino la inferiore parte del Pliocene (*Sulla riescavazione dei bacini lacustri per opera degli antichi ghiacciai*, pag. 5). In alcune località tra la Dora Baltea ed il Lago Maggiore le roccie plioceniche assumono un diverso aspetto; così al piede del Monte Fenera, sulla sinistra della Sesia, le marne sabbiose sono ricche di ciottoli e frammenti calcarei; al Baraggione nella Valle della Strona di Valduggia si osserva un conglomerato. Analogamente nell'angolo, che la Chiusella fa per valicare la diga dioritica e penetrare nel bacino morenico d'Ivrea, proprio a monte del Ponte dei Preti, posa sulla roccia dioritica un banco di roccia a grossi elementi, specialmente di diorite, fra i quali si incontrano abbondantissimi moduli e resti di conchiglie plioceniche. Ciò prova che il mare pliocenico penetrava nella Val Chiusella come in un *fiord*, e che il torrente della valle recava a mare, come vero torrente alpino, forte contingente di frammenti strappati alle roccie formanti i fianchi della valle.

Non crediamo opportuno dilungarci di più sull'argomento dei lembi pliocenici del Canavese, tanto più che nutriamo fiducia che verranno pubblicati fra breve i risultati dei diligentissimi studî fatti in riguardo dal sig. L. Bruno di Ivrea. Chiuderemo riportando la lista dei principali fossili del Pliocene presso il Ponte dei Preti riportata dal Geikie nella sua Memoria: « *On changes of climate during the glacial epoch* ». (*Appunti su detta memoria*: Nota di B. Gastaldi).

« Panopoea Faujasii (Menard.), *occurs in our coralline crag and red crag*, *and is living in the seas of Sicily* ».

« Pecten jacobaeus (Linn.), *not know fossil in British strata; a Mediterranean shell* ».

« Pecten maximus (Linn.), *coralline crag and red crag; drift; living in British seas*, *north seas and Mediterranean* ».

« Arca Noe (Mont.), A. tetragona (Poli.), *coralline crag and red crag; living in Scandinavian and British seas and Mediterranean* ».

« Murex saxatilis, *subappenine shell: not know in Britain*, *living in Mediterranean* ».

« Murex brandaris, M. triacantus (Gmelin), *miocene shell; said to be living in Mediterranean* ».

« Nassa conglobata (Brocc.), *occurs in red crag*, *extremely rare*; *a miocene and subappenine species; not know in our drift; extint* ».

« Nassa prismatica (Brocc.), *coralline crag and red crag; lives in the Mediterranean: not glacial; nor in any drift* ».

« Natica millepunctata (Lamk.), *miocene shell; lives in Mediterranean* ».

« Ranella levigata (Lamk.), R. marginata (Sow.), *miocene (?) living: much confusion about this shell* ».

Depositi diluviali. — I torrenti alpini prima dello espandersi dei ghiacciai nella pianura piemontese, dotati di volume di acqua molto superiore all'attuale, e le cause accennammo nel principio del presente capitolo, dotati conseguentemente di una forza di trasporto poderosissima, sboccavano nel piano e vi costruivano i coni di dejezione preglaciali. La configurazione di questi coni di dejezione, che si sostituirono alle formazioni plioceniche, non è diversa da quella dei coni di dejezione attuali, che si formano oggidì, cioè allo sbocco dei valloni nelle valli alpine, come possiamo verificare ampiamente nella Valle di Susa e nella Valle di Aosta; il loro modo di formazione è identico; la differenza sta nella grandiosità. I coni di dejezione attuali stanno agli antichi come la potenza dei torrenti che oggidì dai valloni sboccano nelle valli alpine sta a quella delle principali correnti delle valli alpine al principio dell'epoca quaternaria.

Il Surell ne' suoi *Études sur les torrents des hautes Alpes* così descrive la forma di un cono di dejezione; « D'abord leur forme générale est très-remarquable. C'est celle d'un monticule très-aplati, « conique, placé à la sortie de la gorge et accolé à la montagne, comme un contrefort. Les arêtes qui « dessinent sur la surface de ce cône les lignes de plus grande pente, sont dressées très-régulièrement « suivant des pentes douces, qui s'enfléchissent un peu vers le bas, mais avec une parfaite continuité; « elles partent toutes de l'issue de la gorge, qui figure au sommet du cône. De loin elle se détache « nettement sur le fond du ciel, avec un profil si correct qu'on le croirait réglé à l'aide du niveau. « On prend une idée de cette figure en la comparant à celle que ferait un éventail déployé dont le « point d'attache serait à l'issue de la gorge et dont le faisceau aurait été relevé vers le milieu en « forme de dos d'âne ». Se la superficie del cono viene ad essere divisa, o *ab origine*, od in seguito da creste longitudinali di erosione irraggianti a ventaglio, è chiaro che la caratteristica di questi coni si è di essere percorsi nelle loro parti laterali da torrentelli divergenti anch' essi a ventaglio dallo sbocco della valle. Caratteristica ancora di questi coni sarà l'essere costituiti da materiali torrenziali la cui natura mineralogica concorda con quella delle roccie formanti i fianchi della valle originaria.

La pianura del Po sulla sinistra è formata dallo assieme di tanti coni di dejezione quante sono le principali valli alpine che vi sboccano. I coni di dejezione preglaciali formanti questa pianura furono più o meno modificati nel loro andamento regolare dal reciproco impedimento che opponevano l'uno all'altro nello individuale sviluppo, dalle azioni erosive di ghiacciai sopravvenuti posteriormente, e dall'opera di escavazione dello istesso torrente che costrusse ciascun cono.

Oltre ai coni di dejezione che si allargarono nella pianura abbiamo i depositi, i manti diluviali delle minori vallate, che ricoprirono le roccie in posto, ma non giunsero ad invadere le regioni del piano.

Esaminiamo rapidamente queste diverse formazioni diluviali.

Cono di dejezione della Dora Riparia. — Dalla Val di Susa, prima dello sviluppo del rispettivo ghiacciaio, ampio cono di dejezione si stendeva in piano inclinato fino alla collina torinese, respingendo contro di questa il corso del Po. I materiali di questo cono sono riconoscibili all'abbondanza dei ciottoli bianchi di quarzo e quarzite, che abbondano, questa in veri strati, quello in noduli entro i calceschisti dell'alta Val di Susa. La città di Torino è fabbricata sul lembo terminale del cono eroso a terrazza dalle acque del Po. Mentre a mezzogiorno questo cono si ampliava, trovando poca resistenza in quello minore, che contemporaneamente formavasi per opera del Sangone, a Nord doveva limitare il suo sviluppo trovando grave ostacolo in quello poderosissimo della Stura di Lanzo, la cui direzione di formazione veniva ad incontrare quella del cono della Dora Riparia sotto un angolo di circa 35 gradi. La posteriore invasione del ghiacciaio della Valle Susina erodeva l'apice del cono di dejezione, e lo ricopriva sopra una linea ad arco passante per Brione, San Gillio, Druent, Collegno, Rivoli e Rivalta col materiale delle morene frontali e profonde. Il torrente Casternone, che scende dalla Val della Torre in direzione Nord Ovest-Sud Est verso la Dora Riparia,

urtando prima contro l'estremo Nord del deposito morenico, poi contro il cono di dejezione viene respinto verso il cono di dejezione della Stura di Lanzo a gettarsi, prima nella Ceronda e poi nella Stura, invece che nella Dora, come dovrebbe succedere per la orientazione della vallata in cui esso si origina.

Il cono di dejezione della Dora Riparia veramente non costituisce parte dell'area che noi dobbiamo studiare, ma dovemmo farne cenno perchè la sua presenza influì sull'andamento del suo vicino il cono di dejezione della Stura di Lanzo.

Cono di dejezione della Stura di Lanzo. — Questo non venne eroso al suo apice, giacchè i ghiacciai di Val di Lanzo non scesero fino allo sbocco nella pianura; tant'è che anche nell'interno di questa valle si trovano conservati rilevanti lembi del *diluvium*, come risulta dai rilevamenti del Gastaldi; citeremo solo quello che ad occidente di Lanzo è scavato dal torrente Upic, nella regione Mommello, che presenta depositi di ligniti quaternarie. Al cono di dejezione della Stura veniva ad aggiungersi quello parziale e minore proveniente dalle due diramazioni della Valle del Tesso, ed al quale appartengono probabilmente le colline su cui sta l'Eremo di Lanzo; se veramente la cosa sia così, se questo cono di dejezione del Tesso sia contemporaneo o posteriore a quello grande della Stura noi qui non pretendiamo di stabilire in modo assoluto; notiamo però che il fianco di montagna che separa la Valle del Tesso dal colle della Forcola, per scendere in quella della Fandaglia, è coperto da potente manto diluviale, che giunge alla rilevante altezza di circa 600 metri sul livello del mare, quindi molto più in alto del *diluvium* proprio della Stura; notiamo ancora che il deposito diluviale è potente nell'angolo corrispondente alla confluenza del Tesso di Coassolo e del Tesso di Monastero, e che le colline dell'Eremo si trovano precisamente sullo istesso allineamento.

Venendo più specialmente al cono di dejezione della Stura di Lanzo, esso venne profondamente eroso dal fiume-torrente, però rimangono conservati i residui del suo apice allo sbocco della Stura, e sulle roccie su cui sta l'Ospedale di Lanzo, e sul monte a destra della Stura a circa 60 metri sul livello del fiume. Per quanta parte rilevante di questo cono di dejezione sia stata demolita dalle acque dei torrenti e nella regione mediana e sui margini, pur nondimeno i residui di esso possono darci esatta idea della sua grandiosità. La periferia di esso è segnata da una linea, che, partendo da Lanzo, per Balangero taglia le basi di Monte Giovetto e si dirige a Nord Est verso la Benne di Corio, e da queste alla Fandaglia presso il ponte della strada che conduce a Corio; il corso della Fandaglia separa il cono di dejezione della Stura di Lanzo da quello del Mallone fino al suo confluente col Mallone stesso poco a Nord di Front; da Front fino a S. Benigno è questo ultimo torrente che limita il cono da quello dell'Orco, e da S. Benigno a Volpiano, in direzione Nord-Sud ne rasenta l'estrema balza ad Oriente. A Volpiano entriamo nell'amplissima erosione interna di esso cono, alveo antico della Stura e della Bendola riunite, e possiamo tracciare una linea ipotetica di confine fino alla Stura presso Abbadia di Stura. Il fiume-torrente qui a nostro parere ha già intaccato il cono di dejezione della Dora Riparia, epperò possiamo approssimativamente considerare il suo corso come limite dell'area occupata anticamente dal suo cono, e ciò fino a Veneria Reale; di qui è la Ceronda fino sotto Givoletto che funziona da limite, non tenendo conto delle terrazze diluviali od alluviali di Givoletto, Forvilla e Val della Torre, che sono dovute all'opera del Casternone e dei torrentelli che scendono dai monti ad Ovest. Da Pralongo per Giordanino, Baratonia e Monasterolo, lungo la falda dai monti, giungiamo a Lanzo a piedi del Mon Basso, chiudendo il circuito periferico del cono della Stura. Nel vallone di Varisella trovansi depositi di trasporto dovuti alla Ceronda. Questa linea periferica misura da 70 ad 80 chilometri; il massimo sviluppo da Lanzo alla ferrovia Milano-Torino, tra le stazioni di Brandizzo e Settimo, sarebbe di 28 chilometri, ed il massimo sviluppo in larghezza trasversale tra Pralongo (Givoletto) e Front di chilom. 18; non teniamo conto in queste valutazioni della porzione erosa più esterna che doveva raggiungere il Po, il quale ne era respinto contro la collina.

La forma generale del cono non è quella triangolare a lembo curvilineo nella parte più esterna, qual dovrebbe essere regolarmente, ma sibbene quella di un quadrilatero irregolare, che si avvicina alla figura romboidale, giacchè la parte più esterna non potè ampliarsi liberamente a ventaglio per l'ostacolo incontrato a Sud nel cono di dejezione della Dora Riparia, ed a Nord in quelli del Mallone e dell'Orco. Notiamo che la terminazione in punta, la non completa e regolare espansione in ventaglio

sono comuni ai coni di dejezione di questa parte della pianura piemontese per la convergenza che tutti questi coni rivelano verso la stretta curva del Po da Torino a Chivasso, mentre essi provengano da un arco montuoso molto più vasto, compreso tra la Valle di Susa e la Valle della Dora Baltea; ciò nonpertanto la configurazione a ventaglio è nettamente rivelata pel cono di dejezione della Stura di Lanzo dallo andamento dei rilievi longitudinali, dei torrentelli che lo solcano, delle terrazze di erosione prodotte dalla Stura; un'occhiata sulla carta all'1/50000 mette in piena evidenza questo fatto.

La direzione generale del cono di dejezione è da Nord Ovest a Sud Est da Lanzo per Mathi, Noli, Ciriè, S. Maurizio, Leyni e Settimo Torinese; l'attuale corso della Stura è più a Sud della linea mediana, cioè della linea di massimo rilievo primitivo.

Sulla destra della Stura tra Lanzo, Veneria Reale e Givoletto un'area collinesca ci rappresenta i residui della porzione meridionale del cono. Da Lanzo una terrazza a 60 metri circa sull'alveo della Stura lambisce non discontinua fin sotto Givoletto il piede della montagna; su questa terrazza, che va dolcemente declinando di elevazione, troviamo i borghi di Monasterolo, Pedevalle, Fiano, Tetti di Miole, La Cassa, Giordanino e Pralongo, insieme colla strada che li mette in comunicazione; questo lembo del piano diluviale è diretto da Nord Nord Ovest a Sud Sud Est. La Ceronda sboccando a Baratonia dal vallone di Varisella dovrebbe, seguitando la direzione del vallone nativo, portarsi verso Nord Nord Est e versarsi nella Stura di fronte a Villanova di Noli; ma, incontrando il piano diluviale diretto a Sud Sud Est, devia improvvisamente formando angolo quasi acuto, e seguita l'andamento del lembo del cono di dejezione fin sotto Pralongo; ivi, respinta a Nord dal piccolo cono di dejezione formato dal Casternone e dal torrente di Givoletto, assume andamento sinuoso, erodendo l'estremità meridionale del cono della Stura; più a valle riceve il tributo del Casternone, e con questo lambisce, erodendolo, il cono della Stura, mantenendosi fino a Veneria Reale tra il cono della Stura, il margine morenico di San Gillio e Druent ed il cono della Dora Riparia; alla Veneria infine si getta nella Stura.

La carta all'1/50000 ci segna molto bene i rilievi a ventaglio di questa porzione del cono della Stura, i quali, man mano ci portiamo dall'esterno verso l'interno, passano dalla direzione a Sud 10° Est a quella di Sud 30° Est; i torrentelli che intercedono tra queste costole longitudinali, e che percorrono il territorio della Regia Mandria, mantengono analoga direzione, e versano tutti nella Ceronda tra Pralongo e la Veneria, così i torrentelli Combalinasse, Corrìa, Robbianetta, Usseya e Grande. La Stura poi, tendendo a portarsi continuamente a Sud, ha eroso il suo cono di dejezione sopra una retta tra Lanzo e la Veneria, formando una magnifica terrazza di erosione, la quale, alta 60 metri a Lanzo, presso la Veneria giunge appena a 15 o 20 metri od anche a meno; dalla spianata della chiesa di Balangero il profilo netto e regolare di questa terrazza si scorge magnificamente. Al disotto della Veneria Reale la Stura urta contro il cono di dejezione della Dora Riparia, e modifica in conseguenza la sua direzione piegandosi man mano a Sud Est, e correndo in alveo molto sinuoso fino al Po; uscita fuori dall'area del suo cono scorre nel solco interposto tra esso e quello della Dora Riparia, risentendo naturalmente l'influenza di quest'ultimo. La terrazza di erosione sulla destra della Stura non misura in lunghezza meno di 10 chilometri.

Altra magnifica terrazza di erosione limita a Nord, sulla sinistra, l'alveo di erosione della Stura di Lanzo; questa terrazza puossi anch'essa considerare come rettilinea, e corre in direzione Est Sud Est da Balangero fino a Volpiano per una distesa di circa 24 chilometri. Elevata sull'alveo di una settantina di metri a Balangero va via diminuendo di elevazione scendendo ad Est Sud Est, talchè il dislivello in corrispondenza di Ciriè è di soli 35 o 40 metri, e di poco più di una ventina di metri a Volpiano. Notiamo subito il fatto della maggior elevazione della terrazza di sinistra.

Tra le due terrazze si estende l'alveo di erosione della Stura a foggia di triangolo acutissimo col vertice a Lanzo; la divaricazione delle terrazze è in corrispondenza di Balangero di metri 2250, tra Monasterolo e Grosso di metri 4400, in corrispondenza di Ciriè di metri 5250, in corrispondenza di S. Maurizio di metri 6400, in corrispondenza di Caselle di metri 7300, in corrispondenza di Borgaro di metri 9800, e tra Volpiano ed il Ponte sulla Stura della ferrovia Torino-Milano di metri 11500. La terrazza di sinistra è accompagnata lungo il suo tragitto ed alla base dal torrente Banna, che nasce dalle colline dell'Eremo di Lanzo, cambia il suo nome in Bendola presso Leyni, e si perde in vicinanza di Brandizzo.

Il residuo cono di dejezione a Nord forma un'area irregolarmente triangolare compresa tra la terrazza ora accennata, le falde dei monti di San Vittore tra Balangero e Corio, il corso della Fandaglia, quello del Mallone da Front a S. Benigno a Volpiano. Anche da questo lato il cono non potè estendersi completamente a ventaglio per l'impedimento incontrato nel suo vicino il cono dell'Orco, come sull'estremo Sud era fermato nel suo sviluppo dal cono della Dora Riparia. La superficie del lembo settentrionale è più profondamente accidentata che non quella del lembo meridionale, ed è a livello superiore, raggiungendo sul piano di esercizio dei cannoni tra S. Carlo e Vauda una elevazione di metri 379, cioè 59 metri sull'alveo misurato a San Maurizio, e 474 metri alle Benne di Corio, più a monte, cioè per ben 90 a 100 metri sull'alveo a Balangero. Possiamo trovare la ragione di questa maggiore elevazione considerando: 1° che la direzione di sbocco della corrente diluviale era Ovest-Est, quindi il maggiore e più diretto accumulo dei materiali doveva farsi in quella direzione; 2° che una diga di roccia tra Monte Giovetto e il Gurg di Fandaglia, facendo ostacolo al progresso verso Nord della corrente diluviale, naturalmente sul suo fianco dovevano i materiali spinti e deposti risalire a tanta maggiore elevazione, quanto maggiore era l'intoppo. Le falde dei monti di San Vittore, la diga ora accennata, e di cui già parlammo nella descrizione dei terreni cristallini, e questo maggiore accumulo al lato Nord, determinarono poscia la generale deviazione della corrente diluviale a Sud Est e Sud Sud Est. La Stura dopo formato il cono di dejezione seguitando la primitiva direzione erose la parte sinistra di esso e formò la terrazza Balangero-Volpiano; ma poi, obbedendo a questa specie di piano inclinato da Nord a Sud, si gettò continuamente a destra, erodendo più profondamente e di preferenza la porzione meridionale a formare la terrazza Lanzo-Veneria-Reale; ed anche oggidì perdura nello ampliamento verso Sud pel suo alveo. Del resto anche nella porzione settentrionale del cono residuo si segnala l'istessa disposizione a ventaglio dei diversi rilievi longitudinali separati da corsi d'acqua abbastanza ragguardevoli quali il Fisca, il Rio di Valgrande, di Miana, delle Spine, di Valmaggiore, di Rio secco, di Pissoglio che corrono al Mallone tra Front e Lombardore. La bellissima terrazza-limite verso il torrente Fandaglia di fronte a Barbania presenta una elevazione di ben 90 metri sull'alveo del torrente Fandaglia, che separa i due coni del Mallone e della Stura dal ponte di Corio fino al suo fondersi col Mallone stesso. Sul ciglione di questo terrazzo stanno i comuni di Vauda superiore e Vauda di Front.

Il Mallone, che nell'area del suo cono di dejezione aveva un andamento da Ovest ad Est, entrando nella pianura, respinto verso Sud Ovest dal cono di dejezione dell'Orco, batte in breccia il cono della Stura fino a S. Benigno, e sulla terrazza prodotta dalle sue erosioni stanno i villaggi di Rivarossa e Lombardore. In questa terrazza, poco a valle di Front, trovasi un deposito di legno fossile, passante ad una lignite analoga a quella di Mommello presso Lanzo.

Il cono di dejezione della Stura di Lanzo presenta una tinta rossiccia, che lo fa distinguere nettamente dai suoi due vicini dell'Orco e della Dora Riparia; la tinta rossiccia è dovuta alla alterazione dei tenui frammenti e dei grossi ciottoli, rappresentati in massima parte da *roccie verdi*, specialmente serpentine ed eufotidi. I ciottoli, talora della dimensione della testa e più, come vedesi presso Balangero, non sono ben classificati secondo la loro grossezza da monte a valle, sono intercalati con letti di argilla grossolana rossastra, e vi si trovano talora commisti dei blocchi di dimensioni relativamente colossali. Il materiale argilloso può provenire, quando è intimamente commisto con ciottoli, dalla alterazione profonda dei materiali stessi diluviali; ma quando è in letti a disposizione bastantemente regolare prova che durante la formazione del cono, nel cono istesso, e specialmente tra i rilievi longitudinali originarî, si potevano produrre limitati bacini di acqua, nei quali subivano i materiali limacciosi una specie di stratificazione. La grande elevazione di questo cono nella sua porzione settentrionale in confronto degli altri coni di dejezione, la non perfetta classificazione dei materiali secondo la grossezza, la miscela con elementi argillosi, la presenza di ciottoli dispersi con dimensioni di molto superiori alle comuni provano che desso cono di dejezione si formò con un processo meno calmo, più violento che non gli altri, che la corrente diluviale poteva benissimo essere rappresentata da vere ed ingenti masse di materiali detritici spinte violentemente fuori dalla forra di Lanzo, commiste, impastate con acqua, piuttostochè da vera corrente acquea con ciottoli in sospensione analoga alle attuali; esempi di questi trabocchi di ciottoli, frammenti, mota ed acqua ne abbiamo anche nell'attualità. Abbiamo detto che i materiali di questo cono di dejezione sono rappresentati da ciottoli di ogni dimensione, anche ragguardevolissima, preferibilmente di *roccie verdi*,

eufotide e serpentina; i blocchi di eufotide e di serpentina diallagica sono in predominanza, e sono generalmente profondamente alterati, al punto da ridursi in terriccio grossolano. Questi ciottoli eufotidici, ed in genere quelli tutti del cono non possono essere utilmente impiegati per inghiajatura stante la loro profonda alterazione. Si incontrano più rari i blocchi di gneiss centrale porfiroide, provenienti dall'alta Valle grande di Lanzo, ma si incontrano quasi sempre allo stato di avanzata caolinizzazione.

Coni di dejezione del Mallone e della Viana. — Tra il cono di dejezione della Stura di Lanzo e quello dell'Orco intercede uno spazio triangolare, che fu al riparo dalle correnti diluviali costruttrici dei due coni; questo spazio triangolare è compreso tra la falda alpina dai monti di San Vittore a Pertusio, il corso della Fandaglia dalle Benne di Corio a Front, e quello della Viana tra Rivara e le Grangie dei Gianot. Corrispondentemente ad esso sboccano in piano le piccole valli della Fandaglia e del Mallone (che si può dire ne formano una sola), e quella complessa della Levona, della Viana e del torrente Ronchero. Questi due sistemi di valloni hanno i loro coni di dejezione, che si spinsero al piano nei limiti concessi dai loro potenti vicini.

Nel bacino Mallone-Fandaglia troviamo a grandi elevazioni manti diluviali, che vi ricuoprono le roccie gneissiche sottostanti profondamente alterate; questi monti eminentemente atti a coltivazione ci spiegano la presenza di numerosi casali da Corio al colle della Forcola (metri 780, bacino della Fandaglia), e fino a *Cà 'd Cúlin* nel bacino proprio del Mallone. Queste valli molto secondarie non sboccano nella pianura con gole ristrette, ma sibbene con ampie aperture; dal che proviene che i materiali diluviali assumono disposizione alquanto diversa da quella ordinaria; generalmente dessi materiali rivestono il fondo della valle ed i suoi fianchi a certa elevazione, formando terrazze che raddolciscono il pendìo stesso nella valle, e poi si protendono fuori dallo sbocco come una colata di materiale pastoso.

I rivestimenti interni nella valle agiscono come i nevati dei ghiacciai, e spingono in avanti quella congerie di frantumi, ciottoli, fanghiglie, la quale si foggia a collinette laterali parallele al corso dei torrenti, e da questi ampiamente erose.

Prima della formazione del *diluvium* la Fandaglia doveva essere uno dei rivoli alimentatori del Mallone, nel quale versavasi probabilmente tra Corio e Rocca di Corio; ma il Mallone creò il suo cono di dejezione, e questo respinse la Fandaglia a mezzogiorno, obbligandola a gettarsi contro il cono della Stura di Lanzo; diffatti egli è nel solco tra i due coni che oggidì la Fandaglia scorre, nè raggiunge il Mallone che là ove il cono di dejezione di questo torrente è terminato, o meglio venne completamente distrutto.

Il Mallone scende dalla valle natìa con direzione a Sud Est e leggiera tendenza ad Est Sud Est; ma giunto presso Corio, cominciando, *ab origine*, sentir l'influenza del cono di dejezione della Stura, piegò dirigendosi ad Est fino oltre Levone, dove, al primo approccio del cono di dejezione dell'Orco, si piegò nuovamente dirigendosi a Sud Est, distruggendo prima l'estremo lembo del suo istesso cono di dejezione, intaccando poi quello del cono di dejezione della Stura fino a S. Benigno e Volpiano. La conseguenza della primitiva direzione del Mallone e dello incontro del cono della Stura si fu che desso torrente costrusse il suo cono di dejezione tutto sulla destra, allineandolo contro quello della Stura. Questo cono del Mallone è rappresentato dal cordone di colline, che cominciando a Corio termina a Barbania, tra il confluente della Fandaglia e le Grangie dei Gianot. Da Corio al Truc della Croce (Bric della Fiaula) i materiali diluviali sono ad una elevazione compresa tra 607 metri (Corio) ed i 537 (Becco della Croce), e poggiano sopra roccie completamente mascherate meno che al Becco della Croce; è quindi più elevato questo cono di quello della Stura di metri 133 confrontando l'altitudine di Corio (607 metri) con quella delle Benne di Corio (474 metri), che stanno sul piano del cono della Stura; e di metri 63 confrontando l'altitudine delle Benne di Corio (m. 474) con quella del Becco della Croce (m. 537). Oltrepassata però la diga rocciosa del Becco della Croce il cono, non poggiando più su roccia, si deprime, e poco alla volta si fa di elevazione minore di quello della Stura; a Barbania diffatti, sul piano del cono del Mallone, abbiamo un'altitudine di metri 341 in confronto di quella di metri 379 sul piano del cono della Stura tra S. Carlo e Vauda Superiore; il cono della Stura più ampio e potente declina meno rapidamente dallo sbocco allo estremo, più rapidamente si abbassa quello del Mallone. Questo poi si innalza sulla Fandaglia a Corio di metri 140 circa, di metri 130 a *Cà 'd Peroglio*, di 55 a 60 metri a Barbania; mentre il dislivello tra l'alveo del Mallone a Rocca di Corio

ed il Becco della Croce è di metri 135, e di metri 50 circa tra l'alveo del torrente Mallone sulla strada di Levone e Barbania. La lunghezza totale del residuo cono di dejezione è di chilom. 10 circa da Corio al confluente della Fandaglia col Mallone. I materiali che lo costituiscono sono prevalentemente, anzi quasi esclusivamente, ciottoli di diversa grossezza, anche di metri 0,50 di diametro, di gneiss recente e micaschisto sepolti in un magma argilloso grossolano rossastro; non vi si incontrano, almeno finora non li incontrammo, quegli elementi magnesiani che formano la predominanza dei materiali del cono della Stura; banchi argillo-sabbiosi e di ghiaia fina si intercalano agli ammassi di ciottoli, e l'argilla vi è talora decisamente plastica. Un magnifico banco di argilla si può vedere a Barbania nelle erosioni del torrente Ury (Il Rio) e nel letto della Fandaglia a monte della Borgata dei Boschi; questi banchi argillosi non sono infrequenti alla base dei coni di dejezione e sui loro lembi, possono rappresentare il deposito delle fanghiglie, che le acque asportarono, dilavandoli, dagli ammassi ciottolosi.

La costola che dal Monte Soglio (metri 1971) scende a Levone divide il bacino Mallone-Fandaglia da quello Levona-Viana-Ronchero. Anche in questo bacino troviamo gli stessi fatti cui accennammo per la valle del Mallone. I borghi di Cima Piaso, Forno di Rivara, Porcile stanno sopra degli altipiani diluviali formati dai materiali rovinati dall'alto vallone della Viana. La Viana, aiutata dalla Levona e dal Ronchero, costrusse il suo cono di dejezione, il quale corre Nord Ovest-Sud Est nella direzione stessa di sbocco della vallata. Questo cono si accentua sotto a Forno di Rivara ricoprendo le roccie in posto, e si dirige contro il rilievo serpentinoso di Pesmonte (metri 588); il corso della Levona respinto da questo cono si getta a mezzogiorno, ed il torrente invece di alimentare la Viana viene a sboccare nel piano a Levone (metri 342). Urtando contro Pesmonte i materiali del cono si disposero in piattaforma in corrispondenza ai casali di *Cà 'd Macchia*, *Cà 'd Giors*, e *Cà Porcario*, poi dividendosi in due correnti l'una minore più a mezzogiorno di Pesmonte, costrusse la collina a Nord di Levone, mentre coll'altra ben maggiore si espanse, sempre ricoprendo le roccie, nell'altipiano di Camagna inferiore (metri 364), nella collina del Castello di Rivara (metri 408), nelle terrazze di *Cà 'd Martin* e di Vignasse, e nella collina a Nord della Viana presso Rivara e sotto a Camagna. Il cono però non si arrestò a Rivara, ma formò la collina che da Pesmonte scende pel Tesia (metri 446) alla borgata di S. Grato (metri 364). La lunghezza totale di questo cono, modificato nel suo andamento dal rilievo roccioso di Pesmonte, è di 5 a 6 Chilometri da Forno di Rivara a S. Grato; i suoi materiali, grossolani e ciottolosi in alto e più fini verso il basso, sono costituiti in predominanza di gneiss recente e micaschisti, roccie formanti i fianchi del bacino della Viana.

Crediamo inutile di occuparci delle microscopiche striscie diluviali prodotte dai piccoli torrentelli che scendono dal massiccio granitico di Belmonte; si può dire che questo si erge da un imbasamento di piccole terrazze diluviali.

Poco pure abbiamo a dire sul vallone della Gallenca, che in direzione Est Nord Est dal Monte Soglio scende fin presso Cuorgné a Nord di Belmonte e Valperga. - Anche in questo troviamo potenti rivestimenti diluviali a Canischio, Sale Canischio e Prascorsano. La Gallenca avrebbe costrutto nella pianura il suo piccolo cono di dejezione se, appena sboccata in essa, non avesse incontrato formidabile ostacolo in quello dell'Orco, tanto che il torrente stesso venne deviato nel suo corso, come succede per la Ceronda al suo uscire dalla valle di Varisella. I depositi ciottolosi della Gallenca si trovano a Prascorsano a circa 80 o 90 metri sull'alveo del torrente; indubbiamente questa grande elevazione ci indica che sono dovuti al generale fenomeno che costrusse i maggiori coni di dejezione.

Ed ora veniamo ad un altro gran cono, quello costrutto dalla corrente diluviale che sboccava dalla Valle dell'Orco.

Cono di dejezione dell'Orco. — Questa corrente diluviale aveva al suo sbocco una direzione Nord Ovest-Sud Est, ma la linea mediana del cono da essa costrutto, in obbedienza alla regola più sopra accennata di convergenza verso l'arco del Po tra Torino e Chivasso, piegava poco per volta tanto da assumere una direzione Nord Nord Ovest a Sud Sud Est, ed è presso a poco quella dell'attuale corso dell'Orco da Cuorgné a Brandizzo. Questo cono di dejezione stretto tra quelli della Stura e della Dora Baltea, si estese molto più in lunghezza che non in larghezza ed assunse quasi una forma di lancia; più depresso, e formatosi con maggior calma che non quello della Stura, esso presenta meno evidenti i rilievi longitudinali, anzi, se non si tien conto dell'andamento dei torrenti

minori e laterali, e scrupolosa attenzione non si fa alle quote altimetriche, riesce ben difficile scorgervi un vero cono di dejezione, quasi pare di avere ad esaminare un lembo di pianura alluvionale posto tra il cono della Stura e le alture moreniche del bacino di Ivrea. Se però esaminiamo, anche solo sulla carta all' 1/50000 l'area interposta tra l'Orco, il Mallone, la Viana, e la falda montuosa tra Cuorgné e Pertusio, ci si rivelerà chiaramente l'andamento della porzione meridionale del cono. La Gallenca al suo sbocco dalla vallata natìa diretta a Nord Est è obbligata a ripiegarsi ad Est, ed, invece di versarsi nell' Orco presso Cuorgné, lo raggiunge 4 chilometri più in basso presso Salassa sotto un angolo estremamente acuto. La Viana, diretta ad Est Sud Est da Forno di Rivara a Rivara, ivi incontra il cono dell'Orco, e si ripiega dirigendosi a Sud per versarsi, non nell'Orco, ma nel Mallone presso le Grangie dei Gianot. Il Mallone stesso, alle Grangie dei Gianot, è obbligato da detto cono a gettarsi contro quello della Stura, ed, invece di scendere all' Orco a Feletto, lo raggiunge a Brandizzo poco prima del suo sbocco nel Po. Inoltre i numerosi rigagnoli che percorrono quest' area triangolare allungatissima tra Cuorgné, Rivara, Rivarolo e S. Benigno sono disposti a ventaglio, cioè da occidente ad oriente assumendo direzioni poste tra Nord-Sud e Nord Nord Ovest-Sud Sud Est.

La lunghezza del corso dell' Orco da Cuorgné al suo sbocco nel Po sotto a Brandizzo può valutarsi in circa 21 chilometri, e questa appunto sarebbe la massima lunghezza del cono di dejezione. Se a questi 28 chilometri ne aggiungeremo 36 devoluti al corso del Mallone dal suo incontro col-l'Orco alle Grangie dei Gianot, a quello della Viana da dette Grangie a Rivara, ed alla falda alpina da Rivara a Cuorgné, abbiamo un complessivo di 64 chilometri rappresentanti la periferia dell'area occupata dal cono di dejezione sulla destra dell' Orco. Quest' area forma un piano dolcemente inclinato a Sud Est se teniamo conto delle seguenti quote altimetriche a partire da Cuorgné e scendendo verso il Po:

Cuorgné (Cappuccini)	metri	396
Ponte sulla Gallenca (via per Belmonte)	»	394
Ponte sulla Gallenca (via per Valperga)	»	386
Valperga (chiesa)	»	349
Pertusio (chiesa)	»	350
Busano (chiesa)	»	290
Salassa	»	246
Front	»	242
Chivasso	»	182
Brandizzo (alveo del Po)	»	180

Un dislivello quindi da Cuorgné al Po di metri 216 per 28 chilometri, una pendenza cioè di m. 7,70 per ogni mille metri.

Una bellissima terrazza di erosione corre parallelamente al corso dell'Orco da Rivarolo fin presso Cuorgné, la quale si eleva tra Cuorgné e Valperga di circa una trentina di metri sull' alveo dell' Orco, ma giunge appena a quindici metri in corrispondenza di Rivarotta.

Sulla sinistra dell' Orco il cono di dejezione è molto meno nettamente disegnato, e probabilmente si sviluppò molto meno per l' ostacolo incontrato e nei rilievi rocciosi che da Priacco si stendono a Castellamonte ed al Bettolino coperti da *diluvium*, e nelle masse diluviali riferibili al cono di dejezione della Dora Baltea.

Il limite da quel lato pare si possa fissare in una linea che da Courgné si spinga a Castellamonte, e poi scenda lungo il corso della Malesna a Foglizzo, ove probabilmente l'Orco intaccò già l' estremo lembo del cono della Dora Baltea.

Fra il Bettolino, Torre Bairo, Agliè, San Giorgio e Caluso si mostra una terrazza di erosione, la quale, secondo il nostro parere, appartiene già al cono della Dora Baltea, ricoperto poco ad oriente dalle morene dell' anfiteatro di Ivrea. Su questo argomento, sul limite cioè settentrionale del cono dell' Orco, e sul limite a Sud Ovest di quello della Dora Baltea, e sul cono speciale che può avere costrutto la Chiusella abbiamo a nostra disposizione pochissimi dati, i quali ci riserviamo di raccogliere e farne, a suo tempo, materiale per uno studio speciale.

D' altronde l' imponenza dello sviluppo morenico, le deviazioni dei varî corsi d'acqua per opera delle morene, hanno indotto tali modificazioni, che riesce un po' complicato il mettere in evidenza per ora il vero stato delle cose, tanto più che i materiali del cono dell'Orco di poco differiscono da

quelli del cono della Dora, salvo che nei primi abbondano grandemente i grossi ciottoli di gneiss centrale. Riserbiamo ad altro lavoro, dopo studî più minuziosi, il trattare tale questione.

L' apice del cono dell' Orco venne anch' esso eroso e rimaneggiato dall' antico ghiacciaio di Val d' Orco, come vedremo nel susseguente capitolo.

Il vallone della Piova e quelli dei torrentelli che scendono al piano tra Castellamonte ed il Bettolino hanno anche i loro apparati diluviali; così a Priacco metri 388, Borgiallo metri 527, Colleretto metri 583 sulla destra del torrente Piova si stendono numerose ed ampie piattaforme diluviali; e sulla sinistra da S^{ta}. Anna dei Boschi a Sud del Becco Filia metri 620, per Machioda metri 500 e Quer metri 449 fino alla strada da Castellamonte a Cuorgné si stende un elevato cordone diluviale, che separa il valloncino di Piova dai territorî di Campo e Muriaglio.

Capitolo VIII.

Terreni quaternarî (*morenico*); sviluppo dei ghiacciai dopo la formazione dei coni di dejezione.

(Carta 3^a - Tav. III).

Questione sul numero dei periodi glaciali. — Non toccheremo quì della questione sorta in questi ultimi anni, se cioè sul versante italiano delle Alpi abbiano avuto luogo lungo l'epoca quaternaria, ovvero durante il pliocene ed il quaternario, due distinti periodi d'invasione dei ghiacciai nella pianura del Po, analogamente a ciò che secondo diversi distinti geologi si vorrebbe fosse succeduto per l'altro versante delle Alpi: in attesa di una risoluzione della vertenza, ora ci limitiamo ad accettare la conclusione che troviamo a pagina 5 della Memoria del Gastaldi: *Appunti sulla Memoria del sig. G. Geikie F. R. S. E. - Of changes of climate during the glacial epoch.* « In Piemonte adunque non possiamo ammettere la esistenza di due epoche o periodi glaciali, 1° perchè « nell'estesissimo e regolarissimo fondo della valle del Po, all'infuori degli anfiteatri morenici non « troviamo più massi erratici sparsi sul suolo, nè ci consta che se ne siano trovati a più o meno « grande profondità; 2° perchè il *diluvium* che si estende a valle ed all'incontro degli anfiteatri mo- « renici è un deposito eminentemente torrenziale e non glaciale; 3° perchè sappiamo che i massi « superficiali delle colline Moncalieri, Superga, Valenza, appartengono ad un'epoca glaciale ben più « remota ».

Ci occuperemo quindi dello sviluppo glaciale posteriore alla costruzione dei coni di dejezione.

Antico ghiacciaio di Valle d'Aosta. — Dalla Valle d'Aosta una corrente di ghiaccio, che si originava dalla somma di tutti i ghiacciai del versante Sud Est del Monte Bianco e che infilava la Valle d'Aosta nello stretto passaggio tra il Cramont e la montagna della Saxe, sboccava nella pianura del Po, erodeva i depositi diluviali e pliocenici, e costruiva il grandioso e stupendo anfiteatro d'Ivrea. La descrizione delle traccie lasciate da questo immenso ghiacciaio darebbe argomento per un grosso volume; per tal ragione, ed anche perchè ciò che conosciamo dell'anfiteatro morenico d'Ivrea lo dobbiamo più alle informazioni del sig. Bruno (Luigi) che non alle osservazioni nostre proprie, ci limiteremo a riprodurre il rapidissimo cenno che fa parte di una conferenza da noi tenuta pochi mesi or sono su questo interessantissimo argomento: (*Morene recenti e morene antiche* - 6^a conferenza alpina - Torino 1876).

« L'orografia speciale della Valle d'Aosta, l'ampiezza ed il numero grandissimo di circhi elevati « concorrono a far di questa, grandiosissima tra le valli alpine, il campo di imponenti fenomeni « glaciali. Attorno ai quattro gruppi colossali del Gran Paradiso, del Monte Bianco, del Gran Combin, « del Monte Rosa irraggiano numerosi contrafforti, che formano ampî bacini glaciali, e, per quanto « più ripido sia il versante italiano delle Alpi, pure oggidì si contano non meno di 70 ghiacciai,

« alcuni di essi veramente colossali come quelli del Piano della Tribolazione (Gran Paradiso), del
« Rutor, di Valpellina, della Lys. Nel periodo glaciale si aveva però ben altra grandiosità ed im-
« ponenza. Dalle supreme pendici del Monte Bianco oggidì il ghiacciaio della Brenwa scende proprio
« ad imboccare il *thalweg* di Valle d'Aosta e porta il suo limite inferiore a 1350 metri circa d'al-
« titudine. Nel periodo glaciale esso riceveva formidabili contingenti di ghiaccio dai valloni laterali
« (valli essi stessi), che dal Monte Bianco a Pont S.t Martin vengono ad aprirsi nella valle princi-
« pale. Dodici fiumane di ghiaccio, per non annoverare che le principali, affluivano da destra dai
« valloni dell'Allée Blanche, della Thuille, di Grisanche, Rhêmes, Savaranche, Cogne, Lôres, S.t Marcel,
« Fenis, Chambave, Champ de Praz, Champorcher; e sette da sinistra dai valloni di Ferret, Gran
« San Bernando, Valpellina, S. Barthélemy, Tournanche, Challant e Gressoney.

« Ciascuna di queste valli secondarie presenta evidentissime traccie dell'antico ghiacciaio che
« la riempiva, roccie arrotondate e morene. Ma è nella valle principale che questi documenti sono
« colossali. Le roccie arrotondate di Pierre Taillée, quelle di Montjovet, di M. Carogne presso Verres,
« quelle dei Macaby, che si elevano fino ad 800 metri sopra la valle, quelle di Bard; le morene ed
« i rivestimenti morenici di Courmayeur, di Morgex, di Sarre, di Aimavilles, di Châtillon confermano
« lungo tutta la valle il passaggio della colossale corrente di ghiaccio di circa 100 chilometri di
« lunghezza, 2 a 3 e più di larghezza, di 600 fino ad 800 metri di spessore.

« A Pont S.t Martin, il ghiacciaio sboccava nella pianura, che invadeva su una superficie di
« di oltre 530 chilometri quadrati. Il rilevamento minuto e coscienzioso del grandioso bacino morenico
« d'Ivrea è dovuto al sig. Luigi Bruno d'Ivrea, ed è sulla carta all' $1/_{50000}$ che noi esamineremo lo
« andamento dell'antico ghiacciaio.

« La forra di Pont S.t Martin, che apriva l'adito all'immensa fiumana, ha poco più di un chi-
« lometro al piano della valle di larghezza, cosicchè necessariamente potentissimo attrito si produ-
« ceva sui fianchi e la massa di ghiaccio saliva a grande elevatezza. Ma allontanandosi le sponde
« rocciose a destra verso Brosso, e mancando quasi improvvisamente sulla sinistra ad Andrate, il
« ghiacciaio trovandosi libero si depresse e si espanse al punto da coprire il terreno su una linea
« traversale di 21 chilometri, ed avanzandosi sino a Moncrivello per circa 28 chilometri.

« Lo sperone di roccia, che si protende verso la Dora in corrispondenza di Quassolo, deviò l'in-
« tiera corrente non arrestata da alcuna roccia di rilievo verso oriente sotto Andrate, epperò dalla
« direzione Nord-Sud, che aveva fino allo sbocco, si gettò in quella di Nord Ovest a Sud Est. Non tro-
« vando il ghiacciaio impedimento alcuno sulla sinistra vi creò quella stupenda regolarissima morena
« laterale sinistra, che da Andrate si estende a Sud Est fino a Cavaglià (m. 268 sul mare) per 21
« chilometri ed elevata ad Andrate di oltre 600 metri sul piano della Dora.

« Non così regolarmente procedevano le cose sul lato sinistro. Una diga di roccie dioritiche emerge
« di poche diecine di metri presso Borgofranco dirigendosi a Sud Ovest verso Ivrea, Parella, Stram-
« binello. Questa diga fu potentemente levigata ed arrotondata; ciò nondimeno la sua presenza ebbe
« il potere di deviare parte della massa di ghiaccio e dirigerla a Sud Ovest. Ecco quindi formarsi due
« correnti non perfettamente distinte, una più superficiale ed a sinistra che scavalca la diga, prosegue
« a Sud Est e crea la morena laterale sinistra, la Serra; l'altra obliqua a Sud Ovest, che viene lanciata
« contro le basse rupi che separano la valle della Dora Baltea dalla Chiusella; queste rupi sono sca-
« valcate, il ghiacciaio si getta in Val Chiusella e forma la morena laterale destra da Brosso a Stram-
« binello alta circa 467 metri sul piano della Dora, morena irregolarissima perchè poggiante su
« roccie molto accidentate, e diretta a Sud Ovest per 9 chilometri parallelamente alla nuova dire-
« zione presa da quella seconda porzione del ghiacciaio.

« A Strambinello però la corrente di ghiaccio non trovando più grave ostacolo nella diga di
« roccia molto bassa ed ampiamente interrotta, abbandona l'anormale e forzata direzione, riprende
« quella primitiva, si spinge fino a Caluso verso Sud Est, costruendo il secondo tratto di morena la-
« terale destra per chilometri 15.

« Le due correnti che costrussero la morena laterale sinistra da Andrate a Cavaglià e la morena
« laterale destra da Brosso a Caluso, per quanto non perfettamente isolate, pure dovevano essere sufficien-
« temente distinte al punto da costruire ciascuna il suo speciale arco morenico frontale. Difatti il
« bacino morenico d'Ivrea non termina con un solo arco, ma bensì con due, e sono: quello mag-
« giore tra Caluso e Borgomasino con una corda massima di 10 chilometri ed altro minore a

« sinistra tra Cossano e Paverano di metri 7,500 di corda massima, formando riuniti un duplice « arco frontale di circa 18 chilometri.

« Le due correnti dovevano essere separate da una depressione nella quale si accumulavano « materiali morenici a formare la morena *incidente*, che da Settimo Rottaro e Cossano si protende « verso l'interno del bacino morenico per circa 3 chilometri e mezzo fino a Caravino.

« L'amplissimo bacino venne poscia via via abbandonato dall'enorme ghiacciaio nel suo indie« treggiare. Il ritiro fu interrotto però da diversi periodi di sosta, come lo indicano i diversi « cordoni ad angolo acutissimo della Serra e della morena di Brosso. Il bacino morenico andava via « via restringendosi per questo arrestarsi ripetuto del ghiacciaio nell'atto del ritiro; ed il restrin« gimento si operava naturalmente più sentito nella bassa parte del bacino.

« Un periodo di sosta più prolungato è messo in evidenza dai resti di un minore arco ter« minale formato dal lembo morenico di Bolengo (la piccola Serra), da quelli di Albiano, Tina, « Strambino, Romano e Perosa.

« Ritiratosi completamente il ghiacciaio, un vasto lago occupò il bacino eporediese, finchè le « acque, battendo in breccia l'arco terminale di sinistra, si aprirono un varco tra Cavaglià e Set« timo-Rottaro a Sud del lago di Viverone, in corrispondenza della regione detta Dora Morta. Ma « poi ostruitosi questo passo, la Dora si aprì l'attuale sotto Mazzè nell'arco terminale di destra. I « laghi di Candia e Viverone sono gli ultimi microscopici avanzi dell'antico lago d'Ivrea ».

Antichi ghiacciai tributarî di quello di Val d'Aosta. — Questo rapido sguardo non ci esonera però dal passare in rivista le più appariscenti traccie di scomparsi ghiacciai laterali, che dai numerosi valloni del gruppo del Gran Paradiso scendevano ad alimentare il ghiacciaio principale di Val d'Aosta, e quelle da questo ultimo lasciate dallo sbocco di Val Savaranche a Pont S.t Martin sul sinistro fianco della valle.

La Valle della Savara si scinde a Pont (di Val Savaranche) in due bacini distinti, uno minore occidentale, quello del Nivolet, l' altro più grande orientale, di Seiva, separati dalla cresta Arolley-Punta Fourà. Nel bacino del Nivolet si accumulavano grandi masse di ghiaccio, che obliteravano lo spartiacque tra Val d'Orco e Val di Rhêmes; un ampio ed unico ghiacciaio riempiva e la comba del Nivolet, ed il vallone di Rousset; lo provano l' arrotondamento delle roccie che formano il Piano del Nivolet, ed i numerosissimi piccoli laghi, che or riempiono le escavazioni fatte dal ghiacciaio, e la pianura torbosa, antico lago, a valle dei casolari del Nivolet. Oggidì non restano più a rappresentanti di quell'immenso piano accidentato di ghiaccio, che il lembo del ghiacciaio del Fonte, che dalla Savoia, scavalcata la cresta, si rovescia nel vallone di Rousset, ed il piccolo ghiacciaio del Nivolet che occupa l'alto di un valloncino ad Est dei casolari. La corrente di ghiaccio scendeva a Pont Val Savaranche, ove si congiungeva a quella ben più grande proveniente dal bacino di Seiva. Questo rappresenta ancora oggidì uno dei più bei circhi glaciali; difatti grandi ammassi di ghiaccio rivestono tutt' all' ingiro la sua parte più elevata e sono quelli di Seiva, che si unisce con quello del Nivolet già menzionato, del Grand Etrêt, che sale al colle dell'istesso nome, quelli che rivestono a Nord Ovest la Punta del Breuil, il Becco di Monciair e sino al sommo il Charforon, ed infine quello che prende il nome di ghiacciaio di Moncorvè e sale al colle dell' istesso nome. Le roccie sui fianchi e nel fondo del bacino sono ampiamente levigate ed arrotondate. A valle di Pont si riunivano al tronco principale i ghiacciai di Lavecioeu e Montandeni, oggidì relegati sull' alto del Gran Paradiso, della Becca di Montandeni, della Grande Serre, della Pointe Budden; i pascoli di Lavecioeu, Mont Corvé e Montandeni sono su un ripiano di gneiss centrale tutto limitato dai ghiacci. Da sinistra scendevano piccoli rami dai valloni di Turin e Mejes. Scarsi però sono i resti morenici. Prima di giungere, scendendo, al capoluogo di Val Savaranche, il grandioso apparato morenico di Tignet, Creton e Degioz segna un lungo periodo di arresto nell' indietreggiamento, e l' incontro di grandi masse di ghiaccio che pel vallone di Luvionne scendevano dall' Erbetet, dal Lauzon e dalla Grivola; due o tre piccoli ghiacciai, tra cui quello che scende dal Colle dell' Erbetet stanno a rappresentanti del grande ghiacciaio di Luvionne. A sinistra, sotto la Punta della Bioula, trovasi ancora oggidì, ma in via di scomparsa, il piccolo ghiacciaio di Ran. La valle sotto Degioz restringendosi ed abbassandosi i monti laterali, pochi altri rami scendevano alla corrente principale; troviamo tutto lungo la valle roccie arrotondate, ma non è che a Chevrère che ricomincia l' apparato morenico. Lo sperone divisorio colla Valle di Rhêmes a Buillet e Biolley, quello di separazione colla Valle di Cogne a Champliaz e Champlerel

erano già ricoperti dal grande ghiacciaio di Valle d'Aosta; quindi li troviamo ricoperti da ampî lembi morenici dei materiali trasportati dal ghiacciaio primario e da quelli delle tre vallate sovranominate, e le roccie sono potentemente levigate.

Il ghiacciaio di Val di Cogne era ben altrimenti grandioso. Dai bacini di Valontey, Valeiglia, Bardoney, Urtier e Grauson enormi correnti glaciali convergevano verso il piano di Cogne, e stipandosi, ed elevandosi a grande altezza scendevano per la valle raccogliendo le parziali correnti di Valmiana, del Pousset, del Trajo e di Nomenon. Costretto dagli avvicinati fianchi della valle il ghiacciaio scavalcava il contrafforte della Drinc a Pierre, Champcheneille ed a Ozein, portava il suo contingente al ghiacciaio principale. I pendìi di Ozein, Turlin e Champessolein sono ricoperti da enormi accumuli morenici dovuti al ghiacciaio primario ed a quello di Cogne. Questo ritirandosi costrusse la piccola ma bella morena di Pont d'Aël; il ghiacciaio del Nomenon costrusse quella di Vielle e limò ampiamente le roccie del Nomenon prima di ritirarsi a formare l'attuale elegantissimo mantello della Grivola. Nel vallone del Trajo havvi ancora il ghiacciaio della Piccola Grivola e quello del Trajo, ed il vallone è riempito di accumuli morenici. Ad Epinel il ghiacciaio di Cogne lasciò un rivestimento morenico tagliato ed eroso dal torrente di Arpisson.

Il più bell'apparato morenico della valle è quello che forma il piano di Cogne e riveste i pendìi di Cimilian e Moncuc; desso piano è formato dalla distruzione per opera dei torrenti e distribuzione dei materiali di distruzione delle morene, che i ghiacciai dei circhi di Valontey, Urtier, Bardoney, Valeiglia e Grauson costrussero nel periodo di arresto nell'indietreggiamento, quasi come se, compagni fino allora ed uniti solidariamente in una sola fiumana di ghiaccio, si peritassero a separarsi per rimontare nei loro rispettivi bacini.

Nel bacino di Valontey abbiamo ancora oggidì non meno di nove ghiacciai, alcuni veramente colossali e sono quelli di Lauzon o des Tufs, di Grand Val, d'Erbetet, di Dzasset, del Plan de la Tribulation, di Grancrou, di Money, di Patri, della Valetta.

Altro bel circo glaciale è quello di Valeiglia formato dal ghiacciaio di Valeiglia e da quello della Combe de l'Arolle. Nel bacino di Bardoney esistono i piccoli ghiacciai di Bardoney et des Eaux Rousses. Nel vallone d'Urtier sono miseri resti i ghiacciai della Nouva e di Peratza; allo sbocco di questo bacino trovasi una bella morena frontale erosa in cresta sottile, il Crêt. Il vallone di Grauson conta i piccoli lembi glaciali di Tessonet, di Creia, e di Garin. Ovunque ampie superficie di roccie levigate; allo sbocco della valle a Pont d'Aël, a Laval e Sissoret, a Nomenon, a Vieille, a Silvenoire, a Cretaz, nei valloni di Trajo, di Valmiana e Lauzon, al Money, a Champlong, a Lillaz, alla Teppa Lunga, in tutto il vallone d'Urtier, alla Susse, a Grauson, a Cimilian. L'ampiezza di questo bacino di Cogne, il numero degli attuali ghiacciai non minore di ventidue, le numerose traccie del passaggio di ghiacciai ci devono provare quanto importante alimentatore esso fosse del ghiacciaio grande della Valle d'Aosta.

Questo da Aimavilles allo sbocco del vallone di Comböe, ricevuta qualche piccola corrente da Chamolé e dall'alto della Drinc, rivestiva di potenti ed amplissimi manti morenici il fianco dei monti di Aimavilles, di Jovençan, di Gressan, di Charvensod; i lembi morenici li troviamo a grandi elevazioni, come a Turlin, les Cerises, l'Hermitage de S.t Grat, e sono moreniche le belle e ricche colline a vigneti di Charvensod e la curiosa collinetta detta la Côte de Gargantua; questa è una porzione di arco frontale, il cui seguito ritroviamo sulla sinistra della Baltea nei rilievi di terreno su cui sta Montfleurì.

Nell'alto del vallone di Comböe sta appoggiato al fianco Sud Ovest del monte Emilius e sulla Pointe Rousse il piccolo ghiacciaio d'Arbôle; esso durante il periodo glaciale scendeva lungo il vallone, escavava il bacino del lago d'Arbôle, si precipitava in cascata sul piano di Comböe, ove riceveva alimento da altra corrente che scendeva tra il Monte Emilius e la Becca de Nona, formava la piccola morena di Comböe, e si precipitava dalla scogliera del Dard sul ghiacciaio principale che ivi costruiva le sue morene a Les Pouces ed alla Barma, a più di 700 metri sul *thalweg* della valle grande.

Il piccolo vallone di Arpisson dava sfogo al ghiacciaio Nord del Monte Emilius, ora ridotto a semplice nevato, ed una piccola morena troviamo presso i casolari d'Arpisson. Sul territorio di Pollein la morena laterale del ghiacciaio principale sale fino Marchaussi; in generale il ghiacciaio nella sua discesa incontrando ostacolo negli speroni divisori tra i valloni laterali elevava il suo livello, respingeva a monte i ghiacciai secondari, col concorso di questi elevava a grandi altezze le sue

morene, ed erodeva, limava possentemente gli speroni rocciosi, foggiandoli a terrazze, su cui stanno i campi ed i casali superiori prima di entrare nella regione dei veri pascoli alpini.

Le chine di Brissogne e Granges de Brissogne fino a Gramonanche sono di roccie arrotondate e coperte da morenico.

Il vallone di Lôres è estremamente ripido nella sua parte mediana tra Gramonanche e l'Alpe dei laghi; superata l'ardua salita si giunge in un circo desolato di aspetto veramente glaciale; ad Ovest il Monte Emilius, la Pointe Rousse, ad Est la Grande Roise rivestita da ampî nevati brutti di detriti che sotto la Grande Roise e presso il Colle di Lôres o Lussert danno alimento al ghiacciaio di Lôres; il circo è diviso in varie spianate a roccie ampiamente levigate e l'azione potentemente erosiva dei ghiacci scavò le conche di tre laghi, dei quali uno bastantemente ampio e di aspetto triste; di rado s'incontrano bacini superiori così desolati, così privi di vegetazione, così deserti. Al disotto del maggior lago il ghiacciaio si precipitava in una regione di *séracs* per l'elevazione di forse 500 metri, fino a raggiungere il ghiacciaio principale a Ceserole sotto a Gramonanche.

Eccoci ora ad un vallone più sviluppato che non i precedenti; il vallone di S.t Marcel. La parte più elevata tra la Grande Roise, il passo di S.t Marcel, e la Pointe de Lavodilec è un ampio bacino senza ghiacci. Più in basso troviamo roccie levigate alla miniera di manganese, ed ivi comincia a rivelarsi il morenico, che assume proporzioni gigantesche a Renfort ed al disotto, là ove si entra nel campo d'azione del ghiacciaio primario. A destra, scendendo, sull'alto di colossale parete di roccia, torreggiano fantasticamente gli edifizî della miniera di rame sul loro imbasamento tinto da larghe strisce di scoli limacciosi gialli, rossi, verdi, azzurri. Un rovescio d'acqua qualche diecina d'anni fa determinò una frana enorme al basso della miniera, sconquassò e travolse parte della morena di sbocco, e si rovesciò invasione devastatrice nella Valle d'Aosta, formando il cono di dejezione di Prelaz. Notiamo che il paese di S.t Marcel trovasi sull'apice d'altro cono di dejezione completamente coperto di vegetazione dovuto all'istesso torrente del vallone; ciò prova che tal fenomeno di rovina si è ripetuto e fa dubitare che si ripeterà ancora in diverse epoche.

Tra S.t Marcel e Fenis la morena laterale destra del ghiacciaio principale sale molto in alto ai casolari di Seissogne, Champremier, Vernier e Druces; la porzione più elevata di essa è però dovuta ai ghiacciai di S.t Marcel e Fenis, che, costretti ad elevarsi per la poca larghezza dell'alveo, si rovesciarono per alcuni varchi sul pendìo montuoso dei due comuni.

Il vallone di Fenis, più ampio e più sviluppato di quello di S.t Marcel, si divide al Plan de Clavalité in due diramazioni; l'una sale sempre a Sud verso la Tersiva ed il Mussaillon, l'altra obliqua a Sud Est verso la Tête de Savoney. Nella prima non troviamo altri ghiacciai che un piccolo lembo che scende tra la Tersiva e la Punta di Tessonet; nella seconda una specie di nevato-ghiacciaio ad Est della Tête de Savoney. Ciò nondimeno evidenti sono le traccie di sviluppo di ghiacci che riempivano il vallone nel periodo glaciale. Il ghiacciaio Tessonet faceva comunicare i ghiacci di Fenis con quelli di Grauson (Cogne); ed è probabile che i ghiacci di Fenis comunicassero con quelli di Champorcher; certo poi che tale comunicazione esisteva tra Fenis (ramo Savoney) e Champ de Praz; impossibile la cosa tra Fenis e Ponton per l'arduo contrafforte divisorio. Una morena distrutta e trasformata in cono di dejezione forma i pascoli del Grand Alp, Cugnus, Ussely. Nel ritiro i torrenti dei ghiacciai di Combe Tergiva e di Savoney riempirono un lago (scavato dal ghiacciaio) e formarono il Plan Clavalité. Un ramo principale del ghiacciaio di Fenis scavalcava la Cresta Torrassa, e per Prapremier si rovesciava sulle Druces. Roccie levigate sotto il ponte Charnicles e la ampia morena provano che vi scese il ghiacciaio. Nel vallone di Savoney poi molte superficie di roccie levigate presso i casolari ed il lago des *Margherons,* lembi di morene; le roccie levigate salgono fino al Colle Mezouve e provano il passaggio dei ghiacciai in Champ de Praz e Champorcher.

Il vicino vallone di Ponton aveva puranche il suo ghiacciaio; non vi esistono morene speciali in alto, ma un bell'arco frontale sta tra il Bec Talamon ed il Bois du Ban; ed in alto la serpentina, roccia esclusiva del vallone, è levigata in grande scala; probabilmente il ghiacciaio di Ponton comunicava con quello di Champ de Praz per il Colle di Varotta tra il Mont Aü ed il Mont Giron. Al disotto della morena speciale di Ponton si ha come un grande cratere limitato da creste rocciose, esili, erose e da grandi rovinìi morenici; siamo sulla grande morena laterale del ghiacciaio principale, che si elevava tra Fenis e Pontey a Montignetta, la Cherme, Promassa, le Chelets e Perou; ivi formossi un bell'altipiano morenico.

Forse qualche piccola corrente di ghiaccio scendeva dai valloncini di Pontey, Mollena, Bellacomba dal Mont Giron, dalla Testa di Barbeston, dalla Cleva di Torgnon; il ghiacciaio principale lasciò traccie di suo passaggio nelle morene di Prela e Clapei, trasformate quasi completamente in coni di dejezione, nelle roccie levigate di Ussel, nei depositi morenici di Bellacomba.

Nell' angolo che fa la valle tra Ussel e Montjovet le roccie della destra sponda furono erose potentemente e foggiate ad altipiani dominati da creste selvaggie, e librati su roccie che cadono vertiginosamente nell' alveo nella Dora; i piccoli altipiani di Roddo, Geddo, Geu e Traversière sono dovuti all' erosione glaciale. La massa maggiore del ghiacciaio era gettata però sulla sinistra della valle e vi creò, salendo a grande elevazione, i depositi morenici di Silian, Chenal, Emarese e Sommarese, e forse una parte della corrente si gettava nella valle di Challant.

Il gran vallone di Champ de Praz presenta evidenti traccie del periodo glaciale. Le roccie formanti l' alto del vallone di Cialamé sono levigate, erose a pianerottoli con abbondanza di bacini lacustri; ed il ghiacciaio che li cuopriva comunicava con quelli di Savoney e Champorcher per il duplice Colle di Mezouve e per il Colle di Croix coll'ultimo soltanto. Altri laghi, altri ripiani di erosione, altre roccie levigate troviamo nel valloncino del Gran Golo ed in quello del Lac Gelà. Nel fondo della valle le roccie sono arrotondate ed i lembi morenici salgono al piano di Vierin presso la miniera di rame a sinistra, a Quicorps o Letta des Allemands, a Boden, a Chantoury a destra. Al basso della cresta di Glaven, a Prelà, a Montblanc stanno i resti morenici del ghiacciaio principale.

I piccoli valloncini d' Issogne, des Ours presentano a 400 a 500 metri dall'alveo della Baltea delle piattaforme con rivestimenti morenici dovuti al grande ghiacciaio di Valle d' Aosta.

Nel vallone di Champorcher una grande corrente di ghiacciaio scendeva ad alimentare il ghiacciaio principale. Esiste in alto, sotto la Roise Banque, il ghiacciaio dei Banchi, che comunicava in tempi remoti con quello di Peratza (Cogne); desso può considerarsi come il resto dell' antica corrente glaciale di Champorcher. Ad essa sono dovuti la formazione del piano e del Lago Miserin, quella del piano di Dondogna. Riceveva ivi un rinforzo dalla corrente, che valicando il Colle di Mezouve passava tra la Tête de Savoney ed il Becco di Raty. Un deposito morenico trovasi a Montblanc prima di giungere a Champorcher ed altri lembi si incontrano lungo la valle a Pont Boset e più in basso. Dalla Combe Larizza, Vercoce, Chardon e Darby altre correnti minori venivano a raggiungere la principale; lo provano i numerosi laghetti di erosione glaciale e le roccie levigate.

Finalmente i valloni di Outrefer e di Quincinetto presentano anch' essi il loro apparato glaciale rappresentato da roccie levigate e da depositi morenici loro speciali.

Lo sperone di Torre Vert, che scende di fronte a Pont S.[t] Martin, presenta le traccie del lavoro erosivo del ghiacciaio principale.

Antico ghiacciaio di Val Chiusella. — La Valle Chiusella è troppo ampia perchè, quantunque rivolta a mezzogiorno e non raggiunga colle sue vette grandi elevazioni, non avesse il suo ghiacciaio speciale. Nell' alto della valle a Pasquere si raccoglievano i nevati che scendevano dal Monte Marzo, dalla Cima dei Corni, dalle Cime di Arlens, e nel suo periodo di ritiro il ghiacciaio della Chiusella prima della sua completa scomparsa vi deponeva dei materiali morenici. Le roccie nella salita al Colle delle Oche sono a tratti levigate. Dal piccolo vallone di Balme, dal Piano Tallorno scendeva un piccolo ghiacciaio, che sul Piano Tallorno era in comunicazione colla corrente che per Servin si dirigeva in Val Soana; nella parte superiore del vallone le roccie sono levigate e su ampia superficie, e vi esistono laghetti di erosione glaciale; d'altronde prima d' arrivare ai casali di Tallorno si trovano resti morenici. Sulla sinistra della valle le roccie sono lisciate a grande elevazione, e presentano dei ripiani ricoperti di piccoli lembi morenici, ed ivi stanno dei pascoli.

A Fondo Val Chiusella altro piccolo ghiacciaio scendeva dal vallone Bordevolo da destra e si trovano lembi di morena. Più in basso Delpizzen si erge sopra roccia levigata ed è dominato da alture coperte di detriti d' origine glaciale. Sulla sinistra della valle la parrocchia di Succinto è annidata su un elevato poggio eroso da ghiacci, che scendevano dal vallone di Succinto stesso. Tra Succinto e Traversella sulla sinistra troviamo nel fondo della valle roccie bellamente levigate ed in alto una terrazza di erosione glaciale con ampli lembi morenici.

A Traversella il rivestimento morenico si fa potentissimo, come pure nel vallone di Naverano, mentre sulla destra della Chiusella, ad Inverso di Drusacco e a Trausella non mancano i lembi

morenici. I pendìi poi di Drusacco, Vico, Novareglia e Meugliano sono abbondantemente rivestiti di materiali trasportati dal ghiacciaio della Chiusella, ed a Vico e Meugliano i depositi di questo ghiacciaio sono in relazione con quelli della grande morena laterale destra del ghiacciaio di Valle d'Aosta. A valle di Vico il ghiacciaio della Chiusella venne respinto ad Ovest dal suo prepotente vicino di Val d'Aosta, che scavalcava le basse propaggini delle creste rocciose che da Brosso giungono al Ponte dei Preti. È probabile che il ghiacciaio di Val Chiusella scendesse fino allo sbocco della valle ed ivi si fondesse con quello della Valle d'Aosta, se si vuole por mente a certe direzioni di strie che si osservano nella diorite presso il Ponte dei Preti; ma la risposta alla questione è piuttosto dubbia; un vero apparato morenico distinto non esiste; anche si fosse formato, sarebbe stato disturbato nel suo formarsi dal grande ghiacciaio vicino. A risolvere il problema mancano fin'ora dei dati precisi e converrà attendere onde non essere obbligati a ritornare sopra una opinione dimostrata in seguito erronea.

I valloni di Savenca (tributario della Chiusella) e di Piova, come quelli di Gallenca, Viana, Mallone e Tesso fino alla Stura di Lanzo, non presentano fin'ora prove sicure di esistenza di ghiacciai; durante il periodo glaciale grandi masse di neve si precipitavano nell'alto di essi, ma non in copia sì grande da formare ghiacciai prima che per lo energico lavoro di fusione non si sciogliessero e dessero origine a torrenti furiosi, che, in luogo di morene, crearono depositi diluviali così potenti da sembrare a prima vista sproporzionati colla poca ampiezza dei valloni che li contengono.

Antico ghiacciaio di Val d'Orco. — Lasciando in disparte il ghiacciaio della Stura di Lanzo, che non giunse fino alla pianura, e le cui traccie non furono da noi studiate con quella minutezza che richiedono, essendo fuori del campo del nostro rilevamento geologico, lasciando pure in disparte il ghiacciaio della Dora Riparia, che non ha più che fare col gruppo del Gran Paradiso, non ci rimane più ad esaminare che le traccie di quello che riempendo la Valle Soana e la Valle d'Orco sboccava per piccolo tratto nella pianura tra Cuorgnè, Castellamonte e Valperga.

Il circo terminale di Val d'Orco formato dai valloni di Nuvoletta, Bestalon, Rousset, Agnel, Serrù, Prariond era nel periodo glaciale completamente, tranne le punte di Nuvoletta, Bousson, Ouin e Carro, occupato da potenti masse di ghiaccio che si rovesciavano dall'alto gradino del Colle del Nivolet, dalla Cima di Bousson, dalle costiere Galisia e Vacca e dal bacino del Carro, e venivano a congiungersi e riunirsi in una sola fiumana nel piano dei Ciappini di sopra. Pochi spuntoni di roccia emergevano dal colossale mantello gelato, che cuopriva non discontinuo il termine delle valli dell'Isère, dell'Orco, della Savara, dell'Arc tra la cima del Carro e la Levanna. Le roccie del Colle del Nivolet, dei Bestalon, del Rousset, dell'Agnel, dei Serrù, di Prariond, dei Ciappini superiori, della Cernera sono levigate in altissimo grado; all'azione erosiva devonsi i piani dell'Agnel, dei Bestalon, dei Serrù, il Pian Ballotta, di Prariond; ad essa le conche dei cinque laghi di Nuvoletta, dei due del Nivolet, dei tre del Tout Blanc, dei tre del Rousset, di quello dell'Agnel, di quello dei Serrù, di quelli di Prariond e d'Invers. Gli attuali resti di quella immensa massa di ghiaccio sono rappresentati dal lembo di ghiacciaio del Fonte, che dalla Cima Bousson si rovescia nel vallone di Rousset, dal piccolo ghiacciaio di Cima Bousson, dalle nevate del Colle di Galisia, dal ghiacciaio della Losa, da quella del Passo della Vacca, dal ghiacciaio del Carro. Ai Ciappini superiori ed inferiori si aggiungevano dei rinforzi da destra l'uno, l'altro da sinistra; il primo era il ghiacciaio di Nel, i cui resti fasciano la settentrionale parte della Levannetta, delle Levanne media ed occidentale, e nel vallone di Nel la levigazione di roccie si compiè ampiamente, vi sono laghetti e lembi morenici antichi; da sinistra scendeva il ghiacciaio di Perci, che oggidì, ridotto alla striscia detto Ghiacciaio del Gias dei Beu, fascia il piede meridionale di Punta Fourà e Mare Perci; anche il vallone di Perci presenta rovinìi morenici, roccie lisciate, piani paludosi, resti di laghetti.

Il vallone di Agù chiuso tra le roccie di Rossen, le roccie del Grand Etrêt, la Coccagna e le roccie di Cormavon mandava il suo contingente di ghiacci a raggiungere la valle presso la Mua; il ghiacciaio Sud della Porta rimane solo oggidì, e nel periodo glaciale i ghiacci di questo vallone comunicavano con quelli del vallone di Breuil o del Roc; le roccie tra il vallone Agù e Ceresole sono levigate a 400 metri sul *thalweg* della valle; nei pascoli superiori di Agù troviamo anche un piccolo lago.

Le stupende roccie levigate della parrocchia di Ceresole, il piano torboso della Frera e dei Ceslar, attestano la possanza d'azione del ghiacciaio in quella corrispondenza, che vi riceveva rinforzo dal ghiacciaio di Levanna o Piccolà, ridotto oggidì a piccola striscia a lieve pendìo sul fianco Nord Est della Levanna orientale. Il bacino di Dres e Piccolà presenta roccie arrotondate, residui morenici, laghetti, piani torbosi, insomma tutto l'apparato rivelatore dell'antico sviluppo dei ghiacciai.

I valloncini di Balma, Fras, Pian Pesse, Crusionay a destra sotto la costiera di Bellagarda inviavano le loro correnti di ghiaccio al basso; numerose ed ampie superficie levigate trovansi al Piano dei Morti sotto il Colle della Crocetta, ai pascoli di Trucy, a Pian Pesse, alla Ciarbonera, ai pascoli di Crusionay assieme con numerosi laghetti e piani torbosi; le roccie basse sopra il *thalweg* sono levigate a 300 metri d'elevazione sull'Orco e lo stesso succede nella base delle roccie di Cormavon tra Ceresole (parrocchia) e lo Stabilimento. Meravigliosamente lisciate sono poi quelle formanti il fondo della valle.

A valle dello stabilimento le pareti laterali si rinserrano a formarè la sinuosa gola degli Scalari. Il ghiacciaio compresso elevava il suo livello e veniva gittato a Nord dalla sporgenza della costiera dei Denti di Pelousa. I fianchi di questa costiera fino a 300 e più metri dal *thalweg* e quelli delle Sue di fronte, furono potentemente limati dal ghiaccio e gli effetti di questo attrito sono evidentissimi e grandiosi. Il ghiacciaio segnò il suo limite di massima elevazione colle terrazze di erosione tra i Crusionay e l'Alpe del Vallone a destra, e col piano anch'esso di erosione glaciale delle Sue, accampamento di caccia del nostro Re. Ciò è messo in evidenza dalla sezione trasversale alla valle che uniamo alla descrizione (Tav. VII Fig. 9ª). Prima di cominciare a discendere gli Scalari, l' Orco scorre tranquillo in un alveo di vera erosione glaciale, che si trasformò in piano per le alluvioni, quello ove stanno la *Cà del Gal* e la cappella di S. Minatore.

Dall'alto del Pian delle Sue guardando in basso lungo la valle si vedono distintamente sui fianchi le terrazze d'erosione, che, allineate d'ambo i lati a livello degradante, segnano l'alveo del grande ghiacciaio; e sono queste terrazze scolpite nella roccia viva che sopportano i paesi, i casolari, i cui abitanti traggono sostentamento dalla coltura dei lembi morenici che le rivestono e loro stanno ai fianchi. Antica leggenda vuole che a forza e per miracolo di S. Minatore, o per artificio dei Romani, che dicesi coltivassero miniere nel territorio di Ceresole, si aprisse agli Scalari il varco alle onde di un gran lago superiore; dobbiamo relegare queste supposizioni nel dominio della favola, nessun argomento trovammo in appoggio e molti trovammo che ce le fecero considerare come assurde.

Il ghiacciaio doveva scavalcare lateralmente lo sperone che scende dal Colle della Sià e fondere i suoi ghiacci con quelli che provenivano dal vallone del Roc. Agli Scalari doveva presentarsi una magnifica cascata di ghiaccio di non meno di 200 metri d'elevazione.

Fra Pianchette e Noasca una potentissima massa di ghiaccio scendeva dal Gran Paradiso compresa tra il Colle del Grand Etrêt e la Rossa Viva Ovest: amplissimo il bacino di raccoglimento ora è diviso in tre distinti, quello del Roc, di Ciamosseretto e di Noaschetta. Nel periodo glaciale fusi in un solo i tre ghiacciai non lasciavano emergere che la costiera terminale più elevata e qualche raro spuntone di roccie in basso. Oggidì i ghiacciai Nord della Porta, quello di Pian della Rosa (Breuil), di Ciamosseretto, di Noaschetta, di Grancrou, del Becco della Tribolazione, della Pointe di Gay sono i resti superiori dell' immenso ghiacciaio che riempiva i tre valloni e dava colossale alimento a quello della valle. Notiamo che l'attuale ghiacciaio di Noaschetta misura circa 5 chilometri di lunghezzà. Questo enorme manto glaciale comunicava con quello del vallone di Agù pel Colle della Porta, con quello che versava a Pont Val Savaranche pei colli di Grand Etrêt, Ciamosseretto e Gran Paradiso, con quello di Valontey pel Colle Grancrou, con quello di Piantonetto per il Colle del Becco della Tribolazione, e forse altre e più elevate comunicazioni esistevano. Il lembo di ghiacciaio che tra la Cresta Gastaldi ed il Gran Paradiso si rovescia a Sud comunica con il gran Plan della Tribulation ; è possibile che la grande costiera tra il Gran Paradiso e la Punta di Ceresole, tra questa e la Tête du Plan de la Tribulation fosse scavalcata da masse di ghiaccio che da Nord venivano a congiungersi colle meridionali. Enormi superficie di roccie lisciate nei valloni del Roc, Ciamosseretto e Noaschetta provano l'azione erosiva dei ghiacciai, come la provano i piani lacustri del Breuil e di Lozerai nel vallone del Roc, quello di Pian del Lago, ed il Lago stesso del vallone di Ciamosseretto, quello di Deirina Verde, della Bruna, del Goui nel vallone di Noaschetta. I tre valloni convergenti

nel tratto compreso tra Noasca e Pianchette non presentano rilevanti depositi morenici, poichè le morene formatevi nell'atto dell' indietreggiamento dei ghiacciai più sopra menzionati, disposte su pendici ripide e battute in breccia dai tre torrenti furono distrutte e diedero luogo a quelli accumuli di detriti a mo' di frane e coni di dejezione, che si possono osservare allo sbocco specialmente del torrente Ciamosseretto. Del resto qualche piccolo lembo morenico rimane nel vallone di Noaschetta al piede del Ciassel, a Balma Armà e negli altri due valloni. Il ghiacciaio principale della valle lasciava traccie di suo passaggio colle terrazze di erosione dei Frandin, Meison, Verdlà, Balmarossa, la Costa, da un lato, dei Bornu a destra ricoperte più o meno di morenico. Stupende poi sono le roccie levigate a Noasca là dove si precipita con duplice salto dell'altezza complessiva di 150 metri la bellissima cascata della Noaschetta.

A valle di Noasca fino a Perebecche, il ghiacciaio principale non riceveva rinforzo alcuno rilevante dalla sinistra; la costiera dei Tre Frati, Fontane fredde, e Collet è poco elevata, poverissima di valloni per dare alimento di ghiacci nel periodo glaciale, ma porta bellissimi dossi di gneiss levigati con scarsi depositi morenici dove stanno i casolari di Minard, Casett, Ronco, Perabella ed altri. È il gneiss centrale la roccia che presenta le più grandiose pareti levigate ed i dossi più ampiamente arrotondati: mentre per contro, stante la struttura grossolana e la composizione eterogenea, raramente si mostra striato. Da destra scendeva invece un piccolo ghiacciaio dal vallone di Deserta, nel quale incontransi roccie pulimentate, piani di erosione e lembi morenici; mentre nevati e ghiacciai microscopici si rovesciavano dai numerosi e ripidissimi valloncini di Ciantel, Comba, Armerai, Pendola, Voris, Biolle, Lavenca, Caudera, Truna. Come lo sperone di Pelousa e Deserta gettava il ghiacciaio a Nord tra gli Scalari e Noasca, così la costiera dei Tre Frati e Fontane fredde lo obbligava a gettarsi a mezzogiorno e vi incontrava potente ostacolo nelle roccie elevate della Punta della Cialma, e le lisciava a grande elevazione, a 800 metri e più dalla valle, formandovi il bellissimo piano inclinato dei pascoli di Cialma e Carel; nel fondo della valle bellissime roccie levigate trovansi al Forno della Losa e ad Arzon.

Le alture di Cialma più sopra menzionate trovansi di fronte al vallone di Piantonetto, e come da questo scendeva un possente ghiacciaio, questo contribuiva colla sua spinta a far elevare i ghiacci sulla destra della valle fino quasi alla Punta della Cialma.

Il ghiacciaio di Piantonetto e Teleccio si originava nel gran circo compreso tra il Becco della Tribolazione, le Rosse Vive, il Gran San Pietro, il Picco d'Ondezana e la Punta di Scatiglion.

Oggidì troviamo ancora in questo bellissimo circo alpino il piccolo ghiacciaio del Becco della Tribolazione, quello della Rossa Viva, della Roccia nera, di Teleccio, delle Agnelere. Per il Colle del Becco della Tribolazione i ghiacci del circo di Teleccio comunicavano con quelli di Noaschetta, come pure pella Bocchetta della Drosa. Probabilmente dal Colle Money lembi del ghiacciaio Money (Cogne) si rovesciavano in Teleccio; pel Colle di Teleccio i ghiacciai di Valeiglia e Teleccio si fondevano assieme. I giganteschi scaglioni di roccia delle Agnelere sono levigati, ed il piano superiore di Teleccio o Negro è dovuto alla erosione glaciale. Un lembo di ghiacciaio scavalcava il Colle della Capra ad oriente e discendeva in Val Soera. Altro grandioso scaglione a valle delle Muande di Negro è potentemente levigato ed ivi il ghiacciaio si precipitava in cascata sul piano di Teleccio, antico lago dovuto all' escavazione prodotta dall' azione dei ghiacciai.

Terza e bellissima cascata si aveva alla Scala di Teleccio, questa di non meno di 300 metri di elevazione. Alla Losa il ghiacciaio di Val Soera portava il suo contingente; nell' alto del vallone di Val Soera troviamo grandi superficie di roccie lisciate, numerosi laghi ed il ghiacciaio di Ciardoney che scende in doppio versante in Val Soana e Val Soera. Altro piccolo ghiacciaio, con un lago, trovasi ai piedi meridionali del Monte Gialino, il quale versava, nel periodo glaciale in Val Soera, nel Vallon di Balme, ed in quello di Eugio. Dal valloncino di Balme altra piccola corrente di ghiacciaio scendeva a Piantonetto al luogo occupato dai casali di Val Soana.

Il grande ghiacciaio di Piantonetto, infilando lo stretto sbocco del vallone, si espandeva sui fianchi e lisciava le roccie di Aimonet e Bertodasa a destra, ed a sinistra, prima di fondersi col principale ghiacciaio di Val d'Orco, si univa a quello che da Moncimor e Punta Lazin scendeva per il vallone di Eugio. I pendìi di Giassette, Pianfè, Vero, Balmetta sono di roccie levigate per opera dei ghiacciai di Eugio, Piantonetto e principale, e sono coperti di resti morenici, i quali non mancano nell'interno dei valloni di Eugio e Piantonetto.

Nel fondo della valle belle roccie levigate trovansi a Pratolungo. Da destra gli ampî e molto ramificati valloni di Cambrello e di Balmella mandavano abbasso dei ghiacciai in corrispondenza di Locana. Ma oramai l' energia dello sviluppo glaciale si va facendo minore sulla destra dell' Orco; oggidì questi valloni sono completamente scevri nell' estate di ogni macchia di neve. Ciò nondimeno troviamo, specialmente nel vallone di Cambrello, tra il Monte Tovo e l'Uja di Belavarda, roccie lisciate e laghetti d' erosione. La costiera Verdlà, a settentrione di Locana, levigata a circa 200 metri sull' Orco, gettava il ghiacciaio nei valloni di destra, epperò troviamo possenti lembi morenici al Carel, a Gavie, a Serlung, alla Piatour, a Piancina, Balmella, Fossabella, Paglieri; alle morene del ghiacciaio grande si aggiungono quelle del ghiacciaio speciale di ciascun vallone.

Roccie levigate troviamo da Locana a Sparone dove lo sperone di Cima Bose è lisciato dai ghiacci che scendevano dal vallone di Ribordone. Questo grande vallone dava ricetto ad un ghiacciaio non indifferente le cui traccie troviamo nelle morene di Verluca, Ceresetto, Ribordone fino ad Ischiarolo, e nelle numerose superficie di roccia pulimentata.

A valle di Sparone un bell' esempio di monticello completamente levigato abbiamo in quello che porta la chiesetta di Santa Croce. Fino a Pont sulla sinistra il fianco della valle presenta una bella terrazza di erosione glaciale elevata di un 300 metri sulla valle, che porta i casali di Rossa, Fra Chiane, Deiro Bianco, Pian Ceretto, la Maddalena. Questa terrazza a Villanova e Monpont gira ed entra in Val Soana ove è prodotta dall' azione dell' antico ghiacciaio di questa valle. I casali accennati stanno su lembi morenici. A destra il ghiacciaio escavò le terrazze di Bisdono, Oncina, Serrai, Alpette e Ghilard ricoperte anch' esse di morenico ed elevate ad Alpette di 514 metri sull'alveo dell'Orco. Ivi il ghiacciaio si innalzava a tale altezza per la spinta che riceveva dal ghiacciaio di Val Soana, che lo urtava ad angolo retto. La terrazza di Monpont sulla sinistra non è meno elevata.

A Pont stupende roccie levigate e lembi morenici. Prima di giungere a Cuorgnè ci conviene far un momento di arresto all' incontro del ghiacciaio di Val d' Orco col suo possente tributario, quasi rivale, il ghiacciaio di Val Soana, e, rimontando la Valle d' Orco, segnare le località ove troviamo lembi di morene a riempire il fondo della valle; notiamo che scarsi sono e poco sviluppati per ciò che, stante il quasi completo rivestimento della superiore Val d' Orco, poche roccie emergevano dal manto glaciale e davano quindi picciol contingente di detriti. I lembi morenici incontransi a Pont, a Noseto, a Villa delle Praje, ad Arzon, agli Aghetin; una bella morena in continua rovina è quella tra la Frera e Noasca sotto ai Grussinei. Appena a monte di Noasca havvi un piccolo arco frontale quasi distrutto dall'Orco, ed un altro a valle di Pianchette. Nel territorio di Ceresole vi sono morene allo Stabilimento (frontale), tra la Frera ed il Ceslar, ed altri piccoli lembi ai Ciappini superiori.

La Valle Soana, stretta al suo sbocco a Pont in Val d' Orco, si amplia enormemente a monte dei Boschi e puossi considerare costituita da tre principali bacini, quelli di Forzo, di Campiglia e di Piamprà; i due ultimi confluiscono a Valprato e col primo a valle di Ronco. Nel bacino di Forzo abbiamo i due soli ghiacciai attuali di tutta la Val Soana, e sono quelli di Ciardoney nell' alto del vallone di Pian delle Mule ed il piccolissimo ghiacciaio di Moncimor. Il ghiacciaio di Ciardoney scende pel Colle di Ciardoney in Val Soera. L' antico bacino glaciale di Pian delle Mule comunicava pel Colle delle Sengie e del Monveso coi ghiacciai di Valeiglia (Cogne), ed era separato dalla costiera di Fenestrette da quello di Lavina, i cui ghiacci comunicavano pel Colle della Grande Arolla con quelli di Valeiglia, pel Colle di Bardoney con quelli di Bardoney (Cogne), pel Colle del Cavallo con quelli di Campiglia.

Il gran ghiacciaio di Pian delle Mule, ove numerose ed ampie sono le superficie di roccie levigate, i laghetti ed i piani torbosi, raccolto quello di Moncimor cadeva su Forzo, ove escavava un piano, che colmossi poi con materiali morenici e di alluvione; ivi si riuniva col ghiacciaio della Lavina, che anch' esso erose ampiamente il suo alveo e costrusse nel ritirarsi la morena di Bosciattera. Sulla destra del torrente a Forzo, trovasi altra morena a Tressi e Pessei. Le roccie, da un lato e dall' altro del vallone sono lisciate a grande altezza. Uniti i due ghiacciai, scesero lungo il vallone ed a Vernet accoglievano quello di Lazin, che nel suo alveo natìo erose anch' esso le roccie, formò i piani di Lazin ed i laghi dello stesso nome, e per la bocchetta Lazin comunicava col ghiacciaio di Eugio. Il grande ghiacciaio di Forzo costrusse nel vallone di Fattinera un' ampia morena, che, rovinata posteriormente diede il materiale del cono di dejezione-frana dei Boschi; dicesi che un borgo Fattinera esistesse in tempi remoti sulla morena prima della sua rovina a circa 300 m. dall'alveo del torrente. Ai Boschi succedeva la confluenza del ghiacciaio di Forzo con quelli provenienti dai bacini di Campiglia e Piamprà.

Sui fianchi meridionali di Lavina, Rancio, Arietta e Roise Banque si formava il ghiacciaio di Campiglia, che lasciò ovunque roccie lisciate, ed una piccola morena frontale a Campiglia ed a Cesale. A Valprato si univa con quello di Piamprà. Nel bacino di Piamprà, bellissimi dossi di serpentina levigata al Pianei, ed un piano, antico lago, di origine glaciale a Piamprà stesso. Il ghiacciaio di questo nome si formava nel circo costituito dalla Roise Banque, Cima Beccher, Cima Reale, Monte Marzo ed Arlens: pel Colle del Santanel comunicava coi ghiacciai di Champorcher e per la Bocchetta di Monte Marzo con quelli di Val Chiusella.

Riuniti i due ghiacciai di Campiglia e Piamprà scolpirono sulla destra la terrazza di Nivolastro ricuoprendola poscia di materiali morenici: raccoglievano il ghiacciaio di Servin, che per Pian Tallorno comunicava con quello di Val Chiusella e lasciava le morene di Scandeus, e dopo costrutta la piccola morena di Ronco si fondevano col ghiacciaio di Forzo a costituire quello grande di Val Soana. Questo ingrossato dalle correnti di Canaussa e Verdassa lisciava le roccie a grandi elevazioni e vi deponeva detriti glaciali in terrazze oggidì occupate dai casali di Crotto, Monbianco, Saussa, Bettassa Uberià sulla sinistra, e Guerra, Campovardo, Rivoira, Ingria, Pian d'Ingria sulla destra. Tanto nel vallone di Canaussa che in quello di Verdassa stanno a prova del soggiorno dei ghiacciai le roccie arrotondate, lembi di morene e laghi. A valle del confluente del torrente Verdassa il ghiacciaio ristretto si elevava sui fianchi e formava sulla destra una bellissima terrazza con rivestimenti morenici, a Piazzi, Finera, Configlie e Monpont in continuazione con quella di Val d'Orco, e sulla sinistra quella dei Berchiotti e l'amplissimo altipiano di Frassineto.

Congiunti i due ghiacciai di Val Soana e Val d'Orco procedevano verso lo sbocco nella pianura, degradando continuamente il livello loro pel divaricarsi dei fianchi montuosi e per il lavoro energico di fusione presso il loro termine.

Sulla sinistra le roccie levigate, i lembi morenici s'innalzano a Frassineto metri 900, sotto la Cappella di Belice metri 950, fino all'altezza di metri 739; cioè metri 472 sull'alveo dell'Orco a Frassineto in confronto di Pont, a metri 379 sotto la cappella di Belice corrispondendo col crocevia del Pedaggio a Cuorgnè.

Sulla destra della Piova alla cascina Ghersi il morenico è a metri 434, quindi appena di metri 74 sull'alveo dell'Orco; ed a metri 379 presso Spineto troviamo l'ultimo lembo morenico. In meno quindi di 8 chilometri il ghiacciaio si abbassava da metri 900 a metri 379 ove scompariva affatto; un dislivello di metri 521.

Sulla destra dell'Orco troviamo le traccie glaciali ad Alpette metri 914, a Tural metri 806, a Nero metri 685, a Mojascalas metri 643, al Piano di Berba metri 537, al Truc Ubert presso Cuorgnè metri 474, a Santa Lucia metri 460, alla cascina Belina metri 417, ed oltre la via di Valperga all'estremo morenico a metri 406; su un tratto rettilineo di 8 chilometri una discesa da metri 914 a 406 con un dislivello di metri 508.

A Pont trovasi un lembo dell'antico cono di dejezione dell'Orco a metri 440 sul livello del mare, mentre detto materiale diluviale trovasi all'opifizio Chiesa presso Cuorgnè a metri 366 di altitudine. Fra Cuorgnè e Pont l'apice del cono di dejezione venne eroso dal ghiacciaio, che vi sostituì un triplice cordone morenico frontale intatto sulla destra dell'Orco, appena accennato sulla sinistra e sotto ai Roncas metri 427 e 407. Questo triplice cordone tra Cuorgnè e Salto rappresenta l'opera del ghiacciaio in un periodo di ripetuto arresto nel moto d'indietreggiamento; presso Cuorgnè questi lembi morenici s'innalzano a metri 404, 401, 408,5 dall'interno verso l'esterno. All'epoca però del suo massimo sviluppo il ghiacciaio erose il cono di dejezione e mescolò coi materiali di questo quelli morenici, come si vede benissimo negli scavi fatti lungo il tratto di via che da Cuorgnè scende all'Orco, ed alla collina del Convento dei Cappuccini metri 391. Ed in allora ancora portava l'estremo arco frontale morenico in cerchio a Priacco metri 427, alla cascina Ghersi metri 434, a Ramborgogne metri 528 sulla sinistra dell'Orco, a S. Lucia metri 460, al Truc Ubert metri 474, a Busdone metri 495, sulla destra. Di questo apparato morenico terminale estremo si presentano solo le porzioni laterali, sia che fenomeni alluviali posteriori abbiano distrutta la parte frontale, sia che per la scarsità di materiali morenici portati dal ghiacciaio dell'Orco essa non sia rappresentata che da blocchi sparsi e rari di cui molti possono essere stati distrutti per opera dell'uomo. Il cono della Gallenca pare sia stato disturbato piuttosto dai depositi morenici dei dintorni di Cuorgnè che non dal cono di dejezione dell'Orco.

Conclusione. — A questo punto noi possiamo mettere termine alla parte sostanziale della nostra

Memoria. Difatti passammo in rivista i terreni tutti costituenti il gruppo del Gran Paradiso dai prepaleozoici alli attuali. A chiudere però il nostro lavoro ed a far anche la sua parte alle considerazioni di pratica utilità, aggiungiamo un ultimo capitolo, che puossi riguardare come un' appendice; per la parte applicativa non abbiamo ancora dati sufficienti per estendere le nostre considerazioni ai pascoli, alle specie vegetali che costituiscono le foreste, ai rapporti tra la costituzione geologica e le acque, tra queste ed i pascoli stessi, ai rapporti tra la vita animale e le roccie; ci limiteremo quindi allo esame dei diversi materiali metalliferi e pietrosi che l'uomo estrae e può estrarre per i suoi bisogni da questo gruppo di monti.

Capitolo IX.

Materiali pietrosi e metalliferi escavati per applicazioni diverse nel gruppo del Gran Paradiso.

Materiali nei terreni cristallini antichi. — In questa rapida disamina che ci accingiamo a fare dei diversi materiali dall' uomo escavati per svariate applicazioni nel gruppo orografico del Gran Paradiso ci atterremo alla classificazione ed all'ordine cronologico delle formazioni costituenti il gruppo. - Moltissimo dobbiamo attingere dall' opera del Barelli *Cenni di statistica mineralogica degli Stati di S. M. il Re di Sardegna* (Torino 1835).

Per i terreni cristallini antichi nelle valli di Lanzo è citato dal Gastaldi, dallo Strüver e dal Barelli un giacimento di siderite o ferro spatico all' Alpe del Trion nel vallone che scende da mezzogiorno dirimpetto a Groscavallo; è pure citato dal Barelli e dal Gastaldi un giacimento di ematite micacea alla Levanna, che, lavata, diede all' analisi 51, 80 per % di ferraccia (Barelli). Altro giacimento di ematite micacea cita il Gastaldi al Colle di Sea, e noi ebbimo campo di vedere numerose traccie della istessa ematite micacea nei frammenti morenici al piede del ghiacciaio di Girard alle sorgenti dell' Arc.

La Valle dell' Orco presenta nei gneiss centrali un filone, spaccatura nelle roccie riempita per opera di sorgenti termo-minerali, che vi depositarono allo stato cristallino oltre a diverse sostanze la galena argentifera accompagnata da burnonite, siderite, pirite ed antimonite alla miniera di Coccagna a circa 3000 metri sul mare nel vallone del Roc. Secondo il Barelli l'analisi media dello slicco lavato diede il 55 per % in piombo d' opera con una ricchezza in argento di 1/500, e questa miniera venne coltivata in tempi antichissimi e poi di nuovo nel 1817. L' elevazione e la difficoltà del luogo resero passiva l' escavazione di essa miniera e venne quindi abbandonata; il minerale fu trattato per qualche tempo in stabilimento apposito, caduto ora in rovina, presso la cascata dell' Orco a Ceresole sopra la sorgente acidulo-ferruginosa. Questa sorgente pare sull' allineamento stesso del filone, come pure esso filone continua nella montagna Bellagarda di fronte alla Coccagna verso Val di Lanzo sopra ai pascoli di Crusionay, ove dicesi siasi estratto il minerale di piombo ed argento; il Barelli citò questo altro giacimento senza precisare la località e gli attribuisce una ricchezza di 12/10000 in argento, 72,125 per % di piombo su 38,09 di slicco ottenuto.

Altro giacimento dello stesso minerale complesso trovasi nella montagna stessa di Coccagna ma sul versante occidentale scendendo ai Ciappini; il Barelli dice che dà 7 per % di slicco, ricco di 85/10000 di argento leggermente aurifero con 8,29 per % di rame; è probabilmente da rannodarsi al filone di Coccagna che taglierebbe il gneiss centrale in direzione Ovest Sud Ovest ad Est Nord Est; diffatti sullo stesso allineamento in Valeiglia (Val di Cogne) trovansi quasi presso il ghiacciaio che sale al Colle Teleccio delle escavazioni per estrarre della galena argentifera con pirite e rame solforato, che diede (Barelli) da 25 a 37,1 cento millesimi per % di argento con alquanto oro ed il 14,20 al 22,65 per % di piombo; alcuni vasi sacri di una chiesa di Aosta furono fatti coll' argento ricavato dalla miniera di Valeiglia.

Nel territorio di Cogne a Grand Val (tra i colli d' Erbetet e Lauzon) si trovò mispikel con traccia d' argento.

In ultima analisi il solo minerale metallifero importante che si incontri nel gneiss centrale del gruppo del Gran Paradiso è la galena argentifera con altri minerali varî, che in un solo filone, od allineamento di filoni di non grande sviluppo taglia il massiccio con un angolo di pochi gradi sulla direzione dell' asse di sollevamento.

La sorgente acidula-ferruginosa di Ceresole sarebbe l' ultima emanazione della sorgente o del complesso di sorgenti minerali che avrebbero riempiuto la spaccatura del filone coi minerali accennati.

MATERIALI NEI TERRENI CRISTALLINI RECENTI. — MINERALI METALLIFERI — *Ferro.* — Il più frequente minerale ferrifero è la magnetite nel gruppo del Gran Paradiso e si presenta in compenetrazioni, in concentrazioni, ammassi, granuli cristallini o non, specialmente nelle serpentine, superiormente ai depositi di rame che stanno nelle dioriti.

Per le Valli di Lanzo citiamo le seguenti località: Grotta del Pugnetto (Mezzenile) magnetite che diede 59,55 per $^0/_0$ di slicco con 75,75 di ghisa per cento di questo (Barelli); Alpe Radis (Valle di Ala), il cui minerale si trattava presso Ala verso il 1830; Monte Calcante, magnetite anche coltivata nel 1830; Alpi Solero e Ghiara (Ala), magnetite romboedrica nella serpentina, escavata anche in tempi remoti; Monte di S. Vittore (tra Corio e Balangero), Gorgo di Fandaglia, Bric della Frèra (Forno di Rivara), magnetite colla serpentina; si fecero lavori di estrazione.

Nella Val d' Orco non conosciamo alcun giacimento di ferro magnetico.

In Val Soana citiamo la miniera di Reale di ferro magnetico e calcopirite commiste come a Traversella; detta miniera fu lavorata per qualche tempo.

In Val Chiusella abbiamo magnetite a Montaieu nel vallone di Naverano, al Gias del Gallo; nello istesso vallone e più in basso presso Traversella esistono le famose miniere di ferro già da tempi remoti coltivate, ma abbandonate per ciò che riguarda l'utilizzamento del minerale di ferro; la magnetite vi è più o meno commista con calcopirite ed altri minerali, quali la pirite, la galena, la blenda, la dolomite, la steatite, il quarzo, la braunite. L' enorme ammasso metallifero è in rapporto col granito sienitico ed allineato dal Sud Ovest a Nord Est sul sinistro fianco del vallone di Naverano. Ci contentiamo di questo cenno sul giacimento di Traversella, chè il descriverlo per bene ci porterebbe troppo in lungo ed usciremmo dai limiti che ci siamo prefissi nel presente lavoro.

Seguitando il nostro giro attorno al gruppo del Gran Paradiso, citiamo del ferro magnetico in Champorcher. Un giacimento di ferro magnetico nella serpentina è escavato anche oggidì presso il Lac Gelà nell' alto di Champ de Praz. Presso il castello di Ussel si lavorò per qualche tempo una miniera di ferro magnetico nella serpentina. Ugualmente nell' alto del vallone di Valmariana tra il Barbeston e il Mont Giron; nello stesso vallone di Ponton si estrasse ferro magnetico dalla serpentina sotto il Mont Giron ed il Mont Aü. A Gressan esiste un giacimento, anche utilizzato per qualche tempo, di ferro magnetico.

Grandiosa miniera di magnetite è quella di Cogne, ancora nella roccia serpentinosa, lavorata fino a pochi anni addietro, ora abbandonata; e sì che trattasi di un ammasso della potenza di 25 a 30 metri che attraversa la montagna del Fillon per passare a l'Ecloseur in vallone di Grauson. In Val Savaranche la magnetite trovasi in cristallini nelli schisti serpentinosi.

Possiamo senza esitare trarre la conclusione che la serpentina è la roccia tutta imbevuta di ferro magnetico, che vi sta diffuso o in particelle invisibili sensibili però all' ago calamitato, o in mosche o in nitidi cristallini ottaedrici o rombododecaedrici, o in ammassi di maggiore mole fino a quelli colossali di Traversella e Cogne; ed oltre a ciò le nostre osservazioni ci conducono a considerare i varî giacimenti di ferro magnetico come caratteristici di un gran banco di serpentina che sovrasta alle roccie dioritiche, caratterizzate queste invece dalli minerali di rame.

L' ematite micacea la incontriamo presso Malciaussìa nella Valle d' Usseglio, a Brosso nella montagna che scende a Baio a Traversella, ove forma veri giacimenti di certa mole, ma accompagna altri minerali ferriferi.

La siderite o ferro spatico trovasi a Traves nelle Valli di Lanzo, a Locana nella montagna della Balma (Vallone di Chambrello) per la Valle d'Orco, nel vallone di Savenca, a Brosso, in bellissimi gruppi di cristalli lenticolari, a Traversella, a Gressan.

La pirite abbonda in moltissime località, ma più specialmente a Traversella ed a Brosso, donde si ottennero svariatissime forme cristalline e magnifici gruppi di cristalli. A Brosso la pirite in grandi

ammassi è utilizzata per la fabbricazione dell'acido solforico. A Champ de Praz, a S.t Marcel la pirite è incorporata colla calcopirite.

Abbiamo infine la pirrotina che venne escavata al Monte Calcante in Val di Lanzo e trovasi pure a Brosso e Traversella.

Dei minerali di ferro nel nostro gruppo, il più abbondante, quello che presenta probabilità di potere essere utilizzato, quando favorevoli circostanze lo permettano, quello che forma una vera zona attorno al Gran Paradiso, quello che alimentò da tempi immemorabili fino agli ultimi tempi le fonderie di Val di Lanzo, Val Chiusella, Champ de Praz, Donnas, Pont S.t Martin, Cogne è il ferro magnetico. Per ora però tutte le miniere sono abbandonate, meno quella di Champ de Praz che non è certamente una delle più rilevanti. Se si possedesse combustibile, il gruppo del Gran Paradiso sarebbe uno dei più produttivi per ferro e buonissimo ferro. I giacimenti di ferro magnetico non sono attribuibili nè a filoni d'injezione, nè a filoni-strati, essi sono ammassi o formatisi contemporaneamente alla roccia serpentinosa che li contiene, o risultanti da un lavoro di concentrazione delle particelle ferrifere in essa diffuse per un fatto analogo a quello che produsse la concentrazione di tante altre sostanze in roccie diversissime.

Rame.—Vengono sull'istessa linea, per abbondanza ed importanza, dei minerali di ferro, quelli cupriferi; anzi questi si possono veramente dire caratteristici della *zona delle pietre verdi;* gli analoghi terreni della Valle di Susa, della Valle del Chisone e dell'America settentrionale sono ancora le sedi di minerali cupriferi. Questi sono rappresentati da solfuri, essendochè i numerosi ma limitati giacimenti di idrocarbonato di rame sono dovuti ad alterazione degli stessi solfuri. Diamo l'elenco delle principali località del gruppo ove incontransi depositi cupriferi, ricorrendo alla citata opera del Barelli per le località che non avemmo campo di esaminare dettagliatamente.

Per le valli di Lanzo il Monte Basso, presso il Ponte del Roc (Lanzo); carbonato di rame con ossido di ferro nella serpentina, giacimento coltivato sul finire del secolo passato. Usseglio (Val di Viù); calcopirite con carbonato di rame. Alpe Radis (Val di Ala); calcosina. Corbassera (Val di Ala); erubescite impastata con granato. Camparagna e Monrosasco (Val di Ala); calcopirite e rame carbonato. Nelle valli di Lanzo i minerali di rame sono per lo più nella serpentina, ma accompagnati frequentemente ed abbondantemente da granati.

Nella Valle dell'Orco troviamo traccie di calcopirite nello schisto granatifero amfibolico e cloritico di Molèra, vallone di Cambrello, in rapporto colla diorite a grana grossolana.

Nella Valle Soana citiamo le seguenti località:

Torchione, Canton Castellaro (Ronco Canavese); pirite di ferro con filettature di calcopirite in quattro strati in matrice quarzosa; questo giacimento è citato dal Barelli come coltivato a pozzi e gallerie, ma noi non potemmo rinvenire nè la miniera, nè tampoco i nomi delle regioni e del cantone. La Reale (Piamprà); calcopirite commista con galena e ferro magnetico, di questo giacimento parlammo già nello elenco delle località ferrifere. La Borra (Piamprà); calcopirite con pirite di ferro; è uno strato, che nella roccia cloritica-amfibolica attraversa la montagna di S.t Bes dalla regione Vandigliana (Piamprà) alla regione Fantone (Campiglia); secondo il Barelli dà il 26 per $^0/_0$ di rame con indizi d'argento; noi crediamo tale ricchezza esagerata; una diecina d'anni sono questa miniera venne rimessa in attività ed anzi si fece costruire una strada per le slitte e pei pedoni da Campiglia; ma come al solito venne abbandonata. In Val Soana i minerali di rame sono in correlazione colle serpentine, ma più specialmente colle roccie amfiboliche.

In Val Chiusella la calcopirite col carbonato di rame accompagna la magnetite a Traversella, anzi oggidì, tralasciando la coltivazione del minerale ferrifero, si estrae la calcopirite per mezzo dell'elettro-cernita Sella, e si vende il minerale greggio in frammenti, oppure viene trattato sul posto per lavorare poi il rame prodotto a Bard presso la ditta Simonis e Cornalissen. A Montajeu la calcopirite è mista a roccie granatifere come generalmente succede in Valle d'Aosta.

Nel vallone di Champorcher trovasi un giacimento di calcopirite che diede il 10,50 per $^0/_0$ di rame (Barelli).

A Champ de Praz alla montagna detta *du Filon*, sopra il piano di Herin, trovasi un grandioso giacimento, escavato anche oggidì, di calcopirite con pirite, gastaldite, sismondina; il minerale vi è in lenti di diverso volume intercalate fra due banchi di diorite grossolana inferiormente, più fina superiormente; le lenti stanno in uno strato interposto di schisto calcareo eminentemente granatifero. Lo

strato delle lenti forma una specie di ripiegatura concava, rialzante i suoi lembi a Sud al basso del piano di Herin ed a Nord verso la montagna *du Filon* e la Cleva di Torgnon. Cinque gallerie sovrapposte vanno all'incontro del banco cuprifero, il cui seguito troviamo più in alto nella valle al disopra di Serva, per salire alle miniere di ferro del Lago gelato. La diorite cuprifera è ricoperta dalla serpentina ferrifera. Non è ben certo ma probabile che il giacimento di rame di Champ de Praz rappresenti un lembo di una zona che riunisse questo a quelli di Champorcher, Reale, la Borra, Cambrello e Corbassera; è però certo che esso è il principio della zona cuprifera meridionale di Valle d'Aosta, sottoposta al lembo serpentinoso ferrifero, che girando, con curva convessa a Nord, viene a morire a Cogne. Notiamo però che anche nei giacimenti sovraccennati s'incontra come minerale caratteristico il granato, che assume poi l'assoluta predominanza tra i minerali concomitanti nella Valle d'Aosta. In questa valle i minerali di rame sono sempre, almeno dal lato Sud, nelle roccie amfiboliche, ed in un piano inferiore a quello dei minerali di ferro magnetico, che riconosce per sua roccia originaria la serpentina. Altri giacimenti cupriferi, sullo allineamento della zona, abbiamo a Valmariana (Pontey) tra il Barbeston ed il Mont Giron con sviluppo di granato-schisto amfibolico; a Fenis e Montroux nell'istesso vallone, con sviluppo di granato-schisto talcoso ed amfibolico; a S.t Marcel, miniera grandiosa, che sembra esaurita ed è presentemente inattiva, sempre con grande sviluppo di granato-schisto; a Gramonanche nel vallone di Lôres colla solita roccia a granati, la quale incontrasi pure ai piedi del Mont Emilius in Val di Comböe; a Cogne, regione l'Ecloseur, nella amfibolite con scarsi granati. In tutti questi giacimenti il minerale è la calcopirite commista con pirite di ferro; per tutti si diedero concessioni governative, si intrapresero lavori, ma furono in seguito abbandonati.

In Val Savaranche non conosciamo veramente dei depositi cupriferi, ma traccie di calcopirite trovammo nel vallone del Rousset alle sorgenti dell'Orco.

Piombo. — Meno frequenti dei minerali ferriferi e cupriferi sono quelli di piombo nella *zona delle pietre verdi*; vedemmo già come le galene siano caratteristiche del gneiss centrale; cionondimeno non mancano desse assolutamente. Così il Barelli cita la galena argentifera ed aurifera con calcopirite e pirite alla Reale in Val Soana; vi si fecero delle gallerie ed alle analisi diede 0,33 di piombo con 4846/10000000 di argento e 78/10000000 di oro. Nel territorio di Brosso il Barelli accenna ai seguenti giacimenti:

Regione Ceretto; piombo ocraceo, argentifero misto a granelli di piombo solforato; piombo 66,35 per %, argento 162/1000000.

Regione Spuduri; Piombo ocraceo, con galena; piombo 67 per % ed argento 225/100000.

Regione Tramolino; galena argentifera con pirite e blenda; piombo 69,10 per %, argento 178/100000.

Regione Cavallaria; galena argentifera con pirite e mispikel; piombo 33,70 per %; argento 125/100000; galena con mispikel aurifero; argento 15/100000, oro 17/1000000.

Regione Bove; galena con siderite e pirite; piombo 24 per %, argento 44/100000.

Regione S. Pietro; galena e blenda.

Regione Deimarzo; galena e blenda; piombo 67 per %, argento 2/1000, queste proporzioni furono calcolate sullo slicco.

A Traversella trovasi pure nel ferro magnetico la galena con pirite, dolomite e quarzo.

Sempre sull'autorità del Barelli citiamo la galena argentifera ed aurifera con pirite a Cleva, borgata di Rosin in Champorcher, la quale diede all'analisi 48,86 per % di piombo allo slicco, 35/10000 di oro e 116/100000 di argento.

Oro. — Per ciò che riguarda l'oro pare che esso esista in questa zona; il Gastaldi nella 2a parte dei suoi *Studî geologici sulle Alpi occidentali* lo cita disseminato nel gneiss recente presso S.t Marcel.

Una laverìa per pagliuzze d'oro si stabilì a Nord di Castellamonte in un rivoletto che attraversa una diga di serpentina, eufotide e lherzolite. Le sabbie dell'Orco, della Dora Baltea sono aurifere e vi si opera la pesca dell'oro in pagliuzze ed in granuli: il Barelli cita una *pepite* del peso di denari 3, grani 6 raccolta presso Feletto nel Mallone; la regione della Bessa tra l'Eporediese ed il Biellese fu campo antichissimo di ricerche d'oro; è naturale quindi che questo prezioso metallo si trovi nelle montagne di Valle d'Aosta, dell'Orco e del Mallone o in compenetrazione nelle roccie o meglio in particelle diffuse nei solfuri metallici, dai quali si liberano dopo la loro perfetta decomposizione; i solfuri metallici più comunemente auriferi sono i solfuri di rame, di piombo e di ferro e questi appunto abbondano nelle montagne del nostro gruppo; vengono poi in appoggio le analisi citate dal Barelli.

Nichelio e *cobalto.* — I giacimenti di nichelio e cobalto già coltivati ed ora abbandonati, sono costituiti da vene di rammelsbergite e smaltina con mispikel e siderite; trovansi nei territori di Usseglio (La Corna) e di Balme (Paschietto), al monte Calcante (tra le Valli d'Ala, d'Usseglio); trovasi nella serpentina eufotidica la pirrotina nichelifera in giacimenti già coltivati, ora pure abbandonati; la rammelsbergite e la smaltina stanno nelle roccie amfiboliche.

Manganese. — I minerali di manganese entrano anche essi per la loro parte nella ricchezza metallifera della *zona delle pietre verdi.* Presso il colle della Forçola tra Corio e Lanzo ai piedi del Monte di S. Vittore furono eseguiti degli scavi per la ricerca e per la estrazione di ossido di manganese allo stato di braunite ricchissima di tal metallo, minerale che il Barelli considera di miglior qualità di quello di S.t Marcel in Valle d'Aosta; i lavori ora sono completamente abbandonati; la roccia è vera serpentina diallagica. Nel territorio di Viù il Barelli indica pure dell'ossido di manganese, ricchissimo di questo metallo allo stato di braunite, ed alla sommità di Bittogne sopra Traversella. A S.t Marcel in Valle d'Aosta trovasi un famoso giacimento di braunite accompagnata da manganepidoto, violana, mica manganesifera ed altri minerali, in cui il manganese entra come elemento costituente; la ganga è quarzosa e lo strato od ammasso di minerale di 8 metri e più di potenza è intercluso nel gneiss recente. Togliamo dal Barelli le analisi eseguite sul minerale manganesifero di S.t Marcel da Cordier, Berthier, Berzelius e Napione.

	Cordier 1a	Cordier 2a	Berthier	Berzelius	Napione
Silice	5,00	33,5	0,262	0,1517	26,125
Ossido di Mn	44,00	12,0	0,650	0,7580	—
» di Fe e Mn.	—	—	—	—	45,281
» di Fe	3,00	19,5	0,012	0,0414	—
Ossigeno ed acido carbonico .	42,00	—	—	—	—
Acqua ed acido carbonico . .	—	—	—	—	3,000
Allumina	—	15,0	0,030	0,0280	0,781
Calce	—	14,5	0,014	—	23,000
Magnesia	—	—	0,014	—	—
Materie carboniose	1,50	—	—	—	—
Perdita	4,50	5,5	0,018	0,0209	1,813
	100,00	100,00	1,000	1,0000	100,000

Quest'ammasso, che è completamente esterno, quindi di agevole lavorazione, è utilizzato da lungo tempo, e pare non sia per cessare la sua escavazione, per quanto non sia più così attiva e fiorente come pel passato.

Riassumendo i minerali metalliferi della *zona delle pietre verdi* vengono così distribuiti per la loro abbondanza ed importanza, lasciando in disparte l'oro che non si estrae dalla sua originaria giacitura.

Minerali ferriferi: quasi esclusivamente rappresentati da magnetite; attorno al Gran Paradiso o nelle sue dipendenze, le miniere di questo minerale di ferro di una certa importanza sommano ad una quindicina, lasciando a parte i piccoli giacimenti pei quali si fece qualche lavoro di ricerca e di escavazione; le miniere di maggior importanza sono all'Alpe Radis in Val d'Ala, a Traversella in Val Chiusella, a Champ de Praz, a Cogne: tutte sono inattive, salvo quella sola di Champ de Praz, nonostante l'abbondanza del minerale, la bontà del suo prodotto, la grandiosità dei giacimenti, la facilità di estrazione e discesa del minerale al basso; il caro prezzo del carbone dopo l'enorme sboscamento delle valli ci spiega questa inattività; crediamo molto difficile la ripresa dei lavori, tanto nelle miniere, quanto negli stabilimenti metallurgici che cadono in rovina abbandonati ad ogni piè sospinto specialmente nella Valle d'Aosta.

Minerali cupriferi: quasi esclusivamente rappresentati da calcopirite più o meno commista con pirite di ferro; nel nostro gruppo le miniere più importanti sommano a cinque o sei, alcune veramente grandiose, presentemente tutte inattive, meno che quella di Traversella.

Minerali di manganese: una sola miniera importante ed in attività, quella di S.t Marcel.

Minerali di nichelio e cobalto: tre giacimenti da molto tempo abbandonati.

Minerali di piombo e argento: giacimenti tutti di poca importanza.

Come si vede la statistica è poco confortante per ciò che riguarda la produzione, quantunque lo sia abbastanza dal lato della ricchezza di minerali.

MATERIALI NEI TERRENI CRISTALLINI RECENTI — MINERALI NON METALLIFERI. — Anche sotto il punto di vista di materiali pietrosi non metalliferi utilizzabili in vario modo dall'uomo, i terreni cristallini recenti presentano ricchezza maggiore che non gli antichi. Facciamo astrazione dai diversi materiali da costruzione che vengono escavati in moltissime località per impieghi comuni, come ad esempio, il gneiss calcarifero di Pont, che dà buonissima pietra da taglio, il granito sienitico di Traversella, che potrebbe per la sua bellissima grana essere utilizzato in molto più larga scala; inutile riesce l'enumerare qui tutte le località ove si escavano dei materiali rocciosi per uso di costruzioni: presso ogni centro di popolazione sonovi di queste cave per utilizzamento di materiali che hassi a portata di mano. Tra le roccie della zona, quelle che più si prestano all'uopo sono i gneiss, talora anche in lastre così esili da potere essere applicate come materiale tegolare, come ad esempio si fa a Cogne alla salita del Lauzon, nome che probabilmente proviene dalle cave di lastre di gneiss (*lose* o *lauzes*). A Locana si trae partito della fissilità di alcuni schisti serpentinosi, per ottenere larghe e sottili lastre da copertura per tetti; lo stesso succede a Gramonanche nel vallone di Lôres. Gli schisti granatiferi, tanto più se amfibolici, o cloritosi-amfibolici, vengono utilmente impiegati per la fabbricazione di pietre da macine a Cambrello in Val d'Orco, a S.t Marcel, a Fenis in Val d'Aosta. La pietra ollare abbonda nel gruppo del Gran Paradiso ed in alcuni punti è in copia tale e di così buona qualità, da presentare condizioni favorevoli per la sua escavazione; nella Valle d'Aosta ed in località di Val di Lanzo è utilizzata per la fabbricazione di stufe e pentole; nella Valle di Ala, poco distante dall'abitato, havvene un giacimento escavato per gli usi sovraccennati; per la Valle d'Aosta citiamo il vallone di Champ de Praz al Colle della Varotta, il vallone di Fenis di fronte all'antica miniera di rame, senza contare molti altri punti ove detta ricerca ed escavazione si potrebbe tentare con evidente profitto.

L'amianto è un materiale abbondantissimo in vicinanza delle roccie serpentinose, ed oggidì esportato in copia specialmente dalle valli di Lanzo. Sulla scorta del Barelli citiamo alcune località ove fu segnalato questo curioso prodotto minerale: al monte Malpasso territorio di Viù, al lago Falin territorio di Usseglio, all'Alpe di Paschietto territorio di Balme; se ne trova puranche nella serpentina alla miniera di ferro magnetico di Cogne.

Il gesso proveniente da idratazione di anidrite è raro molto; si utilizza a Cogne quello della Punta della Creia sopra la miniera di ferro.

Materiali ornamentali di certo pregio di cui si potrebbe tentare l'escavazione e l'utilizzamento sono la eufotide a cristalli di diallaggio di un bellissimo color verde smeraldo (smaragdite), che si incontra non raramente nei monti tra Lanzo e Val di Susa, le oficalci, breccie calcareo-serpentinose, frequenti in Val d'Aosta, i porfidi amfibolici di Val Chiusella a tinta grigia con macchie tondeggianti bianche ed acicule verde-scure di amfibolo, il granito pegmatitico roseo di Belmonte, di Vidracco.

I graniti dei dintorni di Castellamonte sono ampiamente e profondamente alterati, ed i prodotti di loro alterazione formano colline di argille plastiche di buonissima qualità, che sono utilizzate in grande scala a Castellamonte e Spineto per fabbricazione di terraglie fine, di stufe ecc. Non di rado incontransi striscie o depositi di caolino come presso Castellamonte ed a Forno di Rivara.

Il quarzo grasso in banchi, strati o vene abbonda nelle montagne nostre, e là ove la spesa di trasporto non è eccessiva viene escavato per uso di vetrerie o di materiale ausiliario per le operazioni metallurgiche.

Per la decomposizione di roccie magnesiache si formano ai Monti di S. Vittore, ed ai Monti Rossi di Baldissero, venature, reticolature, ammassi di giobertite (carbonato di magnesia) che viene escavata per fabbricazione di solfato di magnesia ed anche per altri usi.

Ma la roccia che più di ogni altra si presta ad utili applicazioni ed in grande scala è il calcare sia come pietra da calce, che come materiale da costruzione ed ornamentazione. Ovunque si trovano lenti di calcare cristallino nei calceschisti o banchi di essa sostanza a non grande distanza dai luoghi abitati, ivi si aprirono delle cave per sopperire ai bisogni locali ed anche per esportazione a non grande distanza nelle valli; questa calce che si ottiene dal calcare cristallino della *zona delle pietre verdi* non è veramente di prima qualità, per la quantità di magnesia che contiene per la

derdita cui dà luogo, devoluta alla silice diffusa, al quarzo, alla mica, all'amfibolo, ed agli altri minerali che racchiude generalmente in copia rilevante; cionondimeno è utilizzata giacchè il ricorrere alle calci provenienti dalla pianura esagererebbe per il trasporto il costo di questo materiale così importante per le costruzioni. Si può dire che ovunque si hanno lenti o banchi calcari, là si incontrano aggruppati in diverso numero, le cave ed i forni a calce; vedasi sulla carta N.° 1 la distribuzione delle masse calcari. È naturalmente preferito il calcare cristallino bianco poco micaceo; i calcari cavernosi sono rigettati. Citiamo rapidamente alcune località conosciute per estrazione di pietra di calce.

Valli di Lanzo — Ru e Voragno.

Valli dell'Orco e Soana - Locana e Cambrello; circa 6 escavazioni con tre forni; Ceresole reale, vallone del Rousset ed i Serrù, 2 escavazioni con due forni abbandonati per ora; Pont tre cave con due forni; Configlie e Stroba, 4 cave con due forni; Villanova d'Ingria, una cava e due forni; Arlens due cave ed un forno; Chiesanuova e Salè Castelnuovo 2 cave e due forni.

Valle Chiusella - Inverso di Drusacco, Traversella, Fondo Val Chiusella da 10 a 12 cave. Baio e Quassolo; diverse cave e forni da calce.

Vallone di Champorcher, Champ de Praz, Feuis, S[t] Marcel, numerose escavazioni e forni che sono in attività solo quando il bisogno lo richiede.

Tra il vallone di Comböe ed Aimavilles e Villeneuve numerose estrazioni di pietre calcari si fece dai calceschisti in gran parte per fabbricazione di calce.

Valle di Cogne - Cave a Cogne, Cretaz, Lauzon, Nomenon, Bardoney; al capoluogo esistono da 3 a 4 forni per la cottura delle pietre calcari.

Val Savaranche - Si escavò la pietra calcare a Tignet, Luvionne, Djouan e nel valloncino di Entrelôres come pure nel piano del Nivolet.

In alcune località il calcare cristallino presenta tale bianchezza e vaghezza di tinta, grana così bella, e massi di certa grossezza da poter essere utilizzato come marmo statuario o come semplice marmo ornamentale. In Val Soana alla riva di Stroba si escavò pur anche il carbonato di calce e magnesia purissimo per fabbricazione di acido carbonico. Varî marmi si estrassero a poca distanza da Pont in Val Soana alla regione Configlie e Stroba; ecco cosa ne scrive il Barelli: « Due sono le cave « di questo marmo, una sulla destra e l'altra sulla sinistra del torrente Soana, ed in sul principio « della valle che prende il nome da quel torrente ed a poca distanza dell'abitato di Pont. La prima « è denominata di Configlie ed è la così detta Cava Regia, la seconda dicesi Riva di Stroba; quella « fu aperta nel 1772. Le scolture e le statue che ornano la sontuosa galleria del Beaumont, nel « palazzo reale di Torino, ed il Santuario di Superga sono di questo marmo.... La delicatezza di esso, « la sua bianchezza (la quale trovasi però, sebben di rado, macchiata da qualche venatura bigia) la « finezza della grana, la trasparenza, la tenacità e la brillante levigatura, di cui è suscettivo lo ren- « dono in ogni modo pregevole.

« Questa cava essendo rimasta per molti anni abbandonata trovasi ora ingombra di rottami e « da materiali eterogenei che rendono disagevole e dispendiosa la scoperta di nuovi banchi senza « della quale non si potrebbero scavare saldezze di qualche importanza ». Ad Aimavilles in Valle d'Aosta si escavano pure dei marmi; riportiamo ancora le parole del Barelli: « Aimavilles - Marmo « bardiglio (calce carbonata) bigio carico, ondulato con particelle di mica e suscettivo di bella levi- « gatura. - La Chiesa di quel comune è ornata con questo marmo che fa bella vista e servì fin dai « tempi antichi alla costruzione dei pubblici e privati edifizi. I due archi trionfali d'Aosta dedicati « ad Augusto e specialmente quello denominato della Trinità, sono formati in parte con questo marmo. « Serve ora a far la calce da costruzione, essa riesce di ottima qualità e resiste assai bene all'acqua, « particolarmente quella delle cave superiori. Quella delle inferiori è meno compatta e più tenera ».

MATERIALI DIVERSI ESCAVATI NEI TERRENI PALEOZOICI, TERZIARÎ E QUATERNARÎ. — Dai terreni paleozoici si hanno, tranne il calcare, pochi materiali utilizzabili e di poca importanza; citiamo l'ematite compatta di Vidracco che fu escavata per qualche tempo e di cui le miniere furono poi del tutto abbandonate. — Nel calcare di Issiglio trovansi traccie di galena, ma non tanto da invitare a maggiori ricerche ed a lavori di estrazione. — In alcune località si potrebbero escavare i bellissimi diaspri come materiale ornamentale e per mosaici, così a Rivara, a Villa Castelnuovo, a Vidracco. Il calcare paleozoico è utilizzato in larga scala come pietra da calce, e lo potrebbe anche essere come pietra d'ornamento quando si presenta sotto forma di breccia varicolore, come a Vidracco,

Lessolo e Montaldo Dora. Ovunque si ha un lembo di questo calcare paleozoico là sonvi cave e forni di pietra da calce che si esporta e si vende anche a grandi distanze; citiamo brevemente le cave di:

Levone, in un burrone a Nord Ovest del paese scavato artificialmente a forza di esportarne pietra da calce.

Rivara, regione i Creus, Ca'd Martin, Vignasse: non meno di sei escavazioni con 4 o 5 forni in piena attività;

Rio Ronchero, cava abbandonata;

Borgiallo, S. Anna dei Boschi, Villa Castelnuovo, Campo e Muriaglio, da 8 a 10 cave coi rispettivi forni;

Vidracco ed Issiglio da 8 a 10 cave con 5 a 6 forni;

Pecco, una cava ed un forno;

Lessolo, numerose escavazioni e buon numero di forni.

Montaldo Dora, grandiosa cava, ed un forno circolare, continuo, multiplo.

La pietra calcare di Lessolo della cava degli eredi Caffaro presenta la seguente composizione centesimale (Barelli):

Carbonato calcareo	50,80
Carbonato di Magnesia.	43,00
Allumina	1,50
Silice, ossidi metallici.	——
Acqua e perdita.	4,70
	100,00

In vicinanza della serpentina la pietra calcare diventa di cattiva qualità, ma può servire benissimo commista colla serpentina ed anche sola alla inghiaiatura delle strade pei ruotabili. Saggiamente in questi ultimi anni l'autorità provinciale di Torino stabilì che per le regioni prossime alle serpentine ed ai calcari paleozoici si provvedesse con questi materiali come pietrizzo delle strade. Sono all'uopo utilizzate le serpentine sole escavate dai monti di S. Vittore (Corio-Balangero) o da Rivara, da Levone, o da Vidracco; il calcare paleozoico solo escavato a Rivara, Lessolo e Montaldo Dora; ovvero infine un miscuglio dell'una e dell'altra roccia. Questo pietrizzo ha fatto buona prova invece di quello ordinario preso dalle alluvioni, che ricchissimo di quarzo, feldispato e mica è poco tenace, si rompe con grande facilità dando luogo alla formazione di polvere e fango in gran copia, mentrechè la serpentina ed il calcare paleozoico assieme riuniti formano una specie di crosta tenace e molto più resistente alla pressione dei carri pesanti.

Dei più recenti terreni che formano e la pianura Canavese e la regione collinesca ed i depositi superficiali delle valli si utilizzano materiali diversi, che, come, di minore importanza, non faremo che enumerare brevemente.

Argille diverse, plastiche sino ad un certo grado, sabbiose che vengono impiegate per fabbricazione di laterizî, stoviglie grossolane; esse provengono specialmente dai coni di dejezione.

Ciottoli di varia grossezza tolti dalle alluvioni, e dai coni di dejezione, utilizzati per pietrizzo da strade, pietrizzo di cattiva qualità per la composizione mineralogica e le sue proprietà fisiche dipendenti dalla struttura, o per la avanzata decomposizione se proveniente dai coni di dejezione.

Puddinghe e conglomerati di cementazione del morenico e del *diluvium* utilizzati in alcune località come materiale da costruzione; la puddinga che servì per la costruzione dell'arco trionfale di Augusto in Aosta proviene, secondo il Barelli, da Charvensod sulla destra della Baltea di fronte alla città, ed è una alluvione cementata da acque calcaree.

Tufi calcarei recenti impiegati talora come pietre da taglio di grande leggierezza, ad esempio a Cogne.

Ligniti quaternarie, legni fossili escavati a Lanzo, regione Mommello, per fabbricazione di acido pirolignico, a Front per combustibile.

Oro nativo di pesca; a Verrua nel Po, a Rondissone nella Baltea, a Feletto nel Mallone e nell'Orco.

Finalmente torbe di diversa bontà, provenienti da antichi bacini lacustri morenici; esistono torbiere da gran tempo utilizzate ad Alice superiore (Val Chiusella), a S. Giovanni dei Boschi, a S. Martino Perosa, ad Azeglio, a Tina, a Bolengo, a Burolo, a Montaldo Dora, a Chiaverano; molte di queste torbiere sono esaurite. — Numerosissimi sono poi i laghi alpini, che furono invasi da vegetazione torbosa, preparazione ai pascoli, ma non vi sarebbe per ora convenienza alla escavazione di essa torba, sia perchè non di buona qualità, sia per la forte spesa di trasporto.

CONCLUSIONE

Eccoci giunti al termine di questo nostro lavoro, il cui merito, il cui valore corrisponde alla esatta misura delle nostre forze. Un rapido sguardo retrospettivo non sarà privo di una certa importanza. Esso lavoro è informato alle nuove vedute geologiche applicate alla catena alpina, a capo delle quali è il prof. Gastaldi; queste nuove vedute riguardano specialmente la genesi delle roccie cristalline alpine e la loro disposizione, e l'età loro relativa per rispetto alle roccie diverse formanti la parte solida del globo. Per ciò che riguarda la genesi, le nostre osservazioni ci indussero nella opinione che i terreni del nostro gruppo sono di origine sedimentaria e che la loro struttura cristallina, con più o meno evidente aspetto di stratificazione, è dovuto a modificazioni originate nelle masse da lenti e prolungatissimi lavorìi molecolari; l'accordo della nostra opinione con quella del Gastaldi ci animò a perseverare in essa, e siamo fortunati di avere potuto aggiungere le nostre considerazioni attinte in un altro campo di studî a quelle del nostro maestro. I nostri studî nel gruppo del Gran Paradiso ci condussero puranche ad ammettere col Gastaldi un generale andamento molto semplice di sovrapposizione delle diverse formazioni cristalline delle Alpi Piemontesi. Se oggidì noi possiamo sostituire ai nomi empirici i veri nomi geologici per queste diverse formazioni, come pure per quelle non cristalline, il merito è tutto del Gastaldi e noi non abbiamo fatto che applicare al gruppo del Gran Paradiso le considerazioni e le conclusioni dell'insigne geologo piemontese.

Nell'introduzione tracciammo la storia degli studî geologici alpini e procurammo di dare una generale idea dell'andamento orografico e geologico del gruppo del Gran Paradiso.

Procedendo poscia dal noto verso l'ignoto nel capitolo primo ci occupammo della descrizione delle forme petrografiche dei terreni cristallini antichi, discutendone le genesi. Nel secondo capitolo passammo in rivista le roccie della *zona delle pietre verdi* e nel terzo ne discutemmo le condizioni di origine. Con questi tre primi capitoli noi cercammo di assodare: 1° quali fossero i materiali costituenti le roccie cristalline in genere del gruppo; 2° che esse erano dovute per la massima parte, avendo fatto riserva pei porfidi, ad origine sedimentaria.

Stabilita la condizione a strati di questi terreni, come conseguenza e prova della loro genesi sedimentaria, conoscemmo quale fosse il loro andamento stratigrafico nel capitolo quarto, e potemmo mettere in evidenza come desso sia molto semplice, riducendosi ad un nucleo elissoidale di terreni cristallini antichi sollevati con direzione Sud Ovest-Nord Est, sollevando a sua volta i terreni cristallini recenti formanti la massima parte dell'area montuosa del gruppo. Di più, assodato l'andamento stratigrafico, curammo di svolgere i rapporti tra esso e l'andamento delle valli, valloni e rilievi, dividendo le depressioni in tre categorie, per erosione cioè, normali alla direzione degli strati, per erosione d'interstratificazione, parallele alla direzione degli strati, per erosione

mista, oblique alla stessa direzione. Nel quinto capitolo si passò in rivista i terreni più recenti dei cristallini, ma più antichi dei secondarî.

Nel sesto capitolo, argomentando per analogia tra i nostri terreni cristallini e paleozoici con quelli di altre regioni piemontesi, di Europa e di America, seguitando passo passo lo svolgersi delle considerazioni del Gastaldi, potemmo stabilire il posto da essi occupato nella serie delle formazioni sedimentarie.

Il settimo capitolo fu destinato all' esame dei lembi pliocenici e dei depositi diluviali formanti la pianura del Po in corrispondenza col gruppo del Gran Paradiso.

Nell' ottavo capitolo studiammo le traccie lasciate dai grandi ghiacciai all' epoca di loro avanzamento ed indietreggiamento nella pianura e nelle valli alpine.

E finalmente nel nono capitolo, a guisa di appendice, abbiamo creduto bene passare in rivista i minerali metalliferi, le roccie ed i materiali diversi utilizzabili che s' incontrano nel nostro gruppo, dolenti di non avere potuto svolgere maggiormente la parte applicativa sotto tutti i punti di vista per la scarsità dei dati a nostra disposizione.

Il lavoro è corredato da tre carte del gruppo ricavate da quella delle provincie piemontesi al $^1/_{240000}$; non possiamo garantire dell' assoluta esattezza di questa carta, ma fummo obbligati a sceglierla, non esistendo finora buone carte ad una scala intermedia tra $^1/_{240000}$ e l' $^1/_{50000}$; una buona carta topografica all' $^1/_{100000}$ avrebbe servito molto meglio al nostro bisogno, permettendo di segnare con tinte diverse molte forme petrografiche distinte, che dovemmo raffigurare con una sol tinta complessiva. Delle tre carte la 1ª è quella colorita geologicamente, la 2ª serve specialmente alla classificazione delle valli rispetto allo andamento stratigrafico generale del gruppo, e la 3ª rappresenta il gruppo nel periodo glaciale. Abbiamo preparati 10 spaccati geologici, 9 alla scala di $^1/_{50000}$ ed uno alla scala $^1/_{150000}$ coloriti colle tinte diverse pei diversi terreni e le diverse forme petrografiche tipiche; essi occupano 3 tavole e sono accompagnati da una leggenda delle tinte e dei segni convenzionali e delle lettere corrispondenti ai diversi terreni.

Altri spaccati ideali si riferiscono specialmente allo studio dei terreni paleozoici dei dintorni di Levone, Pesmonte, Rivara, Villa Castelnuovo, Vidracco, e del Chaberton in Val di Susa; oltre ad essi nella tavola che li contiene havvi: 1° una sezione rappresentante l'alveo antico del ghiacciaio di Val d'Orco a Ceresole Reale, 2° una sezione dimostrante l'origine dei piani alpini, 3° una sezione dimostrante l'obliquità sull' orizzonte del piano generale di sollevamento. Questi spaccati ideali sono semplicemente in nero.

Nella carta seconda abbiamo creduto utile segnare con tratti azzurri i principali giacimenti ferriferi, e con tratti rossi quelli cupriferi, onde venisse messo in piena evidenza il loro allineamento (*Vedi spiegazione delle tavole*).

Possa questo nostro modesto lavoro, che nutriamo fiducia potrà col tempo continuarsi per altre regioni alpine, contribuire per sua parte alla perfetta conoscenza della catena delle Alpi, come vi contribuiscono in scala ben più vasta i lavori del Gastaldi e di altri geologi.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

TAVOLA I.ª — **Carta geologica del gruppo del Gran Paradiso:** - per la parte corrispondente a tutte le Alpi Graie orientali ed a porzione delle valli di Lanzo - La scala è all'1/240000 - Vi è indicato in tinta rosea lo ellissoide di gneiss antico - La tinta verde indica cumulativamente i terreni cristallini recenti aggiuntivi tratti lineari neri per le roccie massiccie sienitiche e granitiche, ed indicando le lenti di calcare cristallino con macchiette gialle - Una speciale tinta rivela i lembi paleozoici; lo stesso dicasi per i piccoli depositi pliocenici - La assenza di colorazione speciale indica le aree quaternarie, distinguendovi il morenico allo sbocco delle valli con punteggiatura nera; la scala ristretta impedì l'indicazione dei piccoli lembi morenici nell' interno delle valli, indicazione che trova posto però nella tavola III.ª - La doppia linea nera segna la direzione dell' ellissoide di sollevamento, e le linee nere semplici indicano la direzione dei diversi spaccati geologici - Questa carta è la riduzione dei fogli della Carta dello Stato maggiore all' 1/50000 coloriti geologicamente con li più ampî dettagli petrografici.

TAVOLA II.ª — **Carta oro-idro-stratigrafica del gruppo del Gran Paradiso.** È identica alla 1.ª ma vi mancano le tinte geologiche - La linea doppia nera indica la direzione ancora dell' ellissoide. Le linee punteggiate rosse e verdi indicano le direzioni dei terreni cristallini antichi e recenti e le linee rette nere, verdi e rosse indicano il rapporto di orientamento delle valli o di porzioni di valli coll' andamento stratigrafico, a seconda che sono o normali, o parallele od oblique alla direzione degli strati - I piccoli tratti azzurri indicano giacimenti di ferro, ed i rossi i giacimenti di rame, i quali corrono in zona attorno all' ellissoide centrale e sono compresi nei terreni cristallini recenti, inversamente alla erronea indicazione contenuta nella leggenda della tavola.

TAVOLA III.ª — **Carta del gruppo del Gran Paradiso al periodo glaciale.** Identica alle due prime per ciò che riguarda la topografia e la scala; la tinta per le aree montuose scoperte durante il periodo glaciale non è più la nera onde l' occhio possa sceverare meglio le isole e gli speroni di roccia emergenti dalla tinta azzurrognola indicante i rivestimenti di ghiaccio - I tratti di tinta azzurra più forti accompagnata da tratteggi neri indicano le cascate di ghiaccio - Le morene attuali sono segnate dalla punteggiatura nera e le linee punteggiate nere indicano i limiti dei ghiacciai attuali - Per la costruzione di questa carta si tenne conto e della posizione ed estensione delle morene, e delle osservazioni fatte sulle roccie levigate e striate e sull' andamento delle strie.

TAVOLA IV.ª — **Spaccati geologici coloriti.** - Spaccato *M-R* - In questo spaccato, che si estende per 25 chilometri, alla scala dell' 1/50000 tanto orizzontalmente che verticalmente, dalla valle di Campiglia (Val Soana) alla Dora Baltea tra Lessolo e Baio sono indicati i terreni cristallini antichi di Campiglia, le intercalazioni di gneiss e calceschisti colle roccie magnesiache e le lenti di porfido e calcare cristallino - Presso la Val Chiusella compare il granito sienitico, il tutto ricoperto al termine dello spaccato dalla morena laterale destra del grande ghiacciaio di Valle di Aosta.

Spaccati *S-T* — Identica scala del precedente; lungo circa 20 chilometri dal Monte Marzo, Val Soana, Val Chiusella, Champorcher a Salto presso Cuorgnè - Vi predomina il gneiss con intercalazioni amfiboliche, calcaree e porfiriche.

Spaccati *A-B* — Identica scala dei precedenti; lungo circa 51 chilometri dalla pianura Canavese presso Valperga alla Cima Bousson sul confine tra la Tarantasia e la Valle dell' Orco - Lo spaccato è spezzato per circa 5 chilometri, per esigenze litografiche; la porzione eliminata è totalmente compresa nei terreni cristallini antichi - Vi sono rappresentati i terreni cristallini antichi; il lembo Nord Ovest dei terreni cristallini recenti, rappresentato da amfiboliti, calcari cristallini, e serpentine schistose; la massa Sud Est dei terreni cristallini recenti con predominanza di gneiss intercalati con amfiboliti, serpentine, lenti calcaree e calceschisti - Al termine dello spaccato compare il granito pegmatitico di Belmonte ed un ampio rivestimento diluviale.

Tavola V.ª — **Spaccati geologici coloriti.** - Spaccato *M-N* - Scala dei precedenti; lungo chilometri 24 circa dal vallone di Campiglia (Val Soana) alla Dora Baltea tra S.t Vincent e Montjovet - Vi sono rappresentati i terreni cristallini antichi, ed il mantello sovrastante di terreni cristallini recenti costituiti da numerose alternanze di serpentine, calceschisti, gneiss e amfiboliti.

Spaccato *O-P* — Scala dei precedenti; lungo circa 15 chilometri dalla Dora Baltea presso Ussel a Pont Boset (Champorcher); taglia il lembo estremo a Nord Est del gruppo e si vede la duplice inclinazione delle roccie formanti i terreni cristallini recenti, rappresentati da amfiboliti (dioriti), calceschisti, gneiss, serpentine; l'asse di sollevamento corrisponderebbe al vallone di Issogne - Realmente le accidentalità stratigrafiche sono localmente più complicate, ma dessa complicazione non potè essere rappresentata in questo spaccato per ragion della scala, si dovette solo tener conto delle inclinazioni generali.

Spaccato *C-D* — Scala dei precedenti; lungo circa 45 chilometri da Rocca di Corio (Valle del Mallone) al torrente Savara (Val Savaranche) - Taglia normalmente l'ellissoide - Per 24 chilometri sono rappresentati i terreni cristallini antichi, colla inclinazione del piano di sollevamento - Ad essi si addossano a Nord Ovest circa 4 chilometri e mezzo di terreni cristallini recenti (dioriti, calcari, calceschisti e gneiss recenti) - A Sud Est si vede l'altro lembo di calcari cristallini recenti per circa 16 chilometri rappresentati da calcari, amfiboliti, serpentine e gneiss recenti - Al termine dello spaccato compare l'alluvione del Mallone.

Spaccato *U-V* — Scala dell'1/150000; lungo circa 34 chilometri tra la Val d'Orco e la Val di Susa; si vedono i gneiss antichi del gruppo del Gran Paradiso e di quello della Riparia Macra - La sella interposta è occupata dai terreni cristallini recenti sviluppati nelle valli di Lanzo, cioè dioriti, ovarditi, calceschisti e serpentine.

Tavola VI.ª — **Spaccati geologici coloriti.** - Spaccato *G-H* - Scala all'1/50000 lungo circa 42 chilometri dall'Orco presso Pont alla Dora Baltea presso Brissogne - Vi sono rappresentati i terreni cristallini antichi per circa 15 chilometri ai quali si addossano terreni cristallini recenti per circa 9 chilometri a Sud Est (gneiss, serpentine ed amfiboliti), e per circa 18 chilometri a Nord Est (gneiss, serpentine, calceschisti e amfiboliti) - A Pont, Cogne e Brissogne compaiono lembi morenici.

Spaccato *E-F* — Scala come il precedente; lungo circa 13 chilometri tra Ceresole Reale ed il Tout Blanc - Per la massima parte compreso nei terreni cristallini antichi fa vedere l'origine del gran Colle del Nivolet dovuta al passaggio dai terreni cristallini antichi alla gran zona dei terreni cristallini recenti.

Spaccato *I-L* — Scala come il precedente; lungo circa 20 chilometri dal vallone di Campiglia alla Dora Baltea presso Fenis - Anche in questo si ha visibile la sovrapposizione ai terreni cristallini antichi dei terreni cristallini recenti rappresentati da serpentine, dioriti, calceschisti, gneiss - Al termine dello spaccato (San Grato) compare un cono di dejezione ricoperto da alluvione moderna. Questa tavola comprende inoltre la *Leggenda esplicativa* per gli spaccati compresi nelle tavole IVª, Vª e VIª.

Tavola VII.ª — **Spaccati ideali in nero.** - Figura 1.ª - Spaccato trasversale ai depositi calcarei paleozoici di Levone: si vede la sovrapposizione del paleozoico (calcari ed argilloschisti) al granito, alla serpentina, al gneiss - A tratti si sovrappone il *diluvium*.

Figura 2.ª — Spaccato attraverso l'Alpe Pesmonte - Istesso lembo paleozoico precedente poggiante sulla serpentina - A tratti si sovrappone il *diluvium*.

Figura 3.ª — Spaccato dalle cave di calcare per l'alveo di Viana a Rivara - Istesso lembo paleozoico del precedente; tra gli argilloschisti sottoposti al calcare e la serpentina si aggiunge in questo spaccato la grovacca - È ugualmente raffigurato in questo il rivestimento diluviale.

Figura 4.ª — Spaccato da Villa Castelnuovo a S. Anna dei Boschi attraverso all'altura di Filia - Fa vedere l'appoggiarsi di un lembo paleozoico (calcari, ftaniti e argilloschisti) in istratificazione discordante sul granito e sul gneiss.

Figura 5.ª — Spaccato attraverso il monte di Vidracco - Un lembo paleozoico (calcare, grovacca e ftanite) si appoggia su roccie magnesiache cristalline sul granito, ed un lembo scivolato si addossa al gneiss.

Figura 6.ª — Spaccato della vetta del Chaberton (Val di Susa) - Serve questo spaccato ad illustrazione del parallelo tra i lembi paleozoici della pianura Canavese e quelli di Val di Susa.

Figura 7.ª — Spaccato ideale dimostrante l'origine stratigrafica dei pianerottoli delle pendici Sud Est del Gran Paradiso - Ogni pianerottolo corrisponde alla faccia di un grande banco di gneiss eroso ed è limitato dal taglio di un banco superiore.

Figura 8.ª — Spaccato ideale dimostrante l'inclinazione del piano di sollevamento dei terreni cristallini antichi e recenti - Serve a dimostrazione di alcune particolarità orografiche e stratigrafiche del gruppo del Gran Paradiso.

Figura 9.ª — Spaccato ideale al principio del piano di Ceresole Reale (a valle) dimostrante la formazione di terrazze per escavazione glaciale - È la sezione di una parte di alveo di ghiacciaio antico.

Infine vi ha la leggenda esplicativa delle cinque prime figure.

INDICE

Morgex
La Salle
AOSTA
Derby
Gressan
S. Pierre
Aimavilles
Arvier
Villeneuve
Nus
Fenis
St Marcel
Brissogne
M. Emilius
Valgrisanche
Silvenoire
Valle di Cogne
Cogne
Punta Tersiva
Valle di Grisanche
Valle di Rhêmes
Valsavaranche
M. Nomenon
La Grivola
Punta Lavina
N. D. de Rhêmes
N 35° E
Pont
Gran S. Pietro
Gran Paradiso
Bec della Tribolazione
Punta Fourà
Punta Lazin
Cima Boussoir
Cippini
Noasca
Torr. Orco
Ceresole
Ribordone
Cima del Carro
Locana
M. Tovo
Levanna
Sparo
S 35° O
Forno
Groscavallo
Stura di Valgrande
Chialamberto
Ciamarella
M. Besta
Bessanese
Ceres
Corio
Mussa
Balme
Mondrone
Ala
Stura di Ala
Torr. Tesso
Lanzo
Torr. Stura
Torre d'Ovarda

Torino, Lit. Frat^lli Doyen.

M. BARETTI

CARTA GEOLOGICA DEL GRUPPO DEL GRAN PARADISO

Leggenda dei colori e segni convenzionali

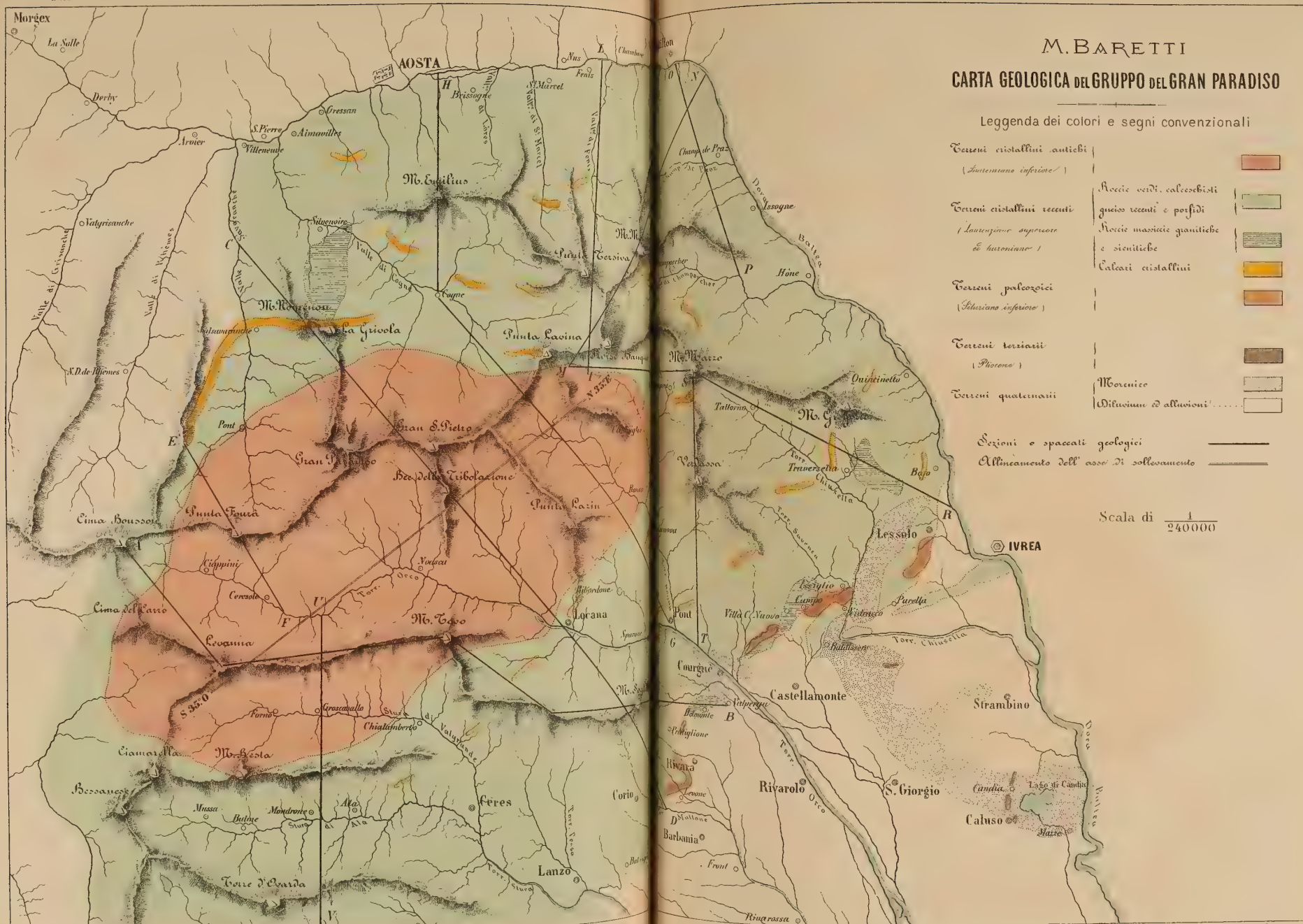
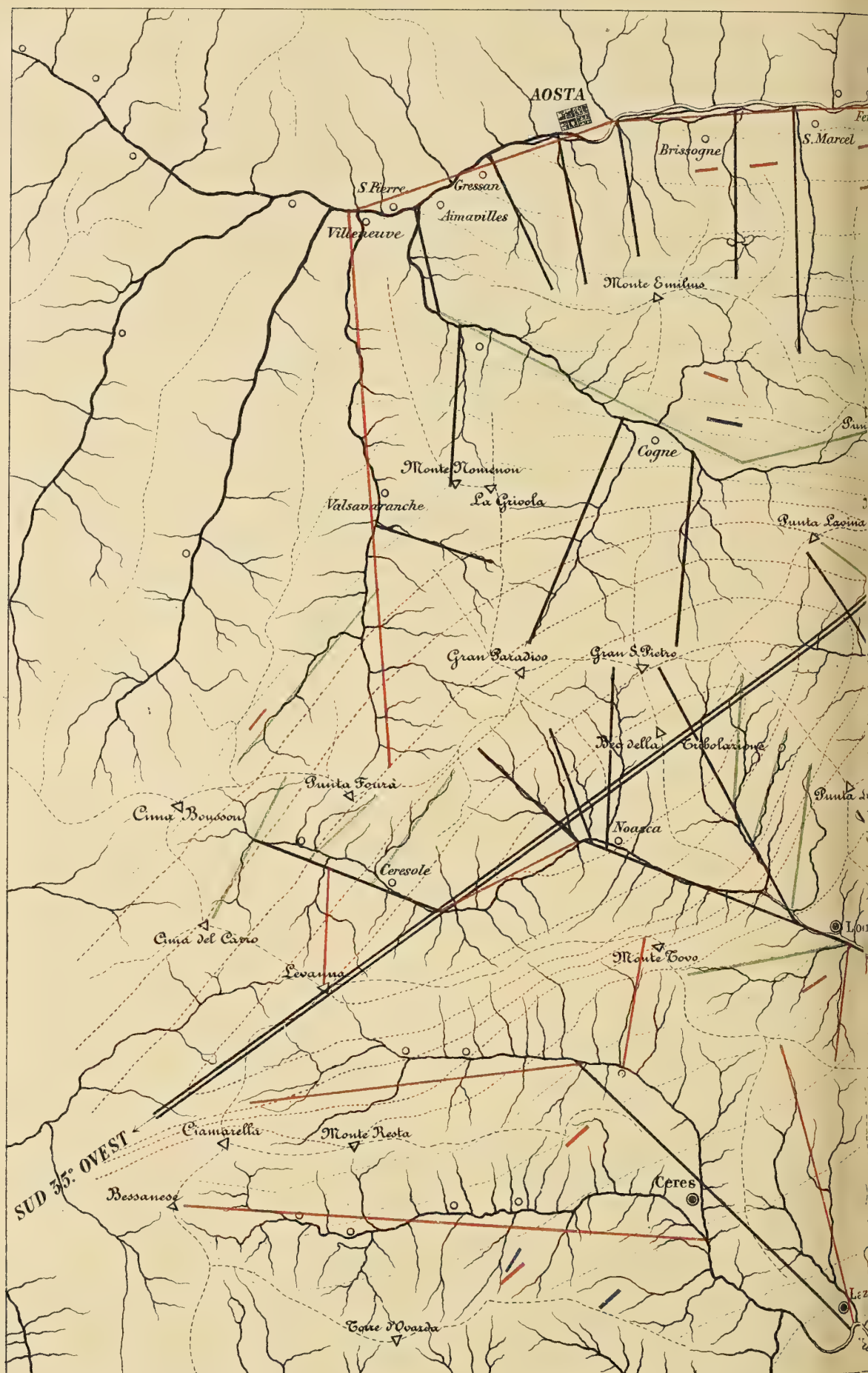
Terreni cristallini antichi (Laurenziano inferiore)		
Terreni cristallini recenti (Laurenziano superiore ed huroniano)	Roccie verdi, calceschisti gneiss recenti e porfidi	
	Roccie massiccie granitiche e sienitiche	
	Calcari cristallini	
Terreni paleozoici (Siluriano inferiore)		
Terreni terziarii (Pliocene)		
Terreni quaternarii	Morenico	
	Diluvium ed alluvioni	

Sezioni e spaccati geologici

Allineamento dell' asse di sollevamento

Scala di $\frac{1}{240000}$

Torino Lit. Frat.ⁱ Doyen

Lit. F.lli Doyen, Torino.

M. BARETTI

CARTA (2ª) ORO-IDRO-STRATIGRAFICA del Gruppo del Gran Paradiso.

LEGGENDA DEI SEGNI CONVENZIONALI

Direzione dell'asse di sollevamento
Direzione degli strati nei terreni cristallini antichi
" " " " recenti
Valli o tratti di valli obbliqui alla direzione degli strati
" " " paralleli " " " "
" " " normali " " " "
Giacimenti di ferro
" " rame

Scala 1: 240.000

Lit. Flli Doyen, Torino.

Morgex
La Salle
Derby
Arvier
S. Pierre
Villeneuve
Aimavilles
Gressan
AOSTA
Nus
Fenis
S. Marcel
Brissogne
Valle di S. Marcel
Valle di Fenis
M. Emilius
Silvenoire
Valle di Cogne
Cogne
Punta Tersiva
Valgrisanche
Valle di Grisanche
Valle di Rhêmes
Valle Savaranche
N.D. de Rhêmes
M. Herbetet
La Grivola
Punta Lavina
Pont
Gran S. Pietro
Gran Paradiso
Bec della Tribolazione
Punta Lazin
Cima Bousson
Punta Foura
Ciappini
Noasca
Orco
Ceresole
Cima del Carro
M. Tovo
Levanna
Locana
Forno
Groscavallo
Chialamberto
Stura di Valgrande
Ciamarella
M. Resta
Bessanese
Mussa
Balme
Mondrone
Ala
Stura di Ala
Ceres
Coirio
Torre d'Ovarda
Lanzo
Stura

M. BARETTI
CARTA DEL GRUPPO DEL GRAN PARADISO
al periodo Glaciale
Leggenda
Ghiacciaio
Attuali aree moreniche
Cascata di Ghiaccio
Limite attuale dei Ghiacciai
Scala di 1/240000
Champ de Praz
Issogne
Dora Baltea
Hône
Champorcher
M. Marzo
Quincinetto
Tallorno
M. Gregorio
Traversella
Torr. Chiusella
Bajo
Torr. Savenca
Lessolo
IVREA
Issiglio
Campo
Parella
Vidracco
Pont
Villa C. Nuovo
Baldissero
Torr. Chiusella
Courgnè
Castellamonte
Strambino
Valperga
Belmonte
Prativiglione
Rivara
Rivarolo
Torr. Orco
S. Giorgio
Candia
Lago di Candia
Levone
Caluso
Mazzè
Forno
Front
Rivarossa
Torino, Lit. Frat. Doyen

M. BARETTI

CARTA DEL GRUPPO DEL GRAN PARADISO

al periodo Glaciale

Leggenda

Ghiacciaio

Attuali aree moreniche

Cascata di Ghiaccio

Limite attuale dei Ghiacciai ....

Scala di $\frac{1}{240000}$

Torino, Lit. Fra.lli Doyen

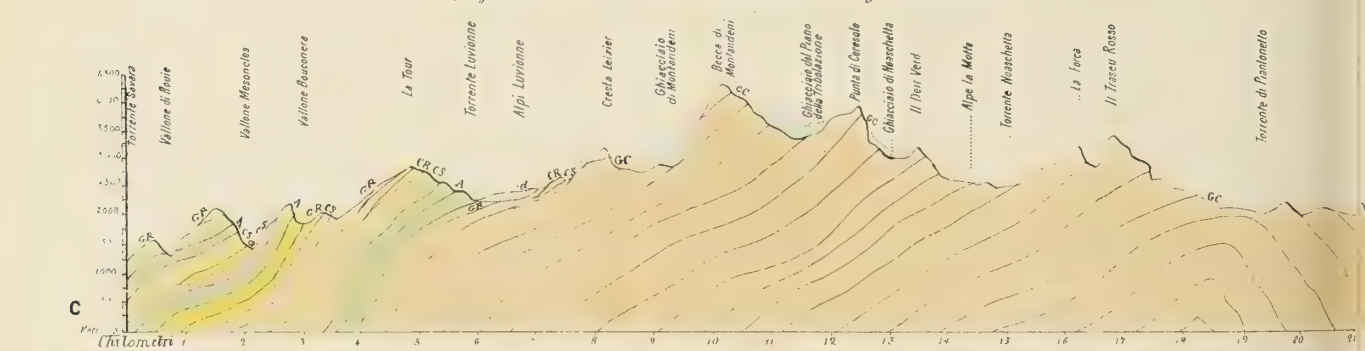
Atti Reale Accademia dei Lincei
M. BARETTI
STUDI GEOLOGICI SUL GRUPPO
del Gran Paradiso
Dir.ne dello spaccato OE-Incl.ne degli strati ad E con tendenza ad E 35°S.
Dir.ne variabile dall'interno all'esterno da NS a SO-NE.
Dir.ne dello spaccato 040°N ad E 40°S-Incl.ne degli strati
Costa Ascelas
Costa S. Bes
Vallone di Piamprà
Comba Marmotte
Comba Santanel
M. Marzo
I Corni
Cima Dondogna
Comba Dondogna
Alpe Perafraccia
Vallone di Traversella
Costa la Torretta
Chilometri
Metri
Dir.ne dello Spaccato NO-SE-Incl.ne a NO di 2°a 40°-Dir.ne degli strati a N35E.
Dir.ne dello spaccato OE-Incl.ne ad E 25°S di 15° a 30°-Dir.ne degli strati a N80°E.
Dir.ne dello spacc
Cima Sousson
Alpe i Serrù
Lago dei Serrù
Becco della Roccia
Vallone del Carro
Alpe la Cernera
Costiera dell'Euja
Ghiacciaio di Nel
Vallone di Nel
Levanna (Punta Ovest)
Ghiacciaio di Levanna
Cima di Piccola
Colle della Piccola e Vallone di Dres
Monte Borruard
Monte Moriond
Colle della Crocetta
Cima di Unghiasse
Laghi di Unghiasse
Monte Tovo
La Forca
Cima Bonet
Colle della Paglia
Uja di Belavarda
Vallone di Prato Fiorito
Dir.ne dello spaccato da S30°O a N°30°E-Incl.ne a N25°E di 30° a 0°-Dir.ne degli strati OE
Torrente del Rancio
Comba dell'Ariella
Colle di Peralza
Ghiacciaio di Peralza
Becco Costesse
Ghiacciaio di Roise banque
Lago Miserin
N.D. de la neige
Torrente Ojace
Becco di Raty
Lago Nero
Cu della Candira
Torrente Cialame
Piano di Vierin
Montagna du Filon
Pas du Torgnon
Dir.ne dello spaccato 050°NE 50°S - Incl.ne ad 080°N di 15° a 60°- Dir.ne degli strati a N65°E.
Torrente Savara
Vallone di Rovie
Vallone Mesoncles
Vallone Bouconere
La Tour
Torrente Luvionne
Alpi Luvionne
Cresta Leizier
Ghiacciaio di Montandeni
Becca di Montandeni
Ghiacciaio del Piano della Tribolazione
Punta di Ceresole
Ghiacciaio di Noaschetta
Il Dent Verd
Alpe la Motte
Torrente Noaschetta
La Forca
Il Traseu Rosso
Torrente di Pianlonetto
Dir.ne dello Spaccato SE-NO. Incl.ne ad E 50°S di 35° a 00° Dir.ne degli strati SO NE
Dir.ne dello spaccato SE-NO Incl.ne degli strati ad O 35°N di 15° a 4
Orco Torrente
Pont
Monpont
Costa Guerra
Borgata Guerra
Costa Rubin
Comba Faltinera
Torrente Forzo
Comba Pisse
Comba Trasei
Comba Paniglia
Comba Boschietto
Alpi Lavina
Colle del Bardoney
Punte de Tessere
Dir.ne dello spaccato NO SE Incl.ne 040°N di 3° a 20° Dir.ne degli strati da SO a NE
Bec Tout Blanc
Alpi Nivolet
Vallone del Nivolet
Ghiacciaio del Nivolet
Punta Bousié
Ghiacciaio di Percia
Vallone Perci
Costa Rousser
Vallone Agu
Canal Mean
Canal Rocciabé
Parrocchia di Ceresole Reale
Orco Torrente
Vallone di Lezerie
NB. La Scala venne ridotta a 13/34 di 1:50000 e per lo Spaccato UV a 13/34 di 1:150000

Dir.ne dello spaccato E 85° S - Incl.ne ad E 40° S di 25° a 40° - Dir.ne da SO a NE.
Dir.ne degli strati SO NE.
I Ronchi
M. Marzo
Bocchetta delle oche
Cima Arlens
Colle Arlens
La Guiassa
Pian Tallorno
M. Gavino
Vallone Verdassa
Punta Quinseina
Monte Bruciato
Cappella di Belice
Sallo
Orco Torrente
Chilometri
R S
T
Dir.ne degli strati a NE
Dir.ne dello spaccato S 80° O N 80° E - Incl.ne ad E 70° S di 30° a 60°
Dir.ne degli strati a NE.
Dir.ne dello spaccato OE - Incl.ne ad E 70° S - Dir.ne degli strati a NE - Dir.ne dell'elissoide di granito massiccio a NE
Alpe la Levrousa
Bocche dell'Aggia
Cima dell'Angiolino
Monte Soglio
Vallone di Gallenca
Torrente Gallenca
Prascorsano
Belmonte
Castello di Valperga
Valperga
Torrente Gallenca
B
Nord
Massiccio Gran Paradiso
Massiccio Riparia Macra
Sud
Orco Torrente
Cima di Bellagarda
I Ricchiardi
Stura di Valgrande di Lanzo
Uja di Mondrone
Martassina
Stura di Ala
Ciornova
Stura di Viù
Saletta
Col della Portia
San Valeriano
Dora Riparia
U
V
Dir.ne dello spaccato N 10° O a S 10° E - Incl.ne dei banchi prima a N 25° E poi a SE - Dir.ne degli strati NO a SE
N
Dir.ne degli strati a N 60° E.
Bellecombe
Testa di Rodda
M. Ouille
M. Char
Torrente Cialame
Costa Gleven
Vallon d'Issogne
M. Solon
Testa Colombo
Pont Bozet
Torrente Dyaxe
O
P
Torrente Balma
Torrente Preghella
La Carusa
La Balmetta
Torrente Lugio
Monpiano
Locana
Orco Torrente
Costa Barchero
Barchero superiore
Vallone Barchero
La Guia
Incrociamento collo spaccato A-B
Torrente Mallone
Ca Rua Rui
Torrente Albino
Truc Brusa
Rocca di Corio
Torrente Mallone
Cascina la Piana
D
Dir.ne dello spaccato S 10° O N 10° E - Incl.ne degli strati a N 15° a 80° E di 0° a 25° - Dir.ne degli strati O 10° a 15° NE 10° a 15° S
Creux de Moncuc
Cogne Grandeiva
Comba Chaplaine
Costa Grauson
Pointe Garin
C.ta di Garin
Pointe Rousse
C.ta d'Arbole
Col d'Arbole
Mont Emilius
Becca di Nona
Comba d'Arpisson
Alpi d'Arpisson
Dora Baltea
H
Dir.ne dello spaccato SN Incl.ne a N 10° E di 15° a 35° Dir.ne degli strati da O 2° N ad E 20° S
Dir.ne dello spaccato a N 5° E
Lago di Pontonet
Colle di Pontonet
Lavodilec
Arcola
N. D. de la neige
Pra Premier
Torrasse
Le Montor
S. Grato
Dora Baltea
L
Leggenda
delle tinte e dei segni convenzionali
per gli spaccati geologici in colore
Terreni cristallini antichi
Gneiss e Gneiss granitico GC
Terreni cristallini recenti
Serpentina, Eufotide, Lherzolite S
Anfibolite, Ovardite, Diorite A
Gneiss recenti GR
Calcescisti CS
Granito massiccio GR
Sienite ST
Calcari cristallini CR
Porfido P
Terreni quaternari
Terreno morenico m
Diluvium

Fig. 1. Spaccato trasversale ai depositi calcarei paleozoici di Levone

Fig. 4 Spaccato da Villa Castelnuovo a S. Anna dei Boschi attraverso all'altura di Filia

Fig. 7. Spaccato ideale dimostrante l'origine stratigrafica dei pianerottoli delle pendici SE del Gran Paradiso

Fig. 8. Spaccato ideale dimostrante l'inclinazione del piano di sollevamento dei terreni cristallini antichi e recenti

Fig.a 2. Spaccato attraverso l'Alpe Pesmonte

Fig. 5 Spaccato attraverso il monte di Vidracco

Fig.a 3 Spaccato dalle cave di calcare per l'alveo di Viana e Rivara

Fig. 9 Spaccato ideale al principio del piano di Ceresole (valle) dimostrante la formazione di terrazze per escavazione glaciale

Ricerche sperimentali sulle scariche elettriche. Seconda Memoria dell'Ingegnere AUGUSTO RIGHI

prof. di Fisica nel R. Istituto Tecnico di Bologna,

approvata per la stampa negli atti dell' accademia
nella seduta del 4 febbrajo 1877 (1).

I. Scintille nell'aria.

1. *Immagini fotografiche delle scintille.* — Mentre lo studio spettroscopico delle scintille ne ha svelato l'intima natura, poco v'ha tuttora di noto sulla loro forma trasversale, grossezza e fisiche proprietà; e ciò non può recar meraviglia, se si tien conto della rapidità con cui esse si producono e cessano. Pensai di ricorrere alla fotografia, e studiare comodamente l'immagine della scintilla data dalla camera oscura (2).

Le scintille brevi, e provenienti da piccoli condensatori, non danno immagini sulla lastra sensibile, che a condizione di adoperare un obbiettivo fotografico assai rapido, e liquidi preparati con le maggiori cure al fine di ottenere una grande sensibilità. Le scintille più poderose imprimono facilmente la loro immagine anche con obbiettivi semplici, ed anzi molte volte è duopo introdurre l'uso di diaframmi con fori più o meno piccoli, applicati davanti alla lente, affinchè nelle immagini le gradazioni sieno ben nette e visibili. Son giunto anzi ad ottenere l'immagine di grosse scintille, sopra lastre al collodio secco.

È bene che le operazioni fotografiche si facciano a breve distanza dagli apparecchi elettrici, stando in una camera illuminata con debole luce gialla. Si metterà *al punto* la macchina fotografica, osservando sul vetro smerigliato l'immagine delle palline fra le quali devonsi scagliare le scintille, e poscia, preparato il vetro sensibile, lo si esporrà a ricevere l'immagine non di una, ma di due o più scintille, spostandolo ad ogni scarica, sia lateralmente sia in direzione verticale. Sarà facile

(1) Per la Prima Memoria vedi: Memorie dell' Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, serie 3ª tomo VII pag. 193, come pure — Nuovo Cimento, serie 2ª tomo XVI.

(2) In questa idea sono stato prevenuto dal prof. Tait, il quale ha pubblicata una brevissima Nota nelle Transactions of the Royal Society of Edinburgh 1875, giunta a mia cognizione dopo che il presente lavoro era terminato. In quella Nota il prof. Tait riferisce esperienze per lui eseguite da un suo studente, allo scopo d'indagare la causa della forma tortuosa della scintilla, ricevendo perciò sulla lastra fotografica le immagini delle scintille d'una macchina d'Holtz date da una lente di quarzo. Tali immagini mostrano che i raggi di curvatura delle varie parti della scintilla, sono maggiori nell'aria calda che nella fredda. Il Tait ritiene che ciò che determina la tortuosità delle scintille, non sia nè il vapor acqueo dell'atmosfera, nè goccioline minute d'acqua, ma piuttosto particelle organiche sospese. Fa notare come singolarità che nelle immagini fotografiche, quelle porzioni delle scintille che sono dirette verso l'osservatore, sono più brillanti, senza però trarne la conseguenza che presenterò nel § 3, e cioè che le scintille sono trasparenti.

fra una scarica e l'altra variare la capacità dei condensatori, oppure la distanza esplosiva, od anche cambiare i diaframmi dell'obbiettivo. Ogni lastra porterà così diverse immagini, e sarà facilissimo fare fra di esse il confronto.

Le immagini di scintille provenienti da condensatori poco capaci, consistono semplicemente in una linea bianca (sulla prova positiva) di larghezza pressochè uniforme e più o meno tortuosa; quelle invece ottenute con grandi quantità di elettricità presentano una notevole larghezza, una intensità luminosa maggiore nell'asse e gradatamente decrescente verso il contorno, e limiti più o meno irregolari, specialmente in prossimità delle palline fra le quali prendono origine. Servano d'esempio le fig. 1, 2, 8, 9, 30 della tavola IV (1).

Ma anche le grosse scintille possono dare immagini sottili e d'intensità uniforme; basta perciò applicare all'apparato fotografico un diaframma a foro abbastanza piccolo. Nella fig. 10 tav. IV, si hanno cinque immagini di scintille ottenute successivamente in identiche condizioni, ma con diaframmi ad apertura gradatamente minori; queste immagini sono di grossezza ed intensità di più in più piccole. Questo risultato conferma quanto può dedursi dalla semplice ispezione delle fig. 1. tav. IV, e cioè che la luce della scintilla è decrescente dall'asse ai contorni.

2. *Trasparenza delle scintille.* — Questo decrescimento nell' intensità della luce si spiega, ammettendo che le scintille sono luminose in tutto il loro volume, e trasparenti. Che le scintille sieno trasparenti per la loro propria luce, può direttamente dimostrarsi come segue. Due aste orizzontali di ottone terminate con palline *a, b* (fig. 1 tav. I), si trovano davanti ad una lastra di vetro *VV* ben asciutta, ed altre due simili terminate da palline *c, d* trovansi nello stesso piano, al di là della lastra. Le palline *b* e *c* comunicano insieme, ed *a* e *d* colle armature d'un condensatore caricato dalla macchina d'Holtz. Al momento della scarica si avranno due scintille *ab* e *cd* sensibilmente simultanee, delle quali si prenderà l'immagine fotografica dirigendo l'asse dell'obbiettivo nel piano delle aste d'ottone. Siccome le due scintille sono più o meno tortuose, ripetendo l'esperienza molte volte, è probabilissimo l'ottenere diverse prove fotografiche nelle quali una porzione della scintilla *ab*, copra una porzione della *cd*. Ciò è avvenuto nella fig. 27 tav. IV. La parte ove le immagini sono sovrapposte è più intensa delle parti rimanenti; la luce della scintilla *cd* ha dunque potuto attraversare la scintilla *ab* ed impressionare la lastra.

Un'altra prova della trasparenza delle scintille troveremo nel § seguente.

3. *Forma delle scintille.* — Le brevi scintille sono pressochè rettilinee, ma le scintille assai lunghe presentano forme tortuose variabilissime. Per osservare comodamente la forma delle scintille, adoperai una macchina fotografica doppia da stereoscopio, colla quale ottenevo simultaneamente due immagini d'ogni scintilla. Le fig. 12, 13, 14, 18, 19, 20 della tav. IV, osservate collo stereoscopio insieme rispettivamente alle 15, 16, 17, 21, 22 e 23, mostrano in rilievo la forma tortuosa delle scintille. Nelle fig. 12-15 e 14-17 si lasciarono produrre tre scariche fra una

(1) Per formare questa tavola, come pure la tav. V, tagliai col diamante le negative in forma di piccoli rettangoli, e insieme li congiunsi in modo da formare come una sola negativa; questa negativa servì a stampare la tavola.

pallina ed un disco posto inferiormente, senza spostare la lastra sensibile; nella 13-16 furono quattro.

Nelle scintille della fig. 20-23 si scorgono facilmente certe piccole estensioni di un bianco più vivo, esse corrispondono a quei tratti della scintilla vista in rilievo, che sono all'incirca diretti verso l'osservatore, e per conseguenza verso l'obbiettivo fotografico nell'atto della produzione delle immagini. Questo fatto sta a dimostrare la trasparenza delle scintille.

Se le aste d'ottone terminate da palline, fra le quali avviene la scarica, non sono nel prolungamento l'una dell'altra, la scintilla s'incurva generalmente in modo da giungere a ciascuna delle palline nella direzione dell'asta che la porta. Questo fatto, che si osserva specialmente con scintille assai lunghe, 5 e 6 centimetri almeno, resta provato dalla fig. 19-22, che comprende immagini di scintille ottenute fra un' asta superiore verticale, ed una inferiore disposta orizzontalmente. Anche le due immagini 26 e 29 sono esempio d'una simile conformazione di scintille ottenute fra un'asta orizzontale superiore ed un disco piano pure orizzontale, situato più in basso. Con quest'ultima disposizione la scintilla assume all'incirca la forma d'un getto liquido che escisse dall'asta, e di frequente presenta dalla parte del disco delle biforcazioni.

Le più singolari conformazioni di scintille si ottengono allorquando una forte scarica debba seguire il contorno d'una lastra isolante, per esempio di vetro, o passare per un foro assai esile in essa praticato. Nel primo caso (fig. 3 tav. IV) la parte più splendente della scintilla è quella direttamente in contatto colla lastra, ed il suo spessore è sempre maggiore nelle parti corrispondenti agli spigoli. Nel secondo caso si ottengono le curiose immagini della fig. 11. La scintilla si dirige qualche volta direttamente attraverso il foro (come nella seconda immagine della fig. 11), e se questo è piccolissimo, assume dalle due parti della lastra una forma conica colla base appoggiata alla pallina. Ma il più delle volte, e specialmente se il foro è notevolmente più basso delle palline, come nella 1ª e 3ª immagine della fig. 11, da ciascuna parte della lastra la scintilla scorre per un certo tratto sulla medesima fino a raggiungere il foro. Appariscono allora degli sprazzi di luce che escono dalle due parti del foro, come se la materia che costituisce la scintilla rifluisse su sè stessa, non potendo insinuarsi nel foro, che ha diametro assai minore.

Le immagini della fig. 11 furono da me ottenute adoperando una lastra di ebonite munita d'un piccolissimo foro; ma nulla si cambia adoperando invece due lastre di vetro ben nette, poste in contatto con uno dei loro lati, e facendo passare la scarica attraverso la strettissima fessura che resta fra di esse. Non è dunque probabile che gli sprazzi luminosi descritti sieno dovuti a materia fortemente riscaldata staccata dalle pareti dell'apertura.

Quanto alla forma della sezione trasversale delle scintille, è a ritenersi sia circolare o all'incirca. Diffatti disponendo ad egual distanza dalla scintilla, ma più o meno lontani fra loro, due identici apparati fotografici, in modo da ottenere simultaneamente due immagini della scintilla, non trovai mai fra queste nessuna differenza di larghezza. Non sembra dunque ammissibile l'opinione che fu emessa da alcuni elettricisti, che cioè le scintille fossero alcune volte conformate come nastri, avessero cioè una delle dimensioni trasversali notevolmente maggiore dell'altra.

4. *Grossezza delle scintille.* — Se nelle immagini fotografiche delle scintille i limiti fossero ben decisi, sarebbe facilissimo misurarne la grossezza, e per maggior precisione tal misura potrebbe farsi, non già direttamente sulla lastra, ma sull' immagine di essa ingrandita, ottenuta col microscopio ordinario, o con quello a projezione. Ma l'essere sempre incerti i contorni delle scintille, e più ancora il dipendere la larghezza delle immagini dall'apertura del diaframma messo all'obbiettivo dell'apparato fotografico, fanno sì che solo quando le scintille sono assai lunghe e sottili, si possa con qualche sicurezza valutarne le dimensioni trasversali.

Il diametro delle scintille, dai minimi valori può salire sino a 3, 4 o più millimetri. Esso dipende dalla dimensione delle palline fra le quali avviene la scarica; dalla loro distanza, e quindi dalla differenza di potenziale fra le armature del condensatore; dalla capacità di questo, e cioè dalla quantità di elettricità che a parità di potenziale si scarica. Ma queste diverse circostanze influiscono in grado differente.

La grossezza delle scintille cresce, a parità di distanza esplosiva e di capacità, col diametro delle palline. Ma anche il dislivello elettrico richiesto alla scarica cresce in tal caso ; val meglio quindi confrontare il diametro delle scintille ottenute fra palline di diversi diametri, ma con distanze esplosive tali da richiedere una stessa differenza di potenziale fra le armature. Però anche così facendo, le scintille ottenute fra palline di maggior diametro sono più grosse.

La grossezza delle scintille cresce alcun poco insieme al dislivello elettrico, ma solo per distanze esplosive di pochi millimetri. Per grandi distanze esplosive la grossezza delle scintille sembra costante, finchè rimane tale la capacità del condensatore. Le fig. 4 e 7 tav. IV lo dimostrano.

La capacità del condensatore ha un'influenza preponderante. Le tre scintille della fig. 8 furono ottenute rispettivamente con 3, 2, 1 bottiglie di Leida, delle dimensioni indicate nella mia precedente Memoria [1]. Le molte misure fatte mi condurrebbero a credere che l'area della sezione trasversale delle scintille cresce un pò meno rapidamente della capacità del condensatore.

Nelle fig. 13-16, 14-17, 18-21, 19-22, e 29, tav. IV, si veggono delle scintille biforcate, e molte altre ancora ne ottenni nelle mie ricerche. Più rare volte osservai il caso di scintille divise in tre diramazioni, e cioè che uno dei rami della scintilla biforcata, alla sua volta si dividesse in due, come nella fig. 26. Ma in ogni caso, misurando la larghezza della immagine fotografica mi fu dato constatare, che *l'area della sezione della scintilla intera, eguaglia la somma di quelle dei rami in cui più oltre si trova suddivisa.*

Per valutare il diametro delle scintille tentai molti altri mezzi, oltre della misura delle immagini date dall' apparato fotografico, ricorrendo alla proprietà delle scariche, che più oltre sarà studiata, di seguire in certi casi la superficie dei corpi. Si inumidisca una striscia di carta di tornasole, e si faccia in modo che su di essa scorrano le scintille. Esse traccieranno in rosso il loro cammino; la larghezza di questa traccia è sensibilmente costante, se cambia solo la distanza esplosiva, ma varia assai, e nello stesso senso, colla capacità del condensatore.

[1] Mem. dell'Acc. delle Scienze di Bologna, serie III t. VII 1876. N. Cimento, serie 2ª t. XVI 1876.

Adoperando la carta ozonometrica bagnata, si ottiene una doppia traccia costituita da due linee parallele di color violetto, le quali segnano i due limiti laterali della scintilla. Infine facendo scorrere la scintilla sopra una lastra fotografica sensibile, si ottiene dopo lo sviluppo una larga traccia nera. Anche in questi ultimi due casi si verifica che la grossezza della scintilla dipende principalmente dalla capacità del condensatore.

Vedremo più oltre, che onde ottenere facilmente le scintille lungo la superficie delle carte bagnate o della lastra fotografica, è bene introdurre nel circuito una scintilla addizionale.

5. *Influenza della resistenza del circuito sulle scintille.* — Se i conduttori che congiungono le palline fra le quali si produce la scintilla, alle armature del condensatore, sono pochissimo resistenti, come ad esempio quando sono costituiti da brevi e grosse aste o fili metallici, la scintilla ha l'aspetto e le proprietà delle quali ci siamo finora occupati. Ma se al contrario si obbliga la corrente di scarica a percorrere delle colonne d'acqua distillata, la scintilla acquista conformazioni ed aspetti assai diversi. La fotografia diviene però impotente a ritrarre questi aspetti, poichè una piccolissima resistenza introdotta nel circuito basta onde l'immagine fotografica, da marcatissima che era, si riduca a due leggiere apparenze luminose corrispondenti alle estremità della scintilla, delle quali quella al polo negativo è sempre un poco più viva (fig. 9 tav. IV).

Onde poter osservare tutti i cambiamenti dei quali sono suscettibili le scintille elettriche, è d'uopo variare gradatamente la resistenza del circuito, cominciando da valori relativamente piccoli; s'introdurrà quindi dapprima una colonna d'acqua di sezione notevole e di breve lunghezza, e poi delle colonne d'acqua sottili e di lunghezza gradatamente maggiore. Occorrono almeno quattro reostati. Uno costituito da un tubo di vetro del diametro di 25^{mm} e della lunghezza di 120, pieno d'acqua, e di due dischi di rame rr' (fig. 3 tav. I.) la cui distanza nel liquido si possa facilmente variare; un altro formato da un tubo di vetro pieno d'acqua, del diametro di 6^{mm} e lungo 40 o 50 centimetri, entro il quale un filo metallico può scorrere in modo da variarsi gradatamente la resistenza; un altro reostata simile al precedente e della stessa lunghezza, ma del diametro interno di 2^{mm} circa; infine un quarto tubo lungo 20 o 30 centimetri, e del diametro interno di $0,^{mm}4$.

Se non si vuol tener conto dei valori della resistenza, ma solo osservare i successivi aspetti della scintilla, torna comodo il reostata della fig. 2 tav. I. Esso è costituito da due vasi A, B pieni di acqua distillata, comunicanti per mezzo di un tubo C di gomma elastica lungo 12 o 15 centimetri. Esso è situato fra due lastre di ebonite che possonsi più o meno avvicinare per effetto di alcune viti di pressione; ciò produce lo schiacciamento del tubo, cioè una diminuzione della sezione trasversale, e quindi un aumento di resistenza. Due di tali reostati possono bastare. Nel primo il tubo di gomma avrà circa 20^{mm} di diametro interno, nel secondo avrà 3^{mm}.

Sarà bene altresì adoperare un condensatore assai capace. Nelle esperienze che sto per descrivere adoperai fino a quattro delle solite bottiglie AB (fig. 3 tav. I) aventi entrambe le armature isolate, ed in comunicazione coi pettini orizzontali p p'

della macchina d'Holtz. Fra una delle armature A ed una delle palline m, n (del diametro di 15^{mm}) intercalai il reostata C.

Fra gli aspetti diversi che successivamente e gradatamente assume la scintilla al crescere della resistenza si possono distinguere quattro tipi principali, e cioè: 1.° scintilla bianca ordinaria, 2.° scintilla gialla, 3.° scintilla rossa composta, 4.° scintilla composta bianca o violetta. Notiamo dapprima che per indurre nella scintilla un dato cambiamento d'aspetto, occorre in generale una resistenza tanto maggiore quanto più grande è la distanza esplosiva.

Supponiamo che la resistenza introdotta fra l'armatura A e la pallina m (fig. 3 tav. I) consista in una colonna d'acqua di 25^{mm} di diametro e di 20^{mm} di lunghezza. La scintilla ha press'a poco l'aspetto ordinario, ma però verso le palline comparisce un'*aureola* giallastra; spesso sulla pallina negativa l'estremità della scintilla è verde. Aumentando la lunghezza della colonna d'acqua, la scintilla diviene larga, diffusa e di color giallo; le estremità sono più luminose e biancastre, e colle maggiori distanze esplosive la scintilla è bianca nell' asse (fig. 1 tav. II). Questo è il secondo degli aspetti dianzi enumerati; esso richiama perfettamente quello delle scintille d'induzione dotate d'aureola.

Mettendo in C una colonna d'acqua del diametro di 6 millimetri, e di cui si fa poco a poco crescere la lunghezza, cominciano ad apparire sulle palline degli sprazzi di color rosso (fig. 2 tav. II) specialmente con piccole distanze esplosive. Aumentando ancora la resistenza, col far uso d'una colonna d'acqua di 2^{mm} di diametro e di 200^{mm} di lunghezza, la scintilla diviene rossa, ma in pari tempo essa mostrasi costituita da un gran numero di scintillette tortuose più o meno divergenti; spesso alcune di queste scintillette sono bianche, ma bianche sono sempre le loro estremità. Queste scintille composte, che costituiscono il terzo tipo, producono un rumore debolissimo e sensibilmente prolungato, ed hanno proprietà non comuni alle altre forme di scintille, e quindi degne di fissare la nostra attenzione.

Supponiamo dapprima che la distanza esplosiva sia minore di 15^{mm} circa. L'aspetto della scarica è allora quello della fig. 3 tav. II, e cioè le diverse scintille componenti, spesso distribuite in un piano pressochè verticale, sono assai più lontane sulla pallina $+$ che sulla $-$. Se poi la distanza esplosiva è assai maggiore, la scintilla ha press'a poco lo stesso aspetto (fig. 4 tav. II) se la carica positiva giunge alla pallina che è dalla parte della colonna d'acqua, se non che sulla pallina negativa la luce trae al violetto, e a breve distanza da essa vi è un piccolo intervallo ove le scintille rosse sono assai riunite; ma se al contrario l' armatura comunicante colla colonna d'acqua ha carica negativa, l'aspetto della scintilla è quello della fig. 5 tav. II, e cioè sulla pallina $-$ apparisce una breve luce violetta, mentre un fascio di scintille rosse assai riunite parte dalla pallina $+$, ma non giunge alla luce violetta dell'altra, lasciando così un intervallo oscuro. La scintilla ha in tal caso una durata apprezzabile ai sensi, e produce un sibilo particolare. Il suo aspetto sembra conforme a quello delle *scintille deboli*, stando alla descrizione che ne fece il Riess. Queste scintille s'ottengono qui in modo ben diverso da quello indicato da Riess, ma senza difficoltà e con tutta certezza di riuscita.

Le scintille del 3° tipo indicano dunque con precisione la direzione della scarica,

e da qual parte trovasi la resistenza. Se due resistenze eguali si introducono l'una fra la pallina *m* e l'armatura *A* (fig. 3 tav. I), e l'altra fra *n* e *B*, le scintille hanno sempre l'aspetto delle fig. 3 o 4 tav. II; ricomparisce l'aspetto della fig. 5 se l'armatura negativa si pone in comunicazione col suolo.

Se si aumenta ancora la resistenza, cominciano ad apparire numerose delle scintillette bianche, ed adoperando una colonna di acqua di 2^{mm} di diametro e di 50 o più centimetri di lunghezza, le scintille aumentano di splendore, divenendo affatto bianche o violette, producendo un suono prolungato; le varie scintillette distribuite, approssimativamente in un piano verticale, presentano l'aspetto della fig. 6 tav. II. Se la distanza esplosiva è piccola le scintille sono di color violetto nella maggior parte del loro cammino, ma alle loro estremità vedesi un tratto bianco, notevolmente più lungo al polo positivo (fig. 7 tav. II). Queste scintille costituiscono il quarto tipo.

Se poi la resistenza si rende anche maggiore, adoperando il tubo di vetro di $0,^{mm}4$, si ha una scarica discontinua, formata cioè da tante successive scintille, come se ai conduttori della macchina d'Holtz non fosse unito nessun condensatore, o come ottengonsi col metodo indicato nella mia precedente Memoria [1]. Vedremo fra poco che le scintille parziali che compongono le scariche del 3° e 4° tipo sono esse pure successive, e non simultanee.

In tutte le forme di scintille può facilmente constatarsi l'influenza della capacità del condensatore, vale a dire della quantità di elettricità che si scarica, per una data distanza esplosiva. Le scintille del 1° e 2° tipo aumentano semplicemente di diametro, facendo crescere la capacità; in quelle del 3° e 4° tipo aumenta il numero delle scintille elementari di cui sono costituite.

6. *Azione d'una corrente d'aria sulla scintilla.* — Son noti i curiosi risultati che Du Moncel [2], Perrot [3] ed altri ottennero dirigendo un getto d'aria sulla scintilla d'induzione; non meno singolari sono gli effetti che si osservano operando in modo simile sulle scintille della macchina elettrica, specialmente su quelle del 3° e 4° tipo.

Le ordinarie scintille non sono sensibilmente influenzate da un getto d'aria anche energico. Quelle del 2° tipo presentano fenomeni analoghi a quelli delle scintille di induzione. Se un tubo di vetro dirige la corrente d'aria fornita da un mantice sulla scintilla della fig. 2 tav. II, essa assume l'aspetto della fig. 8. Con una scintilla assai lunga, ed una corrente d'aria assai energica, può ottenersi l'effetto della fig. 9.

Se si dirige la corrente d'aria sopra una scintilla del 3° tipo, essa a parità di velocità del getto, è assai più deviata di una del 2° tipo. Tutte le scintille elementari di cui è costituita si inflettono e partono da punti delle palline successivamente più lontani dal tubo che adduce l'aria. Per l'una e per l'altra cagione le scintille più lontane divengono assai più lunghe delle altre. Se la distanza esplosiva è assai grande, e la corrente d'aria molto potente, le scintillette più lontane appariscono troncate affatto, e le due porzioni di ciascuna trasciuate nella direzione della corrente

(1) L. c. § 9.

(2) *Notice sur l'appareil de Ruhmkorff.*

(3) Comptes Rendus de l'Acc. des Sc. t. XLIX.

(fig. 10 tav. II). In tal caso accostando alle scintille deviate il bottone d'una bottiglia di Leida, questa acquista una carica di nome contrario a quello della pallina che è dalla parte della colonna d'acqua. È singolare che sotto l'influenza del getto d'aria, le scintille della forma fig. 5 tav. II acquistano un aspetto identico a quello che assumono in simili circostanze le scintille della fig. 4 tav. II.

Se infine la corrente d'aria è diretta su una scintilla del 4° tipo, si osserva pure una deviazione delle scintillette che compongono la scarica. Se la corrente è assai energica il suo effetto si riduce a sostituire alla scintilla del 4° tipo, una serie di scintille semplici, che si presentano una per volta, ad intervallo brevissimo, come se la resistenza fosse maggiore di quel che è effettivamente. In generale una corrente d'aria assai impetuosa, agisce come un aumento di resistenza nel circuito.

Per quasi tutte le descritte esperienze può bastare il mantice acustico, caricandolo all'occorrenza di pesi. Ma per ottenere correnti d'aria di velocità anche maggiori, è necessario ricorrere ad una pompa, colla quale si comprime dell'aria in un robusto recipiente di metallo. Nel momento della scarica, girando un rubinetto si dà escita all'aria per un tubo rivolto verso la scintilla. Sarebbe però difficilissimo aprire a tempo il rubinetto, se non si ricorresse alla disposizione seguente. Una delle palline comunica mediante il tubo pieno d'acqua, coll'armatura esterna del condensatore; l'altra invece è isolata, ma si fa comunicare coll'armatura interna, quando il condensatore sia ben carico, lasciando cadere una leva metallica, che colla stessa armatura è in istabile comunicazione, nel momento stesso in cui si dà sfogo all'aria compressa. Per ottenere lunghe scintille si adoperano delle punte acute in luogo di palline. Appunto la fig. 11 tav. II mostra la scintilla che si ottiene fra due punte, sotto l'azione d'un getto d'aria assai veloce, allorchè la resistenza del circuito è tale che senza corrente d'aria darebbe una scintilla del 2° tipo.

L'effetto della corrente d'aria però rendersi ben manifesto, facendo uso dell'apparecchio rappresentato dalla fig. 4 tav. I. Esso consta di un tubo di vetro di 20^{mm} circa di diametro interno, chiuso da tappi di sughero nei quali penetrano le aste di ottone arrotondate *ab*, *cd* grosse circa $6,^{mm}$ fra le quali si formano le scintille, ed i tubi di vetro *e*, *f* che servono per la corrente d'aria. Una scintilla addizionale fra palline di 15^{mm} deve aggiungersi nel circuito, onde le estremità *b*, *c* non agiscano come punte.

Se non si introduce aria nel tubo, le scintille si formano fra le estremità delle aste; ma se col mantice si fa passare pel tubo una corrente d'aria, le scintille sono trascinate da questa, come vedesi, pel caso d'una scarica del 3° tipo, nella fig. 12 tav. II.

Abbiamo già osservato che quelle fra le scintillette elementari che sono più respinte dalla corrente d'aria, divengono necessariamente più lunghe. Se quindi si fanno scoccare le scintille fra conduttori disposti in guisa che questo allungamento divenga insensibile, la larghezza trasversale della scarica, sotto l'influenza della corrente d'aria deve divenire grandissima. A ciò serve un tubo (fig. 5 tav. I) di vetro lungo circa 20 centimetri e largo $35,^{mm}$ chiuso da sugheri nei quali penetrano le aste d'ottone *ab*, *cd* rotondate agli estremi, e grosse circa mezzo centimetro, fra le quali scoccano le scintille, come pure i tubi di vetro *e*, *f*, di 15^{mm} di diametro, pel primo dei quali

si fa entrare la corrente d'aria. Anche in questa esperienza, come nella precedente, richiedesi una scintilla addizionale nel circuito. Le due aste *ab* e *cd* si dispongono leggermente convergenti in basso, specialmente quando *ab* è —, onde la scarica avvenga fra l'estremo *b* e l'asta *cd*, allorchè non entra nel tubo la corrente d'aria.

Se la colonna d'acqua introdotta nel circuito è quella che dà le scintille gialle del secondo tipo, non appena si fa agire il mantice, la scintilla appare dilatata alquanto dal basso all'alto, in modo da occupare sulle due aste *ab*, *cd* una lunghezza di 3 o 4 centimetri. Operando invece su scintille del 3° tipo, le varie scintillette elementari rosse si distribuiscono sulle aste per una lunghezza di 10 centimetri, od anche più (fig. 13 tav. II). Infine sperimentando su una scintilla del 4° tipo, le scintillette sottili di cui è costituita, si distribuiscono esse pure per un certo tratto delle aste, mostrandosi distinte le une dalle altre.

Osservando la scarica della fig. 13 tav. II in uno di quegli specchi prismatici giranti, che servono in alcune esperienze d'acustica colle fiamme manometriche, anche con una piccola velocità di rotazione, si vede distintamente che ciascuna scintilla si produce dopo quelle che sono al disotto, e prima di quelle che la seguono andando verso l'alto. L'apparecchio descritto della fig. 5 tav. I, fornisce dunque il mezzo di scindere la scarica totale nelle varie scariche semplici di cui è composta, e distribuirle materialmente le une accanto alle altre, come si veggono distribuite allorchè si osserva l'immagine della scarica in uno specchio rapidamente girante.

Mi sembra facile il render conto del trasporto delle successive scintille che compongono la scarica del 3° o 4° tipo, per effetto della corrente d'aria, o dell'allargamento di una del 2° tipo. Consideriamo per esempio il caso della fig. 13 tav. II. La prima scintilla che si forma all'estremità inferiore delle aste lascia un filetto d'aria riscaldata, che offre un più facile tragitto alla seconda scintilla; ma quando questa si forma, quel filetto d'aria è stato portato in alto dalla corrente, e quindi più in alto si formerà la seconda scintilla. Così pure la terza scintilla seguirà il filetto d'aria riscaldato dalla seconda, e via dicendo. Le varie scintille distribuite lungo le aste, vengono in certo modo a disegnare le successive posizioni che per effetto della corrente, occupa il filetto d'aria attraversato dalla prima scintilla. Dalla velocità della corrente d'aria entro il tubo, e dall'altezza verticale della scarica intera, si potrà dunque dedurre approssimativamente la durata di questa.

Chiara apparisce altresì la ragione della disposizione speciale che mostrano le scintillette componenti una scarica del 3° o del 4° tipo, allorchè non interviene l'azione d'una corrente d'aria; esse, come si è detto nel § precedente, sono pressochè in un piano verticale. Il filetto d'aria riscaldato dalla prima scintilla, tende a muoversi verticalmente per la sua minor densità; ma può essere deviato dall'espansione che ciascuna scintilla produce nell'aria. L'essere poi le scintillette, specialmente quelle che compongono una scintilla del 3° tipo, più allontanate sulla pallina positiva che sulla negativa, mostra che l'estremità positiva della scintilla è più calda.

La corrente d'aria che si fa agire sulla scintilla, può originarsi in altre maniere. Rivolgendo una punta metallica acuta, comunicante con una delle palline, verso la scintilla, la corrente d'aria originata dalla dispersione basta ad ottenere una

deviazione nelle scintillette. Spesso alcune di queste vanno in pari tempo direttamente dalla punta alla pallina colla quale non comunica (fig. 14 tav. II).

Facendo scoccare le scintille al disopra della fiamma d'un becco Bunsen, ottengonsi come è noto, assai lunghe. La corrente ascendente di gas caldi, trascina un poco la scarica nel senso verticale. Gli aspetti che in tal modo assumono le scariche sono così svariati e bizzarri, che d'uopo è rinunciare a descriverli.

II. Fenomeni della Scarica Laterale.

7. *Distribuzione del potenziale in un circuito durante la scarica.* — Si abbia un condensatore la cui armatura esterna sia mantenuta in comunicazione col suolo, mentre l'interna viene caricata da una macchina elettrica, e due palline metalliche poste a breve distanza, l'una delle quali comunichi coll'armatura interna mediante una sbarra metallica di cui trascureremo la resistenza, e l'altra coll'armatura esterna mediante un circuito resistente, per esempio un lungo filo metallico di grossezza uniforme.

Prima e dopo la scarica del condensatore il circuito ha in ogni suo punto il potenziale zero; ma durante la scarica il potenziale acquista in ogni punto valori diversi da zero, e quindi il circuito stesso diviene capace di produrre gli effetti dei corpi elettrizzati. Se il potenziale dell'armatura interna fosse mantenuto costante, ciò che sperimentalmente non potrebbe ottenersi che coll'uso di coppie voltaiche, la distribuzione del potenziale lungo il filo sarebbe quella ben nota delle correnti d'intensità costante, e cioè il potenziale varierebbe uniformemente, secondo le ordinate d'una retta. Ma se al contrario il condensatore non riceve altra elettricità dall'esterno, il potenziale in ogni punto del circuito, dopo aver raggiunto un valor massimo, diminuisce di nuovo fino a zero. Ed anzi se è vero che sotto determinate condizioni, la scarica dei condensatori sia *oscillante*, il valore del potenziale in un punto qualunque del circuito, prima di tornar zero come prima della scarica, presenterà parecchi massimi e minimi successivi.

Supponiamo ora che a piccola distanza da un punto del circuito, che diremo A, trovisi un conduttore B. Potrà accadere che in un dato momento, durante la scarica, la differenza di potenziale fra A e B sia non minore di quella necessaria a superare lo strato d'aria che li separa; apparirà allora una scintilla fra il circuito percorso della scarica ed il corpo B.

Tale è la spiegazione del fenomeno che sotto il nome di *scarica laterale* venne descritto molto tempo fa da Riess, errando però in parte nel renderne ragione, e prima ancora da Cavallo e da Belli.

Invece di accostare ad un punto A del circuito un conduttore B, si può avvicinare ad esso un altro punto C dello stesso circuito; la scintilla fra A e C apparirà, se la differenza del potenziale in quei due punti raggiungerà durante la scarica un valore sufficiente. Pel caso attuale non è duopo supporre al potenziale zero l'armatura esterna del condensatore.

Se un conduttore B isolato, si porti a breve distanza dal circuito, fu notato che dopo la scarica laterale, il corpo stesso trovasi, come prima, allo stato neutro.

Il Belli spiega questo fatto ([1]), tenendo conto della conducibiltà che assume l'aria allorchè è percorsa dalla scarica. Non appena è scoccata la scintilla fra A e B, il potenziale diminuisce rapidamente in A, e diviene minore abbastanza di quello al quale il corpo B è stato portato, onde l'elettricità di questo, attraversando il filetto d'aria riscaldato dalla scintilla, si riversi nuovamente nel circuito.

Ma evidentemente quest'ultimo passaggio di elettricità non può essere tale da scaricare completamente il corpo B; l'esperienza eseguita a dovere mostra che effettivamente il corpo B conserva una carica, ed anzi che questa, nelle condizioni sperimentali indicate, è *dello stesso segno* di quella dell'armatura interna del condensatore. Basta perciò adoperare una piccola bottiglia di Leida, la cui armatura esterna mantiensi in comunicazione col suolo, mentre il suo bottone vien posto a breve distanza dal circuito; un elettroscopio a pila secca, situato a grandissima distanza dagli altri apparecchi, serve ad indicare la carica che resta nell'armatura interna della bottiglia, dopo che il bottone di questa fu colpito dalla scarica laterale.

Lo stesso risultato si ottiene se si fa agire il circuito per influenza. Si mette perciò in comunicazione con un punto del circuito un disco metallico A, mentre un disco isolato B può essere influenzato dal primo (fig. 6 tav. I). A breve distanza dal disco B ponesi la bottiglia B', o altro qualunque conduttore. Durante la scarica vedesi fra B e B' una scintilla. L'elettroscopio mostra di poi che B' ha carica dello stesso segno di quella dell'armatura interna del condensatore, e B carica di segno contrario.

8. *Scarica laterale fra due parti d'uno stesso circuito.* — La scarica laterale fra due punti dello stesso circuito merita d'essere studiata in modo particolare, specialmente per l'influenza che la resistenza del circuito, la capacità della batteria etc., hanno sulla sua produzione; tale studio condurrà a risultati conformi all' esposta spiegazione. Nei due capitoli seguenti vedremo poi come dalle leggi della scarica laterale, si deduca la teoria delle scariche nei liquidi conduttori, e delle scariche che seguono la superficie dei corpi.

Sieno in A e B (fig. 7 tav. I) le armature del condensatore; sia $dabB$ il circuito percorso dalla scarica, e d la distanza esplosiva. Due grossi fili di piccolissima resistenza ac, bc, congiungano due punti a e b del circuito con due palline, fra le quali apparirà la scarica laterale c.

Si cominci dal mantenere costanti la capacità del condensatore e la distanza esplosiva d, e per conseguenza anche la differenza di potenziale fra A e B al momento in cui comincia la scarica. Variando la posizione di uno dei due punti a e b, si trova che la scintilla c, può ottenersi tanto più lunga quanto maggiore è l'intervallo di circuito ab. Variando la resistenza d'uno dei tratti da, o Bb, si riconosce che in senso inverso varia la lunghezza della scintilla c.

Mantenendo invece costanti le resistenze da, ab, bB, la scintilla c può divenire tanto maggiore, quanto più grande è la distanza esplosiva d, e quanto maggiore è la capacità del condensatore; ossia nei due casi, quanta più elettricità trascorre dall'una all'altra armatura. La teoria della scarica laterale, lasciava prevedere questi risultati.

([1]) *Corso di fisica* t. III pag. 584.

Manteniamo ora costanti e la distanza d e la capacità del condensatore, ma facciamo variare la resistenza dell'intero circuito, in modo però che la resistenza del tratto ab varii nello stesso rapporto di quella delle parti rimanenti. Per facilità formiamo il circuito con tubi pieni d'acqua, in confronto della cui resistenza, quella delle parti metalliche potrà trascurarsi. Sieno dunque r, r' (fig. 8 tav. I) due tubi d'acqua identici, e la scarica laterale si ottenga fra le estremità a e b del secondo di questi tubi, a partire dalle palline d. Vista quale sia la massima scintilla c in tali circostanze, si tolgano i tubi r, r' e si sostituiscano con due altri eguali fra loro ma notevolmente più resistenti. La scarica laterale non potrà ottenersi che assai più breve.

Se i fili ac, bc partono dagli estremi del primo tubo r' (fig. 9 tav. I), contando da d verso l'armatura B, il risultato è opposto, e cioè aumentando nello stesso rapporto r' ed r'', ottiensi in c una più lunga scintilla.

Se infine il circuito è costituito da tre eguali tubi r, r', r'' (fig. 10 tav. I) e la scarica laterale ottiensi fra gli estremi del tubo di mezzo, sostituendo ai tubi r, r', r'' tre altri eguali ma di più grande resistenza, la scintilla c diviene minore.

Quest' ultima esperienza si spiega ritenendo che l'aumento di resistenza nel circuito, induce in generale un rallentamento nella scarica. Ora se la stessa quantità di elettricità passa in un tempo maggiore dall'una all'altra armatura, il massimo potenziale raggiunto da un punto qualunque del circuito sarà minore, e verosimilmente minore anche la massima differenza di potenziale fra due dati punti del circuito durante la scarica. Di quì la minor scarica laterale che ottiensi nel caso della fig. 10. L'opposizione dei risultati che ottengonsi nelle due esperienze delle fig. 8 e 9, mostra che l'elettricità che giunge nel circuito dalla scintilla d, è in certo modo trattenuta nel primo tubo d'acqua, o in generale nelle prime porzioni del circuito, e tanto più quanto maggiore è la resistenza del circuito stesso ; in queste prime porzioni del circuito si ha quindi per un dato istante, una più rapida variazione di potenziale andando da un punto ad un altro.

In tutte le esperienze sulla scarica laterale è bene rendere piccoli quanto più è possibile gli effetti dell'induzione ; giacchè è evidente che sulla produzione della scarica laterale devono avere grande influenza i fenomeni d'induzione fra le varie parti del circuito, e fra queste e l'arco acb. Nelle esperienze di confronto non si dovrà quindi variare la forma del circuito.

Abbiamo finora supposto che i fili ab e bc sieno pochissimo resistenti; se invece essi lo sono notevolmente, diminuisce la scarica in c. Tuttavia se si forma il circuito $dabB$ (fig. 7 tav. I) con un filo metallico, e con filo della stessa natura e grossezza si fanno i tratti ac, cb, che congiungono le palline c ai punti a e b del circuito, potranno ottenersi le scariche in c, quand'anche la lunghezza complessiva dei fili ac e cb sia molto maggiore di quella del tratto ab.

Il tratto di circuito ab può essere pochissimo resistente, purchè la scarica abbia intensità sufficiente, e piccola sia la resistenza del resto del circuito. Riesce quindi possibile l'ottenere una scintilla colla disposizione seguente. Si prenda uno di quei cilindri d'ottone (fig. 11 tav. I) che servono nelle lezioni per mostrare l' influenza dei corpi elettrizzati, e agli estremi di esso si fissino le aste metalliche ac, cb, che

terminano in *c* ad una piccola distanza. Facendo passare una scarica pel cilindro *ab*, potrà apparire in *c* una scintilla.

Fin quì si è supposto che la scarica laterale si formi in *c* fra due palline eguali. Se al contrario si adoperano due conduttori di diversa curvatura, per esempio un disco ed una punta, la scintilla si ottiene più o meno lunga a seconda della direzione della scarica; ciò che è perfettamente d'accordo colle leggi stabilite nella precedente Memoria sulle scariche elettriche. Sarà facile, a modo d'esempio, disporre le cose in guisa che si abbia la scintilla laterale, quando la scarica ha una data direzione, ma non quando ha la direzione opposta.

Possono ottenersi in molte altre maniere degli effetti di scarica laterale; mi limiterò a descriverne tre, che meglio degli altri si prestano alle applicazioni che in seguito dovremo fare delle leggi di questi fenomeni.

Si abbia un circuito *Add'c'tcB* (fig. 12 tav. I) nel quale *dd'* sia un intervallo d'aria, *t* un tubo d'acqua, e *cc'* due palline metalliche. Fra di queste si avrà la scarica laterale, come d'ordinario, purchè le distanze *dd'* e *cc'*, e la capacità del condensatore sieno convenienti. Ma quì accade un fenomeno, l'importanza del quale in seguito ci apparirà, e cioè la differenza di potenziale fra le armature, richiesta per la scarica è minore di quella che sarebbe necessaria qualora si togliesse il tubo *t*. Ciò si può provare, adoperando l'elettrometro a riflessione descritto nella Memoria precedente. Oppure si può caricare il condensatore in guisa, che non si abbia scarica, quando il tubo *t* non è a posto, ma che la scarica stessa abbia luogo accostando il tubo *t*. Ciò non recherà meraviglia ove si consideri che si facilita la scarica fra due palline quando si aumenti su di esse la densità superficiale dell'elettricità. Ora appunto col mettere a posto il tubo *t*, il potenziale su *c'd'* si accosta più al valore che ha sull'armatura *B*, e quindi cresce la densità sulle due palline *d'* e *d*.

Sieno *abcd* (fig. 13 tav. I) quattro eguali palline d'ottone, la prima ed ultima delle quali comunicano colle armature del condensatore, e le due intermedie comunicano fra loro mediante un tubo *t* pieno d'acqua. Diminuendo gradatamente la distanza fra *b* e *c*, oppure aumentando quelle fra *a* e *b*, e fra *c* e *d*, si arriva facilmente ad avere in pari tempo tre scintille in *ab*, *bc*, *cd*. La scintilla *bc* non è che una scarica laterale; diffatti nulla è sostanzialmente cambiato sopprimendo le distanze *ab* e *cd*, e introducendo in qualche altra parte del circuito una distanza esplosiva. Anche quì è degno di nota, che la differenza di potenziale fra le armature necessaria per ottenere le tre scintille *ab*, *bc*, *cd*, è minore di quella che si richiederebbe se il tubo *t* non esistesse. Basta per provarlo, adoperare l'elettrometro; od anche si farà nel modo seguente. Si interrompa in *e* il filo che congiunge *b* al tubo d'acqua; si potrà allora caricare il condensatore in modo che non si abbia dapprima la scarica, ma questa si ottenga, non appena con un manico isolatore si accostano abbastanza in *e* i due capi del filo metallico. La spiegazione di questo fatto è simile a quella del caso precedente. Se il tubo *t* non vi fosse, in *b* e *c* il potenziale avrebbe prima della scarica certi valori, intermedi a quelli delle armature *A* e *B*. Col tubo *t*, il potenziale in *b* e *c*, tende a divenire eguale; cresce adunque sia il dislivello fra *a* e *b*, sia quello fra *c* e *d*, cresce in conseguenza la densità sulle quattro palline, ciò che anticipa la scarica.

Si abbiano infine due bottiglie di Leida A, B (fig. 14 tav. I) poste sopra una tavola di legno a piccola distanza, e si mettano le loro interne armature in comunicazione coi conduttori della macchina d'Holtz. Durante la carica ha luogo una trasmissione di elettricità attraverso il legno, fra le due armature esterne. Ma al momento della scarica fra le armature interne apparisce anche fra le esterne una viva scintilla. Questa scintilla è una vera scarica laterale, nel circuito formato dalle armature esterne e dal legno col quale esse comunicano.

9. *Distribuzione del potenziale durante la scarica, nei casi di propagazione in due o tre dimensioni.* — Se una lastra metallica, od un recipiente contenente del liquido, fanno parte del circuito percorso dalla scarica, può ottenersi in generale una scintilla fra due palline, comunicanti per mezzo di fili poco resistenti, con due punti della lastra o del liquido.

Questa scintilla non è altro che una *scarica laterale* la cui causa risiede nella variabile distribuzione di potenziale entro il corpo attraversato dalla scarica. Così un foglio di stagno quadrato posto sopra una lastra coibente, oppure uno strato d'acqua d'egual forma posto in un recipiente di vetro, al quale giunge per due vertici consecutivi la scarica, fornisce fra gli altri due vertici, o fra altri due punti scelti opportunamente, una scintilla. Così pure se in un ampio vaso pieno d'acqua V (fig. 15 tav. I) giunge la scarica per due fili M N saldati in tubi di vetro, si potrà avere una scarica laterale in c, proveniente da due punti a, b del liquido, i quali comunichino colle palline c, mediante grossi fili metallici saldati essi pure in tubi isolatori. I fili M N possono terminare alla superficie del liquido, oppure portare la elettricità nell'interno di questo; nel primo caso può aversi tuttavia la scarica laterale c, quand'anche fra M ed N si formi una di quelle scintille superficiali, che saranno studiate nell'ultimo capitolo della presente Memoria.

In certe posizioni degli estremi a e b dei fili che conducono la scarica laterale, questa non si forma neppure per cariche assai forti del condensatore. In quei punti il potenziale ha dunque durante la scarica un valore sempre eguale, od almeno abbastanza poco differente perchè la distanza esplosiva c non sia superata. Si potrà dunque con una distanza c piccola il più possibile, studiare sperimentalmente come sieno distribuiti quei punti del corpo fra i quali non si ha per tutta la durata della scarica, differenza di potenziale sensibile. A questo scopo serve bene un tubo d'ebonite chiuso ad un estremo ed aperto all'altro, nell'interno del quale penetrano due viti d'ottone aventi l'estremità guernita di fili di platino. Questi fili, che si accostano quanto più si può senza che si tocchino, si fanno comunicare coi due punti del corpo percorso dalla scarica. Sarà facile, osservando nel tubo, accorgersi se una scintilla passi o nò fra le due viti, anche stando in una camera assai illuminata.

Si abbia dapprima una vaschetta circolare piena d'acqua, formata da un cerchio di metallo fissato con mastice sopra una lastra di vetro, nella quale la scarica giunga da una parte pel cerchio metallico, e dall'altra per un filo al centro della vaschetta. Se i punti che comunicano colle viti del tubo d'ebonite, sono equidistanti dal centro, non si ha mai scarica laterale; ma spostando più o meno uno dei fili che dal liquido vanno alle viti del tubo, si ottiene una scintilla più o meno vivace. Questo risultato potevasi prevedere per ragioni di simmetria. Similmente accade in un ampio vaso

cilindrico di metallo pieno d'acqua, nella quale la scarica giunga per le pareti e per un punto dell'asse. Non si ha mai scarica laterale se i punti a e b sono in uno stesso piano orizzontale, ed equidistanti dall'asse.

Se in una vaschetta cilindrica di vetro contenente uno strato sottile d'acqua, giunge la scarica per due punti M, N del contorno (fig. 15 tav. I) e col metodo indicato si cercano i punti fra i quali non ottiensi scarica laterale, si riconosce facilmente che essi formano delle curve sensibilmente eguali alle linee di egual *tensione*, trovate col calcolo e sperimentalmente dal Kirchhoff per correnti costanti distribuite in una lastra circolare. Sono cioè circonferenze di circolo aventi i centri sulla retta MN, e che la tagliano in due punti i quali insieme ad M ed N formano un sistema armonico. Operando con una vaschetta quadrata alla quale la scarica giunga per un vertice, e per un punto della diagonale per esso passante, si hanno curve equipotenziali eguali a quelle trovate dal Quincke [1] per correnti costanti.

Sembra adunque, concludendo, che entro i limiti di precisione di cui il metodo da me adoperato è suscettibile, nella propagazione di una scarica in un conduttore a due o tre dimensioni, vi sieno linee o superficie in ciascun punto d' ognuna delle quali il potenziale ad un istante qualunque ha lo stesso valore, e che queste linee o superficie coincidano con quelle dello stato permanente della corrente.

III. Scariche nell'interno dei liquidi.

10. *Apparenze luminose caratteristiche delle due elettricità.* — Quando una scarica elettrica penetra in un liquido, al che in generale si richiede nel circuito una scintilla addizionale, per mezzo di conduttori di piccola superficie, per esempio fili di platino saldati in tubi di vetro, alla maniera di Wollaston, compariscono su di quelli certe apparenze luminose, che sono appena visibili nella oscurità, se le condizioni dell'esperienza sono quelle ordinarie che hanno per iscopo di studiare la decomposizione del liquido, ma che divengono perfettamente visibili ed anzi assai splendenti se, rivolgendo ad esse l'attenzione, si adoperino scariche di molta elettricità ad alto potenziale. I fenomeni luminosi che in tal maniera si possono osservare hanno una proprietà che ne rende importante lo studio, quella cioè di avere forma ed aspetto assai differenti per le due elettricità.

Sul filo che guida l'elettricità positiva, cioè ove la corrente di scarica entra nel liquido, si veggono divergere alcune scintille tortuose, tanto più lunghe quanto maggiore è la scintilla addizionale, e quindi il potenziale della batteria, e tanto più grosse quanto maggiore ne è la capacità. Queste scintille divergenti, che costituiscono una specie di scarica luminosa corrispondente al *pennacchio* d'una punta positiva nell'aria, hanno color rosso nell'acqua distillata (fig. 1 tav. III). Al filo negativo, cioè ove la corrente esce dal liquido, si osserva invece una specie di *stelletta* assai luminosa e biancastra nel centro, con un gran numero di brevi diramazioni tutte all' ingiro (fig. 2 tav. III), le quali nell'acqua distillata sono pure di color rosso. Se i due fili di platino sono poco lontani nel liquido, alcune delle diramazioni del filo positivo si

[1] Pogg. Ann. t. XCVII.

dirigono verso il filo negativo senza raggiungerlo. Accostandoli ancora, le diramazioni positive raggiungono le negative, ed invece delle apparenze descritte si ottiene la vera scintilla senza diramazioni, la quale suol avere un color bianco vivissimo.

Operando coi liquidi più conduttori, come acqua acidulata, soluzioni saline ecc., sopra entrambi i fili veggonsi solo delle piccolissime stellette bianche molto splendenti e prive di diramazioni. Nell'alcool e nell'etere si hanno le stesse diramazioni come nell'acqua distillata, se non che hanno color verde; e mescolando imperfettamente dell'alcool o dell'etere coll'acqua, per un po' di tempo si ottengono delle graziosissime diramazioni parte rosse e in parte verdi.

Adoperando liquidi fluorescenti, o liquidi di diversa densità sovrapposti in uno stesso bicchiere, possono ottenersi in grandissimo numero degli effetti elegantissimi; siccome però non hanno che poco interesse scientifico, mi limiterò a descrivere i principali.

Sciogliendo nell'acqua distillata dell'esculina o del bisolfato di chinina, in quantità tanto piccola da non accrescere di troppo la conducibilità dell'acqua, le diramazioni luminose si circondano d'un bel chiarore azzurro. Con alcool e tintura di curcuma le diramazioni sono d'un verde bellissimo.

Ponendo in un bicchiere del solfuro di carbonio e dell'acqua, e mettendo uno degli elettrodi entro il solfuro a breve distanza dalla superficie di separazione fra i due liquidi, si vede una scintilla verde verticale, che entrando nell' acqua acquista diramazioni rosse. Con acqua distillata, e petrolio oppure essenza di trementina al disopra, si ha un analogo effetto; il quale diviene anche più elegante aggiungendo all'acqua un corpo fluorescente. In tutti i casi, sostituendo ai tubi alla Wollaston dei cannelli di vetro pieni di mercurio, aventi in basso un foro esilissimo dal quale il metallo non possa escire, si ottiene sul foro, e quindi al centro delle diramazioni una vivissima luce bianca.

Adoperando alcool al quale si sia aggiunto dell'acqua contenente cloruro di sodio, o di rame, o di stronzio, le apparenze luminose, specialmente sul filo + divengono gialle, o verdi, o di un rosso assai vivo.

Le apparenze luminose descritte sono sempre accompagnate da decomposizione del liquido. Ma anche quì si ha una notevole differenza ai due poli. Le bollicine gassose che nell' istante della scarica si mostrano con una specie di esplosione, sono molto numerose e minutissime sul filo —, ma poche e più grosse sull' elettrodo +. Raccogliendo i gas sviluppati in una campanella capillare di vetro posta sopra un piccolissimo imbuto nel liquido, ed alla sommità della quale penetrano due fili finissimi di platino in modo da poter servire anche come eudiometro, si può facilmente constatare che ad ambedue i poli si raccoglie un gas prevalentemente costituito da idrogeno, poichè non sparisce completamente con una scintilla che dopo l' aggiunta d'ossigeno. La mancanza di questo gas, che è sempre più notevole al polo +, può spiegarsi colla formazione di acqua ossigenata, poichè diffatti con acqua calda la deficienza è meno marcata. La decomposizione dell' acqua in tali condizioni è, come è noto, prodotta dal calore della scarica; essa è sempre assai più abbondante sull' elettrodo positivo.

La quantità di gas che si sviluppa ad ogni scarica sopra uno qualunque degli

elettrodi, cresce sia colla distanza esplosiva esterna al liquido, sia colla capacità del condensatore. Essa è sensibilmente proporzionale alla capacità , quando si mantenga costante la scintilla addizionale.

11. *Teoria delle scintille nei liquidi.* — Abbiamo già notato che se la distanza fra i fili metallici nel liquido è abbastanza piccola, si ha fra di essi la scarica diretta in forma di scintilla. Questa scintilla deve considerarsi come un effetto di *scarica laterale* nel modo che segue. Quando la corrente di scarica comincia, l'elettricità è trasmessa dal liquido per conducibilità; ma la differenza di potenziale sui fili si accresce gradatamente, e se raggiunge il valore richiesto onde vincere la resistenza alla scarica che oppone il liquido, si ha la scintilla. Perchè adunque avvenga una scarica esplosiva di data lunghezza entro un liquido dotato di sensibile conducibilità, come l'acqua, è necessario che la scintilla addizionale superi un certo valore minimo, che dipende, non solo dalla distanza esplosiva nell'acqua, ma anche dalla capacità del condensatore. Da questo modo di considerare la scarica in un liquido si traggono i seguenti corollari, che essendo dall'esperienza chiaramente ed agevolmente verificati, servono a provare la verità dell'esposta teoria.

La lunghezza della scintilla addizionale dovrà essere tanto più grande, quanto maggiore è la distanza esplosiva nel liquido. Se la scintilla addizionale non è sufficiente onde avvenga la scarica nel liquido, questa si produrrà aumentando convenientemente la capacità del condensatore. L'aggiunta di una gran resistenza nel circuito impedirà alla scarica di prodursi, giacchè diminuirà la differenza massima di potenziale fra gli elettrodi.

Bisogna ben distinguere la *resistenza alla conducibilità* che il liquido oppone al passaggio della corrente elettrica, dalla *resistenza alla scarica esplosiva.* La prima non dipende solo dalla distanza degli elettrodi, ma anche dalla loro forma ed estensione, come pure dalla forma del liquido nel quale sono immersi; invece la resistenza alla scarica deve dipendere, almeno prevalentemente, dalla sola distanza esplosiva. Ora se veramente la scintilla nell'acqua non è che un fenomeno di scarica laterale, dipendendo la massima differenza di potenziale fra gli elettrodi dalla resistenza alla conducibilità del liquido, si dovranno ottenere a parità di circostanze scintille più lunge, rendendo questa resistenza assai maggiore.

Ciò si può effettivamente constatare nel modo seguente. Tenendo costanti la scintilla addizionale e la capacità del condensatore, si vegga dapprima qual'è la massima lunghezza della scintilla che si ottiene cogli elettrodi immersi in un vaso di acqua. Poi, introdotti due fili metallici, per le estremità di un lungo tubo pieno d'acqua il cui diametro interno sia per esempio $\frac{1}{2}$ millimetro, si facciano passare delle scariche fra di essi, accostandoli poco a poco finchè si ottenga la scintilla, avendo cura però di mantenere il tubo pieno d'acqua. La lunghezza di questa scintilla risulterà certamente quattro o cinque volte maggiore di quella dapprima osservata. In questa esperienza conviene evitare d'esser colpiti da frammenti del tubo di vetro, che nell'atto della scarica quasi sempre si rompe.

Non bisogna credere che diminuendo vieppiù il diametro del tubo capillare, la lunghezza della scintilla cresca indefinitamente. Infatti coll'aumentare la resistenza totale del circuito, si rallenta la scarica, e perciò ancora si diminuisce la differenza di potenziale massima fra due punti del circuito stesso.

Se dunque la scintilla che va direttamente dall' uno all' altro elettrodo, è dovuta ad una specie di scarica laterale, tale sarà pure la causa delle apparenze luminose che si osservano sui fili stessi, quando non siano troppo vicini nel liquido; e cioè quelle diramazioni luminose altro non saranno che scariche le quali avvengono fra ciascun filo, e quei punti del liquido nei quali durante il passaggio dell' elettricità, il potenziale raggiunge un valore sufficientemente diverso da quello del filo.

12. *Scariche luminose nel liquido, senza elettrodi o con un solo.* — Un'altra conseguenza si può dedurre dal modo nel quale abbiamo considerata la scarica nell'acqua, e cioè che devono potersi ottenere delle scintille fra due porzioni del liquido lontane dagli elettrodi. Supponiamo diffatti che l' elettricità percorra un tubo cilindrico pieno d' acqua di breve lunghezza e sottilissimo, il quale congiunga due larghi vasi pieni d' acqua nei quali gli elettrodi sono immersi. Esso opporrà una gran resistenza alla corrente di scarica, la differenza di potenziale fra le due estremità diverrà perciò assai grande, e potrà divenirlo tanto, che sotto forma di scintilla l' elettricità si scagli dall' una all' altra.

Per ottenere tali scintille nella massa liquida torna comodo l' adoperare tubi di vetro aperti completamente ad un estremo *b* e con una piccola apertura all'altro *a* (fig. 17 tav. I). La loro lunghezza *ab* deve essere circa un mezzo metro, e la loro superficie esterna ricoperta di gomma lacca fusa, deve mantenersi accuratamente asciutta. L' estremo *a* si immerge nell'acqua contenuta in un vaso, e due fili *M, N,* il primo dei quali è immerso nel vaso, e l' altro nell' acqua che si versa entro il tubo, servono ad introdurre la scarica. Il canaletto capillare che trovasi in *a* è percorso dalla scarica luminosa; l' aspetto di questa è diverso secondo la forma e dimensione del foro *a.* Ecco qual' è la miglior maniera di preparare il tubo *ab,* alla quale sono giunto dopo molti tentativi. Si prenda un cannello di vetro di circa 1 centimetro di diametro e lungo circa 55 centimetri. Col becco a gas alimentato dal mantice si dia al tubo verso una estremità la forma *T* (fig. 18 tav. I), in modo che l' apertura che resta in *t* abbia circa due millimetri di diametro. Si tagli in *t* il tubo, e portato sopra un becco Bunsen se ne faccia fondere l' estremità in modo che l' apertura diminuisca di diametro poco a poco. Sarà facile così ottenere un' apertura estremamente esile come in *B* (fig. 19 tav. I).

Si riconoscerà se il diametro del foro sia conveniente, in questo modo. Si introduca nel tubo *B* un po' d'acqua, indi messo alla bocca l' estremità superiore, si comprima l'aria nell'interno del tubo con tutta forza. L'acqua dovrà escire goccia a goccia dal foro inferiore, senza formare uno zampillo. Può darsi che l' apertura lasciata nel tubo sia tanto esile che l' acqua, per così dire, non esca affatto. Allora l'effetto che dà il tubo è diverso, ma questo stesso effetto può ottenersi con un tubo *A* diversamente costruito. Esso non è altro che un tubo interamente chiuso in basso, nel quale si produsse una piccola screpolatura *a* (fig. 21 tav. I) col toccarlo, mentre era caldo, con un ago bagnato d' acqua fredda.

Un effetto ancora diverso si osserva colla scarica, se l' apertura lasciata inferiormente al tubo *B* non è tanto piccola, vale a dire è tale da lasciar escire l' acqua in forma di zampillo, quando si soffia fortemente alla estremità superiore. Ma in tal caso lo stesso effetto può ottenersi con un tubo *C* (fig. 20 tav. I) più facile a costruire.

Basta perciò affilare in forma conica l' estremità di un cannello di vetro il cui diametro interno sia di circa 3^{mm}, e l' esterno di 8^{mm}; l' apertura che resta all' estremità inferiore sia di $\frac{1}{2}$ millimetro circa.

Abbiamo così dei tubi di tre sorta, che indicheremo d' ora in poi con *A*, *B*, *C*, aventi aperture ordinatamente crescenti; con questi tubi possono eseguirsi le esperienze seguenti.

Si ponga il tubo *A* al posto del tubo *ab* della fig. 17 tav. I. Nell' istante della scarica comparisce sulla screpolatura che esso porta inferiormente una viva luce gialla, nella quale però nulla si scorge di singolare, all' infuori della produzione di minutissime bollicine gassose.

Con un tubo della specie *B* si ottengono al contrario delle apparenze luminose degne di nota, e assai brillanti, specialmente se, per diminuire la resistenza del circuito, il filo *N* si prolunga sino a due centimetri o anche meno, dall'estremità inferiore del tubo stesso. Se il filo *N* guida l'elettricità positiva, all'esterno del foro compariscono quelle stesse ramificazioni rosse che caratterizzano l'elettrodo positivo (vedi § precedente), mentre nell'interno del tubo si veggono le ramificazioni negative (fig. 3 tav. III). Se invece giunge al tubo l'elettricità negativa, le stesse ramificazioni appariscono, ma hanno cangiato posto (fig. 4 tav. III).

Mettendo in una stessa vaschetta (fig. 22 tav. I) due tubi della specie *B* a breve distanza; le ramificazioni si congiungono in un'unica scintilla di color roseo o bianco (fig. 5 tav. III).

Ad ogni scarica che passa per un tubo *B*, tanto nell'interno quanto fuori appariscono delle bollicine gassose. Esse possono raccogliersi in una campanella capillare, come si è indicato al § precedente, ed analizzarsi. Il gas che si raccoglie all'esterno del tubo quando in esso giunge l'elettricità positiva, cioè quando le apparenze luminose sono quali le indica la fig. 3 tav. III, ha la stessa composizione di quello raccolto dal tubo della fig. 1 tav. III. Allorchè invece giunge nel tubo l'elettricità negativa, cioè quando le apparenze luminose sono come alla fig. 4 tav. III, si raccoglie un gas identico a quello che si ha dal tubo della fig. 2, e anche qui, come allora, il gas è in quantità minore.

Adoperando un tubo della specie *C*, cioè con apertura inferiore non tanto piccola, o di forma conica, si osservano con scariche deboli delle apparenze analoghe a quelle or ora descritte, ma più pallide e meno sviluppate. Ma aumentando la scintilla addizionale, e facendo uso di un esteso condensatore (4 delle solite bottiglie), le ramificazioni, specialmente quelle interne al tubo, divengono assai appariscenti. Quelle esterne al tubo conservano il solito aspetto caratteristico delle due elettricità; ma quelle interne sono più grosse assai, ed in esse meno si distingue il segno delle cariche. Tuttavia quando nel tubo giunge l'elettricità positiva esse sono un po' più brevi (fig. 6 tav. III), che quando v'arriva la negativa (fig. 7 tav. III). Nel loro insieme, queste apparenze luminose che si ottengono con un tubo *C*, raffigurano in piccolo un tronco d' albero colle radici in basso divergenti, specialmente quando il tubo è $+$ (fig. 6 tav. III).

Se l'estremità del filo metallico situato nell'interno del tubo, si avvicina abbastanza al foro, oppure, se lasciandolo nella sua sua posizione si fa crescere abbastanza la

scintilla addizionale o la capacità del condensatore, le ramificazioni interne raggiungono il filo, e si ha una vera scintilla che congiunge l'estremo di questo al foro. All'esterno si notano le solite diramazioni.

La scintilla così ottenuta è di color roseo; ma accrescendo ancora sia la scintilla addizionale, sia la capacità del condensatore, diviene d'un bianco vivissimo. In tal caso però è facilissimo che il tubo si rompa.

La fig. 8 tav. III rappesenta questa scintilla nel caso in cui il filo che penetra in un largo tubo della specie *C* conduce l'elettricità +. Essa può divenire lunga 2 centimetri quando la scintilla addizionale sia di un sol centimetro. Versando all'esterno del tubo un po' d'acido solforico, questo poco a poco penetra nel tubo. La scintilla allora non raggiunge più il foro, ma solo arriva allo strato più conduttore; si vede quindi una scintilla che parte dal filo e si arresta ad una certa distanza dal foro, e dalle due parti di questo diramazioni brevissime e poco visibili.

La fig. 9 tav. III rappresenta l'effetto che si ottiene allorquando l'acqua che è nell'interno del tubo non giunge a toccare il filo metallico. Si vede allora una scintilla nell'aria, che suol essere bianca, o gialla, o violacea, la quale si dirige verticalmente entro il tubo dal filo all'acqua; essa si ripiega ad angolo retto e scorre orizzontalmente sul liquido, poi si dirige verso l'apertura attraverso l'acqua, assumendo il color roseo. Fuori dall'apertura si hanno le caratteristiche diramazioni rosse che nella fig. 9 sono quelle della elettricità positiva.

Tutti i fenomeni descritti si spiegano coi principii dapprima enunciati, tenendo conto segnatamente dell'effetto che induce la variabile resistenza dell'intero circuito.

Così per esempio coi tubi *B* non si ottiene che difficilmente ed assai breve la scintilla interna della fig. 8 tav. III, giacchè per la ristrettezza del foro, la resistenza del circuito diviene grandissima, la scarica rimane rallentata e diminuita la massima differenza di potenziale fra due punti qualunque del circuito.

Nelle esperienze che corrispondono alle fig. 3, 4, 5, 6, 7 della tav. III, si hanno scintille attraverso un tubo ristrettto, le quali ai due estremi si perdono ramificandosi nelle due masse d'acqua più voluminose, precisamente come nel caso ipotetico dapprima considerato, di un tubo cilindrico sottilissimo che congiunge due grandi vasi. Ma è possibile realizzare l'esperienza col tubo capillare nel modo considerato teoricamente. Si fissi perciò solidamente ed ermeticamente con gutta-percha un tubo *ab* (fig. 23 tav. I) del diametro interno di circa 0,^{mm} 6 e lungo un centimetro, all'estremità di un lungo tubo di vetro *T*, accuratamente rivestito di gomma lacca, e dopo avere in questo introdotto un filo *N*, si immerga nel solito modo in un recipiente d'acqua, ove pesca pure il filo *M*. Se pei fili *M*, *N* giunge una scarica d'intensità sufficiente, apparisce in *ab* una scintilla, la quale termina ai due estremi del tubo capillare con brevi diramazioni; di queste, quelle rivolte nel senso della scarica hanno la forma caratteristica dell' elettricità positiva, le altre quella della negativa.

Se si vuole che la scintilla giunga con uno dei suoi estremi ad uno dei fili metallici (come nelle fig. 8 e 9 tav. III) si prenda un tubo capillare (fig. 24 tav. I) lungo circa mezzo metro rivestito esternamente di gomma lacca fusa, e si faccia in esso penetrare un filo metallico *Na*. Immerso colla estremità nell' acqua e fatta passare la scarica pei fili *M* ed *N*, apparisce in *ab* una scintilla, che in *b* termina colle solite

caratteristiche ramificazioni. Se il tubo ha il diametro interno di $0^{mm}6$, è facile ottenere una scintilla *ab* di tre centimetri, mentre la scintilla addizionale è di circa un centimetro. Con un tubo notevolmente più sottile o più ampio, la lungezza della scintilla è minore. Ciò è evidente nel secondo caso, se si pone mente all'esposta teoria delle scintille nei liquidi, e nel primo si spiega tenendo conto dell'aumento di resistenza del circuito, e del rallentamento che ne consegue per la scarica.

Un altro modo di ottenere scintille che terminano da ambo le parti nel liquido, sta nella disposizione seguente, che ha il pregio di mettere a confronto il modo diverso di comportarsi dei tubi *B* e *C*. Si disponga un tubo della specie *B* entro un tubo *C* (fig. 25 tav. I) più ampio, in modo che le estremità dei tubi distino di 2, 3 o più centimetri. Quando giunge pei fili *M*, *N* una scarica non tanto intensa, si veggono alle estremità dei due tubi le solite apparenze, come mostra la fig. 10 tav. III, nella quale si è supposto il filo *N* positivo. Ma aumentando la intensità della scarica, coll'aumentare sia la capacità del condensatore, sia la scintilla addizionale, le ramificazioni esterne di *B* si congiungono colle interne di *C* in un'unica scintilla, quale quella che nell' ipotesi $N+$ rappresenta la fig. 11 tav. III. È facilissimo ottenere così scintille di 3 o più centimetri; e più lunghe ancora si ottengono mettendo fra i due tubi *B* e *C* dell'alcool, nel qual caso la scintilla diviene verde.

Tutte le esperienze descritte in questo paragrafo, oltre dell'interesse che presentano per la teoria della scarica nei liquidi, riescono di effetto assai bello e spesso sorprendente eseguite in una camera quasi oscura. L'uso di diversi liquidi, nei quali le scintille assumono colori diversi, come pure di tubi o di liquidi fluorescenti, conduce ad una immensa varietà di effetti assai eleganti ed istruttivi. Per esempio ponendo in un tubo della specie *C* dell'acqua ed una goccia di solfuro di carbonio, che ne occuperà la parte inferiore, la scintilla assumerà una delle forme come alle fig. 6, 7, 8 tav. III; ma mentre sarà rossa nella parte che attraversa l'acqua, splenderà di viva luce verde-azzurra nel tratto che attraversa il solfuro di carbonio. Per amor di brevità mi astengo però dall'entrare in maggiori dettagli per ciò che riguarda gli svariatissimi aspetti che possono assumere le scintille nei liquidi.

13. *Fenomeni analoghi ottenuti con coppie voltaiche.* — I fenomeni luminosi che si osservano sugli elettrodi, quando nell'acqua si fanno passare delle scariche elettriche, e la decomposizione calorifica che li accompagna, hanno molta analogia con quei fenomeni assai meno appariscenti, che sotto il nome di *illuminazione degli elettrodi* furono studiati da alcuni fisici, e segnatamente dal Quet [1]. Dirò brevemente d'alcuni notevoli fenomeni che ho riscontrati nel far passare nell' acqua acidulata una poderosa corrente, mediante due di quei tubi di vetro da cui affiora un filo di platino, adoperati nelle prime esperienze di questo capitolo.

Colla corrente di 20 o 30 coppie Bunsen, si ha sopra uno degli elettrodi svolgimento continuo di minutissime bollicine di gas, ma sull'altro si forma una sola bolla che cresce lentamente e finalmente si stacca, salendo alla superficie dell'acqua ove scoppia producendo un po' di fumo. Su questo secondo elettrodo, osservato nell'oscurità, apparisce una debole luce, la cui intensità diminuisce mano a mano che

[1] Comptes Rendus XXXVI p. 1012.

la bolla s'ingrossa, e cresce d'un tratto quando si stacca. Agitando nel liquido i due elettrodi succede non di rado che i fenomeni cangiano posto su di essi.

Sollevando uno degli elettrodi *Mm* (fig. 26 tav. I) sino a che sporga leggermente dal liquido, in modo che la corrente debba seguire il velo d'acqua aderente al vetro, ivi si osserva la luce e la decomposizione colorifica dell'acqua accompagnata da fumo e da uno speciale crepitio; intanto sull'elettrodo immerso si svolgono immancabilmente le minute bolle, senza produzione di luce, dovute all'elettrolisi. Se nel circuito si pongono due vasi contenenti acqua acidulata, in uno accadono i fenomeni descritti, ma sui due elettrodi dell'altro si ha l'ordinaria decomposizione elettrolitica. Si direbbe adunque che in qualche parte del circuito debba sempre effettuarsi la decomposizione calorifica dell'acqua accompagnata da luce, ma che col numero di pile adoperato non può aversi che in un luogo solo.

Con 15 coppie i fenomeni sono gli stessi finchè si adopera un sol voltametro; ma con due voltametri non si ha in entrambi che l'elettrolisi. Con 12 coppie si ha la semplice elettrolisi anche con un solo voltametro; il fenomeno luminoso sopra uno degli elettrodi si ottiene solo a partire da 13 coppie.

Colla corrente data da 30 coppie sono giunto ad ottenere la produzione di luce e la decomposizione calorifica dell'acqua, in una porzione del liquido lontana dagli elettrodi, come le ottenni colle scariche dei condensatori.

Si prenda perciò un tubo di vetro sottile chiuso ad una estremità, e si faccia nascere nel medesimo una screpolatura, toccandolo, dopo averlo riscaldato, con un corpo freddo. Si riempia quindi di acqua acidulata il tubo, e s'immerga verticalmente in un bicchiere contenente del pari acqua acidulata, in modo che la screpolatura sia prossima alla superficie del liquido. Uno dei fili, o meglio, lamine metalliche che guidano la corrente si immerga nell'acqua del tubo; l'altra nell'acqua del bicchiere. Si vedrà allora sulla screpolatura prodursi un gran numero di bolle gassose, accompagnate da svolgimento di luce, le quali parte entro e parte fuori del tubo di vetro, salgono alla superficie. Oltre a ciò si udrà un rumore particolare di crepitio, accompagnato da leggiere scosse sul tubo, le quali finiranno coll'allungarne la screpolatura, ed anche col romperlo affatto.

IV. Scariche alla superficie dei corpi.

14. *Scariche alla superficie dell'acqua; caratteri distintivi delle due elettricità.* — Priestley sembra sia stato il primo a descrivere le scintille che seguono la superficie dei corpi. Esso ottenne tali scintille, non solo sull'acqua, ma su di un gran numero d'altri corpi, e notò che ad ottenerle si richiedevano condensatori assai capaci. Beccaria, Singer, Harris, Belli [1] si occuparono pure di queste scariche, senza però darne un'attendibile teoria.

Per ottenere le scariche alla superficie dell'acqua, si può adottare una delle disposizioni seguenti. Si ponga il vaso *V* contenente acqua, in comunicazione coll'armatura *B* del condensatore (fig. 27 tav. I), e l'armatura *A* si faccia comunicare con

[1] *Corso di Fisica*, t. III pag. 596.

una pallina *a* posta al disopra del liquido. Se le distanze *ab* e *bc* sono convenienti, allorchè il condensatore caricato dalla macchina d'Holtz raggiunge un livello elettrico sufficiente, avviene la scarica, ed apparisce una scintilla verticale *ab*, che si ripiega da *b* a *c* alla superficie dell'acqua. Se si vuole che la distanza *bc* sia assai grande, conviene aumentare del pari la distanza *ab*. Se non si soddisfa a questa condizione non si ha più una vera scintilla *abc*, ma soltanto una pallida scintilla da *a* a *b*, ed intorno a *b* un gran numero di diramazioni luminose. Guardate con attenzione, in queste diramazioni si scoprono dei caratteri diversi secondo il segno dell'elettricità che giunge al liquido dalla pallina *a*. La fig. 12 tav. III dà idea delle diramazioni luminose che caratterizzano l'elettricità positiva; esse hanno generalmente un color violetto mentre quelle dell'elettricità negativa (fig. 13 tav. III) mostrano un colore più rossastro. Oltre a questa lieve differenza, le ramificazioni sono assai più numerose per l'elettricità positiva che per la negativa. Se l'asta *Bc* è immersa nell'acqua solo per un brevissimo tratto, appariscono le ramificazioni anche intorno a *c*. Se lasciando in posto la pallina *a*, si aggiunge nel circuito una scintilla addizionale, oppure si aumenta la capacità dei condensatori, le ramificazioni crescono in numero ed in lunghezza, finchè quelle che partono da *b* raggiungono quelle di *c*. Allora il fenomeno cangia, e si ottiene la sola scintilla superficiale *abc*. Le fig. 25 e 28 tav. IV sono immagini fotografiche di alcune di tali scintille.

Si può tener isolato il vaso *V*, e porre al disopra di esso due palline *d a* (fig. 28 tav. I) comunicanti colle armature. Se le distanze *dc* ed *ab* sono troppo piccole in confronto di *bc*, si hanno due pallide scintille verticali *ab*, *cd*, e le ramificazioni caratteristiche delle due elettricità intorno a *b* ed a *c*. Ma aumentando le distanze *ab*, *cd*, oppure aggiungendo una scintilla nel circuito, od infine aumentando la capacità del condensatore, si ha una brillante scintilla della forma *abcd*. La fig. 24 tav. IV è l'immagine fotografica di una di tali scintille. Il tratto orizzontale *bc* è quasi sempre assai tortuoso.

Si può operare ancora in una terza maniera; immergere cioè nel liquido per un brevissimo tratto due aste *Bb*, *da* (fig. 29 tav. I), la prima comunicante coll'armatura *B*, e l'altra colla *A*, lasciando però in *d* una scintilla addizionale. Allora si ottengono o le diramazioni intorno ad *a* e *b* o la scintilla *ab*, secondo che la scintilla *d* è piccola o grande, e secondo la capacità del condensatore. Quest'ultimo metodo è il migliore, giacchè col primo metodo è difficile ottenere la scintilla quando la pallina è negativa, e col secondo si incontra la stessa difficoltà quando una delle palline sia più dell'altra lontana dal liquido, ed abbia la carica negativa. Questa difficoltà si ha in generale per la scintilla fra due conduttori di curvatura assai differente, quando giunge l'elettricità negativa a quello il cui raggio di curvatura è minore.

Coll'ultimo metodo la scintilla *d* è indispensabile, poichè senza di essa si avrebbe una lenta propagazione dell'elettricità nell'acqua senza scintilla. Ma si può escludere la scintilla *d* qualora in qualche altra parte del circuito resti un intervallo d'aria.

Così per esempio adoperando due bicchieri *V* e *V'* a breve distanza (fig. 30 tav. I) in cui sono immerse le aste *Bd*, *Aa* comunicanti colle armature, si hanno le diramazioni in *d* ed *a*, ed una scintilla nell'aria da *b* a *c* che si dirama nei due

vasi. Aumentando *bc* si finisce coll'ottenere una sola scintilla da *d* ad *a*, che segue la superficie dell'acqua e l'orlo dei bicchieri, da *d* in *c* e da *a* in *b*, e attraversa l'aria in *bc*.

Se nel vaso pieno d'acqua sulla superficie della quale si producono le scintille, si immergono delle lastre di vetro sporgenti dal liquido, come *mn*, *pq* (fig. 32 tav. I), la scintilla, rimanendo alla superficie dell'acqua si ripiega come mostra la linea punteggiata della figura. Se le lastre sono di poco sporgenti dal liquido, può la scintilla superarle strisciando sulle due faccie d'ogni lastra in modo da oltrepassarne il lato superiore.

Una resistenza notevole introdotta nel circuito rende più brevi le diramazioni, e più difficili ad ottenersi le scintille, poichè fa sì che si abbiano le diramazioni anche quando le altre condizioni sarebbero tali da dare la scintilla superficiale. Il tratto verticale della scintilla ottenuta colla disposizione della fig. 27 tav. I diventa giallastro o rosso come nella fig. 15 tav. III.

Un'ultima maniera di operare, la quale in certi casi può riuscire comoda, consiste nel far passare sull'acqua la scarica della elettricità indotta nelle armature esterne di due bottiglie, le cui armature interne comunicano coi conduttori della macchina d'Holtz. Perciò due aste metalliche partono dalle armature esterne, e vanno a toccare la superficie dell'acqua contenuta in un vaso. Si ha la scintilla superficiale nel momento in cui avviene una scarica di sufficiente lunghezza fra le armature interne, mentre durante la carica delle bottiglie l'elettricità è trasmessa dall'acqua senza scintilla.

15. *Teoria delle scariche superficiali.* — Le diramazioni e le scintille superficiali, si producono in circostanze analoghe a quelle delle diramazioni e scintille nell'interno dell'acqua. L'effetto dell'aumentare la scintilla addizionale, o la capacità del condensatore è lo stesso nei due casi, e cioè dapprima le diramazioni si allungano sino a congiungersi, poi si ha la scintilla, ed identica è pure l'influenza della resistenza del circuito. Quest'analogia è sostanziale e proviene dall'identità di causa nei due ordini di fenomeni; in altre parole, la scarica laterale che servì a stabilire la teoria delle scariche nei liquidi, serve pure a render conto completamente d'ogni particolarità offerta dalle scariche superficiali.

Consideriamo le condizioni sperimentali della fig. 12 tav. I. Nulla vi si altera sostanzialmente se al tubo *t* si sostituisce un vaso contenente acqua, e se questa giunge sino al livello delle palline *c* e *c'*. Ma ciò facendo si arriva alle condizioni della fig. 29 tav. I. Analogamente, nessuna differenza sostanziale passa fra l'esperienza della fig. 13 e quella della fig. 28. Ecco dunque come si spiegherà la scintilla superficiale nel caso della fig. 29. Mentre una scarica attraversa il liquido, il potenziale in ciascun punto varia fino a raggiungere un valore massimo, per poi nuovamente diminuire; se la differenza di potenziale fra *a* e *b* diviene ad un istante qualunque sufficiente a superare la distanza *ab*, si ha fra *a* e *b* una vera scarica laterale. Nel caso della fig. 27 la scintilla verticale tien luogo della scintilla *d* della fig. 29, e così dicasi delle scintille *ab*, *cd* della fig. 28, e della *bc* della fig. 30.

Le diramazioni che ottengonsi quando la differenza di potenziale fra i punti *a* e *b* (fig. 29) non è sufficiente per produrre la scintilla, devono considerarsi come

scariche parziali dirette dai punti *a* e *b* a punti del liquido ove il potenziale acquista durante la scarica un valore abbastanza differente da quello di *a* o di *b*.

La lunghezza molto grande, in rapporto al potenziale della batteria, che presentano le scariche superficiali, resta spiegata, almeno in parte, dall'analogo fenomeno offerto dalle scariche laterali delle fig. 12 e 13 tav. I. Ma oltre a ciò conviene tener conto di una circostanza per la quale una scintilla superficiale si forma in condizioni diverse assai di quelle di un'ordinaria scintilla nell'aria, e cioè che fra due punti qualunque presi sul cammino che la scintilla segue alla superficie dell'acqua, esiste durante la scarica una differenza di potenziale per la quale tenderebbe a formarsi fra quei due punti una scintilla, indipendentemente dagli altri. Perciò una scintilla superficiale deve considerarsi come una serie di scintille allineate. Ma è noto che se si determina la scarica di un condensatore attraverso d'una serie di palline isolate assai vicine, a parità di potenziale, la somma delle distanze esplosive è maggiore assai dell'unica distanza esplosiva che si avrebbe con due sole palline; si comprende quindi come la scintilla superficiale possa per simile ragione divenire assai lunga. (1)

Quanto poi all' influenza che sulla produzione della scintilla superficiale hanno la capacità del condensatore e la scintilla addizionale, non occorre spendere parole per mostrare come sia consentanea alla teoria esposta.

Fra le esperienze che ho ideate per dimostrare esatta questa teoria, esporrò ora le principali.

Due aste d'ottone parallele *a b* (fig. 33 tav. I) sono immerse per un piccolissimo tratto nell'acqua d'un vaso di vetro *V*; si dia alla scintilla *d* il minimo valore possibile onde si ottenga fra le aste una scintilla superficiale. Sollevando allora il vaso *V* in modo che un lungo tratto delle aste peschi nel liquido, non si ha più la scintilla alla superficie. Evidentemente così facendo si diminuisce la resistenza elettrica opposta dal liquido, e quindi la massima differenza di potenziale fra i punti in cui le aste entrano in esso. Lo stesso effetto si ottiene se invece di sollevare il vaso *V*, si introducono in esso due larghe lastre metalliche rispettivamente comunicanti colle aste, od anche se si rende più conduttrice l'acqua versando nel vaso un pò d' acido solforico.

(1) Se sopra una lastra di vetro lunga 1 metro e larga 25 o 30 centimetri, spalmata di una densa soluzione di gomma arabica, si lascia cadere una pioggia di limatura di zinco, si ottiene, quando la gomma siasi asciugata, un quadro fulminante che si presta particolarmente bene alla produzione di lunghe scariche. Perciò si mette il quadro nel circuito per mezzo di due aste d'ottone che lo toccano verso gli estremi, e si dispone nel circuito stesso una scintilla addizionale. Quando questa è assai breve, appariscono sotto le aste delle lunghe diramazioni divergenti, ad ogni scarica; ma aumentando o la scintilla addizionale o la capacità del condensatore, si ottiene una sola scintilla, che può essere lunga quasi un metro, se si adopera una piccola macchina d'Holtz, capace nel modo ordinario di dare scintille non più lunghe di 10 o 12 centimetri. La lunga scintilla che si ottiene sul quadro, specialmente con un condensatore assai capace, apparisce, per un fenomeno d'irradiazione, come una striscia luminosa continua, non interrotta cioè dagli intervalli oscuri corrispondenti alle particelle di limatura. Se approssimativamente si valuta la lunghezza totale di questi intervalli, e si sottrae da quella della scintilla, si ottiene una differenza tuttavia assai maggiore della lunghezza di una scintilla ottenuta nell'aria con egual differenza di potenziale.

Come nell' interno dell' acqua possono aversi scintille che terminano da ambe le parti nel liquido stesso, così debbonsi ottenerne di analoghe alla superficie; anzi la scintilla *bc* della fig. 30 tav. I ne fornisce un esempio. Ma basta far comunicare due vasi pieni d'acqua, in ciascuno dei quali è immersa una lastra metallica per condurre la scarica, mediante un bastoncino di vetro bagnato. Si ottiene allora una scarica alla superficie del bastoncino, che si perde diramandosi nei due vasi. Od altrimenti si dispongano alla superficie dell'acqua due di quei tubi della specie *B* descritti nel capitolo precedente, come nella fig. 36 tav. I, e per essi si faccia arrivare la scarica; si osserva allora una scintilla superficiale *ab* che finisce entro i tubi colle diramazioni rosse. Se in questa esperienza la scintilla addizionale non è sufficiente onde si ottenga la scarica, appariscono in *a* e *b* le diramazioni sull'acqua di color violetto, ed entro i tubi le più brevi diramazioni rosse; e tutte offrono i loro speciali caratteri corrispondenti alle due elettricità.

Nell'esporre la teoria delle scariche superficiali, abbiamo considerato in particolare quelle che si producono sull'acqua; ma la teoria stessa vale per qualunque altro corpo, purchè per certi corpi si tenga conto del velo d' umidità che può rivestirne la superficie.

16. *Altri casi di scariche superficiali.* — Le esperienze sulle scariche superficiali si possono variare in molte maniere, specialmente se si adoperano i tubi descritti nel capitolo precedente, in modo da osservare simultaneamente le ramificazioni superficiali e quelle nell' interno del liquido. Mi limiterò quì a descrivere colla maggior possibile brevità, alcune altre esperienze che offrono uno speciale interesse.

All'estremità d'un tubo *Am* (fig. 31 tav. I) in cui è saldato un filo metallico, si fissa con gutta-percha un cilindretto di vetro verticale *am* che si riempie d'acqua; si fa giungere la scarica pei fili *Am* e *B*, lasciando però nel circuito una scintilla addizionale. Le diramazioni, specialmente quando A è +, partono da *a*, si riversano intorno al tubo *am* a guisa di getti liquidi, indi si spandono alla superficie dell'acqua (fig. 14 tav. III).

Si dispongono due aste inclinate come nella figura 34 tav. I, alla superficie dell'acqua, facendo per esempio $bc = 3^{mm}$ $ad = 8^{mm}$. Con un condensatore poco capace ed una scintilla addizionale piccola, non si osserva nessuna scarica luminosa. Crescendo o la capacità o la scintilla addizionale, si ha la scarica *bc* nell' acqua. Aumentando ancora l' intensità della scarica si ottiene la scintilla superficiale *ad*. Per dimostrare che anche allorchè si ha scintilla in *bc* od in *ad*, dell' elettricità si propaga, senza produzione di luce, nell' acqua, si può adottare la disposizione della fig. 35. La scarica, superato che abbia l'intervallo *d* può seguire il cammino *efc*, formando in *e* una piccola scintilla nell' aria, oppure *abc*, formando la scintilla superficiale. Ora se *d* è piccola si vede soltanto in *e* la scintilla; se *d* è sufficiente si ha la scarica *abc*, ma si continua a vedere tuttavia la scintilla *e*.

Se si espande una goccia d'olio alla superficie dell'acqua, la scintilla in generale ne segue il contorno. Con petrolio le diramazioni caratteristiche divengono azzurre, si circondano di un chiarore azzurro col solfato di chinina, divengono verdi coll'essenza di trementina, accompagnate in tal caso da vive fiamme gialle. Il licopodio deposto sull'acqua serba per un po' di tempo l' impronta delle scariche.

Si hanno scintille alla superficie dell'acqua anche qualora la scarica giunga dall' interno del liquido. Con un filo *B* (fig. 37 tav. I) saldato in un cannello di vetro immerso nell'acqua, ed una pallina *a* esterna, si ottiene una scarica della forma *abcd*. Con due tubi immersi (fig. 38 tav. I) si ha la scarica *abcd* di cui la porzione *bc* è certamente esterna al liquido.

Non è difficile ottenere scariche che seguano la superficie di separazione fra due liquidi di diversa densità. Si può adoperare acqua ed etere, acqua ed essenza di trementina, solfuro di carbonio ed acqua, etc. Per elettrodi si adoperano due fili di platino saldati in tubi di vetro, situati a poca distanza dalla superficie di separazione dei due liquidi, o tutti due da una stessa parte (fig. 40) oppure uno da una parte e l'altro dall'altra (fig. 39). Si ottiene così una scintilla *abcd*, che può essere di 3 o più centimetri di lunghezza, e di cui la porzione *bc* deve certamente trovarsi in quello dei due liquidi, che meno offre ostacolo alla scarica. Il colore della scintilla è generalmente diverso nelle varie sue parti. Se la distanza orizzontale *bc* è troppo grande, invece della vera scintilla si ottengono delle scariche luminose che partendo da ciascun elettrodo giungono alla superficie di separazione dei liquidi, si diramano su di questa, ed in parte anche al di là. La forma e specialmente il colore di queste diramazioni si può variare per così dire all'infinito.

Le scintille superficiali, come già si disse, lasciano una traccia permanente sulle carte di tornasole o sulle carte oronometriche; si ottiene pure una traccia delle diramazioni.

Se sopra una carta si stende del biioduro di mercurio inumidito, e su di essa, come sull'acqua nella fig. 28, si ottengono le diramazioni luminose, queste restano impresse in giallo, specialmente sotto la pallina positiva. Ora è noto che il biioduro di mercurio da rosso diviene giallo col riscaldamento. Lo sviluppo di calore è dunque maggiore assai ove questo corpo funziona da elettrodo negativo.

Sul vetro si ottengono facilmente le scariche, specialmente rendendone umida la superficie. Sovrapponendo diverse lastre di varia larghezza, in modo da formare come una serie di gradini, si può costringere la scarica e ripiegarsi molte volte ad angolo retto. È bellissimo l'effetto delle scariche alla superficie del vetro d'uranio.

Altra volta indicai la maniera di ottenere una immagine fosforescente delle scintille superficiali ([1]). La polvere fosforescente è racchiusa fra due sottilissime lastre di vetro; sopra la superficie bagnata d' una di queste si produce la scintilla.

Le scintille alla superficie del legno si ottengono facilmente dopo averlo inumidito. In generale tali scintille hanno forma poligonale, composta di lati paralleli o perpendicolari alle fibre del legno. Riesce particolarmente bene l'esperienza coll'abete. Se le condizioni della esperienza sono tali da non aversi una vera scintilla, sotto ciascun elettrodo appariscono delle diramazioni che non hanno l'aspetto di quelle che si formano sull'acqua, ma constano semplicemente di due lingue luminose dirette in senso perpendicolare alle fibre del legno. Se si adopera una tavoletta d'abete secco, e la scintilla addizionale è abbastanza piccola onde non si abbia scintilla superficiale, sotto l' asta negativa appare un chiarore poco esteso ed irregolare, mentre

([1]) N. Cimento, serie 2 t. XVI 1876.

sotto l'asta positiva, si vede un' area luminosa in forma di elisse, l'asse maggiore della quale è diretto perpendicolarmente alle fibre, cioè nella direzione di minor conducibilità. Se quando il condensatore è ben carico, si fanno comunicare con un conduttore isolato le due palline fra le quali si formerebbe la scintilla addizionale, il fenomeno luminoso sul legno acquista la durata di parecchi secondi, e perciò può essere comodamente osservato.

L'analogia di questa esperienza con quelle del Senarmont relative alla conducibilità superficiale dei cristalli è evidente. Si è quindi autorizzati, in forza di tale analogia a stabilire, che l'asse di massima conducibilità di un cristallo, coincide in direzione coll'asse minore dell'elisse luminosa, e non già coll'asse maggiore.

Colle scariche forti, le diramazioni sul legno hanno l' aspetto ordinario, ma sempre si estendono di più nella direzione perpendicolare alle fibre.

Infine è possibile ottenere scariche lungo la superficie di separazione fra due gas. Si può per ciò adoperare la fiamma d' un becco Bunsen, presso alla quale si pongono due palline *a d*, (fig. 41) rispettivamente comunicanti colle armature del condensatore, oppure una sola *a* (fig. 42) facendo comunicare il becco con una delle armature. Si ottengono così delle scariche *abcd* (fig. 41) e *abc* (fig. 42) lunghe 30 o più centimetri, delle quali la parte *bc* segue la superficie della fiamma, oppure penetra affatto nell' interno di essa. Le fig. 5, 6 tav. IV sono immagini fotografiche di scintille analoghe alla *abc* della fig. 42 tav. I. In queste figure si vede pure l' immagine della fiamma. Essa potè formarsi nel tempo trascorso fra l' istante in cui la lastra sensibile fu posta nella camera oscura, ed il momento in cui avvenne la scarica sulla fiamma. Nella fig. 6 tav. IV è notevole la tortuosità della parte di scintilla che va dalla pallina alla fiamma. Le palline *a d* della fig. 41 possono disporsi più in alto dell'estremità superiore della fiamma, e si ottiene tuttavia una scintilla della forma *abcd*.

17. *Immagini fotografiche delle scariche superficiali.* — Facendo produrre le scariche alla superficie di una lastra fotografica sensibile, si ottengono dopo lo sviluppo delle immagini notevolissime per la finitezza dei loro dettagli, e specialmente per le differenze corrispondenti alle due elettricità.

Le diramazioni dell'elettricità positiva sono sempre più lunghe e numerose. Basta per restarne convinti osservare le diramazioni positive fig. 1 tav. V e le negative della fig. 2, che furono ottenute simultaneamente sopra una grande lastra, oppure le analoghe figure 4 e 5, od anche le fig. 3, 10, 22 che sono immagini di diramazioni negative e le 8, 15, 23 che sono immagini di diramazioni positive. Oltre i rami laterali biforcati, le immagini dell' elettricità positiva mostrano come una fina peluria laterale, specialmente visibile nella fig. 1.

Le immagini delle diramazioni positive variano d'aspetto rendendo più conduttore il bagno d'argento, coll'aggiunta d'acido azotico. Esse divengono più larghe, e meno finamente dettagliate, come nelle fig. 13 e 15; ed anzi con molto acido acquistano le forme delle fig. 6, 7, 21. Con scariche assai deboli le immagini che si ottengono sotto l' asta positiva presentano delle piccole diramazioni all' ingiro, come nelle fig. 9 e 14; ma spesso si formano degli anelli concentrici, come alle fig. 16, 17, 19, l'esterno dei quali nelle fig. 17 e 19 è costituito da un gran numero di brevissime

scintille in direzione radiale. La formazione di questo anello si spiega coll'attrazione esercitata dalle aste metalliche sul liquido che bagna la lastra, in virtù della quale si deve formare un monticello liquido sotto l'asta ed una depressione anulare, la quale presentando maggior resistenza all'elettricità, sarà solcata da tante brevi scintille radiali.

Con scariche energiche, relativamente alla distanza delle due aste metalliche che guidano la scarica, le diramazioni che si formano sotto di esse possono raggiungersi ed incontrarsi. Nella scarica della fig. 20 poco mancò che ciò avvenisse; ma nella fig. 18 e 24 uno dei rami positivi si congiunge effettivamente con uno dei negativi, senza che perciò nè gli uni nè gli altri perdano i loro caratteri distintivi. Nelle fig. 11 e 12 le scariche erano tali da aversi vere scintille superficiali; tuttavia verso gli estremi delle scintille si notano le solite diramazioni caratteristiche. Queste spariscono completamente solo allorquando la scarica sia così energica da dare una grossa scintilla superficiale.

SOMMARIO

Lit. G. Thumb, Bologna

Lit. G. Thumb, Bologna

Lit. G. Thumb, Bologna

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.

1. 2. 3. 4. 5.

6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13.

14. 15. 16. 17. 18. 19.

20. 21. 22. 23. 24.

Intorno alle piccole oscillazioni di un corpo rigido interamente libero.

Memoria dell'Ing. VALENTINO CERRUTI
presentata dal Socio L. CREMONA

nelle sedute del 3 dicembre 1876 e 7 gennajo 1877.

Oggetto di questa Memoria è lo studio delle piccole oscillazioni di un corpo rigido interamente libero. Per debito di giustizia premetterò che alcuni dei risultati contenuti in questo scritto furono già conseguiti dal sig. prof. R. Stawell Ball in una sua Memoria pubblicata tra quelle della Royal Irish Academy [1]; ma, parendomi d'aver introdotto nella lor trattazione molto maggior generalità, non ho creduto conveniente di sopprimere quella parte del mio lavoro che più s' avvicina a quello dell'illustre astronomo di Dublino.

1. — Consideriamo un corpo rigido in equilibrio sotto l'azione delle forze che lo sollecitano: quand'esso venga spostato infinitamente poco dalla sua posizione attuale e gli sieno impresse velocità infinitamente piccole, tenderà, se l'equilibrio è stabile, a ritornarvi, oscillando indefinitamente intorno ad essa. Il luogo e la velocità di un suo punto qualunque cambiano da istante ad istante, ma si possono agevolmente determinare quando si conoscano il moto di traslazione del centro di gravità ed il moto di rotazione del corpo attorno a questo centro. Per vedere come si giunga alla conoscenza di questi due movimenti, prendansi per origine delle coordinate e per assi di riferimento, fissi nello spazio, il punto occupato inizialmente dal centro di gravità e tre rette perpendicolari passanti per esso, che nel seguito supporremo essere quelle che coincidono inizialmente cogli assi centrali del corpo. Le coordinate x', y', z' di un punto del corpo, quando questo sia passato in una posizione prossima alla primitiva, si potranno, come è noto, esprimere per mezzo delle coordinate primitive x, y, z nel modo seguente (limitando l' approssimazione ai termini di primo ordine):

$$\begin{aligned} x' &= x + a + gz - hy, \\ y' &= y + b + hx - fz, \qquad (1) \\ z' &= z + c + fy - gx, \end{aligned}$$

dove a, b, c, f, g, h, funzioni del tempo, sono le stesse per tutti i punti del corpo. Le espressioni soprascritte mostrano come si possa far passare il corpo dalla prima posizione a quella che esso occupa alla fine del tempo t, mediante una traslazione

$$\vartheta = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

[1] V. The Transactions of the Royal Irish Academy, vol. XXIV, pag. 593. — R. Stawell Ball' *On the small oscillations of a rigid body about a fixed point under the action of any forces and more particularly when gravity is the only force acting.* Dublin, 1870.

nella direzione $a: b: c$ ed una rotazione per un'ampiezza $\omega = \sqrt{f^2 + g^2 + h^2}$ intorno ad un asse uscente dal centro di gravità nella direzione $f: g: h$. La traslazione istantanea ha luogo nella direzione

$$\frac{da}{dt} : \frac{db}{dt} : \frac{dc}{dt},$$

e la direzione dell'asse istantaneo di rotazione è data da

$$\frac{df}{dt} : \frac{dg}{dt} : \frac{dh}{dt},$$

dove le tre prime derivate rappresentano le componenti secondo i tre assi fissi della velocità alla fine del tempo t nel moto di traslazione e le tre altre derivate le componenti intorno ai medesimi assi della velocità angolare nel moto di rotazione. Le sei quantità a, b, c f, g, h e le loro derivate rispetto al tempo sono quantità piccolissime, ma i rapporti

$$a : b : c, \qquad f : g : h,$$
$$\frac{da}{dt} : \frac{db}{dt} : \frac{dc}{dt}, \qquad \frac{df}{dt} : \frac{dg}{dt} : \frac{dh}{dt},$$

sono quantità finite in generale. — I punti, che nel passaggio del corpo dalla prima posizione alla seconda non hanno che un semplice moto di traslazione, stanno sulla retta (asse di rotazione e scorrimento)

$$\frac{\xi - \dfrac{hb - gc}{\omega^2}}{\dfrac{f}{\omega}} = \frac{\eta - \dfrac{fc - ha}{\omega^2}}{\dfrac{g}{\omega}} = \frac{\zeta - \dfrac{ga - fb}{\omega^2}}{\dfrac{h}{\omega}}$$

parallelamente alla quale il corpo subisce una traslazione $\frac{af + bg + ch}{\omega}$ ed intorno alla medesima una rotazione di ampiezza ω. Le equazioni precedenti, quando al posto di a, b, c, f, g, h si pongano le loro derivate rispetto al tempo, rappresentano l'asse istantaneo di rotazione e scorrimento: se poi se ne elimina il tempo, si ottiene l'equazione della superficie gobba luogo degli assi istantanei di rotazione e scorrimento nello spazio assoluto. Soggiungerò ancora che, trascurando i termini di ordine superiore al primo, si ha

$$\begin{array}{lll} \cos(x'x) = 1, & \cos(x'y) = h, & \cos(x'z) = -g, \\ \cos(y'x) = -h, & \cos(y'y) = 1, & \cos(y'z) = f, \\ \cos(z'x) = g, & \cos(z'y) = -f, & \cos(z'z) = 1, \end{array} \qquad (2)$$

espressioni, che possono servire a formare le equazioni del moto rispetto agli assi fissi nel corpo e mobili con esso. — Dalle cose dette risulta adunque che la soluzione completa del problema propostoci si riduce alla ricerca delle espressioni di a, b, c, f, g, h in funzione del tempo.

2. — Supponiamo che le forze agenti sul corpo sieno indipendenti dal tempo e dalla velocità, e che, sieno esse distribuite in modo continuo o discontinuo nell'interno del corpo stesso ed alla superficie, in ogni caso le loro variazioni in grandezza

e direzione per piccoli spostamenti del corpo sieno piccole esse pure, e che inoltre, come avviene per le forze dovute ad azioni emananti da punti fissi e funzioni delle distanze, le variazioni delle loro componenti secondo i tre assi coordinati si esprimano linearmente per mezzo delle variazioni delle coordinate dei loro punti di applicazione quando si trascurano i termini di ordine superiore al primo. Ciò premesso, se indichiamo con $F_{x'}$, $F_{y'}$, $F_{z'}$, $G_{x'}$, $G_{y'}$, $G_{z'}$ le componenti della forza e della coppia risultante (nulle nella posizione di equilibrio), l'equazione generale del moto sarà

$$\int\left(\frac{d^2x'}{dt^2}\delta x' + \frac{d^2y'}{dt^2}\delta y' + \frac{d^2z'}{dt^2}\delta z'\right)dm$$
$$= F_{x'}\delta a + F_{y'}\delta b + F_{z'}\delta c + G_{x'}\delta f + G_{y'}\delta g + G_{z'}\delta h,$$

la quale, quando si pongano per $\frac{d^2x'}{dt^2}, \frac{d^2y'}{dt^2}, \frac{d^2z'}{dt^2}$, $\delta x'$, $\delta y'$, $\delta z'$ i loro valori dedotti dalle equazioni (1) e per $F_{x'}$, $F_{y'}$, $F_{z'}$, $G_{x'}$, $G_{y'}$, $G_{z'}$ le loro espressioni lineari rispetto ad a, b, c, f, g, h, ci fornisce le sei equazioni

$$\begin{aligned}
M\frac{d^2a}{dt^2} &= A_1a + B_1b + C_1c + F_1f + G_1g + H_1h,\\
M\frac{d^2b}{dt^2} &= A_2a + B_2b + C_2c + F_2f + G_2g + H_2h,\\
M\frac{d^2c}{dt^2} &= A_3a + B_3b + C_3c + F_3f + G_3g + H_3h,\\
P\frac{d^2f}{dt^2} &= \mathit{A}_1a + \mathit{B}_1b + \mathit{C}_1c + \mathrm{F}_1f + \mathrm{G}_1g + \mathrm{H}_1h,\\
Q\frac{d^2g}{dt^2} &= \mathit{A}_2a + \mathit{B}_2b + \mathit{C}_2c + \mathrm{F}_2f + \mathrm{G}_2g + \mathrm{H}_2h,\\
R\frac{d^2h}{dt^2} &= \mathit{A}_3a + \mathit{B}_3b + \mathit{C}_3c + \mathrm{F}_3f + \mathrm{G}_3g + \mathrm{H}_3h,
\end{aligned} \qquad (3)$$

dove M è la massa del corpo, P, Q, R i momenti d'inerzia del corpo rispetto agli assi centrali, A, B, ... A, B, ... F, G, ... F, G ... quantità costanti. Queste equazioni, integrate con uno dei metodi conosciuti ci forniscono a, b, c, f, g, h espresse in funzione del tempo.

3. — Per lo scopo che mi son proposto in questa Memoria, non m'è necessario procedere alla effettiva integrazione delle equazioni ora trovate; mi basterà osservare che si ottiene una soluzione semplice facendo in esse

$$a = \mathbf{A}\cos(\sigma t + \varepsilon), \quad b = \mathbf{B}\cos(\sigma t + \varepsilon), \quad c = \mathbf{C}\cos(\sigma t + \varepsilon),$$
$$f = \mathbf{F}\cos(\sigma t + \varepsilon), \quad g = \mathbf{G}\cos(\sigma t + \varepsilon), \quad h = \mathbf{H}\cos(\sigma t + \varepsilon),$$

dove $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$, σ, ε sono costanti a determinarsi in modo che le equazioni (3) restino soddisfatte. Fatta la sostituzione indicata si potranno eliminare $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$: si cadrà così sopra una equazione di sesto grado rispetto a σ^2, ad ognuna delle cui radici corrisponde un sistema di valori per $\mathbf{A}:\mathbf{B}:\mathbf{C}:\mathbf{F}:\mathbf{G}:\mathbf{H}$. Quindi i valori generali di a, b, c, f, g, h, come è noto per la teoria delle equazioni lineari, saranno

$$\begin{aligned}
a &= \Sigma\mathbf{A}_i\cos(\sigma_i t + \varepsilon_i), & b &= \Sigma\mathbf{B}_i\cos(\sigma_i t + \varepsilon_i), & c &= \Sigma\mathbf{C}_i\cos(\sigma_i t + \varepsilon_i),\\
f &= \Sigma\mathbf{F}_i\cos(\sigma_i t + \varepsilon_i), & g &= \Sigma\mathbf{G}_i\cos(\sigma_i t + \varepsilon_i), & h &= \Sigma\mathbf{H}_i\cos(\sigma_i t + \varepsilon_i),
\end{aligned} \qquad (i=1, 2 \ldots 6)$$

in cui entrano in tutto ancora dodici costanti arbitrarie da determinarsi tenendo conto delle condizioni iniziali. La soluzione semplice rappresenta un moto oscillatorio di traslazione nella direzione $\mathbf{A}_i : \mathbf{B}_i : \mathbf{C}_i$ dove la massima escursione è $\sqrt{\mathbf{A}_i^2 + \mathbf{B}_i^2 + \mathbf{C}_i^2}$, ed un moto pendolare intorno ad un asse determinato in direzione da $\mathbf{F}_i : \mathbf{G}_i : \mathbf{H}_i$, la cui ampiezza massima è $\sqrt{\mathbf{F}_i^2 + \mathbf{G}_i^2 + \mathbf{H}_i^2}$. Perchè essa corrisponda ad un vero moto vibratorio, la radice σ_i^2 della equazione in σ^2 dev'essere reale e positiva: se σ_i^2 fosse negativa od immaginaria, nella soluzione semplice verrebbero introdotte le funzioni iperboliche ed i valori di a, b, c, f, g, h crescerebbero allora indefinitamente col tempo. Affinchè, qualunque sieno le condizioni iniziali, il moto del corpo sia oscillatorio e quindi esso tenda a riprendere la posizione primitiva, è necessario e basta che tutte le sei radici dell'equazione in σ^2 sieno reali, positive, diverse da zero ed *in generale* anche distinte. Se per es. la sola σ_i^2 fosse positiva, il moto del corpo non sarebbe oscillatorio che quando, sotto certe condizioni, inizialmente ad esso venisse impresso un moto di traslazione nella direzione $\mathbf{A}_i : \mathbf{B}_i : \mathbf{C}_i$ ed un moto di rotazione intorno all'asse passante pel centro di gravità e definito in direzione da $\mathbf{F}_i : \mathbf{G}_i : \mathbf{H}_i$. Per qualsivogliano altre condizioni iniziali il moto non sarebbe oscillatorio e l'equilibrio del corpo instabile. Ciò posto si immaginino pel centro di gravità condotte le sei rette definite in direzione da $\mathbf{A}_i : \mathbf{B}_i : \mathbf{C}_i$ e le sei rette definite in direzione da $\mathbf{F}_i : \mathbf{G}_i : \mathbf{H}_i$; si hanno così dodici rette costituenti sei coppie ognuna delle quali corrisponde ad una delle radici dell'equazione in σ^2. Qualsivoglia movimento del corpo si può riguardare come risultante di sei moti vibratorî di traslazione *semplici* fatti parallelamente alle rette della prima sestupla e di sei moti *pendolari* intorno alle rette della seconda sestupla. Ogni retta della prima sestupla ne ha una conjugata della seconda per modo che se al corpo viene inizialmente impresso un moto di traslazione parallelo alla prima retta ed un moto di rotazione intorno alla sua conjugata, esso continua indefinitamente ad oscillare parallelamente alla prima ed intorno alla seconda delle due rette, purchè sieno soddisfatte certe condizioni. Cioè detti $a_0, b_0, c_0, f_0, g_0, h_0$ ed $a'_0, b'_0, c'_0, f'_0, g'_0, h'_0$ i valori iniziali di a, b, c, f, g, h e delle loro derivate rispetto al tempo, si deve avere

$$a_0 : b_0 : c_0 : f_0 : g_0 : h_0 = a'_0 : b'_0 : c'_0 : f'_0 : g'_0 : h'_0 = \mathbf{A} : \mathbf{B} : \mathbf{C} : \mathbf{F} : \mathbf{G} : \mathbf{H}$$

o in altri termini lo spostamento ϑ_0 iniziale del centro di gravità e la rotazione iniziale ω_0, nonchè la velocità ϑ'_0 iniziale del centro di gravità e la velocità ω'_0 di rotazione iniziale attorno a questo centro debbono soddisfare alla relazione

$$\frac{\vartheta_0}{\omega_0} = \frac{\vartheta'_0}{\omega'_0} = \frac{\sqrt{\mathbf{A}^2 + \mathbf{B}^2 + \mathbf{C}^2}}{\sqrt{\mathbf{F}^2 + \mathbf{G}^2 + \mathbf{H}^2}}.$$

Se due rette conjugate si confondono in una sola, questa sarà un asse permanente di rotazione e scorrimento: e vi saranno dunque tanti di questi assi quante sono le coppie, che si riducono ad una retta sola. Concludiamo perciò *che un corpo rigido, sollecitato da forze qualunque, il quale, dopo d'essere stato leggermente rimosso da una sua posizione di equilibrio stabile, va intorno ad essa compiendo delle piccole oscillazioni, non ammette in generale assi permanenti di rotazione e scorrimento passanti pel suo centro di gravità od al più ne ammette sei.* Per non pigliare

equivoco, convien tener ben presente che questi assi non godono di tal proprietà, che quando gli spostamenti iniziali nel moto di traslazione ed in quello di rotazione e le velocità iniziali per questi due movimenti sono tra loro in un certo rapporto assegnato. Se quindi inizialmente si imprime al corpo un moto di rotazione intorno ad un asse uscente dal centro di gravità ed un moto di traslazione parallelamente ad esso, l'asse di rotazione e scorrimento andrà in generale cambiando col tempo, quand'anche esso sia uno di quelli precedentemente qualificati come assi permanenti.

4. — Perchè vi esistano assi permanenti di rotazione e scorrimento, i quali godano di tale proprietà qualunque sia il valore dei rapporti $\frac{\vartheta_0}{\omega_0}$, $\frac{\vartheta'_0}{\omega'_0}$, debbono verificarsi certe condizioni, onde si possa fare la loro determinazione riguardando la rotazione e lo scorrimento come indipendenti. Se v'ha di questi assi, dicendone $\lambda\ \mu\ \nu$ i coseni di direzione (indipendenti dal tempo), le equazioni (3) potranno essere soddisfatte ponendo

$$\begin{aligned} a&=\lambda\vartheta, \quad b=\mu\vartheta, \quad c=\nu\vartheta, \\ f&=\lambda\omega, \quad g=\mu\omega, \quad h=\nu\omega, \end{aligned} \tag{4}$$

e verificarsi per qualsivoglia valore di ϑ e di ω le condizioni

$$\frac{(\mathrm{A}_1\lambda+\mathrm{B}_1\mu+\mathrm{C}_1\nu)\vartheta+(F_1\lambda+G_1\mu+H_1\nu)\omega}{\mathrm{M}\lambda}=\frac{(\mathrm{A}_2\lambda+\mathrm{B}_2\mu+\mathrm{C}_2\nu)\vartheta+(F_2\lambda+G_2\mu+H_2\nu)\omega}{\mathrm{M}\mu}=$$
$$=\frac{(\mathrm{A}_3\lambda+\mathrm{B}_3\mu+\mathrm{C}_3\nu)\vartheta+(F_3\lambda+G_3\mu+H_3\nu)\omega}{\mathrm{M}\nu},$$

$$\frac{(A_1\lambda+B_1\mu+C_1\nu)\vartheta+(\mathrm{F}_1\lambda+\mathrm{G}_1\mu+\mathrm{H}_1\nu)\omega}{\mathrm{P}\lambda}=\frac{(A_2\lambda+B_2\mu+C_2\nu)\vartheta+(\mathrm{F}_2\lambda+\mathrm{G}_2\mu+\mathrm{H}_2\nu)\omega}{\mathrm{Q}\mu}$$
$$=\frac{(A_3\lambda+B_3\mu+C_3\nu)\vartheta+(\mathrm{F}_3\lambda+\mathrm{G}_3\mu+\mathrm{H}_3\nu)\omega}{\mathrm{R}\nu};$$

ciò che non può aver luogo se non si abbia

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{A}_1\lambda+\mathrm{B}_1\mu+\mathrm{C}_1\nu}{\mathrm{M}\lambda}=\frac{\mathrm{A}_2\lambda+\mathrm{B}_2\mu+\mathrm{C}_2\nu}{\mathrm{M}\mu}=\frac{\mathrm{A}_3\lambda+\mathrm{B}_3\mu+\mathrm{C}_3\nu}{\mathrm{M}\nu}, \\ &\frac{F_1\lambda+G_1\mu+H_1\nu}{\mathrm{M}\lambda}=\frac{F_2\lambda+G_2\mu+H_2\nu}{\mathrm{M}\mu}=\frac{F_3\lambda+G_3\mu+H_3\nu}{\mathrm{M}\nu}, \\ &\frac{A_1\lambda+B_1\mu+C_1\nu}{\mathrm{P}\lambda}=\frac{A_2\lambda+B_2\mu+C_2\nu}{\mathrm{Q}\mu}=\frac{A_3\lambda+B_3\mu+C_3\nu}{\mathrm{R}\nu}, \\ &\frac{\mathrm{F}_1\lambda+\mathrm{G}_1\mu+\mathrm{H}_1\nu}{\mathrm{P}\lambda}=\frac{\mathrm{F}_2\lambda+\mathrm{G}_2\mu+\mathrm{H}_2\nu}{\mathrm{Q}\mu}=\frac{\mathrm{F}_3\lambda+\mathrm{G}_3\mu+\mathrm{H}_3\nu}{\mathrm{R}\nu}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Dunque, perchè le equazioni (3) possano essere soddisfatte dalle (4) bisogna che i valori di $\lambda:\mu:\nu$ ricavati da qualsivoglia dei quattro sistemi di equazioni (5) sieno gli stessi, ciò che generalmente parlando è impossibile; ma quando tale impossibilità non esiste, vi possono essere tre valori al più per $\lambda:\mu:\nu$, che soddisfanno simultaneamente a tutte le equazioni (5), giacchè ognuno dei sistemi di equazioni (5) ci

fornisce tre valori pei $\lambda:\mu:\nu$ nè più nè meno. Perchè uno dei valori di $\lambda:\mu:\nu$ soddisfaccia simultaneamente a tutte le equazioni (5), debbono essere adempiute sei condizioni, e quindi diciotto condizioni perchè vi esista una terna di tali valori per $\lambda:\mu:\nu$. Nel qual caso dei trentasei coefficienti dell'equazioni (3) diciotto soli restano arbitrarî, i rimanenti diciotto saranno conseguenze dei primi.

Supponiamo che vi sia un valore di $\lambda:\mu:\nu$, il quale soddisfaccia simultaneamente alle equazioni (5): allora dicendo rispettivamente m_1, m_2, n_1, n_2 ciò che per tale valore di $\lambda:\mu:\nu$ diventano i membri dei quattro sistemi di equazioni (5), avremo per determinare ϑ ed ω le equazioni

$$\begin{aligned} \frac{d^2\vartheta}{dt^2} &= m_1\vartheta + n_1\omega, \\ \frac{d^2\omega}{dt^2} &= m_2\vartheta + n_2\omega, \end{aligned} \tag{6}$$

i cui integrali sono della forma

$$\begin{aligned} \vartheta &= \mathbf{A}\Theta_1 \cos(\sigma_1 t + \alpha) + \mathbf{B}\Theta_2 \cos(\sigma_2 t + \beta), \\ \omega &= \mathbf{A}\Omega_1 \cos(\sigma_1 t + \alpha) + \mathbf{B}\Omega_2 \cos(\sigma_2 t + \beta), \end{aligned} \tag{7}$$

dove $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, α, β sono costanti arbitrarie introdotte nell'integrazione e σ_1^2 e σ_2^2 sono le due radici dell'equazione

$$(m_1 + \sigma^2)(n_2 + \sigma^2) - m_2 n_1 = 0$$

reali, positive, diverse da zero ed *in generale* anche disuguali se l'equilibrio è stabile. Se vi esistessero tre di tali assi permanenti, detti $\lambda_1\,\mu_1\,\nu_1$, $\lambda_2\,\mu_2\,\nu_2$, $\lambda_3\,\mu_3\,\nu_3$ i corrispondenti valori di $\lambda\,\mu\,\nu$ si avrebbero tre sistemi di equazioni come le (6) e quindi tre sistemi di integrali (7): però i valori generali di a, b, c, f, g, h sarebbero in tal caso

$$\begin{aligned}
a &= \lambda_1 \left[\mathbf{A}_1 \Theta_1^{(1)} \cos(\sigma_1^{(1)} t + \alpha_1) + \mathbf{B}_1 \Theta_2^{(1)} \cos(\sigma_2^{(1)} t + \beta_1)\right] \\
&\quad + \lambda_2 \left[\mathbf{A}_2 \Theta_1^{(2)} \cos(\sigma_1^{(2)} t + \alpha_2) + \mathbf{B}_2 \Theta_2^{(2)} \cos(\sigma_2^{(2)} t + \beta_2)\right] \\
&\quad + \lambda_3 \left[\mathbf{A}_3 \Theta_1^{(3)} \cos(\sigma_1^{(3)} t + \alpha_3) + \mathbf{B}_3 \Theta_2^{(3)} \cos(\sigma_2^{(3)} t + \beta_3)\right] \\
b &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
f &= \lambda_1 \left[\mathbf{A}_1 \Omega_1^{(1)} \cos(\sigma_1^{(1)} t + \alpha_1) + \mathbf{B}_1 \Omega_2^{(1)} \cos(\sigma_2^{(1)} t + \beta_1)\right] \\
&\quad + \lambda_2 \left[\mathbf{A}_2 \Omega_1^{(2)} \cos(\sigma_1^{(2)} t + \alpha_2) + \mathbf{B}_2 \Omega_2^{(2)} \cos(\sigma_2^{(2)} t + \beta_2)\right] \\
&\quad + \lambda_3 \left[\mathbf{A}_3 \Omega_2^{(3)} \cos(\sigma_1^{(3)} t + \alpha_3) + \mathbf{B}_3 \Omega_2^{(3)} \cos(\sigma_2^{(3)} t + \beta_3)\right] \\
g &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
h &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned} \tag{8}$$

Le espressioni di b e c si ricavano da quella data per a sostituendovi rispettivamente μ e ν al posto di λ: nello stesso modo si ricavano le espressioni di g ed h da quella data per f. Le dodici costanti arbitrarie

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}_1,\ \mathbf{A}_2,\ \mathbf{A}_3, \quad \mathbf{B}_1,\ \mathbf{B}_2,\ \mathbf{B}_3, \\ &\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3, \quad \beta_1,\ \beta_2,\ \beta_3 \end{aligned}$$

si determinano conoscendo i valori iniziali di a, b, c, f, g, h e delle loro derivate

prime rispetto al tempo. Epperò qualunque sieno le condizioni iniziali, quando esistono tre assi permanenti di rotazione e scorrimento incrociantisi nel centro di gravità e soddisfacenti alle equazioni (5), gli integrali delle equazioni (3) si possono sempre porre sotto la forma (8), cioè in tal caso il moto vibratorio del corpo si può riguardare come risultante di tre traslazioni parallele ai suddetti tre assi e di tre rotazioni intorno ai medesimi.

Se vogliamo, che uno degli assi centrali, per es. quello che cade lungo l'asse delle z, sia un asse permanente di rotazione e scorrimento, le equazioni (3) dovranno potersi soddisfare ponendo $a=b=f=g=0$: ciò porta di conseguenza con sè

$$\mathrm{C}_1=0,\ \mathrm{C}_2=0\ ;\quad C_1=0,\ C_2=0\ ;$$
$$H_1=0,\ H_2=0\ ;\quad \mathrm{H}_1=0,\ \mathrm{H}_2=0\,.$$

Se invece vogliamo che sia tale l'asse centrale cadente su quello delle y, le equazioni (3) dovranno essere soddisfatte per $b=c=g=h=0$: epperò si dovrà avere

$$\mathrm{A}_2=0,\ \mathrm{A}_3=0\ ;\quad A_2=0,\ A_3=0\ ;$$
$$F_2=0,\ F_3=0\ ;\quad \mathrm{F}_2=0,\ \mathrm{F}_3=0.$$

Finalmente se quest'asse dev'essere quello che cade sull'asse delle x, le equazioni (3) dovranno essere soddisfatte per $c=a=h=f=0$; quindi

$$\mathrm{B}_1=0,\ \mathrm{B}_3=0\ ;\quad B_1=0,\ B_3=0;$$
$$G_1=0;\ G_3=0\ ;\quad \mathrm{G}_1=0,\ \mathrm{G}_3=0.$$

Se tutti e tre gli assi centrali sono assi permanenti di rotazione e scorrimento, tutte le condizioni precedenti avranno luogo simultaneamente, e le equazioni (3) si ridurranno alle seguenti

$$\begin{aligned}
&\mathrm{M}\frac{d^2a}{dt^2}=\mathrm{A}_1a+F_1f, && \mathrm{P}\frac{d^2f}{dt^2}=A_1a+\mathrm{F}_1f,\\
&\mathrm{M}\frac{d^2b}{dt^2}=\mathrm{B}_2b+G_2g, && \mathrm{Q}\frac{d^2g}{dt^2}=B_2b+\mathrm{G}_2g, \qquad (\dagger)\\
&\mathrm{M}\frac{d^2c}{dt^2}=\mathrm{C}_3c+H_3h, && \mathrm{R}\frac{d^2h}{dt^2}=C_3c+\mathrm{H}_3h,
\end{aligned}$$

di cui quelle situate sulla stessa orizzontale prese insieme si possono integrare indipendentemente da tutte le altre. I coefficienti restano ridotti a dodici: una tal riduzione si avrebbe pure, quando si volesse che tre rette qualsivoglia fossero assi permanenti di rotazione e scorrimento; imperocchè ciò equivarrebbe all'aggiunta di sei altre condizioni alle diciotto precedenti.

Perchè una retta qualsiasi passante pel centro di gravità possa essere asse permanente di rotazione e scorrimento debbono verificarsi le condizioni

$$\mathrm{A}_1=\mathrm{B}_2=\mathrm{C}_3=\mathrm{M}m_1,$$
$$F_1=G_2=H_3=\mathrm{M}n_1,$$
$$\frac{A_1}{\mathrm{P}}=\frac{B_2}{\mathrm{Q}}=\frac{C_3}{\mathrm{R}}=m_2,$$
$$\frac{\mathrm{F}_1}{\mathrm{P}}=\frac{\mathrm{G}_2}{\mathrm{Q}}=\frac{\mathrm{H}_3}{\mathrm{R}}=n_2,$$

ed essere uguali a zero tutti gli altri coefficienti: a questo risultato si giunge speditamente ponendo nelle equazioni (†) per a, b, c, f, g, h i valori dati dalle (4) e cercando le condizioni perchè esse sussistano insieme qualunque sieno le $\lambda \mu \nu$. In questo caso le equazioni (3) assumono la stessa forma delle (6) dove ϑ può essere una qualunque delle a, b, c ed ω una qualunque delle f, g, h.

5. — Nel caso generale non è possibile determinare separatamente il moto del centro di gravità e quello di rotazione del corpo intorno a questo centro. Ne deduciamo, che nel caso generale il moto vibratorio del corpo non può essere o puramente di traslazione o puramente di rotazione. Difatti perchè esso potesse essere puramente di traslazione, dovrebbe potersi soddisfare alle (3) facendovi $f=0$, $g=0$, $h=0$; ma allora si dovrebbe pure avere, qualunque sieno a, b, c,

$$A_1 a + B_1 b + C_1 c = 0,$$
$$A_2 a + B_2 b + C_2 c = 0,$$
$$A_3 a + B_3 b + C_3 c = 0,$$

e quindi

$$\begin{aligned} &A_1 = 0,\ B_1 = 0,\ C_1 = 0,\\ &A_2 = 0,\ B_2 = 0,\ C_2 = 0, \qquad (9)\\ &A_3 = 0,\ B_3 = 0,\ C_3 = 0. \end{aligned}$$

Similmente, perchè il moto del corpo possa essere semplicemente di rotazione, le equazioni (3) debbono potersi soddisfare facendo $a=0$, $b=0$, $c=0$; questa supposizione porta con sè di conseguenza

$$F_1 f + G_1 g + H_1 h = 0,$$
$$F_2 f + G_2 g + H_2 h = 0,$$
$$F_3 f + G_3 g + H_3 h = 0,$$

qualunque sieno f, g, h, e quindi

$$\begin{aligned} &F_1 = 0,\ G_1 = 0,\ H_1 = 0,\\ &F_2 = 0,\ G_2 = 0,\ H_2 = 0, \qquad (10)\\ &F_3 = 0,\ G_3 = 0,\ H_3 = 0. \end{aligned}$$

Perchè dunque il moto del corpo possa, giusta le condizioni iniziali, essere puramente di traslazione o puramente di rotazione debbono coesistere le condizioni (9) e (10) e le equazioni generali (3) ridursi alle seguenti:

$$\begin{aligned} &\mathrm{M}\frac{d^2a}{dt^2} = \mathrm{A}_1 a + \mathrm{B}_1 b + \mathrm{C}_1 c, &\quad &\mathrm{P}\frac{d^2f}{dt^2} = \mathrm{F}_1 f + \mathrm{G}_1 g + \mathrm{H}_1 h,\\ &\mathrm{M}\frac{d^2b}{dt^2} = \mathrm{A}_2 a + \mathrm{B}_2 b + \mathrm{C}_2 c, \ (11) &\quad &\mathrm{Q}\frac{d^2g}{dt^2} = \mathrm{F}_2 f + \mathrm{G}_2 g + \mathrm{H}_2 h, \ (11^{\text{bis}})\\ &\mathrm{M}\frac{d^2c}{dt^2} = \mathrm{A}_3 a + \mathrm{B}_3 b + \mathrm{C}_3 c, &\quad &\mathrm{R}\frac{d^2h}{dt^2} = \mathrm{F}_3 f + \mathrm{G}_3 g + \mathrm{H}_3 h. \end{aligned}$$

Quando ciò succeda, potrà determinarsi il moto di traslazione del centro di gravità indipendentemente dal moto di rotazione del corpo intorno ad esso, ed i due moti non potranno alterarsi a vicenda. Ma in ogni altro caso una traslazione impressa al centro di gravità porta come conseguenza un moto di rotazione intorno ad esso e reciprocamente. Quando reggono le equazioni (11), esistono tre direzioni parallelamente alle quali impresso al corpo un moto di traslazione, questo si conserva indefinitamente e tre rette uscenti dal centro di gravità intorno alle quali impresso al corpo un moto di rotazione, questo pure si conserva indefinitamente. I coseni di direzione ($\lambda\ \mu\ \nu$) per la prima terna si ottengono dalle equazioni

$$(A_1 + M\sigma^2)\,\lambda + B_1\mu + C_1\nu = 0,$$
$$A_2\lambda + (B_2 + M\sigma^2)\,\mu + C_2\nu = 0,$$
$$A_3\lambda + B_3\mu + (C_3 + M\sigma^2)\,\nu = 0,$$

dove σ^2 è una qualsivoglia delle tre radici dell' equazione

$$\begin{vmatrix} A_1 + M\sigma^2 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 + M\sigma^2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 + M\sigma^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Similmente i coseni ($\lambda_1\ \mu_1\ \nu_1$) di direzione della seconda terna si ottengono dalle equazioni

$$(F_1 + P\varsigma^2)\,\lambda_1 + G_1\mu_1 + H_1\nu_1 = 0,$$
$$F_2\lambda_1 + (G_2 + Q\varsigma^2)\,\mu_1 + H_2\nu_1 = 0,$$
$$F_3\lambda_1 + G_3\mu_1 + (H_3 + R\varsigma^2)\,\nu_1 = 0,$$

dove ς^2 è una delle tre radici dell' equazione

$$\begin{vmatrix} F_1 + P\varsigma^2 & G_1 & H_1 \\ F_2 & G_2 + Q\varsigma^2 & H_2 \\ F_3 & G_3 & H_3 + R\varsigma^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Di qui deduciamo subito, che ad ogni istante il moto di traslazione del corpo si può riguardare come composto di tre moti oscillatorî di traslazione paralleli alle rette della prima terna ed il moto di rotazione come composto di tre moti pendolari intorno alle rette della seconda terna, e ciò perchè il moto di traslazione iniziale si può sempre immaginare decomposto in tre paralleli alle rette della prima terna ed il moto di rotazione iniziale in tre intorno alle rette della seconda terna.

Parallelamente od intorno ad una retta delle due terne si ha un moto di traslazione o di rotazione vibratorio semplice; questa proprietà si conserva ancora quando le due terne vengono a coincidere, mentre nel caso generale, allorchè esiste una terna

di assi permanenti di rotazione e scorrimento incrociantisi nel centro di gravità (v. n.° 4), lo scorrimento o la rotazione intorno a qualsivoglia di essi si compone di due scorrimenti o rotazioni semplici. Questo dipende da un altro fatto più generale, dal fatto cioè che due qualunque delle dodici rette di cui si è parlato al n.° 3 possono coincidere senzachè sieno menomamente alterati i due moti vibratorî semplici, cui esse corrispondono. Nel caso ora considerato in luogo delle equazioni (8) si avrebbero le seguenti

$$\begin{aligned} a &= \Sigma\lambda_i \mathbf{A}_i\Theta_i \cos(\sigma_i t + \alpha_i), & f &= \Sigma \lambda_i \mathbf{B}_i\Omega_i \cos(\varsigma_i t + \beta_i), \\ b &= \Sigma \mu_i \mathbf{A}_i\Theta_i \cos(\sigma_i t + \alpha_i), & g &= \Sigma \mu_i \mathbf{B}_i\Omega_i \cos(\varsigma_i t + \beta_i), \qquad (12) \\ c &= \Sigma \nu_i \mathbf{A}_i\Theta_i \cos(\sigma_i t + \alpha_i), & h &= \Sigma \nu_i \mathbf{B}_i\Omega_i \cos(\varsigma_i t + \beta_i). \end{aligned}$$

Anche quando le due terne non coincidono, le espressioni di a, b, c, f, g, h sono della stessa forma che le (12) colla sola differenza che le λ, μ, ν le quali entrano in a, b, c, non sono le stesse di quelle che entrano in f, g, h.

6. — Finora non abbiamo fatto nessuna ipotesi sull'indole delle forze applicate al corpo, ma pur v'hanno alcuni casi particolari, che importa conoscere. Se per esempio alla superficie del corpo non agisce che una pressione uniforme, e le componenti riferite all'unità di volume X, Y, Z della forza applicata ad ogni singolo elemento sono funzioni finite e continue di quella regione dello spazio, che può essere occupata dal corpo, allora nella determinazione del moto si può fare astrazione dalla pressione uniforme in superficie, e di più posto

$$\mathrm{G}_x = \mathrm{Z}y - \mathrm{Y}z\,,\quad \mathrm{G}_y = \mathrm{X}z - \mathrm{Z}x\,,\quad \mathrm{G}_z = \mathrm{Y}x - \mathrm{X}y$$

ed indicati con un s al piede i valori di X, Y, Z, G_x, G_y, G_z alla superficie, ridurre le equazioni del moto alla forma

$$\begin{aligned} &\mathrm{M}\frac{d^2a}{dt^2} + \int_s \mathrm{X}_s \rho \frac{d\rho}{dn}\, ds = 0, & &\mathrm{P}\frac{d^2f}{dt^2} + \int_s \mathrm{G}_{xs} \rho \frac{d\rho}{dn}\, ds = 0, \\ &\mathrm{M}\frac{d^2b}{dt^2} + \int_s \mathrm{Y}_s \rho \frac{d\rho}{dn}\, ds = 0, \quad (13) & &\mathrm{Q}\frac{d^2g}{dt^2} + \int_s \mathrm{G}_{ys} \rho \frac{d\rho}{dn}\, ds = 0, \quad (14) \\ &\mathrm{M}\frac{d^2c}{dt^2} + \int_s \mathrm{Z}_s \rho \frac{d\rho}{dn}\, ds = 0, & &\mathrm{R}\frac{d^2h}{dt^2} + \int_s \mathrm{G}_{zs} \rho \frac{d\rho}{dn}\, ds = 0, \end{aligned}$$

dove ds è un elemento di superficie, dn un elemento della normale in ds alla superficie eretta dall'esterno verso l'interno del corpo e finalmente

$$\rho\frac{d\rho}{dn} = a\frac{dx}{dn} + b\frac{dy}{dn} + c\frac{dz}{dn} + f\left(y\frac{dz}{dn} - z\frac{dy}{dn}\right) + g\left(z\frac{dx}{dn} - x\frac{dz}{dn}\right) + h\left(x\frac{dy}{dn} - y\frac{dx}{dn}\right).$$

Quindi ρ è lo spostamento assoluto del punto della superficie e $\rho\frac{d\rho}{dn}$ la sua projezione sulla normale [1]. Se alla superficie agiscono altre forze oltre le X_s, Y_s, Z_s basterà

[1] Si giunge immediatamente ai risultati precedenti ricordando che, se F è una funzione finita e continua entro lo spazio S racchiuso da una superficie s, si ha (preso per senso della normale quello sopra definito)

$$\int_S \frac{\partial F}{\partial x}\, dS = -\int_s F\frac{dx}{dn}\, ds$$

aggiungere nelle equazioni (13) e (14) i termini, cui esse dànno luogo. Ad ogni modo merita considerazione il fatto, che il moto del corpo in questo caso non dipende che dalle condizioni alla superficie. Tornando al primo caso, se X_s, Y_s, Z_s sono costanti, si ha

$$\int_s X_s \rho \frac{d\rho}{dn} ds = 0, \quad \int_s Y_s \rho \frac{d\rho}{dn} ds = 0, \quad \int_s Z_s \rho \frac{d\rho}{dn} ds = 0,$$

e quindi

$$\frac{d^2a}{dt^2} = 0\,, \quad \frac{d^2b}{dt^2} = 0\,, \quad \frac{d^2c}{dt^2} = 0\,,$$

cioè *il centro di gravità o rimane immobile o si muove di moto rettilineo ed uniforme ed il moto vibratorio si riduce ad un moto di rotazione.* Se invece siano costanti G_{xs}, G_{ys}, G_{zs} allora

$$\int_s G_{xs} \rho \frac{d\rho}{dn} ds = 0\,, \quad \int_s G_{ys} \rho \frac{d\rho}{dn} ds = 0\,, \quad \int_s G_{zs} \rho \frac{d\rho}{dn} ds = 0\,,$$

e quindi

$$\frac{d^2f}{dt^2} = 0\,, \quad \frac{d^2g}{dt^2} = 0\,, \quad \frac{d^2h}{dt^2} = 0\,,$$

cioè *il moto vibratorio si riduce ad una traslazione del centro di gravità, mentre il corpo ruota uniformemente intorno ad un asse uscente dal centro di gravità medesimo.*

Se finalmente X_s, Y_s, Z_s, G_{xs}, G_{ys}, G_{zs} sieno tutte costanti, il moto del corpo non sarà più vibratorio, ma si ridurrà ad una traslazione uniforme del centro di gravità e ad una rotazione uniforme intorno ad un asse uscente da esso. Osserviamo però che quanto si è detto fin quì rispetto alla traslazione o rotazione uniforme, vale soltanto per i primi istanti del moto, cioè fino a tanto chè il corpo non siasi discostato sensibilmente della posizione iniziale: ciò che possiamo dire in modo rigoroso è che in quei casi il moto di traslazione o di rotazione non sarà vibratorio. Se il corpo è una sfera omogenea, si ha

$$y \frac{dz}{dn} - z \frac{dy}{dn} = 0\,, \quad z \frac{dx}{dn} - x \frac{dz}{dn} = 0\,, \quad x \frac{dy}{dn} - y \frac{dx}{dn} = 0\,;$$

epperò per la sfera la rotazione attorno al centro dipende dal moto di traslazione del centro stesso. Se questo è tenuto fisso e la sfera si abbandona senza velocità

e ritenendo che, detto per es. X' il valore di X quando il punto $x\,y\,z$ sia passato nella posizione molto vicina x', y', z', si può (entro i limiti di approssimazione a cui noi ci arrestiamo) scrivere

$$X' - X = \frac{\partial X}{\partial x}(x'-x) + \frac{\partial X}{\partial y}(y'-y) + \frac{\partial X}{\partial z}(z'-z)\,,$$

dove per $x'-x, y'-y, z'-z$ si debbono porre i valori dati dalle equazioni (1).

iniziale, essa si manterrà immobile: cosa evidente a *priori,* perchè la sfera si trova in uno stato di equilibrio indifferente.

Quando i coefficienti di f, g, h nelle equazioni (13) e quelli di a, b, c nelle (14) vanno a zero, il moto del centro di gravità dipende soltanto dai valori di X_s, Y_s, Z_s e quello di rotazione attorno al centro dai valori di G_{xs}, G_{ys}, G_{zs}.

7. — Ritornando alle equazioni (3), se i coefficienti di a, b, c, f, g, h formano un determinante simmetrico, la forza viva totale del corpo è espressa per una funzione quadratica omogenea delle variabili a, b, c, f, g, h aumentata di una costante: rappresentandola con $2(V+k)$, dove k è la costante, si ha

$$M\left(\frac{da^2}{dt^2}+\frac{db^2}{dt^2}+\frac{dc^2}{dt^2}\right)+P\frac{df^2}{dt^2}+Q\frac{dg^2}{dt^2}+R\frac{dh^2}{dt^2}=2(V+k),$$

ed

$$M\frac{d^2a}{dt^2}=\frac{\partial V}{\partial a},\quad M\frac{d^2b}{dt^2}=\frac{\partial V}{\partial b},\quad M\frac{d^2c}{dt^2}=\frac{\partial V}{\partial c},$$

$$P\frac{d^2f}{dt^2}=\frac{\partial V}{\partial f},\quad Q\frac{d^2g}{dt^2}=\frac{\partial V}{\partial g},\quad R\frac{d^2h}{dt^2}=\frac{\partial V}{\partial h}.$$

Quando in V non entrino i prodotti di a, b, c per f, g, h, dette Θ e Ω le due parti di V, di cui una contenga soltanto le a, b, c e l'altra soltanto le f, g, h, si avrà

$$M\frac{d^2a}{dt^2}=\frac{\partial\Theta}{\partial a},\quad M\frac{d^2b}{dt^2}=\frac{\partial\Theta}{\partial b},\quad M\frac{d^2c}{dt^2}=\frac{\partial\Theta}{\partial c},$$

$$P\frac{d^2f}{dt^2}=\frac{\partial\Omega}{\partial f},\quad Q\frac{d^2g}{dt^2}=\frac{\partial\Omega}{\partial g},\quad R\frac{d^2h}{dt^2}=\frac{\partial\Omega}{\partial h}.$$

Ora facciasi

$$-2\Theta=Aa^2+Bb^2+Cc^2+2\alpha bc+2\beta ca+2\gamma ab,$$

$$-2\Omega=Ff^2+Gg^2+Hh^2+2\varphi gh+2\chi hf+2\psi fg,$$

$$\vartheta=\sqrt{a^2+b^2+c^2},\qquad \omega=\sqrt{f^2+g^2+h^2},$$

e poi si prendanno successivamente

$$a=\xi\sqrt{-2\Theta},\quad b=\eta\sqrt{-2\Theta},\quad c=\zeta\sqrt{-2\Theta},$$

$$f=\xi_1\sqrt{-2\Omega},\quad g=\eta_1\sqrt{-2\Omega},\quad h=\zeta_1\sqrt{-2\Omega};$$

si avranno così le due equazioni

$$A\xi^2+B\eta^2+C\zeta^2+2\alpha\eta\zeta+2\beta\zeta\xi+2\gamma\xi\eta=1, \tag{15}$$

$$F\xi_1^2+G\eta_1^2+H\zeta_1^2+2\varphi\eta_1\zeta_1+2\chi\zeta_1\xi_1+2\psi\zeta_1\eta_1=1, \tag{16}$$

che, quando l'equilibrio è stabile, rappresentano due ellissoidi, pei quali si ha

$$r^2=\xi^2+\eta^2+\zeta^2=-\frac{\vartheta^2}{2\Theta},$$

$$r_1^2=\xi_1^2+\eta_1^2+\zeta_1^2=-\frac{\omega^2}{2\Omega}.$$

I tre assi di traslazione permanente coincidono cogli assi dell'ellissoide (15) ed i tre assi di rotazione permanente sono dati dai valori di λ, μ, ν che soddisfano alle equazioni

$$\frac{F\lambda + \psi\mu + \chi\nu}{P\lambda} = \frac{\psi\lambda + G\mu + \varphi\nu}{Q\mu} = \frac{\chi\lambda + \varphi\mu + H\nu}{R\nu},$$

cioè *sono tre diametri conjugati comuni all'ellissoide* (16) *ed all'ellissoide centrale del corpo* [1].

Dalle equazioni precedenti possiamo dedurre, che qualsivoglia direzione è asse di traslazione permanente, se l'ellissoide rappresentato dalle equazioni (15) è una sfera: che ogni retta uscente dal centro di gravità è asse di rotazione permanente, se l'ellissoide rappresentato dall'equazione (16) è omotetico all'ellissoide centrale del corpo: che esistono tre assi di rotazione e scorrimento permanenti, se i due ellissoidi (15) e (16) e l'ellissoide centrale hanno gli assi nella stessa direzione: che finalmente ogni retta uscente dal centro di gravità è asse permanente di rotazione e scorrimento, se l'ellissoide (15) si riduce ad una sfera e l'ellissoide (16) sia omotetico all'ellissoide centrale. In quest'ultimo caso osservando, che le equazioni del moto assumono la forma

$$\frac{d^2a}{dt^2} + k^2a = 0, \quad \frac{d^2b}{dt^2} + k^2b = 0, \quad \frac{d^2c}{dt^2} + k^2c = 0,$$

$$\frac{d^2f}{dt^2} + j^2f = 0, \quad \frac{d^2g}{dt^2} + j^2g = 0, \quad \frac{d^2h}{dt^2} + j^2h = 0,$$

e per conseguenza i loro integrali diventano

$$a = a_0 \cos kt + \frac{a'_0}{k} \operatorname{sen} kt, \qquad f = f_0 \cos jt + \frac{f'_0}{j} \operatorname{sen} jt,$$

$$b = b_0 \cos kt + \frac{b'_0}{k} \operatorname{sen} kt, \qquad g = g_0 \cos jt + \frac{g'_0}{j} \operatorname{sen} jt,$$

$$c = c_0 \cos kt + \frac{c'_0}{k} \operatorname{sen} kt, \qquad h = h_0 \cos jt + \frac{h'_0}{j} \operatorname{sen} jt,$$

ne deduciamo: 1.° che il centro di gravità si muove nel piano

$$\begin{vmatrix} a & a_0 & a'_0 \\ b & b_0 & b'_0 \\ c & c_0 & c'_0 \end{vmatrix} = 0,$$

[1] Vedi R. Stawell Ball, Memoria citata pag. 603. Egli per altro invece dell'ellissoide (16) considera l'ellissoide (equipotenziale) rappresentato dall'equazione

$$-2\Omega K = F\xi_1^2 + G\eta_1^2 + H\zeta_1^2 + 2\varphi\eta_1\zeta_1 + 2\chi\zeta_1\xi_1 + 2\psi\zeta_1\eta_1$$

che si ottiene ponendo

$$Kf = \xi_1, \quad Kg = \eta_1, \quad Kh = \zeta_1,$$

ed i cui assi per conseguenza cambiano di grandezza col tempo.

che contiene le direzioni dello spostamento e della velocità iniziali e descrive l'ellisse comune ad esso ed all'ellissoide

$$\begin{vmatrix} a^2 & a_0a'_0 & a_0'^2 \\ b^2 & b_0b'_0 & b_0'^2 \\ c^2 & c_0c'_0 & c_0'^2 \end{vmatrix} - k^2 \begin{vmatrix} a^2 & a_0a'_0 & a_0^2 \\ b^2 & b_0b'_0 & b_0^2 \\ c^2 & c_0c'_0 & c_0^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_0^2 & a_0a'_0 & a_0'^2 \\ b_0^2 & b_0b'_0 & b_0'^2 \\ c_0^2 & c_0c'_0 & c_0'^2 \end{vmatrix} :$$

2.° che l'asse di rotazione rimane costantemente nel piano

$$\begin{vmatrix} f & f_0 & f'_0 \\ g & g_0 & g'_0 \\ h & h_0 & h'_0 \end{vmatrix} = 0,$$

che contiene le direzioni degli assi dello spostamento e della velocità angolari di rotazione iniziali, ed il suo estremo descrive l'ellisse comune ad esso ed all'ellissoide

$$\begin{vmatrix} f^2 & f_0f'_0 & f_0'^2 \\ g^2 & g_0g'_0 & g_0'^2 \\ h^2 & h_0h'_0 & h_0'^2 \end{vmatrix} - j^2 \begin{vmatrix} f^2 & f_0f'_0 & f_0^2 \\ g^2 & g_0g'_0 & g_0^2 \\ h^2 & h_0h'_0 & h_0^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_0^2 & f_0f'_0 & f_0'^2 \\ g_0^2 & g_0g'_0 & g_0'^2 \\ h_0^2 & h_0h'_0 & h_0'^2 \end{vmatrix}.$$

Soggiungerò che ha luogo semplicemente la prima proprietà quando solamente sia l'ellissoide (15) una sfera e la seconda quando solamente sia l'ellissoide (16) omotetico all'ellissoide centrale. Le proprietà ora notate sussistono ancora nel caso generale per la soluzione semplice. Dimodochè se per es. si vuol conoscere la trajettoria del centro di gravità, basta immaginare descritte le sei ellissi corrispondenti alle sei soluzioni semplici, ed assunti su esse sei punti corrispondenti al medesimo valore del tempo, il punto le cui coordinate sono la somma algebrica di quelle dei punti così scelti si trova sulla trajettoria. Evidentemente essa sarà chiusa se i sei valori di σ dati dall'equazione in σ^2 (v. n.° 3) sono commensurabili fra loro, aperta in caso contrario. Lo stesso ragionamento vale per la trajettoria seguita dall'estremo dell'asse di rotazione.

Osserverò che le equazioni del moto sono riducibili a quelle considerate nel presente paragrafo, quando il corpo sia sollecitato da forze, le quali mantengano costantemente la stessa grandezza, gli stessi punti d'applicazione e le stesse direzioni: anzi in tal caso $\Theta = 0$, epperò

$$\frac{d^2a}{dt^2} = 0\,, \quad \frac{d^2b}{dt^2} = 0\,, \quad \frac{d^2c}{dt^2} = 0\,,$$

cioè non dovremo occuparci, che della rotazione del corpo intorno al suo centro di gravità: chè questo centro muovesi di moto rettilineo ed uniforme. Avvertirò finalmente che tutte le proprietà relative al moto di rotazione reggono ancora quando il corpo sia ritenuto da un punto fisso, qualunque sia d'altronde questo punto.

8. — Ma per approfondire meglio la quistione conviene entrare in maggiori particolari. Cominciamo dallo scrivere per disteso le equazioni del moto

$$\begin{aligned} &M\frac{d^2a}{dt^2}+Aa+\gamma b+\beta c=0\,, \\ &M\frac{d^2b}{dt^2}+\gamma a+Bb+\alpha c=0\,, \\ &M\frac{d^2c}{dt^2}+\beta a+\alpha b+Cc=0\,, \end{aligned} \qquad (17) \qquad \begin{aligned} &P\frac{d^2f}{dt^2}+Ff+\psi g+\chi h=0\,, \\ &Q\frac{d^2g}{dt^2}+\psi f+Gg+\varphi h=0, \\ &R\frac{d^2h}{dt^2}+\chi f+\varphi g+Hh=0, \end{aligned} \qquad (18)$$

che giova trasformare nel modo seguente. Pongasi nelle prime tre

$$\begin{aligned} &\alpha=-Mmn,\ \beta=-Mnl,\ \gamma=-Mlm, \\ &A=M(m^2+n^2-\mathbf{A})=M(A-l^2), \\ &B=M(n^2+l^2-\mathbf{B})=M(B-m^2), \\ &C=M(l^2+m^2-\mathbf{C})=M(C-n^2), \\ &la+mb+nc=\mathrm{e}, \end{aligned} \qquad (19)$$

e nelle altre tre

$$\begin{aligned} &Pp^2=Qq^2=Rr^2=M, \\ &\varphi=-M\,vw,\ \chi=-Mwu,\ \psi=-Muv, \\ &F=M(v^2+w^2-\mathbf{F})=M(F-u^2), \\ &G=M(w^2+u^2-\mathbf{G})=M(G-v^2), \\ &H=M(u^2+v^2-\mathbf{H})=M(H-w^2), \\ &uf+vg+wh=\mathrm{v}: \end{aligned} \qquad (20)$$

dopo ciò esse assumeranno la forma

$$\begin{aligned} &\frac{d^2a}{dt^2}+Aa-l\mathrm{e}=0, \\ &\frac{d^2b}{dt^2}+Bb-m\mathrm{e}=0, \\ &\frac{d^2c}{dt^2}+Cc-n\mathrm{e}=0, \end{aligned} \qquad (21) \qquad \begin{aligned} &\frac{d^2f}{dt^2}+p^2(Ff-u\mathrm{v})=0, \\ &\frac{d^2g}{dt^2}+q^2(Gg-v\mathrm{v})=0, \\ &\frac{d^2h}{dt^2}+r^2(Hh-w\mathrm{v})=0, \end{aligned} \qquad (22)$$

e le equazioni (15) e (16) si potranno porre sotto le due forme seguenti (supponendo uguale ad uno la massa del corpo)

$$\begin{aligned} 1&=A\xi^2+B\eta^2+C\zeta^2-(l\xi+m\eta+n\zeta)^2 \\ &=-(\mathbf{A}\xi^2+\mathbf{B}\eta^2+\mathbf{C}\zeta^2)+(m\zeta-n\eta)^2+(l\eta-m\zeta)^2+(n\xi-l\zeta)^2 \qquad (23) \\ 1&=F\xi_1{}^2+G\eta_1{}^2+H\zeta_1{}^2-(u\xi_1+v\eta_1+w\zeta_1)^2 \\ &=-(\mathbf{F}\xi_1{}^2+\mathbf{G}\eta_1{}^2+\mathbf{H}\zeta_1{}^2)+(v\zeta_1-w\eta_1)^2+(w\eta_1-v\xi_1)^2+(w\xi_1-u\zeta_1)^2. \qquad (24) \end{aligned}$$

Ora per integrare le equazioni (21) e (22) facciasi

$$a=\lambda\vartheta,\quad b=\mu\vartheta,\quad c=\nu\vartheta, \qquad (25)$$

$$f=\varpi\omega,\quad g=\rho\omega,\quad h=\tau\omega; \qquad (26)$$

ϑ ed ω saranno date dalle equazioni

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2}+\sigma\vartheta=0, \quad (27) \qquad \frac{d^2\omega}{dt^2}+\varsigma\omega=0, \quad (28)$$

dove σ e ς sono rispettivamente una qualunque delle radici delle equazioni di terzo grado

$$\frac{l^2}{A-\sigma}+\frac{m^2}{B-\sigma}+\frac{n^2}{C-\sigma}=1, \quad (29)$$

$$\frac{p^2u^2}{p^2F-\varsigma}+\frac{q^2v^2}{q^2G-\varsigma}+\frac{r^2w^2}{r^2H-\varsigma}=1; \quad (30)$$

trovate σ, ς si ricaveranno $\lambda\ \mu\ \nu$, $\varpi\ \rho\ \tau$ dalle equazioni

$$\lambda:\mu:\nu=\frac{l}{A-\sigma}:\frac{m}{B-\sigma}:\frac{n}{C-\sigma}, \quad (31)$$

$$\varpi:\rho:\tau=\frac{p^2u}{p^2F-\varsigma}:\frac{q^2v}{q^2G-\varsigma}:\frac{r^2w}{r^2H-\varsigma}. \quad (32)$$

Determinate le tre radici delle equazioni (29) e (30) si otterranno gli integrali delle equazioni (21) e (22) nel modo solito. Se diciamo $\sigma_1\ \sigma_2\ \sigma_3$, $\varsigma_1\ \varsigma_2\ \varsigma_3$ rispettivamente le radici delle equazioni (29) e (30) ed a, b, c i semiassi dell' ellissoide (15) ed f, g, h; f_1, g_1, h_1 le lunghezze dei semidiametri conjugati cadenti sulla stessa direzione nell'ellissoide centrale e nell' ellissoide (16), si ha, come è noto,

$$\sigma_1=\frac{1}{a^2}, \quad \sigma_2=\frac{1}{b^2}, \quad \sigma_3=\frac{1}{c^2},$$

$$\varsigma_1=\frac{f^2}{f_1^2}, \quad \varsigma_2=\frac{g^2}{g_1^2}, \quad \varsigma_3=\frac{h^2}{h_1^2}.$$

Perciò *le vibrazioni semplici, da cui risulta il moto oscillatorio del centro di gravità, equivalgono rispettivamente a quelle di tre pendoli semplici di lunghezze* θa, θb, θc *ed i tre moti pendolari attorno agli assi permanenti di rotazione a quelle di tre pendoli semplici di lunghezze* $\theta\frac{f_1}{f}$, $\theta\frac{g_1}{g}$, $\theta\frac{h_1}{h}$, *dove* θ *è il valore della gravità.*

9. — Le equazioni (29) e (30) hanno tutte le loro radici reali: e di più supposto, che sia

$$A>B>C, \quad p^2F>q^2G>r^2H$$

delle tre radici dell'equazione (29) una è compresa tra $-\infty$ e C, la seconda tra C, e B e la terza tra B ed A: similmente delle tre radici dell'equazione (30) una è compresa tra $-\infty$ ed r^2H, la seconda tra r^2H e q^2G e la terza tra q^2G e p^2F: epperò supposto, come dev'essere perchè l'equilibrio sia stabile qualunque sieno le condizioni iniziali, che tutte queste radici sieno positive, nessuna delle A, B, C, p^2F, q^2G, r^2H potrà essere negativa. — Il più piccolo valore, che può avere la minore delle radici dell' equazione (29) o dell' equazione (30) è zero: nel qual caso l' ellissoide (15) o (16) diventa un cilindro ellittico colle generatrici pel primo parallele alla direzione

$$\frac{l}{A}:\frac{m}{B}:\frac{n}{C} \quad (33)$$

e pel secondo parallele alla direzione

$$\frac{u}{F} : \frac{v}{G} : \frac{w}{H}. \qquad (34)$$

Ora dovendo in questo caso, posto $\sigma = 0$, $\varsigma = 0$ nelle equazioni (29) e (30), verificarsi le condizioni

$$\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C} = 1 \qquad (35)$$

$$\frac{u^2}{F} + \frac{v^2}{G} + \frac{w^2}{H} = 1 \qquad (36)$$

segue che non possono essere tutte del medesimo segno nè le tre quantità **A**, **B**, **C**, nè le altre tre **F**, **G**, **H** se non si riducono tutte a zero, anzi se due di esse vanno a zero, deve annullarsi anche la terza. Quando questo succeda, l'ellissoide (15) si cambia nel cilindro

$$(m\zeta - n\eta)^2 + (l\eta - m\zeta)^2 + (n\xi - l\zeta)^2 = 1 \qquad (37)$$

di rotazione attorno all'asse

$$\frac{\xi}{l} = \frac{\eta}{m} = \frac{\zeta}{n}, \qquad (38)$$

come pure l'ellissoide (16) si cambia nel cilindro [1]

$$(v\zeta_1 - w\eta_1)^2 + (u\eta_1 - v\xi_1)^2 + (w\xi_1 - u\zeta_1)^2 = 1 \qquad (39)$$

di rotazione attorno all'asse

$$\frac{\xi_1}{u} = \frac{\eta_1}{v} = \frac{\zeta_1}{w}. \qquad (40)$$

I valori di ϑ e di ω corrispondenti alle radici $\sigma = 0, \varsigma = 0$, sarebbero (in generale anche quando **A**, **B**, **C**, **F**, **G**, **H** sieno diverse da zero)

$$\vartheta = \frac{la}{A} + \frac{mb}{B} + \frac{nc}{C} = k't + k'',$$

$$\omega = \frac{uf}{p^2F} + \frac{vg}{q^2G} + \frac{wh}{r^2H} = s't + s'',$$

ma, affinchè ϑ ed ω rimangano infinitamente piccole, dovrà essere $k' = 0$, $s' = 0$ cioè nulle le velocità impresse al corpo parallelamente alla direzione (33) ed intorno alla retta uscente dal centro di gravità e parallela alla direzione (34). Di più senza togliere nulla alla generalità della quistione si possono supporre uguali a zero tanto k'' che s'': chè non rimane turbato lo stato di equilibrio del corpo, quando gli

(1) Questo appunto ha luogo, quando si considera il moto d'un corpo ritenuto da un punto fisso e sollecitato dalla sola gravità, che è il caso studiato dal sig. Stawell Ball.

venga impresso lo spostamento, che esse rappresentano [1]. Epperò potremo supporre che si abbia sempre

$$\frac{la}{A}+\frac{mb}{B}+\frac{nc}{C}=0, \tag{41}$$

$$\frac{uf}{pF^2}+\frac{vg}{q^2G}+\frac{wh}{r^2H}=0, \tag{42}$$

cioè 1° *il centro di gravità si muove costantemente nel piano passante per la sua posizione iniziale e normale alla direzione* (33). 2° *l'asse di rotazione giace costantemente nel piano, che per l'ellissoide centrale è conjugato alla direzione* (34).

10. — Le altre due radici delle equazioni (29) e (30) si ricaveranno dalle due equazioni

$$\frac{l^2}{A(A-\sigma)}+\frac{m^2}{B(B-\sigma)}+\frac{n^2}{C(C-\sigma)}=0, \tag{43}$$

$$\frac{u^2}{F(p^2F-\varsigma)}+\frac{v^2}{G(q^2G-\varsigma)}+\frac{w^2}{H(r^2H-\varsigma)}=0, \tag{44}$$

che derivano immediatamente dalle (29) e (30), quando in esse al posto dell'unità nei secondi membri si pongano i primi membri delle (35) e (36). I valori di σ ricavati dalla equazione (43) non sono altro che i quadrati inversi dei semiassi dell'ellisse intersezione del piano

$$\frac{lx}{\sqrt{A}}+\frac{my}{\sqrt{B}}+\frac{nz}{\sqrt{C}}=0,$$

coll' ellissoide

$$Ax^2+By^2+Cz^2=1, \tag{45}$$

od anche i quadrati dei semiassi dell'ellisse intersezione del piano

$$\frac{lx}{A}+\frac{my}{B}+\frac{nz}{C}=0,$$

su cui si muove il centro di gravità, coll'ellissoide

$$\frac{x^2}{A}+\frac{y^2}{B}+\frac{z^2}{C}=1. \tag{46}$$

È ovvio convincersi che le direzioni dei due assi di traslazione permanente corrispondenti alle radici σ_1, σ_2 dell'equazione (43) sono fra loro perpendicolari.

Difatti posto

$$M_1^2=\frac{l^2}{(A-\sigma_1)^2}+\frac{m^2}{(B-\sigma_1)^2}+\frac{n^2}{(C-\sigma_1)^2},$$

$$M_2^2=\frac{l^2}{(A-\sigma_2)^2}+\frac{m^2}{(B-\sigma_2)^2}+\frac{n^2}{(C-\sigma_2)^2},$$

[1] Ciò equivale a prendere per posizione iniziale del corpo quelle che esso occupa dopo d'aver subìto lo spostamento rappresentato da k'' e da s''.

e detti $\lambda_1, \mu_1, \nu_1; \lambda_2, \mu_2, \nu_2$ i loro coseni di direzione si ha

$$M_1 M_2 \lambda_1 \lambda_2 = \frac{l^2}{(A - \sigma_1)(A - \sigma_2)},$$

$$M_1 M_2 \mu_1 \mu_2 = \frac{m^2}{(B - \sigma_1)(B - \sigma_2)},$$

$$M_1 M_2 \nu_1 \nu_2 = \frac{n^2}{(G - \sigma_1)(C - \sigma_2)}.$$

Ponendovi per $\sigma_1 + \sigma_2$ e $\sigma_1 \sigma_2$ i loro valori cioè

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{\frac{l^2}{A}(B + C) + \frac{m^2}{B}(C + A) + \frac{n^2}{C}(A + B)}{\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C}},$$

$$\sigma_1 \sigma_2 = \frac{\frac{l^2}{A} BC + \frac{m^2}{B} CA + \frac{n^2}{C} AB}{\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C}},$$

risulterà

$$\left.\begin{aligned}
M_1 M_2 \lambda_1 \lambda_2 &= \frac{A\left(\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C}\right)}{(A - B)(A - C)}, \\
M_1 M_2 \mu_1 \mu_2 &= \frac{B\left(\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C}\right)}{(B - A)(B - C)}, \\
M_1 M_2 \nu_1 \nu_2 &= \frac{C\left(\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C}\right)}{(C - B)(C - A)};
\end{aligned}\right\} \qquad (47)$$

quindi, fatto $K = \frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C}$, si ha sommando membro a membro

$$\frac{M_1 M_2}{K}(\lambda_1\lambda_2 + \mu_1\mu_2 + \nu_1\nu_2) = \frac{A}{(A - B)(A - C)} + \frac{B}{(B - C)(B - A)} + \frac{C}{(C - B)(C - A)},$$

in cui il secondo membro è identicamente nullo. Con un processo analogo si potrebbe dimostrare, volendo, che gli assi di traslazione permanente sono mutuamente perpendicolari anche quando nessuna delle radici $\sigma_1\ \sigma_2\ \sigma_3$ è zero.

Passiamo all'equazione (44). Prima di tutto osserveremo che, dicendo ς_1, ς_2 le due sue radici e $\varpi_1\, \rho_1\, \tau_1$, $\varpi_2\, \rho_2\, \tau_2$ i corrispondenti valori di $\varpi\, \rho\, \tau$, si ha

$$\left.\begin{aligned}
F\varpi_1 - u\,v_1 &= \frac{\varpi_1 \varsigma_1}{p^2}, \\
G\rho_1 - v\,v_1 &= \frac{\rho_1 \varsigma_1}{q^2}, \\
H\tau_1 - w\,v_1 &= \frac{\tau_1 \varsigma_1}{r^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (48)$$

Moltiplicata la prima equazione per $\frac{\varpi_2}{Fp^2}$, la seconda per $\frac{\rho_2}{Gq^2}$, la terza per $\frac{\tau_2}{Hr^2}$ e fatta la somma membro a membro si ottiene

$$\frac{\varpi_1\varpi_2}{p^2}+\frac{\rho_1\rho_2}{q^2}+\frac{\tau_1\tau_2}{r^2}=\varsigma_1\left(\frac{\varpi_1\varpi_2}{Fp^4}+\frac{\rho_1\rho_2}{Gq^4}+\frac{\tau_1\tau_2}{Hr^4}\right),$$

tenuto conto della (42). Ma scambiando fra di loro i due indici 1 e 2 si otterrebbe ancora

$$\frac{\varpi_1\varpi_2}{p^2}+\frac{\rho_1\rho_2}{q^2}+\frac{\tau_1\tau_2}{r^2}=\varsigma_2\left(\frac{\varpi_1\varpi_2}{Fp^4}+\frac{\rho_1\rho_2}{Gq^4}+\frac{\tau_1\tau_2}{Hr^4}\right);$$

dunque, se non è $\varsigma_1=\varsigma_2$, si dovrà avere separatamente

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\varpi_1\varpi_2}{p^2}+\frac{\rho_1\rho_2}{q^2}+\frac{\tau_1\tau_2}{r^2}=0,\\&\frac{\varpi_1\varpi_2}{Fp^4}+\frac{\rho_1\rho_2}{Gq^4}+\frac{\tau_1\tau_2}{Hr^4}=0,\end{aligned}\right\}\tag{49}$$

cioè: *le due direzioni* $\varpi_1\,\rho_1\,\tau_1$, $\varpi_2\,\rho_2\,\tau_2$ *dei due assi permanenti di rotazione sono diametri conjugati comuni all'ellissoide centrale*

$$\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{q^2}+\frac{z^2}{r^2}=1\tag{50}$$

ed all'ellissoide

$$\frac{x^2}{Fp^4}+\frac{y^2}{Gq^4}+\frac{z^2}{Hr^4}=1\tag{51}$$

giacenti nel piano

$$\frac{ux}{Fp^2}+\frac{vy}{Gq^2}+\frac{wz}{Hr^2}=0.$$

Ponendo poi

$$N_1^2=\frac{p^4u^2}{(p^2F-\varsigma_1)^2}+\frac{q^4v^2}{(q^2G-\varsigma_1)^2}+\frac{r^4w^2}{(r^2H-\varsigma_1)^2},$$

$$N_2^2=\frac{p^4u^2}{(p^2F-\varsigma_2)^2}+\frac{q^4v^2}{(q^2G-\varsigma_2)^2}+\frac{r^4w^2}{(r^2H-\varsigma_2)^2},$$

si otterrebbero per $\varpi_1\varpi_2$, $\rho_1\rho_2$, $\tau_1\tau_2$ formole analoghe a quelle trovate per $\lambda_1\lambda_2$, $\mu_1\mu_2$, $\nu_1\nu_2$, cioè

$$N_1N_2\,\varpi_1\varpi_2=\frac{p^4\,(u^2GH+v^2HF+w^2FG)}{GH(p^2F-q^2G)\,(p^2F-r^2H)},$$

$$N_1N_2\,\rho_1\rho_2=\frac{q^4(u^2GH+v^2HF+w^2FG)}{HF(q^2G-r^2H)\,(q^2G-p^2F)},$$

$$N_1N_2\,\tau_1\tau_2=\frac{r^4(u^2GH+v^2MF+w^2FG)}{FG(r^2H-p^2F)\,(r^2H-q^2G)}.$$

Sommate queste espressioni membro a membro e detto θ l'angolo delle due direzioni $\varpi_1\,\rho_1\,\tau_1$, $\varpi_2\,\rho_2\,\tau_2$, si avrà

$$N_1N_2\cos\theta=\frac{GH(r^2-q^2)r^2q^2+HF(p^2-r^2)p^2r^2+FG(q^2-p^2)q^2p^2}{FGH(q^2G-r^2H)(r^2H-p^2F)(p^2F-q^2G)}(u^2GH+v^2HF+w^2FG).$$

Non vi sarebbe maggior difficoltà a trovare espressioni analoghe pei coseni degli angoli che fanno tra loro gli assi di rotazione permanente anche quando nessuna delle $\varsigma_1\ \varsigma_2\ \varsigma_3$ sia zero.

11. — Se delle tre quantità $l\ m\ n$ una fosse zero, per es. la n, si avrebbe in luogo dell'equazione (29) la seguente

$$\frac{l^2}{A-\sigma}+\frac{m^2}{B-\sigma}=1 \tag{52}$$

solamente di secondo grado e la terza delle equazioni (21) diventerebbe

$$\frac{d^2c}{dt^2}+Cc=0,$$

che si integra senz'altro e senza dover tener conto delle prime due. In questo caso uno degli assi dell'ellissoide (15) cade nella direzione c e gli altri due son contenuti nel piano ab: la loro grandezza si determinerà mediante l'equazione (52). Se due delle $l\ m\ n$ son nulle, gli assi dell'ellissoide (15) coincidono in direzione con quelli dell'ellissoide centrale, e tutte e tre le equazioni (21) si integrano indipendentemente l'una dall'altra.

Un ragionamento analogo si può ripetere pel caso, in cui una delle $u\ v\ w$ sia nulla. Quando per es. la u sia zero, l'asse delle x è un asse permanente di rotazione, e la determinazione degli altri due assi è ridotta a quella della coppia di diametri conjugati comuni alle due ellissi secondo cui il piano yz sega l'ellissoide (16) e l'ellissoide centrale. Se due delle $u\ v\ w$ sono uguali a zero, gli assi permanenti di rotazione sono fra loro perpendicolari e coincidenti in direzione con quelli dell'ellissoide centrale.

12. — Supponiamo la C uguale a zero: la minore delle radici dell' equazione (29) sarà necessariamente zero, se ammettiamo, che essa non debba avere radici negative: ma perchè questo abbia luogo, deve essere del pari $n=0$, per cui la terza delle equazioni (21) diventa

$$\frac{d^2c}{dt^2}=0,$$

che ci dà

$$c=k't+k''.$$

Per la stabilità dell'equilibrio le condizioni iniziali debbono essere tali che importino $k'=0$. Al posto dell'equazione (29) si avrà la seguente

$$\frac{l^2}{A-\sigma}+\frac{m^2}{B-\sigma}=1 \tag{53}$$

ed in luogo dell'ellissoide (15) il cilindro

$$1=A\xi^2+B\eta^2-(l\zeta+m\eta)^2, \tag{54}$$

che sarà a base ellittica, ove sia

$$Am^2+Bl^2-AB<0,$$

nel qual caso l'equilibrio sarà stabile per tutti gli spostamenti impressi al centro di gravità parallelamente alla base di detto cilindro, i cui assi sono gli assi di traslazione permanente.

Analogamente, se $H = 0$, la radice minima dell'equazione (30) sarà zero e quindi $w = 0$. Ne viene di conseguenza

$$\frac{d^2h}{dt^2} = 0$$

ed $h = j't + j''$, e poi $j' = 0$. L'equazione (30) sarà sostituita dalla

$$\frac{p^2u}{p^2F - \varsigma} + \frac{q^2v}{q^2G - \varsigma} = 1 \tag{55}$$

e l'ellissoide (16) dal cilindro

$$1 = F\xi_1^2 + G\eta_1^2 - (u\xi_1 + v\eta_1)^2 \tag{56}$$

che sarà a base ellittica, se, come si è supposto, la minima radice dell'equazione (30) è zero. L'equilibrio sarà stabile pei moti di rotazione fatti intorno ad assi uscenti dal centro di gravità contenuti nel piano xy. I diametri conjugati comuni alla base sul piano xy del cilindro ora trovato ed alla intersezione col medesimo piano dell'ellissoide centrale dànno la direzione degli assi di rotazione permanente.

Se fosse $B = 0$, $C = 0$, due radici della equazione (29) andrebbero a zero e quindi per la stabilità dell'equilibrio dovrà essere $m = 0$, $n = 0$. Le equazioni (21) diventerebbero in tal caso.

$$\frac{d^2a}{dt^2} + (A - l^2)\,a = 0, \quad \frac{d^2b}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2c}{dt^2} = 0,$$

l'equazione (29) sarebbe sostituita dalla

$$\frac{l^2}{A - \sigma} = 1$$

e l'ellissoide (15) dalla coppia di piani paralleli

$$\xi\sqrt{A - l^2} = \pm 1$$

e rispetto ai moti di traslazione l'équilibrio non sarebbe stabile che per gli spostamenti del centro di gravità paralleli all'asse delle x.

Analogamente, se $G = 0$, $H = 0$, perchè due radici dell'equazione (30) sieno zero, dovrà essere $v = 0$, $w = 0$. Con ciò le equazioni (22) diventano

$$\frac{d^2f}{dt^2} + p^2\,(F - u^2)\,f = 0, \quad \frac{d^2g}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2h}{dt^2} = 0,$$

e la equazione (30)

$$\frac{p^2u^2}{p^2F - \varsigma} = 1$$

ed invece dell'ellissoide (16) la coppia di piani paralleli

$$\xi_1 \sqrt{F - u^2} = \pm 1,$$

per cui rispetto ai moti di rotazione l'equilibrio non sarà stabile, che per gli spostamenti angolari attorno all'asse delle x. È quasi superfluo avvertire che, quanto si è detto, regge a condizione che sia

$$A > l^2, \quad F > u^2.$$

Se tutte e tre le A, B, C fossero uguali a zero, allora dalle (21) sarebbe facile ricavare

$$\frac{d^2 e}{dt^2} - (l^2 + m^2 + n^2)\, e = 0,$$

per cui e andrebbe crescendo indefinitamente col tempo e così pure le a b c che resterebbero definite dalle equazioni

$$\frac{d^2 a}{dt^2} - l\, e = 0, \quad \frac{d^2 b}{dt^2} - m\, e = 0, \quad \frac{d^2 c}{dt^2} - n e = 0.$$

In questo caso adunque l'equilibrio non è stabile rispetto ai moti di traslazione, qualunque sia la direzione in cui vengono effettuati. Una conseguenza analoga avrebbe luogo pei moti di rotazione se fosse $F = G = H = 0$. Quando poi simultaneamente si avesse

$$A = B = C = F = G = H = 0,$$

l'equilibrio sarebbe instabile rispetto a qualsiasi spostamento, che fosse impresso al corpo. Avendo supposto $A > B > C$ e $p^2 F > q^2 G > r^2 H > 0$ ed inoltre tutte e sei le quantità riferite positive, è evidente che non dobbiamo considerare il caso in cui sia isolatamente $A = 0$ ovvero $B = 0$ nè quello in cui sia $F = 0$ ovvero $G = 0$.

13. — Dopo le cose dette sarebbe ovvio cercare quali sono le conseguenze che nascono dall'aggiungere alle supposizioni fatte nel n°. 11 quella dell'annullarsi di qualcuna delle radici delle equazioni (29) e (30). Soggiungerò che supposta zero una delle radici dell'equazione (53) o (55), i due cilindri (54) e (56) si riducono ad una coppia di piani, come quando si ha simultaneamente $B = C = 0$ ovvero $G = H = 0$. Non si può supporre che l'equazione (43) o la (44) abbia una radice nulla: perchè nel primo caso dovrebbe reggere colla (35) anche la seguente

$$\frac{l^2}{A^2} + \frac{m^2}{B^2} + \frac{n^2}{C^2} = 0.$$

e nel secondo caso colla (36) quest'altra

$$\frac{u^2}{p^2 F^2} + \frac{v^2}{q^2 G^2} + \frac{w^2}{r^2 H^2} = 0:$$

quindi se le due superficie (23) e (24) si riducono ad una coppia di piani, questi saranno perpendicolari ad uno dei piani principali dell'ellissoide centrale.

Le cose dette nei due paragrafi precedenti reggono nella supposizione che le equazioni (29) e (30) non debbano avere che radici positive. Cosa avverrà, quando

qualcuna delle radici sia negativa? Delle radici $\sigma_1\ \sigma_2\ \sigma_3$ dell' equazione (29) sieno positive le $\sigma_1\ \sigma_2$ e negativa la σ_3 e come delle radici $\varsigma_1\ \varsigma_2\ \varsigma_3$ dell' equazione (30) sieno positive le $\varsigma_1\ \varsigma_2$, e negativa la ς_3: allora

1° — l'equilibrio del corpo sarà stabile rispetto ai moti di traslazione paralleli al piano delle due direzioni $\lambda_1\ \mu_1\ \nu_1$, $\lambda_2\ \mu_2\ \nu_2$ corrispondenti ai due valori $\sigma_1\ \sigma_2$ di σ: instabile per quelli paralleli ad ogni altra direzione.

2° — l'equilibrio del corpo sarà stabile rispetto ai moti di rotazione intorno agli assi uscenti dal centro di gravità e contenuti nel piano parallelo alle due direzioni $\varpi_1\ \rho_1\ \tau_1$, $\varpi_2\ \rho_2\ \tau_2$ corrispondenti alle due radici $\varsigma_1\ \varsigma_2$: instabile pei moti di rotazione intorno a qualisivogliano altri assi.

Imperocchè per la stabilità dell'equilibrio si richiede nel primo caso che nelle espressioni generali di $a\ b\ c$ sparisca il termine dipendente dalla radice σ_3, epperò, che decomponendo il moto iniziale di traslazione in tre secondo le direzioni $\lambda_1\mu_1\nu_1$, $\lambda_2\mu_2\nu_2$, $\lambda_3\mu_3\nu_3$ la componente secondo la direzione $\lambda_3\mu_3\nu_3$ sia uguale a zero: e nel secondo caso che nelle espressioni generali di $f\,g\,h$ sparisca il termine dipendente dalla radice ς_3 e che quindi decomponendo il moto iniziale di rotazione in tre secondo i tre assi $\varpi_1\rho_1\tau_1$, $\varpi_2\rho_2\tau_2$, $\varpi_3\rho_3\tau_3$ la componente secondo l'asse $\varpi_3\rho_3\tau_3$ riesca uguale a zero.

Se poi fossero $\sigma_1\ \sigma_2$, $\varsigma_1\ \varsigma_2$ negative e positive invece σ_3 e ς_3, con un discorso analogo si proverebbe che:

1° — L'equilibrio è stabile pel moto di traslazione parallelo alla direzione $\lambda_3\ \mu_3\ \nu_3$ corrispondente alla radice σ_3: instabile per ogni altro.

2° — l'equilibrio è stabile pel moto di rotazione attorno alla retta uscente dal centro di gravità i cui coseni di direzione sono $\varpi_3\ \rho_3\ \tau_3$: instabile pei moti di rotazione intorno a qualsiasi altro asse.

Finalmente se tutte le $\sigma_1\ \sigma_2\ \sigma_3$ fossero negative o tutte le $\varsigma_1\ \varsigma_2\ \varsigma_3$, l'equilibrio sarebbe instabile rispetto ai moti di traslazione del centro di gravità o rispetto ai moti di rotazione intorno ad esso: se tutte e due queste circostanze hanno luogo simultaneamente, l'equilibrio sarà instabile qualunque sia lo spostamento impresso al corpo. Evidentemente le conseguenze ora dedotte si verificano anche quando qualcuna o tutte le A, B, C, F, G, H sieno uguali a zero.

Perchè due delle radici dell' equazione (29) sieno negative, bisogna che per lo meno C abbia un valore negativo, e similmente dev' essere $r^2H<0$ perchè due delle radici dell' equazione (30) sieno negative. La proposizione reciproca non è vera, ma in ogni caso vedendo C ovvero $r^2H<0$ si può subito dire che l' equilibrio rispetto ai moti di traslazione è stabile tutt' al più per spostamenti paralleli ad un certo piano, e rispetto ai moti di rotazione per spostamenti intorno ad assi contenuti in un certo altro piano.

Analogamente se si trova $B<0$, $C<0$, si può concludere che rispetto ai moti di traslazione l' equilibrio non è stabile al più che per spostamenti paralleli ad una certa direzione; e se $q^2G<0$, $r^2H<0$, che pei moti di rotazione l' equilibrio non è stabile al più che pegli spostamenti intorno ad un certo asse.

14. — Tutta la discussione precedente si può riassumere e mettere in piena luce osservando che, a seconda dei segni e dei valori delle radici $\sigma_1\ \sigma_2\ \sigma_3$ e delle

radici ς_1 ς_2 ς_3, le equazioni (23) e (24) possono rappresentare: 1° *ellissoidi;* 2° *iperboloidi ad una falda;* 3° *iperboloidi a due falde;* 4° *superficie di second'ordine immaginarie;* 5° *cilindri ellittici;* 6° *cilindri iperbolici;* 7° *cilindri immaginarî;* 8° *coppie di piani paralleli reali;* 9° *coppie di piani paralleli immaginarî.*

È ovvio, dopo la discussione fatta poc'anzi, decidere per ognuno dei casi succitati se l' equilibrio è stabile, o per lo meno se esistono spostamenti rispetto a cui sia tale, e quali questi sieno, nondimeno per maggior chiarezza credo opportuno di raccogliere le conclusioni, a cui si arriva per ognun di essi in particolare. Innanzi tutto rispetto al moto di traslazione del centro di gravità:

nel 1° caso l'equilibrio è stabile per tutti i moti impressi al centro di gravità,
» 2° » l'equilibrio è stabile solamente per i moti paralleli al piano dei due assi che incontrano la superficie,
» 3° » l'equilibrio è stabile solamente per i moti paralleli all'asse reale della superficie,
» 4° » l'equilibrio è instabile per tutti i moti possibili,
» 5° » l'equilibrio è stabile solamente per i moti paralleli al piano della sezion retta,
» 6° » l'equilibrio è stabile solamente per i moti paralleli all'asse trasverso dell'iperbole sezion retta del cilindro,
» 7° » l'equilibrio è instabile per tutti i moti possibili,
» 8° » l'equilibrio è stabile soltanto per gli spostamenti paralleli alla perpendicolare comune ai due piani,
» 9° » l'equilibrio è instabile per tutti i moti possibili.

Quanto al moto di rotazione attorno al centro di gravità:

nel 1° caso l'equilibrio è stabile pei moti di rotazione attorno a qualsivoglia retta uscente del centro di gravità,
» 2° » l'equilibrio è stabile solamente pei moti di rotazione attorno alle rette contenute nel piano dei due diametri conjugati comuni coll'ellissoide centrale, che incontrano la superficie,
» 3° » l'equilibrio è stabile solamente pei moti di rotazione attorno a quello dei diametri conjugati comuni coll'ellissoide centrale che incontra la superficie,
» 4° » l'equilibrio è instabile per tutti i moti di rotazione,
» 5° » l'equilibrio è stabile solamente pei moti di rotazione attorno alle rette contenute nel piano dei due diametri conjugati comuni all'ellissoide centrale ed alla superficie,
» 6° » l'equilibrio è stabile solamente pei moti di rotazione attorno a quello dei due diametri conjugati comuni coll'ellissoide centrale, che incontra la superficie,
» 7° » l'equilibrio è instabile per tutti i moti di rotazione,
» 8° » l'equilibrio è stabile solamente pei moti di rotazione attorno al diametro dell'ellissoide centrale conjugato ai due piani,
» 9° » l'equilibrio è instabile per tutti i moti di rotazione.

Se due delle radici dell' equazione (29) sono eguali tra loro, esse non possono essere uguali che a B ovvero a C e perciò bisogna che sia $m=0$ ovvero $n=0$. Se

tutte e tre sono fra loro uguali, allora $l = m = n = 0$, ed $A = B = C$. Similmente se due radici dell' equazione (30) sono fra loro uguali, esse saranno uguali a $q^2 G$ ovvero ad $r^2 H$ e nello stesso tempo si avrà $v = 0$ ovvero $w = 0$. Se poi tutte e tre sono fra loro uguali, sarà:

$$u = v = w = 0, \quad p^2 F = q^2 G = r^2 H.$$

Quando tutte e tre le radici dell' equazione (29) sono fra loro uguali, o tutte quelle della (30), si ricade sui casi contemplati nel n.° 7.

In tutti questi casi il moto del corpo (purchè A, B, C; $p^2 F$, $q^2 G$, $r^2 H$ sieno, come si è supposto, positive) è pur tuttavia oscillatorio ed il suo equilibrio stabile, contrariamente a quanto si credeva da tutti e s' era cercato di dimostrare da taluni (1) prima che Somof (2) e poi Jordan (3) ebbero fatto vedere, che, anche quando l'equazione algebrica mediante la quale si determinano le piccole oscillazioni di un sistema di punti materiali ammette radici uguali, se esiste una funzione delle forze, il tempo non figura fuori delle funzioni trigonometriche seno e coseno negli integrali generali delle equazioni del movimento.

Non mi fermerò ad esaminare cosa si ha quando, oltre all' essere zero una delle radici delle equazioni (29) e (30), le altre due sieno uguali, ovvero cosa succede se delle A, B, C, o delle $p^2 F$, $q^2 G$, $r^2 H$ due o tutte e tre sieno fra loro uguali: non sarebbe che ripetere in sostanza cose già dette.

(1) V. per es. Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino, serie II, tomo XV.— L. F. Ménabréa, *Études sur la théorie des vibrations.* Turin, 1854.

(2) V. Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St. Pétersbourg, VII^e série, tome I.— J. Somof, *Sur l'équation algébrique à l'aide de la quelle on détermine les oscillations très-petites d'un système de points matériels.* St. Pétersbourg, 1859.

(3) V. Comptes rendus etc. de l'Académie des sciences de Paris, an 1872, 1^er semestre, pag. 1395.— C. Jordan, *Sur les oscillations infiniment petites des systemes matériels.*

Sull'Anatomia e Fisiologia della retina.

Memoria del prof. FRANZ BOLL presentata dal Socio Q. SELLA *nella seduta del 3 dicembre 1876* [1].

(Lavoro eseguito nel Laboratorio di Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università di Roma. VIII).

Dopochè Enrico Mueller per il primo ammise che gli elementi riuniti nello strato a mosaico della retina, cioè i bastoncelli ed i coni, fossero gli organi terminali del nervo ottico, i micrografi non hanno mai cessato di cercare la prova anatomica del fatto. Ciononostante, per una lunga serie di anni, i più distinti anatomici non sono riusciti a trovare la continuità nervosa fra la sostanza dei bastoncelli e dei coni, e le fibre del nervo ottico. Il risultato negativo delle loro ricerche, indusse parecchi scienziati a lasciare la via nella quale era entrato Enrico Mueller ed a cercare le terminazioni del nervo ottico in altri strati della retina. Così è avvenuto che le cellule della *Membrana fenestrata retinae* fossero considerate quali organi terminali del nervo ottico ; ed io stesso, in un lavoro dell'anno 1871, di cui conservo ancora il manoscritto, ammisi che le cellule dell'epitelio esagonale pigmentato della retina, fossero i veri organi percipienti del nervo ottico.

Io credo che si sià commesso un errore nella ricerca anatomica, poichè si volle partire da un punto di vista troppo ristretto, e ritrovare nello strato dei bastoncelli e coni lo stesso semplice schema di terminazione nervosa che era stato riconosciuto negli altri neuroepitelj più semplici: p. e. negli organi dell' olfatto e del gusto. Si ammette che in questi ultimi organi una fibra nervosa, sottile e varicosa, finisca per riunirsi con una cellula epiteliale, e si è voluto ad ogni costo stabilire anche nella retina il medesimo modo di terminazione, senza riuscirvi.

Nello stato attuale della questione, credo che soltanto i più ostinati ottimisti conservino ancora la speranza di trovar finalmente quei fili nervosi varicosi tanto desiderati, che dovrebbero riunire la sostanza dei bastoncelli e coni colle fibre del nervo ottico. Io non sono ottimista come loro, ma nello stesso tempo non credo di dovere negare ai bastoncelli e coni la qualità di organi percipienti della retina. La mia convinzione è questa: che le unità fisiologiche le quali percepiscono la luce ed i colori sono organismi anatomici assai complicati, e che essi debbono essere costituiti dalla riunione dei bastoncelli e coni, da un lato, e delle cellule del pigmento retinico dall'altro. Istologicamente questi organismi dovrebbero essere considerati come cellule gemelle o doppie, analoghe alle cellule terminali del nervo acustico nella chiocciola. Credo che ognuno di questi organismi terminali gemelli, sia unito alle fibre del nervo ottico per mezzo dei filamenti pigmentari, avendo io potuto seguire i loro prolungamenti non più pigmentati attraverso la membrana limitante esterna. Del resto, non credo inverosimile che questi organismi, relativamente tanto complicati,

[1] Il manoscritto fu ritirato dall' autore per farvi delle aggiunte e poi fu riconsegnato alla Presidenza il giorno 6 marzo 1877.

abbiano ancora qualche altro mezzo di connessione col sistema nervoso, come sarebbero p. e. le fibre dei bastoncelli e dei coni.

Non intendo in questa Memoria esporre dettagliatamente le ragioni anatomiche sulle quali è fondata questa mia convinzione. Lo farò forse in altra occasione. Ma intanto i fatti che andrò esponendo basteranno, io credo, per togliere ogni dubbio sulla verità della tesi annunziata da Enrico Mueller, cioè che gli organi percipienti del nervo ottico si trovano esclusivamente nello strato a mosaico della retina.

Le osservazioni che formano il soggetto di questa Memoria, vennero già in parte esposte nelle due comunicazioni che feci all'Accademia nel dicembre 1876 e nel gennaio 1877 [1]. Esse, benchè abbiano il loro fondamento in una scoperta anatomica, sono di natura puramente fisiologica: si riferiscono ad una particolarità finora non osservata di quella sostanza che forma i membri esterni dei bastoncelli retinici nei Vertebrati e negli Invertebrati, o gli organi che sono fisiologicamente, e forse anche filogeneticamente, equivalenti ai medesimi. Tanto negli uni come negli altri questa sostanza è caratterizzata da una particolare struttura a piastrine, la quale fu scoperta da Hannover nel 1840 e, più tardi, è stata soggetto di numerose investigazioni.

Nell' anno 1842 il Krohn notò, nei Cefalopodi, un colorito rosso di questa sostanza, e lo stesso colorito fu ritrovato da altri autori in molti altri Invertebrati. Nel tipo dei Vertebrati, Leydig per il primo descrisse un colore rosso dei bastoncelli negli anfibi ed uno giallo nei pesci, ma ritenne che queste fossero particolarità delle relative specie. A me fu riserbato di scoprire che questo colore rosso costituisce una qualità fisiologica inerente alla sostanza lamellosa dei bastoncelli e che, senza eccezione ed in modo del tutto identico, si ritrova presso tutti gli animali, i quali nel loro occhio hanno questa sostanza.

Per dimostrare questo colore rosso, l'animale più idoneo è la rana. Quando si spacca il bulbo dell'occhio, e si solleva con una fina pinzetta la retina dal fondo oscuro del pigmento retinico e della corioidea, essa appare nel primo momento d'un colore rosso intenso, cosicchè si potrebbe credere di avere tratto fuori dall' occhio un coagulo sanguigno. Durante i primi dieci, e in casi favorevoli anche venti secondi (Primo stadio) questo colore sbiadisce man mano, e poi sparisce rimanendone soltanto una leggera sfumatura giallastra. Allora la retina, durante i successivi trenta sino a sessanta secondi, e qualche volta anche per un tempo più lungo, mostra uno splendore di raso. (Secondo stadio). Poco a poco anche questo va perdendosi, e la retina addiviene completamente trasparente, nel quale stato perdura quindici ed anche più minuti. (Terzo stadio). In seguito diviene torbida ed opaca. (Quarto stadio). L' esame microscopico addimostra che il colore rosso del primo stadio, e lo splendore di raso che mostra il secondo, hanno la loro sede esclusiva nella sostanza a lamine sottili che costituisce i membri esterni. Verso la fine del secondo stadio, questa sostanza si gonfia e si altera, mentrechè il suo indice di refrazione si avvicina a quello degli altri strati della retina. È per questo che la retina nel terzo stadio diviene perfettamente trasparente. L'intorbidamento che mostra la retina nel quarto stadio non è

[1] Queste due comunicazioni, nella loro sostanza, coincidono con due Note che presentai all'Accademia delle scienze di Berlino: *Zur Anatomie und Physiologie der Retina*, in data del 12 novembre 1876 e *Zur Physiologie des Sehens und der Farbenempfindung*, in data dell' 11 gennaio 1877.

dovuto ad alterazioni dello strato dei bastoncelli, ma a coaguli di albuminati che si producono nei rimanenti strati della retina.

Come era possibile che questi fenomeni tanto salienti, i quali si ritrovano uniformemente negli occhi di quasi tutti gli animali, avessero potuto sfuggire finora all' attenzione dei naturalisti? Dapprima supposi che qui si trattasse di un fenomeno estremamente fugace, di una qualità vitale della retina, la quale non era dimostrabile che nei primi brevi momenti dopo la morte dell' animale, e che era sfuggita agli anteriori osservatori, perchè essi avevano lasciato passare sempre quel primo e preziosissimo momento dopo la morte dell' animale, quei dieci o venti secondi decisivi, entro i quali io aveva veduto il colore quasi sempre completamente sparire. Presto però riconobbi che questa spiegazione non poteva essere del tutto concludente e che essa conteneva forse una parte della verità, ma non la verità intiera ed assoluta. Nelle mie ripetute esperienze fui impressionato da questo fatto: che sovente non poteva ottenere la dimostrazione del colore rosso della retina, benchè ne avessi fatta la preparazione colla solita celerità, e benchè quei dieci o venti secondi decisivi dalla morte dell'animale sino alla preparazione della retina, al certo non fossero stati ancora trascorsi. Malgrado tutto ciò, in molti casi del colore rosso non si vedeva più traccia. Dall' assieme di queste numerose dubbie osservazioni, presto fui indotto ad ammettere che alla scomparsa del colore rosso contribuisse qualche altro momento fisiologico, oltre la cessazione della vita e della nutrizione normale. Così arrivai ben presto al concetto che il colore rosso non poteva essere una qualità permanente della retina vivente, ma doveva essere sottoposto ad un cambiamento fisiologico; ed ammisi che l' impallidire della retina non avesse luogo esclusivamente pella morte, o per la sua estrazione dall'occhio, ma che molto probabilmente dovesse prodursi in alcune condizioni già *intra vitam.*

Una volta messomi su questo indirizzo, non era più difficile indovinare il momento fisiologico che qui entrava in azione, e non mi faccio un merito speciale dell' avere presto supposto che la luce fosse la cagione che determinava l'assenza o la presenza del colore rosso nella retina. Era facile di fornire a questa ipotesi un alto grado di probabilità: animali che per un tempo prolungato erano stati esposti al sole, o anche soltanto alla luce diffusa ma chiara del giorno, non mostravano mai un colore rosso della retina; all'opposto questo colore era sempre dimostrabile, quando gli animali avevano passato un tempo prolungato nell'oscurità. Ne trassi la conclusione, che il colore rosso *intra vitam* fosse continuamente consumato dalla luce che penetra nell'occhio, e che altrettanto continuamente si riproducesse per mezzo della nutrizione fisiologica: e quindi il colore non fosse dimostrabile se non quando l'occhio rimane nell'oscurità per un tempo abbastanza lungo da dare agio al colore rosso di accumularsi.

Una delle prime ricerche che allora intrapresi, ebbe per scopo di determinare il tempo entro il quale il colore rosso della retina veniva consumato dalla luce. Una dozzina di rane, che per un tempo indeterminato avevano vissuto nell' oscurità perfetta, furono contemporaneamente esposte al sole in vasi di vetro. Ogni cinque minuti esaminai gli occhi di una di esse. In una prima ricerca, che intrapresi nel novembre dell' anno scorso, fui disgraziato perchè il tempo ed il sole non erano

maï costanti: ottenni dunque come risultati delle cifre, le quali con una ulteriore ricerca furono trovate troppo esagerate. Questa seconda ricerca, intrapresa nella seconda metà di gennajo 1877, fu favorita da un cielo completamente sereno e dal sole più brillante [1]. Dopo i primi cinque minuti, aveva già avuto luogo uno sbiadimento sensibile del colore rosso della retina. Dopo dieci minuti, del colore rosso non restavano più che leggiere traccie; molto di rado queste traccie si potevano addimostrare anche dopo quindici minuti. Ordinariamente dopo questo tempo la retina era già perfettamente incolora. Finalmente, dopo una mezz'ora, non si riscontrava mai più ombra del colore originario; e la retina morente non mostrava mai una lucentezza giallastra, ma uno splendore di raso bianco. Le medesime esperienze furono contemporaneamente eseguite presso una finestra del laboratorio situata al nord, ove soltanto la luce chiara e diffusa del giorno, nè mai un raggio diretto del sole, poteva colpire gli occhi delle rane. Il risultato fu questo: che nella luce diffusa lo scoloramento completo della retina richiede il doppio o il triplo del tempo trovato necessario per i raggi diretti dal sole: in tutti gli occhi, dopo due ore, il colore rosso trovavasi sempre completamente consumato.

Per decidere poi la seconda questione: entro quanto tempo si ripristinasse il colore rosso consumatosi, ho adoperato il metodo opposto. Una dozzina di rane, che per un tempo più lungo di un' ora avevano subito l'azione dei raggi diretti del sole, fu riportata nell'oscurità assoluta, ed ognuna di esse esaminata successivamente. Le prime traccie del colore ripristinato non erano mai visibili prima di un'ora; ed anche dopo un'ora e mezza, erano per lo più molto deboli. Dopo due ore però si era riformato ordinariamente un colore già abbastanza intenso, che una permanenza più prolungata nell'oscurità rendeva appena più sensibile [2].

Dopo queste esperienze relative al tempo, rimaneva però ancora un altro cimento da tentare, onde portare alla certezza la mia tesi che il colore rosso fosse consumato dalla luce: rimaneva a provare che in una retina parzialmente illuminata, il colore rosso venisse consumato soltanto nelle parti rischiarate, ma non altrove. Che ciò dovesse essere così, era già quasi certo *a priori*; poichè aveva già osservato che non di rado le parti della retina più riparate dalla luce (nella vicinanza dell'*Ora serrata*) mostravano ancora il loro colore rosso, mentre esso dal centro della retina era già completamente sparito. Pertanto non volli trascurare anche di farne apposito esperimento: chiusi in parte gli sportelli della finestra, cosicchè soltanto una striscia abbastanza stretta della luce solare poteva entrare. Sotto questa striscia misi l'occhio d'una rana curarizzata, che era stata conservata nell'oscurità: dopo dieci minuti trovai la retina divisa in due metà rosse separate da una linea incolora abbastanza nettamente disegnata. Soltanto dopo

[1] Accadde in tali circostanze che le rane, quando erano lasciate per un tempo più lungo di un' ora nei vasi cilindrici, si trovarono morte colla rigidità termica completa di tutti i muscoli.

[2] Nei primi tempi delle mie ricerche io era d' opinione che per una dimora molto prolungata (di parecchie settimane) nell' oscurità, l'intensità del colore rosso dovesse aumentare continuamente. Osservazioni più recenti mi hanno fornito idee più giuste, ed adesso debbo ammettere che il colore rosso arriva al maximum della sua intensità già dopo un tempo relativamente breve (dodici ore, cioè il riposo di una notte) e che una dimora più lunga nell'oscurità non gli può aggiungere nulla.

questa sperienza (la quale, benchè capace di molte modificazioni, però non ho voluto seguire nei suoi ulteriori dettagli) mi credei autorizzato ad enunciare la tesi contenuta nella mia prima comunicazione, cioè:

« Che durante la vita, il colore rosso della retina decresce e si consuma sotto l'azione della luce, mentre si ripristina e rinforza nell' oscurità; e che in questo cambiamento materiale consiste almeno in parte l'atto della visione ».

Con queste ricerche io era giunto a conoscere l' estrema distruttibilità del rosso retinico nella luce e per la luce. Questa nuova conoscenza avrebbe dovuto porgermi l'occasione di sottomettere ad una critica più severa l'ipotesi, che nel principio delle mie ricerche mi si era presentata come indiscutibile, cioè che il rosso retinico fosse una proprietà fisiologica eminentemente fugace. Ma questa idea tanto semplice non mi si affacciò subito. Anche dopo avere già conosciuta e studiata in tutta la sua estensione l' influenza distruttiva che ha la luce sul rosso retinico, continuai ancora a credere che questo colore fosse tanto intimamente legato alla vitalità del tessuto, da spegnersi subito dopo la morte dell'animale e la cessazione delle normali condizioni vitali. Rimasi sempre ancora disposto a credere più responsabile dell'impallidimento rapido della retina, estratta dall'occhio, la cessazione delle condizioni vitali, di quello che l'azione diretta della luce. Continuai a credere sempre che abbisognasse una grande rapidità nella preparazione della retina per dimostrare il rosso retinico, e quindi la mia prima comunicazione all' Accademia porta l' impronta di quest' idea preconcetta. Presto però una osservazione accidentale mi condusse nel retto sentiero, e mi rivelò il vero valore dei due fattori in questione: cioè l'azione diretta della luce, e la cessazione delle condizioni normali della vita. Ai giorni chiari e limpidi, che avevano dominato sino alla metà di novembre, succedette un tempo torbido ed oscuro, che mi obbligava a fare le osservazioni microscopiche in una luce molto più debole. Osservai allora una durata molto più lunga del primo stadio, essendochè il colore rosso della retina si conservava non più soltanto durante venti secondi (come avevo osservato prima) ma fino a cinque minuti ed anche di più. Questo fatto, che costantemente si ripeteva, mi diede la prova evidente che io aveva assegnato fino allora, nella produzione dello scoloramento della retina, una soverchia importanza alla cessazione delle condizioni normali della vita. Mi rivolsi quindi ad intraprendere una ricerca metodica, per stabilire quale parte avesse nell'impallidire della retina estratta dall'occhio la cessazione della vita, e quale l'azione diretta della luce.

Il metodo di ricerca fu molto semplice. Decapitai contemporaneamente una dozzina di rane tenute all'oscurità, e conservai al bujo le loro teste troncate, per esaminarne successivamente gli occhi. Da principio ebbi poca fiducia che questa ricerca potesse condurmi a risultati positivi, e con molta incertezza esaminai dopo cinque minuti un primo occhio, la retina del quale con mia grande meraviglia trovai si bella e rossa, come se fosse stata preparata immediatamente dopo la decapitazione dell'animale. Accrebbe la mia sorpresa, quando il medesimo fatto si ripetè anche dopo intervalli sempre più lunghi: persino dopo ventiquattro ore ritrovai conservato il rosso retinico in rane morte, ed anche in pesci cartilaginei ed ossei. Poi mi sembrò che esso svanisse molto rapidamente. Quasi egualmente durevole trovai il rosso

retinico, in mammiferi che erano stati conservati ed uccisi nell' oscurità: cosa che mi sorprese tanto più, perchè io in alcune sperienze oftalmoscopiche (delle quali parlerò in appresso) aveva creduto potere costatare direttamente lo scomparire del rosso retinico nel momento della morte, o poco dopo. Anche nei mammiferi in molti casi ho veduto perdurare il rosso retinico sino a dodici ore, ed anco più, dopo la morte.

Da queste sperienze mi veniva dunque dimostrato che il rosso retinico non era, come aveva supposto originariamente, una proprietà sfuggevole, ma piuttosto durevole della retina. Questo fatto mi rese possibile di migliorare e perfezionare il metodo di studio, che finora era rimasto abbastanza incompleto. Incominciai a eseguire la preparazione anatomica della retina nella semioscurità, cogli sportelli della finestra socchiusi, o anche coll'esclusione completa della luce solare, illuminando la camera con una fiamma di gas o con una candela ([1]). Lasciava entrare la luce solare soltanto quando la preparazione era già fatta e posta sotto il microscopio. Disgraziatamente questo metodo per la ricerca microscopica non era molto proficuo: perchè il mio occhio era sempre troppo abbagliato a causa di questo rapido passaggio dall' oscurità alla luce, o dall' illuminazione artificiale alla luce solare, per potere fare sollecitamente e con esattezza le occorrenti osservazioni. Si perdevano sempre alcuni secondi, prima che mi fosse dato di afferrare l' immagine microscopica della retina in modo soddisfacente. In questo frattempo, la retina aveva sempre perduta la maggiore parte del suo colore; cosicchè il nuovo metodo di preparare nell'oscurità e di osservare poi alla luce, offriva quasi nessun vantaggio sull'antico modo di procêdere, cioè di fare ed esaminare la preparazione sotto le medesime condizioni di illuminazione. È per questo che ora mi servo ordinariamente dell'antico metodo, ed adopero soltanto in casi speciali, che richiedono una preparazione molto precisa ed un tempo relativamente lungo (p. e. nell' esame comparativo delle parti centrali e periferiche di una medesima retina), il nuovo metodo di fare la preparazione nella semioscurità, o colla luce artificiale.

Maggiori vantaggi che non per l' analisi microscopica del rosso retinico, offre l'esclusione della luce solare nella analisi chimica e fisica del medesimo. In queste analisi mi sono lasciato guidare da un solo punto di vista, che mi fu continuamente presente fino dal primo momento della mia scoperta. Mi feci la seguente domanda: Il rosso retinico è l'effetto d' un colore proprio inerente alla sostanza lamellare dei membri esterni dei bastoncelli? Oppure deve la sua esistenza all'effetto ottico delle lamelle sovrapposte, che per loro stesse sono sprovviste d' un colore proprio?

Alla prima alternativa corrisponderebbe il concetto, che i membri esterni contengano in se un pigmento particolare, che vorrei chiamare l'*Eritropsina*. Questa Eritropsina dovrebbe avere colla sostanza propria dei bastoncelli, rapporti simili a quelli che ha l'Emoglobina collo stroma dei corpuscoli rossi del sangue, e, come questo stroma, anche la sostanza fondamentale dei membri esterni dovrebbe essere considerata incolora. L' Eritropsina poi, analogamente all'Emoglobina, dovrebbe avere una costituzione chimica determinata, la quale come lo è quella dell'Emoglobina per i differenti

([1]) La ragione per la quale queste illuminazioni artificiali non distruggono il rosso retinico sarà esposta in appresso.

gas, dalla luce (e probabilmente anche dai diversi colori in modo speciale) potrebbe essere ridotta e trasformata in una, o anche in più combinazioni fisiologiche. Nella continua formazione e trasformazione di queste diverse combinazioni chimiche, prodotte dall'azione della luce, vale a dire da un processo fotochimico, consisterebbe l'essenza della percezione della luce e dei diversi colori.

Oltre questa teoria fotochimica sulla natura del rosso retinico, e della percezione della luce, è ancora ammissibile una seconda teoria, la quale, in opposizione alla teoria fotochimica, vorrei chiamare la teoria fotofisica. Secondo questa ultima teoria, un pigmento speciale che impregni lo stroma incoloro dei bastoncelli, cioè l'Eritropsina non esisterebbe; ma il colore rosso dei bastoncelli si produrrebbe per un fenomeno del tutto fisico, cioè per l'effetto ottico delle laminette incolori sovrapposte, dalle quali è costituita la loro sostanza. Secondo questa teoria, il rosso retinico apparterrebbe alla categoria dei fenomeni d'interferenza, e più specialmente alla classe dei cosidetti colori delle lamine sottili.

I colori delle lamine sottili, dove questi si riscontrano in natura, nella maggiore parte dei casi appaiono, come è noto, iridescenti e quasi mai costanti. Tuttavia vi sono dei casi, nei quali le lamine sottili possono produrre anche colori costanti ed omogenei: infatti questo caso speciale, secondo la teoria, deve avere luogo sempre quando non trattasi di singole lamine sottili, ma di un sistema intiero di lamine molto numerose, regolarmente sovrapposte in piani paralleli. Quando in una tale disposizione, tutte le lamine possiedono il medesimo indice di refrazione e la medesima spessezza, e quando sono separate da intervalli eguali, il sistema deve spegnere entro di se tutti i raggi, ad eccezione di quelli di una sola specie: vale a dire di quella nella quale la differenza delle fasi è eguale ad una ondulazione intiera, o a zero. Un tale sistema adunque deve apparire con un solo determinato colore omogeneo, la natura del quale dipenderà dal valore che avranno i costanti ottici delle lamine.

Colla teoria fotofisica del rosso retinico, si dovrebbe supporre che ciascun membro esterno sia un cotale sistema di lamine sottili, corrispondente alle ondulazioni proprie del colore rosso. La visione e la percezione dei colori, secondo questa teoria, avrebbero la loro ultima ragione nei cambiamenti materiali prodotti dalle ondulazioni luminose che colpiscono questo sistema. In tal caso sarebbe da supporre, che le ondulazioni potessero produrre alterazioni, sia nell'indice, sia nella spessezza, sia negli intervalli delle singole lamine, e si potrebbe benissimo concepire che ad ogni differente ondulazione corrispondesse anche una speciale alterazione dei valori costanti del sistema ottico. A queste alterazioni speciali si dovrebbero attribuire le diverse qualità della percezione della luce, cioè le sensazioni dei diversi colori [1].

Non mi è sfuggito che il fatto anatomico, il quale forma la base di tutta questa teoria fotofisica del rosso retinico, e della percezione della luce e dei colori, cioè la

[1] Già W. Zenker nel suo *Versuch einer Theorie der Farbenperception* (Archiv fuer mikroskop. Anatomie III. p. 248. 1867) ha cercato di trovare un rapporto tra la struttura lamellare dei membri esterni e la lunghezza delle ondulazioni luminose.

struttura lamellare dei membri esterni, viene contestato da parecchi micrografi nel suo significato fisiologico, e considerato come un fenomeno di alterazione *post mortem*, o come una specie di coagulazione. Vero è, che questa objezione, per quanto riguarda le asserzioni di Max Schultze [1] e di W. Zenker (i quali ritengono, che i membri esterni dei bastoncelli della rana siano composti di circa trenta lamelle eguali, della spessezza di 0,0005 mm) non è intieramente senza fondamento; perchè anch'io non posso credere che le formazioni descritte da loro, siano i veri costituenti fisiologici dei membri esterni. Queste piastrine dei suddetti autori, le quali, dopo l'azione di diversi liquidi, sono visibili più o meno distintamente e regolarmente (in ispecie dopo l'azione del cloruro sodico di 10,0 %), non possiedono mai quella identica e regolare spessezza che loro viene attribuita da Max Schultze e W. Zenker, ma sono dischi di una spessezza variabilissima. Queste piastrine sono nient'altro che aggruppamenti più o meno spessi, formati da un numero variabile delle vere lamine, appiccicate insieme. Queste vere lamine sono probabilmente molto più numerose, e molto più sottili dei dischi descritti da Max Schultze e W. Zenker, i quali misuravano 0,0005 millimetri in ispessezza. L'esistenza delle lamine vere, può soltanto essere argomentata da una striatura trasversa finissima, che mostra la sostanza dei bastoncelli ancora fresca e rossa, quando viene esaminata con lenti d'immersione e con una luce molto favorevole. Esattamente in corrispondenza della direzione di questa striatura trasversa ha luogo sempre la rottura dei membri esterni, i quali sembrano formati da una sostanza estremamente friabile; poichè si rompono nella preparazione fresca molto facilmente in parecchi pezzi. In questi frammenti, ancora rossi, le superficie delle fratture, senza veruna eccezione, formano un angolo retto coll'asse longitudinale dei bastoncelli.

Essendo in tal modo stabilita una base anatomica soddisfacente per la teoria fotofisica del rosso retinico, si presentava la grande questione, quale delle due teorie, ambedue egualmente ammissibili dal punto di vista anatomico, fosse da preferirsi per altre ragioni. Sebbene io fossi persuaso, che colle mie conoscenze fisiche e chimiche poco profonde, non mi sarebbe riuscito di decidere la questione in maniera veramente assoluta, pure volli farne almeno un esame preliminare, fosse anche soltanto per formarmene un giudizio puramente personale.

In questo esame preliminare mi partii dal dilemma seguente: Se il rosso retinico è una combinazione chimica, se l'Eritropsina non è soltanto una bella parola ma esiste davvero, allora deve esistere una possibilità di separarla dalla sostanza dei bastoncelli, o in soluzione, o in altro modo. Dall'altra parte: se il rosso retinico non è una combinazione chimica, ma soltanto l'effetto ottico della sostanza lamellare dei bastoncelli, allora non potrà mai avere una esistenza separata da quest'ultima, ma dovrà esistere o deperire sempre entro i bastoncelli. In quest'ultimo caso una preparazione isolata del rosso retinico, naturalmente, sarebbe impossibile; invece sarebbe forse possibile di annientare o di alterare il rosso retinico, anche con mezzi capaci soltanto di alterarne lo stato fisico ma non lo stato chimico, come sarebbe p. e. la compressione meccanica. Tutte le relative sperienze dovevano farsi escludendo la luce solare.

[1] *Ueber Staebchen und Zapfen der Retina.* — Archiv fuer mikroskopische Anatomie III, p. 215. 1867.

Si presentava molto naturalmente l'idea di isolare la supposta Eritropsina dalla sostanza dei membri esterni, valendosi a preferenza dei mezzi che servono per la separazione dell'Emoglobina dallo stroma dei corpuscoli del sangue, cioè il congelamento della retina, ed il trattamento coll'etere, coll'alcool e col cloroformio. Tutte queste sperienze diedero un risultato negativo, in quanto che non riuscì, con alcuno dei mezzi adoperati, di separare il colore rosso dai bastoncelli, e di metterlo in soluzione. Si può fare congelare la retina in una gocciola di umore acqueo e rifonderla successivamente due o tre volte senza che perda il suo colore; soltanto col tempo impallidisce e diviene finalmente incolora. Questo deperimento del colore però ha luogo entro i membri esterni stessi, e non si osserva mai che il colore esca prima dalla sostanza dei bastoncelli. Il medesimo fatto si ripete identicamente quando la retina viene trattata coll' etere, col cloroformio, coll' alcool. Con questi reattivi il rosso retinico viene bensì distrutto, ma non è mai estratto dai bastoncelli. Del resto, l'etere ed il cloroformio per scolorire la retina hanno bisogno di un tempo molto più lungo (perfino a parecchie ore) che non l'alcool, il quale già in pochi minuti produce uno scoloramento completo della retina. Rimasi nel corso di queste sperienze sorpreso, vedendo che dopo l'aggiunta dell'etere e del cloroformio, il colore dello strato dei bastoncelli passa prima dal rosso al giallo di limone, il quale poi diviene sempre più pallido, e finalmente scompare.

Non potendo essere mio scopo quello di prevenire altri ricercatori, più periti di me nel campo della chimica fisiologica, e di intraprendere un esame sistematico e dettagliato del rosso retinico per mezzo dei differenti reattivi chimici, mi limitai ad adoperare, oltre ai tre reattivi già menzionati, per lo studio del rosso retinico soltanto quelle soluzioni, le quali ebbi già campo di esaminare dettagliatamente negli effetti che hanno sulla fibra nervosa midollare: cioè la soluzione fisiologica di cloruro sodico a 0,75 %, l'acqua distillata, la soluzione di cloruro sodico a 10,0 %, la glicerina, la potassa caustica e l'acido acetico. L'uso di questi reattivi, già da me studiati nei loro rapporti colla fibra nervosa midollare, mi sembrò appositamente indicato, perchè molti fatti già noti accennavano ad una analogia chimica esistente fra la sostanza dei membri esterni e quella della guaina midollare dei nervi, fra i quali fatti il più importante è la reazione coll'acido osmico, comune ad ambedue le sostanze.

Esaminando l'azione di questi reattivi ottenni questo risultato: che la maggior parte di essi può conservare il rosso retinico per un tempo relativamente lungo. Così p. e. le due soluzioni di cloruro sodico perfino a due volte ventiquattro ore, e la glicerina quasi per lo stesso tempo; meno bene conserva l'acqua distillata, nella quale il rosso retinico deperisce poco dopo ventiquattro ore. All'opposto la potassa caustica concentrata, distrugge il colore rosso quasi istantaneamente. Rimarchevolissimo è il comportarsi dell'acido acetico: questo reattivo trasforma il colore rosso dei bastoncelli in un colore giallo d'oro molto intenso (1), il quale, esposto alla luce, impallidisce molto lentamente e scompare molto tardi. Colla sostanza dei bastoncelli, già

(1) Questo colore, identico a quello delle cosidette gocciole di olio contenute nelle cellule del pigmento retinico della rana, suggerisce l'ipotesi molto probabile, che queste ultime gocciole siano la materia prima, accumulata per servire alla riproduzione dell'Eritropsina.

scolorata per la luce, quest'ultima reazione non ha luogo. Una separazione del rosso retinico dalla sostanza dei bastoncelli non era dimostrabile con nessuno dei detti reattivi.

In antitesi a queste prove chimiche, dirette ad isolare chimicamente la supposta Eritropsina dalla sostanza lamellare, tentai poi di fare scomparire il colore rosso entro la sostanza dei bastoncelli, con un mezzo puramente meccanico, qual'è la compressione. L' idea di questa sperienza mi venne suggerita dell'osservazione sovente ripetuta, che un subitaneo impallidire della retina accadeva precisamente in quell'istante, nel quale per l'esame microscopico doveva mettere il vetrino cuopr'oggetto su di essa. Questo fenomeno mi si era presentato con speciale insistenza nelle retine a bastoncelli molto sottili (nei mammiferi, pesci ossei ed anche cartilaginei), meno costantemente nella retina della rana, i bastoncelli della quale, essendo molto più spessi, potevano forse per questo opporre alla pressione una resistenza maggiore. Feci dunque la relativa sperienza, per la prima volta, colla retina del cane, la quale compressi nell'oscurità, fra due port'oggetti piani e paralleli. Portata alla luce, era scomparsa da essa ogni traccia di colore, e mostrava uno splendore di raso perfettamente bianco. Ho poi ripetuta la medesima sperienza sovente (anche con altre retine) e sempre col medesimo risultato, alla luce di una candela. In quest' ultimo caso potei sempre osservare nel modo più manifesto, che nel momento della compressione la retina prendeva un colore verde molto intenso, per diventare soltanto dopo completamente incolore: osservazione la quale verrebbe in appoggio alla teoria fotofisica del rosso retinico.

Questo è il mio studio preliminare sulla natura del rosso retinico. Al dilemma delle due teorie sopra accennate, le sperienze finora rispondono in modo favorevole per la fotofisica, in quanto che, da una parte, non hanno potuto fornirci la prova fondamentale della teoria fotochimica, cioè la separazione del rosso retinico dalla sostanza lamellare dei bastoncelli; mentre, dall'altra parte, si è trovato un mezzo, il quale, benchè chimicamente inefficace, pure vale a distruggere meccanicamente il rosso retinico entro la sostanza lamellare. All'opposto però, la tanto saliente alterazione di colore che produce l'acido acetico nel rosso retinico, si spiegherebbe difficilmente con un processo puramente fisico, perchè dà intieramente l' impressione di una reazione chimica. Una decisione fra la teoria fotofisica e quella fotochimica, attendo piuttosto da quelli scienziati, i quali in questa materia sono più versati di me; ed è a loro che lascio anche lo stabilire se sia giustificata, dalla teoria e dai fatti, l'alternativa assoluta che io mi era posta relativamente alla natura del rosso retinico, o se invece non fosse più giusto lo ammettere una azione doppia, chimica e fisica insieme, dei raggi luminosi sulla sostanza lamellare dei bastoncelli.

Egualmente in un altra quistione debbo dichiararmi non intieramente competente, e ricorrere alla più profonda e più speciale conoscenza di altri, lasciando agli oculisti esercenti il determinare con esattezza, in quale modo il rosso retinico faccia parte del colore rosso del fondo dell'occhio illuminato. Naturalmente questa quistione mi si era presentata subito dopo la scoperta del colore rosso della retina, e per deciderla aveva intrapreso una serie di ricerche oftalmoscopiche sopra mammiferi. Questo studio mi aveva condotto alla tesi enunciata nella mia prima comunicazione fatta su questo argomento, cioè:

« che il colore rosso, che ha il fondo dell'occhio nell'immagine oftalmoscopica, non risulta dai vasi sanguigni illuminati della corioidea ma essenzialmente dal colore rosso propria della retina ».

A questa conclusione era arrivato, avendo osservato oftalmoscopicamente nei mammiferi tenuti nell'oscurità, che gli spazî liberi fra i vasi sanguigni più grandi e visibili ad occhio nudo, sembravano altrettanto, e qualche volta anche più, rossi dei vasi sanguigni medesimi. Inoltre credeva allora, che il subitaneo impallidire del fondo rosso dell'occhio, che aveva osservato nel momento della morte in mammiferi cloroformizzati, fosse cagionato dall' istantaneo sparire del rosso retinico, che io supponeva perdurasse soltanto pochi secondi dopo la cessazione della vita. Ben presto però per ricerche ulteriori mi accorsi, che questa mia seconda ipotesi non poteva essere vera, perchè trovai che, anche nei mammiferi, il rosso retinico perdurava generalmente per un tempo considerevole dopo la morte. Perciò pensai che fosse più giusto attribuire questo impallidire del fondo dell'occhio alla cessazione della circolazione sanguigna. In questo modo, anche la mia prima tesi, cioè che il colore rosso del fondo dell'occhio, non fosse un effetto del colore dei vasi sanguigni, mi divenne dubbia, ed io era ben vicino ad abbandonarla completamente, quando osservai che l'esame oftalmoscopico non poteva dimostrare nessuna differenza nel colore del fondo dell'occhio, in rane tenute nell'oscurità ed in rane esposte alla luce. Nelle une come nelle altre il fondo dell'occhio appariva coll' identica tinta grigio-bluastra (colore di lavagna). Quindi mi sembrò evidente che il colore rosso del fondo dell'occhio illuminato, doveva essere del tutto indipendente dal rosso retinico, e che quest'ultimo per una qualunque ragione doveva sottrarsi all'osservazione oftalmoscopica. Ma questa conclusione era prematura, e ben presto potei convincermi, che, in questo caso, probabilmente si trattava di una particolarità propria all' occhio della rana, ma non di una qualità generale del rosso retinico. Quando preparai un bulbo d'occhio estirpato da una rana (incidendo una piccola apertura nella parete laterale del bulbo) in modo che la luce solare potesse cadere direttamente sulla retina, e quando osservai il fondo dell'occhio guardando attraverso la cornea, la pupilla e la lente, esso mi appariva anche con questo metodo di osservazione egualmente di colore grigio-bluastro, tanto se la rana era stata esposta alla luce quanto se era stata tenuta nell'oscurità. Il rosso retinico adunque, anche con questo metodo di illuminazione e di osservazione, non era visibile, sebbene l'esame objettivo ulteriore ne addimostrasse la presenza nel modo più evidente ([1]). Quando però ripetei la medesima sperienza coll'occhio estirpato di un mammifero tenuto nell'oscurità, p. e. di un porcello d' India ([2]) allora il fondo dell'occhio non mi appariva più grigio-bluastro, come nella rana ([3]), ma era evidentemente rosso: e questo colore rosso deve

([1]) Al contrario il rosso retinico, nell'occhio della rana, addiviene nettamente visibile *in situ* sul pigmento retinico, quando si allontanano tutti i mezzi refrangenti dell'occhio e si guarda lateralmente la retina, la quale offre allora l'aspetto del velluto rosso oscuro.

([2]) In questo animale è superfluo il fare una apertura speciale nella sclerotica, lasciando essa già passare una quantità sufficiente di luce.

([3]) Finora non ho potuto rinvenire con certezza la ragione di questo particolare fenomeno proprio al fondo dell'occhio della rana: ipoteticamente la cerco nella distribuzione dei filamenti

attribuirsi positivamente alla presenza del rosso retinico e non ai vasi sanguigni, i quali, nell'occhio estirpato, sono, in genere, completamente accasciati e privi di sangue. Il medesimo colore rosso si rende visibile negli occhi estirpati di mammiferi tenuti nell'oscurità, anche col mezzo dell' oftalmoscopio; mentre il fondo di occhi estirpati, che prima erano stati sottoposti all'azione della luce, non appare mai rosso ma sempre pallido, tanto coll'osservazione diretta a traverso la pupilla, quanto coll'esame oftalmoscopico [1].

È quindi evidente che il colore rosso del fondo dell'occhio, che si osserva oftalmoscopicamente nei mammiferi viventi e nell'uomo, è un fenomeno misto, e che a produrlo concorrono sempre due fattori, cioè i vasi sanguigni ed il rosso retinico, ai quali d'ordinario si associa ancora un terzo fattore, il colore rosso della luce artificiale illuminante. È facile eliminare quest'ultimo fattore, adoperando una luce del tutto bianca, o monocromatica, ma giammai rossa; cosicchè in ciaschedun caso speciale rimarrebbe soltanto a determinare, quanto del colore rosso del fondo dell'occhio debba attribuirsi al rosso retinico, e quanto ai vasi sanguigni. In questa proporzione, come risulta da un semplice ragionamento e viene anche confermato dall'osservazione diretta, deve esistere una grande variabilità. Nell'occhio stancato, il rosso retinico del quale è già del tutto o quasi tutto consumato dalla luce, il colore rosso sarà da attribuirsi esclusivamente ai vasi sanguigni; mentre nell'occhio riposato, l'effetto ottico del rosso retinico si associerà a quello del rosso sanguigno. Infatti, nell'uomo, ho potuto osservare colla massima evidenza, che la mattina, nel destarsi in una camera oscura [2], il rosso del fondo dell'occhio è molto più intenso che non nel corso del giorno, quando per effetto della luce ha già avuto luogo un costante consumo del rosso retinico.

Con questa dimostrazione decisiva mi sono accontentato, e non ho tentato ulteriori ricerche oftalmoscopiche, parte perchè, essendo una volta trovato il principio, credetti di potere lasciare meglio agli oculisti pratici questo campo di ricerca; parte perchè mi mancava un istrumento adattato, per potere decidere con esattezza scientifica le singole questioni che si presentavano. Un tale strumento è l'oftalmospettroscopio da me costruito: cioè uno spettroscopio, dinanzi alla fenditura del quale è

pigmentari, la quale, nello strato a mosaico degli anfibj, è particolarmente sottile. Quest'ultimo strato perciò avrebbe il carattere di un così detto mezzo torbido, e dovrebbe apparire grigio-bluastro nella luce incidente.

(1) Negli occhi dei mammiferi il rosso retinico rimane dimostrabile per mezzo dell' oftalmoscopio fino a dodici ore dopo la morte; più tardi il fondo dell' occhio, nell'immagine oftalmoscopica, appare bianco e non più rosso. Questo fatto probabilmente si presterà ad una applicazione pratica nella medicina forense per la costatazione della morte.

(2) In questa occasione voglio richiamare l' attenzione sopra una sperienza per la dimostrazione subbiettiva del rosso retinico. Quando la mattina nel destarsi in una camera completamente oscura, e poi illuminata ad un tratto con intensa luce solare, si aprono gli occhi e si richiudono di nuovo e subito, tutto il campo visuale appare intensamente rosso. (In questo campo rosso appaiono, come fu già descritto prima da altri, la figura a tele di ragno, scoperta dal Purkinje, e la *Macula lutea* ferruginosa). Quando gli occhi poi si riaprono, e dopo tenuti aperti si richiudono di nuovo, ritorna il medesimo fenomeno ma con una tinta molto più pallida, e così anche una terza ed una quarta volta, finchè si arriva ad una sensazione puramente normale.

fissato uno specchio concavo perforato. Mi sono procurato un tale strumento provvisoriamente, connettendo ad un piccolo spettroscopio a mano, lo specchio di un oftalmoscopio ordinario. Con questo apparecchio ho potuto distinguere, nella luce riflessa dal fondo dell'occhio di un coniglio albino, le strie d'assorbimento caratteristiche dell'Emoglobina. Osservazioni più delicate, coll'apparecchio imperfetto del quale disponeva, non ho potuto eseguire: evidentemente perchè la centrazione dello strumento era assai difettosa. Con un oftalmospettroscopio esattamente centrato, nel quale il fuoco dello specchio coincida coll'asse ottico dello spettroscopio, tutte le questioni riguardanti il colore del fondo dell'occhio dovrebbero risolversi colla massima facilità: non vi sarebbe bisogno di altro che di stabilire, in ogni singolo caso, la natura della luce riflessa dall'occhio, e di determinare le positive o negative differenze che esistono fra essa e lo spettro della luce che penetra nell'occhio.

Non potei eseguire una tale ricerca, prima, come già dissi, per la mancanza di un esatto istrumento, poi perchè occupato a risolvere un altro problema relativo al rosso retinico, che era per me di importanza maggiore. Volli cioè determinare le alterazioni che questo rosso subisce, colla luce dei diversi colori. Ho fatto questa ricerca tre volte, adoperando ogni volta cinquanta rane all'incirca. Quando la intrapresi per la prima volta (nel dicembre 1876) era stato condotto, da esperienze imperfette, al falso concetto, che per le alterazioni del rosso retinico, per la sua consumazione per mezzo della luce, e per la sua ripristinazione nell'oscurità, in genere abbisognasse un tempo molto più lungo di quello, che più tardi, in esperienze più esatte, fù trovato essere il maximum del tempo necessario. Partendo da un tale erroneo concetto doveva supporre che fosse possibile produrre alterazioni croniche del rosso retinico in animali stati esposti per un tempo prolungato, cioè per delle settimane, all'influenza esclusiva di una sola specie di luce. Tenni adunque delle rane in cassette munite di di vetri diversi colori, ed esaminai i loro occhi soltanto dopo otto o quindici giorni; convinto che le alterazioni, le quali in esse poteva addimostrare, dovessero essere ascritte a carico del lungo tempo passato nella luce monocromatica e, perciò, considerate come alterazioni croniche. Naturalmente, dovetti ben presto abbandonare questa idea, quando sperienze più esatte mi ebbero fatto conoscere i veri spazî di tempo, occorrenti per le alterazioni del rosso retinico. Mi persuasi che con una tale disposizione non poteva contare di ottenere alterazioni croniche; perchè, in tali circostanze, l'oscurità della notte farebbe il lavoro di Penelope, disfacendo cioè sempre e di nuovo le alterazioni che forse nel corso del giorno si erano prodotte nella retina. Quindi non potei più considerare come croniche le alterazioni osservate, e datarne l'origine da una settimana e più; ma dovetti invece supporre che ogni singolo trovato, fosse il risultato dell'azione della luce monocromatica, limitata a quelle poche ore del giorno stesso, nel quale l'occhio veniva esaminato. Siccome però, durante tutto il tempo nel quale furono fatte queste ricerche, la costanza del sole sull'orizzonte era rara, e le giornate in genere di una luce moderata, le alterazioni della retina ottenute in queste sperienze dovettero considerarsi come prodotte da una luce monocromatica di media intensità, e di poche ore di durata. Nella seconda serie di queste esperienze, nella quale mi servii delle medesime cassette e dei medesimi vetri colorati, fui favorito da un sole costante e brillante. In questo modo ebbi a mia disposizione luci monocromatiche molto

intense, l'azione delle quali graduai con esattezza, per stabilire nello stesso tempo l'effetto della luce monocromatica con una breve e con una lunga durata. Così le due prime serie di ricerche mi avevano già fornito completamente i dati necessari a stabilire l'effetto di ogni singolo colore, sia con media intensità e con lunga durata, sia con grande intensità e con breve o lunga durata. La terza serie di ricerche, adunque, non fu intrapresa per trovare nuovi fatti, ma per controllare e per convalidare con un metodo migliore i risultati già ottenuti nelle due prime ricerche. I vetri colorati, dei quali per quest'ultime mi era servito, erano in parte difettosi, e perciò era desiderabile di ripetere ancora una volta le sperienze con colori del tutto monocromatici. Questo praticai nel febbraio 1877, esponendo l'occhio atropinizzato di rane curarizzate, per un tempo più o meno lungo, all'azione di una di parte determinata dello spettro solare, prodotto in una camera oscura da un prisma vetro flint (Fabbrica Merz) [1].

Relativamente alle differenti alterazioni objettive dello strato a mosaico, che corrispondono ai differenti stati fisiologici della retina, ho trovato i fatti seguenti:

I. Oscurità completa.

Il colore della retina rimasta nell' oscurità assoluta è rosso (fig. 1 a) e non purpureo, come l'aveva chiamato nella mia prima comunicazione: perchè non corrisponde ad un colore prodotto per la sovraposizione dei due estremi dello spettro, ma piuttosto alla media del rosso dello spettro. Chiamo questo colore il rosso retinico (*Sehroth*, in tedesco) o il colore fondamentale della retina. Guardando col microscopio il mosaico dello strato a bastoncelli (fig. 5), la grande maggioranza dei bastoncelli mostra lo stesso colore rosso che è caratteristico della retina intiera. Fra questi bastoncelli rossi, appaiono singoli bastoncelli di un colore verdastro molto pallido. Seguendo coll'occhio nel campo del microscopio l'impallidimento della retina, si osserva che i bastoncelli rossi, a misura che il loro colore si fa più debole, prendono una tinta rosso-giallastra e finalmente quasi del tutto gialla. Prima che svanisca il colore dei rossi, si perde in genere quello dei bastoncelli verdi. In questo momento, la retina, vista macroscopicamente, mostra la tinta medesima dei bastoncelli rossi che impallidiscono (fig. 1 b).

[1] Nell'occasione di queste ricerche, intraprese collo spettro solare nella camera oscura, feci una osservazione, che non rimarrà forse senza applicazione per l'oftalmologia pratica (p. e. per la diagnosi della cecità dei colori). Raccolgo sopra una parte bianca, 4-5 metri lontana dal prisma, uno spettro solare possibilmente intenso e grande. Metto il mio occhio dentro in questo spettro, dirigendolo verso il prisma, ed accomodandolo contemporaneamente alla distanza infinita. In questo caso vedo un centro luminoso circondato da una aureola di punti lucenti disposti a mosaico. Credo di potere interpretare questa immagine come una riproduzione del mosaico della *Macula lutea*, perchè il diametro dell'aureola è diverso secondo i diversi colori dello spettro, nei quali introduco il mio occhio. L'aureola lucente è piccola nella luce rossa, diviene più grande nella luce gialla, ed arriva al maximum del suo diametro nella luce gialla-verde e verde, per scemare poi nella luce azzurra e più ancora nella luce violacea. Questi fatti si accordano tanto bene coi risultati, trovati per mezzo di un altro metodo molto più tedioso, riguardanti la differente sensibilità della periferia della retina per i diversi colori, che mi sono servito di questo fenomeno per uno sperimento di scuola, onde dimostrare in un istante, ai singoli studenti, tutti i fatti relativi alla localizzazione della sensazione dei colori nella retina.

II. Luce solare bianca.

Dopo una azione prolungata dei raggi solari, od anche di una chiara luce del giorno diffusa, la retina appare completamente incolora: morente, non mostra un colore giallastro ma uno splendore di raso bianco. Col microscopio non è dimostrabile veruna differenza fra i singoli bastoncelli, ma tutti indistintamente appaiono, in egual modo, incolori e trasparenti.

III. Luce cromatica.

1. *Luce rossa.* — Nella luce rossa si rinforza il colore rosso della retina, che passa ad un tuono di colore (fig. 2 a) più intenso e più oscuro, che non il colore fondamentale della retina. Potrebbesi chiamare questo colore, il quale coincide esattamente con una varietà del così detto rosso pompeiano, rosso-brunastro. Questa alterazione si produce tanto più intensamente, quanto più intensa era la luce rossa, e più lunga la sua azione. Nell'impallidire, la retina prende prima un tuono di colore rosso-giallastro, e poi quasi giallo-brunastro (fig. 1 b), il quale differisce dalla tinta che mostra nell'impallidire il colore fondamentale, per la sua più forte saturazione, e per l'assenza di ogni traccia di rosso. Nel campo del microscopio, i bastoncelli rossi mostrano lo stesso tuono di colore rosso-brunastro, caratteristico della retina intiera. I bastoncelli verdi, sparsi fra i rossi mostrano un colore molto più vivace, che non i bastoncelli verdi della retina tenuta nell'oscurità (fig. 6).

2. *Luce gialla.* — La luce gialla non altera molto il colore fondamentale della retina, anche quando agisce con grande intensità e per lungo tempo. Mentre la luce rossa rinforza il colore fondamentale, la gialla lo fa più chiaro; cosicchè il rosso retinico normale, deve essere considerato come intermedio alle due modificazioni cagionate dalla luce rossa e dalla luce gialla. Si può adunque qualificare la tinta prodotta per l'azione della luce gialla, come un rosso retinico più chiaro. Anche esso, nell'impallidire della retina, passa al rosso-giallastro ed al giallastro. I bastoncelli verdi, dopo esposti alla luce gialla, appaiono tali quali sono dopo l'azione della luce rossa ([1]).

3. *Luce verde.* — Dopo l'azione della luce verde sulla retina, si osserva una differenza evidente, secondochè la luce adoperata è più o meno intensa, e secondo che ha agito sulla retina per un tempo più o meno lungo. Il primo effetto di una luce verde molto intensa (o, ciò che vuole dire lo stesso, l'azione più prolungata di una luce verde di media intensità) consiste in questo: che il colore fondamentale della retina viene mutato in rosso-porpora (fig. 3 a), il quale, nell'impallidire, passa ad un bel colore rosa (fig. 3 b), ma mai ad un colore giallastro. Quando si prolunga l'azione della luce verde intensa, la retina non rimane più rosso-porpora, ma prende un colore torbido violaceo. Questo violaceo, successivamente si fa sempre

([1]) Il fatto che la luce rossa e gialla, non alterano quasi il colore fondamentale della retina, conduce direttamente ad una applicazione molto utile, quella cioè di eseguire la preparazione della retina, e le sperienze relative al rosso retinico, coll'illuminazione artificiale, per mezzo della luce rosso-giallastra di candela o di gas, escludendo completamente la luce del giorno.

più pallido, e finalmente la retina appare quasi del tutto incolora. Sotto il microscopio, i bastoncelli rossi mostrano tuoni di colore corrispondenti al descritto cambiamento di colore della retina intiera. I bastoncelli verdi sono colorati in un verde particolare e torbido, come quello della così detta terra verde; nella preparazione microscopica essi sembrano sovente colorati in verde intenso, quando i bastoncelli rossi, che li circondano, sono già notevolmente impalliditi. Mi è sembrato che il loro numero, paragonato con quello che si trova nelle retine tenute all'oscurità e nella luce rossa e gialla, fosse considerevolmente aumentato (fig. 7, 8, 9).

4. *Luce azzurra e violacea.* — Come colla luce verde, anche colla luce azzurra e violacea, deve essere tenuta a calcolo non soltanto la qualità, ma anche l'intensità e la durata dei raggi. Dopo una illuminazione azzurra e violacea poco intensa, o dopo una illuminazione intensa sì ma di poca durata, il colore fondamentale della retina appare mutato in un torbido violaceo (fig. 4 a). Quando però una luce azzurra e violacea intensa, agisce per un tempo prolungato, allora questo violaceo sbiadisce e la retina finisce col divenire completamente incolora. L'esame microscopico, rapporto alla quantità numerica dei bastoncelli verdi, mi diede la medesima impressione, quale ebbi nella retina esposta alla luce verde: mi sembrarono, comparati con quelli della retina mantenuta nell'oscurità o nella luce rossa e gialla, aumentati quasi del doppio. Dopo l'azione della luce azzurra e violacea, essi mostrano il medesimo colore verde torbido, che hanno dopo l'azione della luce verde. La maggioranza degli altri bastoncelli mostra un colore, non torbido ma trasparente, rosso violaceo; il quale nell'impallidire passa ad un bel violaceo chiaro (fig. 4 b). Durante questo impallidimento, i bastoncelli verdi ritengono il loro colore per un tempo più lungo che non i rossi, ed appaiono ancora verdi, quando gli altri sono già completamente scolorati. Questo fatto è specialmente visibile in quelle retine, l'impallidimento delle quali fu prodotto *intra vitam* per la sola azione della luce azzurra e violacea; meno evidente è il fenomeno, quando la luce azzurra e violacea hanno avuto soltanto una moderata azione sulla retina vivente, e quando l'impallidimento completo ebbe luogo per mezzo della luce bianca, dopo la morte, e sul port'oggetti (fig. 8, 9).

5. *Raggi ultraviolacei.* — I raggi ultraviolacei, secondo le mie esperienze, sono sprovvisti di ogni azione fisiologica sulla retina vivente; ed anche dopo una azione molto prolungata, non arrivano a cambiare in verun modo il colore fondamentale della retina [1].

Questi fatti relativi alle alterazioni objettive, che lo strato dei bastoncelli subisce per l'azione dei diversi colori possono essere riassunti come segue:

Il colore fondamentale della retina viene cambiato diversamente a seconda della diversa lunghezza delle onde luminose. Tutti i raggi che hanno onde più lunghe di quelle del rosso retinico, alterano il colore fondamentale verso la parte meno rifrangibile dello spettro, e contemporaneamente lo fanno più intenso. Tutti i raggi che hanno onde più brevi del rosso retinico, lo alterano verso la parte più rifrangibile

[1] Sarebbe molto desiderabile, se queste sperienze fossero ripetute con un prisma di quarzo: ma finora non mi fu possibile di averne uno in Roma.

dello spettro, e contemporaneamente lo fanno più pallido. Probabilmente, queste due specie di alterazione vengono determinate, tanto dalla lunghezza delle onde, quanto dall' intensità della luce. Questo almeno è dimostrato con certezza, nell'alterazione che tende verso la parte più rifrangibile dello spettro: poichè si ottiene il medesimo grado di alterazione, con una luce di onde meno brevi (luce verde) ma di azione più intensa e più lunga, come quando agisce una luce di onde più brevi (luce azzurra e violacea) ma di azione meno intensa e meno lunga ([1]). Questa ultima distruzione fisiologica del rosso retinico, continuamente crescente colla brevità crescente delle onde, non può essere messa in rapporto diretto coll'azione chimica della luce solare, che cresce nella medesima parte dello spettro; perchè la consumazione fisiologica del rosso retinico si arresta alla parte visibile dello spettro, mentre l'azione chimica di esso, come si sa, si protrae ancora al di là dell'estremo visibile ([2]).

Oltre alle descritte alterazioni materiali, la luce produce nello strato a mosaico una seconda serie di alterazioni non meno ragguardevoli delle prime. Ho trovato che il pigmento retinico della retina della rana, non ha una localizzazione costante, ma che invece migra e si comporta diversamente a seconda dei diversi stati di illuminazione della retina. Nel corso delle mie ricerche fui colpito dall'osservazione, che la preparazione della retina, secondo i differenti stati fisiologici di essa, riusciva diversa. In occhi conservati nell' oscurità, la retina col suo strato a mosaico, si separava sempre molto facilmente dal pigmento retinico, in forma di una membrana continua; ed all'esame microscopico si mostrava quasi sempre interamente libera di granuli di pigmento. Questo fatto era molto più evidente ancora, quando la retina era rimasta nella luce rossa; meno quando essa era stata nella luce gialla.

([1]) Finita la prima serie di queste mie ricerche, che fu esclusivamente condotta con luci colorate di media intensità, fui d'avviso, che ad ogni speciale colore principale, (rosso, giallo, verde, azzurro e violaceo) corrispondesse una speciale e determinata alterazione objettiva del colore della retina, e che uno scoloramento completo della retina non si producesse mai per l'azione di un singolo colore, ma soltanto per l'azione comune di tutti i colori, cioè della luce bianca. Ambedue queste ipotesi non potevano reggere dinanzi ai risultati delle posteriori esperienze, intraprese con luci molto più intense. Da queste sperienze dovetti dedurre, che a tutti i raggi di onde più brevi dovesse attribuirsi la medesima azione sul colore fondamentale della retina, benchè diversa nel grado; e che non solamente la luce bianca ma anche i raggi violacei ed azzurri, ed in minor grado i verdi, fossero capaci di produrre uno scoloramento completo della retina. In tali circostanze, fra tutti i colori solamente al rosso (e forse ancora al giallo) può essere attribuita, in un senso assoluto, una alterazione caratteristica del colore fondamentale della retina; mentre i colori che hanno onde più brevi, (verde, azzurro e violaceo) non hanno la facoltà di produrre alterazioni caratteristiche e determinate del rosso retinico. Le alterazioni prodotte da questi ultimi colori sono soltanto relativamente (cioè quando i colori agiscono con eguale intensità e durata), ma mai assolutamente caratteristiche.

([2]) Ad una legge simile a quella che regola le alterazioni dei bastoncelli rossi sembra che ubbidiscano le alterazioni dei verdi. Infatti il loro colore fondamentale verde pallido (che mostrano dopo una permanenza prolungata nell'oscurità) viene mutato in un doppio modo, cioè: dai raggi con onde più lunghe (rossi) in un verde chiaro intenso, e dai raggi con onde più brevi (verdi azzurri e violacei) in un verde oscuro e torbido. Secondo questo ultimo risultato deve essere rettificato quanto dissi nella mia seconda comunicazione, quando attribuii alla luce rossa ed alla luce verde la medesima azione sul colore fondamentale dei bastoncelli verdi, ed ascrissi soltanto alla luce azzurra e violacea l'effetto di farli comparire più torbidi.

All'opposto, colla retina scolorata per mezzo della luce bianca, verde, azzurra, o violacea, la preparazione non riusciva così netta: la retina ordinariamente si stracciava in parecchi brandelli, ai quali si trovavano inseparabilmente attaccate delle quantità più o meno considerevoli di pigmento retinico. Da queste osservazioni conchiusi, che per mezzo della luce si producesse una alterazione nella consistenza della retina e del pigmento retinico; di modo che per l'azione della luce bianca, verde, azzurra e violacea, avvenisse un rammollimento dello strato dei bastoncelli e del pigmento retinico, cosicchè ambedue questi strati divenissero più lacerabili, e nei tentativi di separazione si attaccassero più facilmente l'uno all'altro. Dall'altra parte, credetti di dovere attribuire all'oscurità ed alla luce rossa (in minore grado anche alla luce gialla) l'azione opposta: cioè quella di indurire lo strato dei bastoncelli ed il pigmento retinico, e supposi che nella separazione dell'uno dall'altro, i prolungamenti delle cellule di pigmento fossero strappati via dallo strato dei bastoncelli. Ma poi mi venne l'idea che forse la luce producesse nella retina uno spostamento dei filamenti pigmentati. Quest'ultima ipotesi più ardita si trovò la più giusta: perchè in un gran numero di occhi di rane, induriti nell'Alcool, potei riconoscere che, secondo i diversi stati fisiologici dello strato dei bastoncelli, anche la disposizione del pigmento retinico è diversissima. Negli occhi tenuti nell'oscurità, o nella luce rossa e gialla, gl'interstizi dei bastoncelli erano sempre completamente liberi di pigmento; mentre negli occhi esposti alla luce bianca, verde, azzurra o violacea, si stendevano cordoni di pigmento spessi e bruni, fino alla base dei bastoncelli ed alla membrana limitante esterna.

Questa osservazione importante dà un alto grado di probabilità all'ipotesi della partecipazione diretta delle cellule di pigmento nell'atto della visione. Ad essa si aggiunsero presto altri fatti non meno interessanti. Ho potuto stabilire, che esistono rapporti certi fra le gocciole di olio contenute nelle medesime cellule di pigmento, ed i processi fisiologici che si succedono nello strato dei bastoncelli. Queste gocciole, che nella rana come è noto sono rimarchevoli per il loro bellissimo colore giallo d'oro, furono già da vario tempo soggetto di un mio studio speciale. La reazione coll'acido acetico sopra descritta, per la quale il rosso retinico viene mutato in un giallo d'oro intenso, e identico a quello delle gocciole d'olio, doveva mettermi sulla buona via per conoscere la funzione fisiologica di queste enigmatiche formazioni. Fui indotto all'idea, che la loro sostanza colorante fosse la materia prima, dalla quale il rosso retinico, consumato dalla luce, continuamente si ripristinerebbe. Se questa ipotesi era vera, allora l'esame anatomico doveva darne prove determinate: questa prima materia doveva trovarsi in più grande quantità nelle retine riposate e rosse, che non nelle retine scolorite dalla luce; scarsissima, finalmente, doveva essere in quelli occhi, i quali dopo una illuminazione intensa di parecchie ore, erano stati riportati nell'oscurità, ed esaminati quando la ripristinazione del rosso retinico era appena terminata (cioè dopo due ore all'incirca). Infatti, l'esame microscopico mostrò differenze corrispondenti a queste supposizioni. È vero che non si verificava una differenza marcata nella quantità delle gocciole di olio, nè una loro diminuzione numerica nella retina che era stata attiva. Le variazioni individuali mi sembrano in questo riguardo troppo considerevoli, per poterne fare risaltare in modo evidente la diminuzione o l'aumento fisiologico; trovandosi spesso in retine state fortemente illuminate, più gocciole di olio che non in

retine lungamente riposate. Invece si osservò una differenza molto più caratteristica. Nelle rane rimaste nell'oscurità, tutte le gocciole sono egualmente tinte di un medesimo colore giallo intenso; mentre in quelle rane, nelle quali secondo l'ipotesi, ha avuto luogo un consumo della materia prima, le cellule di pigmento, oltre le gocciole intensamente colorate, contengono altre gocciole di un giallo pallido, ed anche numerose gocciole completamente incolori, dalle quali la sostanza gialla era completamente scomparsa. Questa osservazione rende assai probabile la relazione genetica, che, secondo la ipotesi adesso accennata, esisterebbe fra la materia gialla delle cellule di pigmento, ed il rosso retinico ([1]) e dà un alto grado di probabilità anche all'esistenza reale dell'Eritropsina e, con questo, alla teoria fotochimica della visione.

Tutte queste osservazioni che riguardano i membri esterni dei bastoncelli, o si riferiscono al modo di comportarsi dell'epitelio retinico, dei suoi granuli di pigmento, e delle sue gocciole di olio, dimostrano, per la prima volta, che negli organi di senso, parallelamente agli stati fisiologici che vi si succedono, avvengono anche delle alterazioni materiali. Per queste osservazioni si riempie in un modo molto soddisfacente una lacuna sensibile nella fisiologia teorica: stabilendosi che, come negli organi dotati di nervi ad azione centrifuga (nei muscoli, organi elettrici e luminosi), così anche negli organi di senso dotati di nervi ad azione centripeta, corrispondono agli stati fisiologici del riposo e dell'attività, determinate alterazioni materiali di natura fisica, chimica, ed anatomica. Poteva già dedursi dal principio della conservazione della forza che tali alterazioni dovessero esistere: perchè non si avrebbe potuto concepire che, negli organi terminali dei nervi di senso, la commutazione degli agenti fisici (p. e. delle onde della luce e del suono) in movimento nervoso, potesse prodursi, senza una contemporanea alterazione objettiva degli organi terminali stessi, cioè immaterialmente. Ma finora tali alterazioni non erano mai state dimostrate.

Queste alterazioni nello strato a mosaico e nel pigmento della retina, che ho sopra descritte, formano la base materiale sulla quale, in avvenire, si costruirà la teoria fisiologica completa della visione e della percezione dei colori. Nello stato attuale delle cose si incontrano ancora troppe difficoltà, per potere applicare i fenomeni, noti sin qui, ai processi fisiologici, e per giungere così ad una teoria objettiva della visione.

Fra le questioni più difficili che si affacciano, e che solo in seguito a ricerche molto estese e dettagliate, sarà possibile risolvere, ve ne hanno due molto importanti, l'una relativa al significato diverso dei bastoncelli e dei coni ([2]), l'altra relativa alla funzione dei bastoncelli verdi, che costantemente si osservano nella retina degli anfibj. Debbonsi distinguere, facendo per adesso completamente astrazione dai coni, anche nella

([1]) *Nota posteriore*. Ulteriori ricerche rendono molto probabile, che il pigmento giallo d'oro delle gocciole di olio è anche esso abbastanza sensibile all'azione della luce, comportandosi in egual modo come la modificazione gialla dell'Eritropsina prodotta dall'acido acetico.

([2]) È una ipotesi abbastanza probabile che la semplice sensazione della luce, cioè la distinzione fra la luce e le tenebre, venga trasmessa esclusivamente, o almeno essenzialmente, per una irritazione delle cellule di pigmento; mentre le diverse qualità della sensazione della luce, cioè i colori, sarebbero percepite soltanto per le alterazioni del rosso retinico. Sul modo però nel quale, in quest'ultimo processo, la funzione dei bastoncelli differisca da quella dei coni, non mi permetto di formulare una ipotesi.

categoria dei bastoncelli, due specie morfologicamente [1] e funzionalmente distinte: cioè la maggioranza dei bastoncelli rossi e la minoranza dei bastoncelli verdi? O non sarebbe piuttosto da ammettere l'identità fondamentale di tutti i bastoncelli della retina, considerando i rossi ed i verdi solamente come apparizioni differenti di una sola forma omogenea, e come modificazioni corrispondenti a differenti stati fisiologici, ovvero a processi di rigenerazione?

A quest' ultima teoria verrebbe in appoggio il fatto, che, nella retina esposta alla luce bianca, non è dimostrabile veruna differenza tra i bastoncelli, esistendo in essa una sola categoria di questi elementi del tutto identici. Le sarebbero anche favorevoli le osservazioni, sopra comunicate, sull'aumento dei bastoncelli verdi nella luce verde, azzurra e violacea. Disgraziatamente però debbo confessare, che queste ultime osservazioni non si possono ancora considerare come concludenti. È molto verosimile, per parecchie ragioni, che la proporzione nella quale si trovano i bastoncelli verdi ai rossi, in ogni singola retina, non sia affatto costante; ma invece sia variabile nelle differenti regioni, nel centro e nella zona periferica, della membrana. Una volta ammesso questo, diviene un problema molto scabroso il comparare fra loro due retine, in rapporto alla loro relativa ricchezza numerica in bastoncelli verdi. È perciò che, soltanto con una grande riserva, mi voglio pronunciare sul fatto delle sopra menzionate osservazioni, sull'aumento dei bastoncelli verdi nella luce verde, azzurra e violacea.

Sarà dunque molto difficile di servirsi dei risultati sopra descritti, per fondare una teoria della percezione dei colori, finchè non venga chiarito il significato dei bastoncelli verdi; anzi finchè non si sappia, se essi si trovano soltanto negli anfibi od anche nei vertebrati superiori, nei mammiferi e nell'uomo [2]. Il prossimo studio da fare in questo campo, sarà un complesso di ricerche identiche a quelle già eseguite colla rana, in un altro animale, la retina del quale sia possibilmente somigliante a quella dell'uomo, p. e. nella scimmia. Forse in questo caso si arriverà a trovati, i quali stiano in un rapporto semplice coi fatti stabiliti dalla osservazione subjettiva sulla percezione dei colori nella retina umana. Da questo accordo si potrebbe trarre una teoria sicura sulla percezione dei colori.

Nell'attualità, disgraziatamente, è poco proficuo l'ammettere *a priori* l'identità essenziale dei fatti osservati nella rana, con quelli relativi alla visione dell'uomo [3]

[1] Nella retina della rana, recentemente Schwalbe ha descritto due specie di bastoncelli anatomicamente differenti (Graefe e Saemisch, *Handbuch der gesammten Augenheilkunde* I, p. 406. 1874).

[2] Sulla presenza dei bastoncelli verdi nelle altre classi dei Vertebrati, debbo pronunciarmi dubbiamente, perchè finora non potei esaminare che specie con bastoncelli molto sottili. Di mammiferi, finora furono soltanto a mia disposizione topi, sorci, conigli, porcelli d'India, cani, gatti. Nei bastoncelli di tutti questi animali il colore si perde tanto rapidamente, che io, benchè mai potessi vedere una traccia di bastoncelli verdi, però debbo lasciare aperta la questione della loro eventuale presenza. Perchè, collo sparire tanto rapido del colore, rimaneva sempre la possibilità che i bastoncelli verdi fossero spariti, sebbene prima fossero stati presenti. Con più grande sicurezza credo di potere affermare la mancanza dei bastoncelli verdi nella retina dei pesci cartilaginei. I loro bastoncelli sono abbastanza spessi, per ritenere il loro colore ancora qualche tempo sotto il microscopio, e sotto la pressione del cuopr' oggetti. Allora appaiono tutti uniformemente rossi.

[3] *Nota posteriore.* Che anche nella retina dell'uomo esista il rosso retinico, fu objettivamente dimostrato, dai professori Schenk e Zuckerkandl, nell'occasione di una esecuzione capitale, eseguita a Vienna il 5 marzo 1877 (Wiener medizin. Wochenschrift 1877 Nr. 11. 13 marzo 1877).

e da questo punto di vista esaminare, in quale rapporto possano essere messi coi medesimi, i trovati più salienti dell'antica fisiologia dei colori, p. e. i fenomeni relativi ai colori di contrasto, i colori endottici, e la teoria di Young-Helmholtz. Per molti riguardi, questi fatti stanno in sensibile contradizione coi risultati dell' osservazione objettiva, e sarà difficile trovare un ragionamento, che possa riunire e mettere d'accordo gli uni cogli altri in modo soddisfacente. In un solo caso però, un tale accordo appare evidente, cioè rapporto alla cecità dei colori. Il fatto, che i raggi verdi cagionano soltanto una minore, quelli azzurri e violacei una più forte alterazione del colore fondamentale della retina, darebbe senz'altro la spiegazione del perchè, la maggiore parte dei Daltonisti è incapace di distinguere il verde dal rosso; mentrechè l'azzurro ed il rosso vengono scambiati soltanto da pochi individui. Si dovrebbe adunque considerare questo fatto, come se quest'ultima abnormità rappresentasse il più alto grado della cecità dei colori, il quale allora comprenderebbe, come un grado minore, la cecità del rosso e del verde.

Sarebbe però prematuro di volere fare in questo campo ulteriori passi, e di spiegare ancora altri fatti dell' ottica fisiologica, coi nuovi trovati sui processi objettivi che hanno luogo nello strato a mosaico. Mi astengo adunque da ogni altro dettaglio, volendo alla fine fare rilevare soltanto ancora due idee, le quali, nel corso di queste ricerche, mi si sono presentate ripetutamente e con sempre crescente insistenza, e l'esposizione delle quali non mi sembra inutile per la fisiologia generale dei sensi.

La prima di queste idee si riferisce al punto nel quale ha luogo la percezione. Nella moderna fisiologia dei sensi domina il concetto, che alle espansioni terminali dei nervi negli organi di senso (al mosaico della retina ed alla tastiera della chiocciola) corrispondano nell'encefalo organi terminali centrali, i quali, in una certa forma, riprodurrebbero anatomicamente la disposizione dei punti sensitivi periferici; e si ammette, che solamente dall' irritazione fisiologica di questi rappresentanti centrali dei punti sensitivi periferici, l'anima ricavi le sue impressioni e le sue percezioni. In ogni percezione sensitiva adunque, si ammette l'esistenza di un doppio processo: p. e., nella visione, una irritazione determinata degli organi terminali del nervo ottico, la quale dalle fibre di questo nervo viene condotta al cervello, ed ivi si riproduce ancora una volta nell'apparecchio terminale centrale. Secondo questo concetto, l'anima percepirebbe soltanto una seconda edizione delle impressioni sensitive, cioè quella che, negli organi centrali, riproduce la prima fattasi negli organi periferici di senso. Nessuno negherà che questo modo di vedere sia molto arbitrario: io farei inoltre osservare che è anche perfettamente inutile, perchè complica soltanto la quistione sull'essenza della percezione sensitiva, invece di semplificarla. Il gran mistero dell'essenza della sensazione rimane tale quale, tanto ammettendo l'immagine sensitiva prodotta alla periferia, quanto ammettendola riprodotta nel centro, potendo il supposto trasporto nell'organo centrale spostare, ma non risolvere la difficoltà: perchè rimane sempre da spiegare, in quale modo l'anima si appropriì l'immagine riprodotta nell'organo centrale. È per questo che io trovo più semplice l'ammettere, che la qualità delle sensazioni venga già determinata entro la retina stessa; cosicchè l'anima riceverebbe

le sue impressioni direttamente dalla periferia, senza bisogno che esse vengano prima registrate in un apparecchio speciale, posto nell'encefalo [1].

Partendo da questo punto di vista, si dovrebbe supporre che le alterazioni le quali hanno luogo negli apparecchi terminali dei nervi sensitivi, si trasmettano direttamente alla coscienza. Riguardo a questa trasmissione, evidentemente, sono possibili due modalità diverse. Per la prima, si può supporre che l'anima tratti come farebbe di materiali indifferenti le alterazioni che hanno luogo negli organi di senso durante la loro attività fisiologica; lavorandole indipendentemente, e formandone le sue sensazioni, coll'interpretare a suo modo tutte queste alterazioni. In questo caso non vi sarebbe bisogno di un rapporto determinato fra la natura dell'alterazione materiale, che ha luogo nell'organo terminale, e la qualità della sensazione da essa prodotta: come un rapporto determinato non esiste fra la figura di una parola stampata e l'essenza della cosa da essa significata. Anzi, con questa teoria d'interpretazione, si potrebbe benissimo ammettere una differenza fondamentale, e perfino una antitesi diametrale, fra la natura objettiva del segno ed il modo nel quale questo segno viene interpretato dall'anima. Cosicchè non sarebbe illogico il supporre, che l'anima interpreti le oscillazioni *C* di un pelo uditivo come il tuono *A*, od all'opposto le oscillazioni *A* del pelo uditivo come il tuono *C*. Il raffreddamento delle terminazioni nervose, che servono al senso di temperatura, potrebbe essere interpretato come aumento di temperatura, ed il riscaldamento come diminuzione. Nel campo delle sensazioni ottiche si potrebbe supporre, che una retina diventata gialla, o una retina diventata azzurra, per l'anima non avesse necessariamente il significato di giallo o di azzurro, ma p. e. di rosso o di verde, o anche all'opposto di azzurro o di giallo.

Ecco la prima possibilità, che voglio chiamare la *teoria dell'interpretazione* e che finora ha dominato esclusivamente nella fisiologia dei sensi. Rimpetto a questa, la *teoria dell'identità*, accentua l'idea di un rapporto determinato e necessario fra il processo materiale che, nell'organo periferico, accompagna la sensazione, e l'impressione subjettiva prodottane nell'anima. Verrebbe in appoggio di questa teoria una grande parte dei singoli risultati riferiti in questa Memoria; ed anche nel campo degli altri sensi, in ispecie dell'udito, del gusto e del senso di temperatura, molti fatti si riunirebbero facilmente nel concetto seguente:

« Che per l'azione dei differenti agenti (luce e colori, onde acustiche, calore, sostanze saporite) negli organi terminali dei nervi di senso vengano prodotte alcune

[1] Se questo concetto sull'esistenza di speciali apparecchi terminali nell'encefalo fosse giusto, si dovrebbe aspettarsi che nel cervello le origini anatomiche del nervo ottico e del nervo acustico mostrassero una speciale complicazione ed una ricchezza di struttura, corrispondenti alla grande varietà e molteplicità delle sensazioni che dovrebbero riprodurvisi. Ma questo non è il caso: le origini di questi due nervi si comportano anatomicamente tali quali le origini degli altri nervi sensitivi ordinari.

Aggiunta posteriore. Dopo avere già scritta questa Nota, lessi la bella Memoria di W. Mueller sulla retina, nella quale, quantunque con argomenti del tutto diversi, pure viene propugnato il medesimo modo di vedere (*Ueber die Stammesentwickelung des Sehorgans der Wirbelthiere*. Leipzig 1875, p. 52).

alterazioni objettive, identiche al contenuto delle sensazioni e delle idee subjettive che da esse vengono suscitate.

Se fosse possibile una applicazione completa di questo concetto ai singoli organi di senso, ne risulterebbe una soluzione del tutto nuova dell' antico problema sulla realtà del contenuto della nostra sensazione ([1]).

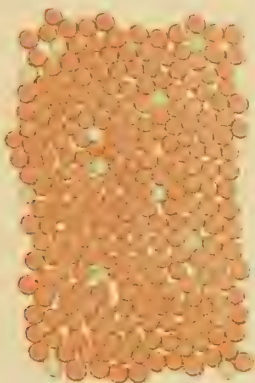
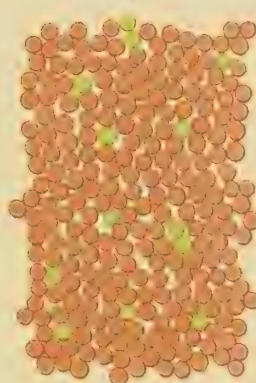
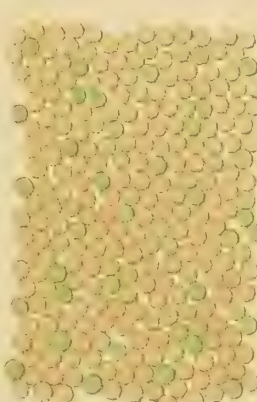
([1]) Queste considerazioni sulla teoria dell'interpretazione, e sulla teoria dell' identità, si riferiscono non tanto agli organi di senso dell'uomo che sono altamente sviluppati, quanto allo sviluppo che hanno gli organi di senso e le loro energie speciali nella serie animale.

Spiegazione della Tavola.

Nella prima serie dei rettangoli colorati sono rappresentati, nella loro originale intensità, il colore fondamentale della retina e le modificazioni fisiologiche che subisce sotto l'azione dei diversi colori. Fig. 1 a rappresenta il colore fondamentale della retina (rosso retinico, *Schroth*) inalterato. A sinistra di essa, nella fig. 2 a è riprodotta la modificazione del colore fondamentale per l'azione dei raggi rossi. Nelle altre due figure a destra si osservano i diversi gradi della modificazione prodotta dai raggi ad onde più brevi (verdi ed azzurri violacei). La fig. 3 a rappresenta la modificazione del colore fondamentale, che segue una breve o poco intensa azione della luce verde. Nella fig. 4 a è rappresentato l'effetto che producono i raggi verdi, quando agiscono con più intensità o con più lunga durata, o i raggi azzurri e violacei con una breve o poco intensa azione.

Nella seconda serie dei rettangoli colorati sono rappresentati gli sbiadimenti dei colori della prima serie, in guisa che ogni sbiadimento corrisponda al colore sovrastante. Fig. 1 b rappresenta il colore fondamentale dileguantesi. Fig. 2 b rappresenta lo sbiadimento della modificazione prodotta per l'azione dei raggi rossi. Fig. 3 b riproduce la tinta che si osserva nello sbiadimento del colore 3 a, e nella fig. 4 b si osserva il colore, che mostra la modificazione 4 a, quando sbiadisce Questa ultima tinta 4 b rappresenta nello stesso tempo un alto grado dello sbiadimento fisiologico, che si ottiene tenendo la retina esposta alla luce con onde brevi, e per questo fatto potrebbe entrare anche a far parte della prima serie, nella quale formerebbe un ultimo rettangolo 5 a.

Nelle ultime figure, da 5 sino a 9, è rappresentato il mosaico dei bastoncelli della retina nei suoi diversi stati fisiologici. La figura 5 rappresenta la retina normale dopo una dimora prolungata nell'oscurità. I bastoncelli rossi mostrano il colore fondamentale, ed i pochi bastoncelli verdi, un verde molto pallido. Nella figura 6 è riprodotto l'aspetto che prende la retina dopo l'azione della luce rossa. I bastoncelli rossi appaiono di una tinta rosso-brunastra, mentrechè i bastoncelli verdi sono colorati in un verde molto più intenso. Le ultime tre figure, da 7 sino a 9, rappresentano tre gradi successivi dell'alterazione della retina per mezzo dei raggi ad onde più brevi. Tutte le tre figure mostrano aumentato il numero dei bastoncelli verdi, i quali appaiono di una tinta verde oscura e torbida. I bastoncelli rossi, sono rosso purpurei nella figura 7, rosso violacei nella figura 8 e violacei sbiaditi (quasi già incolori) nella figura 9.

Lit. Bruno e Salamone, Roma.

Effemeridi e statistica del Fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1876.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 4 marzo 1877.

Come nei decorsi anni, presento oggi all'Accademia l'effemeride e la rappresentazione grafica delle altezze del pelo di acqua del Fiume Tevere misurate al mezzodì di ciascun giorno del passato anno 1876 all'idrometro di Orte ed all'idrometro di Ripetta; ossia prima e dopo la confluenza dell'Aniene. Presento egualmente l'effemeride e la rappresentazione grafica dell'altezza del pelo di acqua di esso Aniene misurata alla medesima ora all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli. A complemento di queste effemeridi presento da ultimo le rispettive statistiche che ne ho dedotte, statistiche le quali, per ognuna delle suddette serie di osservazioni, indicano le relative altezze mensili ed annue tanto *complessive* che *medie*, non che le rispettive altezze *massime* e *minime* mensili ed annuali e le reciproche *differenze*.

Di queste effemeridi quella dell'altezza del livello del Tevere all'idrometro di Ripetta costituisce in ordine numerico la cinquantacinquesima in tal modo pubblicata, a contare dalle ventitre che quell'insigne idraulico che fu il Venturoli inserì nei volumi II, IV, VII ed VIII dei Nuovi Commentarii dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, nelle quali abbraccia il periodo dal 1822 a tutto il 1844, non che le cinque successive dal 1845 a tutto il 1849, pubblicate nel Vol. I degli Annali di Matematica e Fisica del Tortolini, dall'ingegnere Giovanni Cavalieri San-Bertolo, che fu Membro aggiunto di quest'Accademia, e le successive da me compilate ed inserite in buona parte nei nostri Atti.

Dall'esame di queste effemeridi e delle corrispondenti rappresentazioni grafiche si rileva agevolmente come l'anno decorso vada annoverato fra quelli nei quali il Tevere si mostrò estremamente benigno. A partire dall'altezza minima che il dì 4 Novembre segnava all'idrometro di Ripetta metri 5,78 (ossia 2 centimetri sotto la magra normale), il livello dell'acqua a diverse riprese oscillò fino a segnare l'altezza massima di metri 12,88 cui si mantenne dalle ore 11 antimeridiane fino al mezzodì del giorno 12 Febbrajo.

Se consideriamo la scala idrometrica del Tevere rappresentare la magra fino ai metri 6, lo stato ordinario dai 6 agli 8 metri, lo stato d'intumescenza dagli 8 ai 12, e lo stato di vera piena al di là dei 12 metri, numerati i giorni in cui il suo livello oscillò entro questi limiti ci risulta, che il Tevere nel decorso anno 1876 fu per 90 giorni in stato di magra, per 227 in stato ordinario, per 47 giorni in stato d'intumescenza, e due volte soltanto in piena, cioè nei giorni 14 Gennajo e

12 Febbrajo. Ma queste stesse piene, oltre che di brevissima durata, furono di picciolissima importanza, avendo la prima superato di soli 64 centimetri, e la seconda di soli 88 il segno di guardia, che all'idrometro di Ripetta corrisponde a metri 12,00.

Questa circostanza mi dispensa dall'esibire le tabelle orarie e le rappresentazioni grafiche degl'incrementi e decrementi di queste piene, siccome ho fatto altre volte per piene d'importanza maggiore.

Del resto le prime due piene sopraccennate avvennero, la prima nei giorni dal 10 al 17 Gennajo, toccando il colmo a Ripetta il dì 14 alle ore 10 antimeridiane e rimanendo per tre ore stazionaria all'altezza massima di metri 12,64; la seconda similmente nei giorni dal 10 al 17 del successivo Febbrajo, raggiungendo il colmo alle ore 11 antimeridiane del giorno 12, colmo che mantenne per ore due segnando, come ho già detto precedentemente, metri 12,88.

Le semplici intumescenze toccarono l'altezza di 10 metri quattro volte nell'anno; cioè nei giorni 12 e 27 di Marzo segnando rispettivamente metri 10,04 e metri 10,12: il dì 21 di Maggio segnando metri 10,15 e nei giorni 22 e 23 Dicembre segnando rispettivamente metri 10,42 e metri 10,92.

Dalle cose esposte è agevole dedurre come le effemeridi del Tevere dell'anno 1876, considerate isolatamente, non possono attirare in modo particolare l'attenzione degl'idraulici: vengono però ad arricchire sempre più quel corredo di osservazioni sul regime di questo importante fiume che da undici lustri a questa parte siamo venuti raccogliendo, osservazioni che, come giustamente accennava nel primo ramo del Parlamento l'egregio nostro Collega Senatore Brioschi nella seduta del 26 Febbrajo testè decorso, debbono servire di lume e di guida nella risoluzione dei gravi problemi da cui dipende la buona riuscita dell'attuale sistemazione di questo nostro fiume.

E qui mi cade in acconcio di osservare come, appunto sotto questa vista, non appena da pochi anni a questa parte fu attivata una serie regolare di osservazioni quotidiane all'idrometro di Orte, io, mantenendo inalterato il sistema adottato dal Venturoli per le osservazioni all'idrometro di Ripetta, ho aggiunto nelle annuali pubblicazioni le osservazioni idrometriche del Tevere presso Orte, e quelle dell'Aniene ai cunicoli del monte Catillo presso Tivoli.

È noto come molti ritengano aggravate le condizioni di Roma dalla confluenza dell'Aniene in Tevere superiormente alla Città, e come per migliorarle propugnino la deviazione dello stesso Aniene, proponendo taluni di farlo confluire in Tevere al di sotto di Roma, altri di condurlo isolato in mare.

Nella nostra adunanza del 3 Marzo 1872 io esposi le ragioni dalle quali sono indotto a ritenere che nella pluralità dei casi, l'Aniene è perfettamente innocente dei gravi danni che soffre Roma dalle straordinarie piene del Tevere. Facevo osservare come, rappresentando graficamente le curve d'incremento e di decremento delle grandi piene, le rappresentazioni che se ne ottengono presentano tutte un tipo caratteristico, una forma, una figura particolare, alla quale tutte più o meno si avvicinano, e dalla quale nessuna si diparte mai interamente. Soggiungevo come questo tipo, questa figura particolare presenta costantemente una duplice intumescenza; la prima minore e del tutto innocua alla nostra Roma, la seconda di gran lunga maggiore; quella appunto che mette in pericolo la Metropoli, e le arreca non di rado ingenti danni.

Debbonsi quindi, a mio avviso, in ogni grande piena del nostro Tevere distinguere due periodi: un primo periodo di piena mediocre, che chiamerei quasi il periodo precursore, e di avviso della grande piena imminente; il secondo periodo, quello in cui la quantità di acqua fluente raggiunge il limite massimo, ed il livello dell'acqua monta a tale altezza da inondare la Città, e produrre quei danni da cui oggi si tratta di liberare la nostra Metropoli.

Ora questo fenomeno non mai, che io sappia, da altri avvertito e molto meno spiegato all'infuori del compianto nostro Collega Possenti, io credo che dipenda dalla circostanza che la distanza fra il centro del bacino dell'Aniene e Roma confrontata con quella del centro dei bacini degli altri influenti superiori (e per conseguenza anche il percorso delle acque raccolte nel bacino dell'Aniene per giungere in Roma paragonato con quello delle acque dei bacini degl'influenti superiori) sono talmente minori che le piene dell'Aniene attraversano la Città nostra molto prima che le acque degl'influenti superiori vi pervengano, e sono già in massima parte, se non del tutto, smaltite al sopraggiungere della piena principale. Potrebbe soltanto fare eccezione il caso ben raro e singolare che si tratti non già di pioggia generale, ma soltanto di pioggia parziale, la quale metta l'Aniene in piena molto più tardi che non gl'influenti superiori, a modo che la piena dell'Aniene s'incontri a passare per l'alveo urbano del Tevere, quando già vi passano quelle degl'influenti superiori.

Ma questa opinione mia e del chiarissimo Possenti, sebbene basata sopra argomenti molto attendibili, ha ciò non ostante bisogno di essere meglio e più sicuramente confermata da osservazioni dirette. E questa conferma dipenderà appunto dai risultati che si otterranno confrontando le osservazioni idrometriche fatte senza interruzione per una discreta serie di anni all'Aniene, ed al Tevere prima e dopo la confluenza dello stesso Aniene. Tali appunto sono quelle fatte all'idrometro presso Orte ed all'idrometro di Ripetta pel Tevere, ed all'imbocco dei cunicoli del Monte Catillo presso Tivoli per l'Aniene, osservazioni i cui risultati ho l'onore di presentare in aggiunta a quelli già presentati negli anni antecedenti.

EFFEMERIDE del TEVERE ossia Registro giornaliero dell'altez[za]
al mezzodì di ciasc[un]

Giorni del mese	Gennaro Altezza osservata Met. lin.	Febbraro Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugn[o] Altezza osse[rvata] Met. lin.
1	1, 50	1, 70	1, 70	2, 10	2, 00	1, 80
2	1, 50	1, 60	2, 60	2, 00	2, 00	1, 60
3	1, 40	1, 60	2, 60	2, 30	2, 00	1, 60
4	1, 40	1, 50	2, 30	2, 20	2, 00	1, 60
5	1, 40	1, 50	2. 30	2, 00	1, 80	1, 60
6	1, 40	1, 60	1, 60	1, 90	1, 80	1, 60
7	1, 50	1, 90	1, 60	1, 90	1, 80	1, 50
8	1, 60	2, 00	1, 60	1, 90	1, 70	1, 40
9	1, 80	2, 30	1, 60	1, 90	2, 80	1, 40
10	3, 50	2, 80	1, 60	1, 80	2, 70	1, 50
11	3, 80	3, 90	3, 90	1, 80	2, 60	2, 90
12	3, 80	4, 70	2, 60	1, 70	2, 60	2, 90
13	4, 60	2, 70	2, 60	1, 70	2, 10	2, 80
14	3, 70	2, 60	2, 20	2, 00	2, 00	2, 20
15	2, 70	2, 50	2, 10	2, 60	2, 00	2, 20
16	2, 60	2, 40	2, 10	2, 80	3, 40	2, 20
17	2, 40	2, 30	2, 10	3, 00	2, 60	2, 20
18	2, 40	2, 30	2, 00	3, 60	2, 10	2, 30
19	2, 30	2, 20	2, 00	3, 30	2, 10	2, 20
20	2, 20	2, 20	2, 00	2, 90	3, 80	2, 20
21	2, 20	2, 20	2, 00	2, 30	2, 80	2, 20
22	2, 80	2, 00	2, 00	2, 10	2, 40	2, 20
23	2, 70	1, 90	2, 00	2, 30	2, 20	2, 30
24	2, 40	1, 80	1, 90	2, 60	2, 10	2, 00
25	2, 30	1, 80	2, 60	2, 50	2, 10	2, 00
26	2, 20	1, 80	3, 50	2, 70	2, 00	2, 00
27	2, 10	1, 70	3, 20	2, 60	2, 10	2, 00
28	2, 00	1, 70	2, 30	2, 20	2, 00	2, 00
29	1, 80	1, 60	2, 20	2, 00	2, 00	2, 00
30	1, 80		2, 20	2, 00	1, 80	2, 00
31	1, 80		2, 10		1, 80	
Sommata	71, 60	62, 80	69, 10	68, 70	68, 20	60, 40
Media	2, 31	2, 17	2, 23	2, 29	2, 21	2, 01
Massima	4, 60	4, 70	3, 90	3, 60	3, 40	2, 90
Minima	1, 40	1, 50	1, 60	1, 70	1, 70	1, 40
Differenza	3, 20	3, 20	2, 30	1, 90	1, 70	1, 50

pelo di acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte
io dell'anno 1876.

Luglio zza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
2, 00	1, 10	1, 70	1, 10	1, 00	2, 00
2, 30	1, 10	1, 60	1, 10	1, 00	1, 80
2, 00	1, 10	1, 50	1, 10	1, 00	1, 80
1, 60	1, 10	1, 20	1, 10	1, 00	1, 80
1, 60	1, 10	1, 20	1, 10	1, 00	1, 90
1, 80	1, 10	1, 10	1, 10	1, 00	2, 80
1, 70	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 30
1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 10	1, 90
1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 60
1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 60
1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 20
1, 50	1, 00	1, 10	1. 10	1, 00	2, 00
1, 50	1, 00	1, 20	1, 10	1, 00	1, 80
1, 40	1, 00	1, 30	1, 10	1, 00	1, 70
1, 40	1, 00	1, 30	1, 10	1, 00	1, 70
1, 40	1, 00	1, 30	1, 10	1, 00	1, 80
1, 30	1, 00	1, 20	1, 10	1, 00	1, 60
1, 30	1, 00	1, 20	1, 10	1, 60	1, 60
1, 10	1, 00	1, 20	1, 10	1, 50	1, 60
1, 10	1, 00	1, 20	1, 10	1, 50	1, 60
1, 10	1, 00	1, 10	1, 00	1, 40	2, 20
1, 10	1, 00	1, 10	1, 00	1, 20	2, 80
1, 10	3, 50	1, 10	1, 00	1, 20	3, 00
1, 10	2, 70	1, 10	1, 00	1, 00	2, 80
1, 10	2, 70	1, 10	1, 00	1, 00	2, 70
2, 20	2, 60	1, 10	1, 30	1, 00	2, 70
2, 80	2, 90	1, 10	1, 10	1, 00	2, 30
2, 20	1, 90	1, 10	1, 00	1, 80	2, 00
2, 20	1, 80	1, 10	1, 00	1, 80	2, 00
2, 20	1, 80	1, 10	1, 00	3, 80	1, 90
2, 20	1, 80		1, 00		1, 90
50, 30	44, 30	35, 80	33, 40	36, 90	65, 40
1, 62	1, 43	1, 19	1, 08	1, 23	2, 11
2, 80	3, 50	1, 70	1, 30	3, 80	3, 00
1, 10	1, 00	1, 10	1, 00	1, 00	1, 60
1, 70	2, 50	0, 60	0, 30	2, 80	1, 40

EFFEMERIDE del TEVERE ossia Registro giornaliero dell'alte… pelo di acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di cias…no dell'anno 1876.

Giorni del mese	**Gennaro** Altezza osservata Met. lin.	**Febbraro** Altezza osservata Met. lin.	**Marzo** Altezza osservata Met. lin.	**Aprile** Altezza osservata Met. lin.	**Maggio** Altezza osservata Met. lin.	**Giugno** Altezza osservata Met. lin.	**Luglio** Altezza osservata Met. lin.	**Agosto** Altezza osservata Met. lin.	**Settembre** Altezza osservata Met. lin.	**Ottobre** Altezza osservata Met. lin.	**Novembre** Altezza osservata Met. lin.	**Dicembre** Altezza osservata Met. lin.
1	1, 50	1, 70	1, 70	2, 10	2, 00	1, 80	2, 00	1, 10	1, 70	1, 10	1, 00	2, 00
2	1, 50	1, 60	2, 60	2, 00	2, 00	1, 60	2, 30	1, 10	1, 60	1, 10	1, 00	1, 80
3	1, 40	1, 60	2, 60	2, 30	2, 00	1, 60	2, 00	1, 10	1, 50	1, 10	1, 00	1, 80
4	1, 40	1, 50	2, 30	2, 20	2, 00	1, 60	1, 60	1, 10	1, 20	1, 10	1, 00	1, 80
5	1, 40	1, 50	2. 30	2, 00	1, 80	1, 60	1, 60	1, 10	1, 20	1, 10	1, 00	1, 90
6	1, 40	1, 60	1, 60	1, 90	1, 80	1, 60	1, 80	1, 10	1, 10	1, 10	1, 00	2, 80
7	1, 50	1, 90	1, 60	1, 90	1, 80	1, 50	1, 70	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 30
8	1, 60	2, 00	1, 60	1, 90	1, 70	1, 40	1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 10	1, 90
9	1, 80	2, 30	1, 60	1, 90	2, 80	1, 40	1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 60
10	3, 50	2, 80	1, 60	1, 80	2, 70	1, 50	1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 60
11	3, 80	3, 90	3, 90	1, 80	2, 60	2, 90	1, 50	1, 00	1, 10	1, 10	1, 00	2, 20
12	3, 80	4, 70	2, 60	1, 70	2, 60	2, 90	1, 50	1, 00	1, 10	1. 10	1, 00	2, 00
13	4, 60	2, 70	2, 60	1, 70	2, 10	2, 80	1, 50	1, 00	1, 20	1. 10	1, 00	1, 80
14	3, 70	2, 60	2, 20	2, 00	2, 00	2, 20	1, 40	1, 00	1, 30	1, 10	1, 00	1, 70
15	2, 70	2, 50	2, 10	2, 60	2, 00	2, 20	1, 40	1, 00	1, 30	1, 10	1, 00	1, 70
16	2, 60	2, 40	2, 10	2, 80	3, 40	2, 20	1, 40	1, 00	1, 30	1, 10	1, 00	1, 80
17	2, 40	2, 30	2, 10	3. 00	2, 60	2, 20	1, 30	1, 00	1, 20	1, 10	1, 00	1, 60
18	2, 40	2, 30	2, 00	3, 60	2, 10	2, 30	1, 30	1, 00	1, 20	1, 10	1, 60	1, 60
19	2, 30	2. 20	2, 00	3, 30	2, 10	2, 20	1, 10	1, 00	1, 20	1, 10	1, 50	1, 60
20	2, 20	2, 20	2, 00	2, 90	3, 80	2, 20	1, 10	1, 00	1, 20	1, 10	1, 50	1, 60
21	2, 20	2, 20	2, 00	2, 30	2, 80	2. 20	1, 10	1, 00	1, 10	1, 00	1, 40	2, 20
22	2, 80	2, 00	2, 00	2, 10	2, 40	2, 20	1, 10	1, 00	1, 10	1, 00	1, 20	2, 80
23	2, 70	1, 90	2, 00	2, 30	2, 20	2, 30	1, 10	3, 50	1, 10	1, 00	1, 20	3, 00
24	2, 40	1, 80	1, 90	2, 60	2, 10	2, 00	1, 10	2, 70	1, 10	1, 00	1, 00	2, 80
25	2, 30	1, 80	2, 60	2, 50	2, 10	2, 00	1, 10	2, 70	1, 10	1, 00	1, 00	2, 70
26	2, 20	1, 80	3, 50	2, 70	2, 00	2, 00	2. 20	2, 60	1, 10	1, 30	1, 00	2, 70
27	2, 10	1, 70	3, 20	2, 60	2, 10	2, 00	2, 80	2, 90	1, 10	1, 10	1, 00	2, 30
28	2, 00	1, 70	2, 30	2, 20	2, 00	2, 00	2, 20	1, 90	1, 10	1, 00	1, 80	2, 00
29	1, 80	1, 60	2, 20	2, 00	2, 00	2, 00	2, 20	1, 80	1, 10	1, 00	1, 80	2, 00
30	1, 80		2, 20	2, 00	1, 80	2. 00	2, 20	1, 80	1, 10	1, 00	3, 80	1, 90
31	1, 80		2, 10		1, 80		2, 20	1, 80		1, 00		1, 90
Sommata	71, 60	62, 80	69, 10	68, 70	68, 20	60, 40	50, 30	44, 30	35, 80	33, 40	36, 90	65, 40
Media	2, 31	2, 17	2, 23	2, 29	2, 21	2, 01	1, 62	1, 43	1, 19	1, 08	1, 23	2, 11
Massima	4, 60	4, 70	3, 90	3, 60	3, 40	2, 90	2. 80	3, 50	1, 70	1, 30	3, 80	3, 00
Minima	1, 40	1, 50	1, 60	1, 70	1, 70	1, 40	1. 10	1, 00	1, 10	1, 00	1, 00	1, 60
Differenza	3, 20	3, 20	2, 30	1, 90	1, 70	1, 50	1, 70	2, 50	0, 60	0, 30	2, 80	1, 40

EFFEMERIDE del TEVERE ossia Registro giornaliero dell' alt
al mezzodì di cia

Giorni del mese	Gennaro Altezza osservata Met. lin.	Febbraro Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugn Altezza osse Met. lin
1	6, 49	6, 85	6, 96	7, 30	7, 08	6, 64
2	6, 45	6, 83	6, 93	7, 26	7, 01	6, 62
3	6, 35	6, 77	7, 77	7, 30	6, 96	6, 63
4	6, 40	6, 66	7, 54	7, 24	6, 99	6, 62
5	6, 40	6, 65	7, 15	7, 06	6, 85	6, 71
6	6, 38	6, 73	6, 99	6, 94	6, 77	6, 57
7	6, 35	7, 46	6, 91	6, 87	6, 76	6, 53
8	6, 78	7, 29	6, 86	6, 82	6, 74	6, 57
9	6, 93	7, 42	6, 78	6, 76	7, 69	6, 45
10	8, 03	7, 63	6, 78	6, 68	8, 43	6, 66
11	10, 59	11, 69	6, 77	6, 66	8, 51	6, 74
12	10, 42	12, 88	10, 04	6, 62	8, 26	8, 57
13	10, 69	10, 98	8, 44	6, 59	7, 40	9, 55
14	12, 64	9, 07	8, 17	6, 57	7, 13	8, 53
15	10, 73	8, 60	7, 59	6, 92	6, 98	7, 73
16	8, 96	8, 25	7, 37	6, 78	7, 08	7, 89
17	8, 31	8, 00	7, 17	8, 49	8, 71	7, 70
18	7, 91	7, 86	7, 07	8, 64	7, 48	7, 12
19	7, 65	7, 88	6, 98	7, 90	7, 19	7, 38
20	7, 38	7, 75	6, 99	9, 37	10, 15	6, 92
21	7, 24	7, 62	7, 10	8, 08	9, 20	6, 78
22	7, 18	7, 45	7, 10	7, 63	7, 66	6, 77
23	9, 05	7, 33	7, 06	7, 44	7, 35	7, 14
24	9, 09	7, 25	6, 96	7, 44	7, 28	6, 85
25	7, 77	7, 30	6, 91	7, 37	7, 11	6, 68
26	7, 50	7, 40	8, 74	8, 09	7, 56	6, 6[illegible]
27	7, 31	7, 16	10, 12	8, 10	7, 02	6, 66
28	7, 17	7, 07	8, 75	7, 53	7, 06	6, 7[illegible]
29	7, 05	7, 05	7, 92	7, 37	7, 10	6, 5[illegible]
30	6, 95		7, 62	7, 22	6, 84	6, 47
31	6, 88		7, 53		6, 72	
Sommata	244, 96	221, 88	233, 07	221, 04	231, 07	211, 3[illegible]
Media	7, 90	7, 65	7, 52	7, 37	7, 45	7, 0[illegible]
Massima	12, 64	12, 88	10, 12	9, 37	10, 15	9, 5[illegible]
Minima	6, 35	6, 65	6, 77	6, 57	6, 72	6, 4[illegible]
Differenza	6, 29	6, 23	3, 35	2, 80	3, 43	3, 1[illegible]

elo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta
o dell'anno 1876.

uglio a osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
6, 67	6, 25	6, 16	5, 86	5, 84	8, 66
6, 65	6, 07	6, 10	5, 86	5, 81	6, 88
6, 55	6, 05	6, 06	5, 86	5, 79	6, 46
6, 56	6, 03	6, 03	5, 84	5, 78	6, 35
6, 38	5, 99	6, 01	5, 84	5, 83	6, 21
6, 31	5, 96	5, 96	5, 83	5, 82	6, 63
6, 26	5, 93	5, 96	5, 83	5, 80	7, 93
6, 25	5, 93	5, 93	5, 83	5, 80	7, 57
6, 22	5, 93	5, 91	5, 83	5, 81	6, 95
6, 19	5, 93	5, 93	5, 83	5, 82	8, 90
6, 23	5, 90	5, 90	5, 83	5, 84	8, 40
6, 22	5, 88	5, 93	5, 83	5, 83	7, 53
6, 29	5, 88	6, 00	5, 82	5, 85	7, 04
6, 19	5, 87	6, 16	5, 82	5, 83	6, 77
6, 21	5, 88	6, 30	5, 84	5, 83	6, 62
6, 20	5, 90	6, 15	5, 82	5, 86	6, 67
6, 17	5, 87	6, 11	5, 82	5, 86	6, 65
6, 13	5, 96	6, 06	5, 80	5, 93	6, 53
6, 10	6, 07	6, 01	5, 80	6, 05	6, 49
6, 08	6, 08	5, 98	5, 80	6, 08	6, 48
6, 05	6, 10	5, 97	5, 82	5, 94	7, 04
6, 05	5, 97	5, 95	5, 82	5, 91	10, 42
6, 09	5, 95	5, 93	5, 83	5, 87	10, 92
6, 07	8, 65	5, 92	5, 85	5, 85	9, 79
6, 06	6, 57	5, 92	5, 84	5, 82	9, 98
6, 05	8, 03	5, 92	5, 91	5, 82	9, 13
6, 06	7, 73	5, 90	6, 12	5, 83	8, 47
7, 40	7, 95	5, 89	5, 96	5, 86	7, 79
6, 39	6. 74	5, 87	5, 91	6, 05	7, 41
6, 18	6, 55	5, 87	5, 85	6, 21	7, 27
6, 12	6, 29		5, 84		7, 02
14, 38	196, 89	179, 78	181, 36	176, 22	236, 96
6, 27	6, 35	5, 99	5, 88	5, 87	7, 64
7, 40	8, 65	6, 30	6, 12	6, 21	10, 92
6, 05	5, 87	5, 87	5, 80	5, 78	6, 21
1, 35	2, 78	0, 43	0, 32	0, 43	4, 71

EFFEMERIDE del TEVERE ossia Registro giornaliero dell'alt[illegible] pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta al mezzodì di cias[illegible]o dell'anno 1876.

Giorni del mese	Gennaro Altezza osservata Met. lin.	Febbraro Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	6, 49	6, 85	6, 96	7, 30	7, 08	6, 64	6, 67	6, 25	6, 16	5, 86	5, 84	8, 66
2	6, 45	6, 83	6, 93	7, 26	7, 01	6, 62	6, 65	6, 07	6, 10	5, 86	5, 81	6, 88
3	6, 35	6, 77	7, 77	7, 30	6, 96	6, 6[illegible]	6, 55	6, 05	6, 06	5, 86	5, 79	6, 46
4	6, 40	6, 66	7, 54	7, 24	6, 99	6, 62	6, 56	6, 03	6, 03	5, 84	5, 78	6, 35
5	6, 40	6, 65	7, 15	7, 06	6, 85	6, 71	6, 38	5, 99	6, 01	5, 84	5, 83	6, 21
6	6, 38	6, 73	6, 99	6, 94	6, 77	6, 57	6, 31	5, 96	5, 96	5, 83	5, 82	6, 63
7	6, 35	7, 46	6, 91	6, 87	6, 76	6, 53	6, 26	5, 93	5, 96	5, 83	5, 80	7, 93
8	6, 78	7, 29	6, 86	6, 82	6, 74	6, 57	6, 25	5, 93	5, 93	5, 83	5, 80	7, 57
9	6, 93	7, 42	6, 78	6, 76	7, 69	6, 45	6, 22	5, 93	5, 91	5, 83	5, 81	6, 95
10	8, 03	7, 63	6, 78	6, 68	8, 43	6, 66	6, 19	5, 93	5, 93	5, 83	5, 82	8, 90
11	10, 59	11, 69	6, 77	6, 66	8, 51	6, 74	6, 23	5, 90	5, 90	5, 83	5, 84	8, 40
12	10, 42	12, 88	10, 04	6, 62	8, 26	8, 57	6, 22	5, 88	5, 93	5, 83	5, 83	7, 53
13	10, 69	10, 98	8, 44	6, 59	7, 40	9, 55	6, 29	5, 88	6, 00	5, 82	5, 85	7, 04
14	12, 64	9, 07	8, 17	6, 57	7, 13	8, 53	6, 19	5, 87	6, 16	5, 82	5, 83	6, 77
15	10, 73	8, 60	7, 59	6, 92	6, 98	7, 73	6, 21	5, 88	6, 30	5, 84	5, 83	6, 62
16	8, 96	8, 25	7, 37	6, 78	7, 08	7, 89	6, 20	5, 90	6, 15	5, 82	5, 86	6, 67
17	8, 31	8, 00	7, 17	8, 49	8, 71	7, 70	6, 17	5, 87	6, 11	5, 82	5, 86	6, 65
18	7, 91	7, 86	7, 07	8, 64	7, 48	7, 12	6, 13	5, 96	6, 06	5, 80	5, 93	6, 53
19	7, 65	7, 88	6, 98	7, 90	7, 19	7, 38	6, 10	6, 07	6, 01	5, 80	6, 05	6, 49
20	7, 38	7, 75	6, 99	9, 37	10, 15	6, 92	6, 08	6, 08	5, 98	5, 80	6, 08	6, 48
21	7, 24	7, 62	7, 10	8, 08	9, 20	6, 78	6, 05	6, 10	5, 97	5, 82	5, 94	7, 04
22	7, 18	7, 45	7, 10	7, 63	7, 66	6, 77	6, 05	5, 97	5, 95	5, 82	5, 91	10, 42
23	9, 05	7, 33	7, 06	7, 44	7, 35	7, 14	6, 09	5, 95	5, 93	5, 83	5, 87	10, 92
24	9, 09	7, 25	6, 96	7, 44	7, 28	6, 85	6, 07	8, 65	5, 92	5, 85	5, 85	9, 79
25	7, 77	7, 30	6, 91	7, 37	7, 11	6, 68	6, 06	6, 57	5, 92	5, 84	5, 82	9, 98
26	7, 50	7, 40	8, 74	8, 09	7, 56	6, 63	6, 05	8, 03	5, 92	5, 91	5, 82	9, 13
27	7, 31	7, 16	10, 12	8, 10	7, 02	6, 66	6, 06	7, 73	5, 90	6, 12	5, 83	8, 47
28	7, 17	7, 07	8, 75	7, 53	7, 06	6, 73	7, 40	7, 95	5, 89	5, 96	5, 86	7, 79
29	7, 05	7, 05	7, 92	7, 37	7, 10	6, 52	6, 39	6. 74	5, 87	5, 91	6, 05	7, 41
30	6, 95		7, 62	7, 22	6, 84	6, 47	6, 18	6, 55	5, 87	5, 85	6, 21	7, 27
31	6, 88		7, 53		6, 72		6, 12	6, 29		5, 84		7, 02
Sommata	244, 96	221, 88	233, 07	221, 04	231, 07	211. 33	[illegible]4, 38	196, 89	179, 78	181, 36	176, 22	236, 96
Media	7, 90	7, 65	7, 52	7, 37	7, 45	7, 04	6. 27	6, 35	5, 99	5, 88	5, 87	7, 64
Massima	12, 64	12, 88	10, 12	9, 37	10, 15	9, 55	7, 40	8, 65	6, 30	6, 12	6, 21	10, 92
Minima	6, 35	6, 65	6, 77	6, 57	6, 72	6. 45	6. 05	5, 87	5, 87	5, 80	5, 78	6, 21
Differenza	6, 29	6, 23	3, 35	2, 80	3, 43	3, 10	1, 35	2, 78	0, 43	0, 32	0, 43	4, 71

EFFEMERIDE dell'ANIENE ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo di a…
al mezzodì di ci…

Giorni del mese	Gennaro Altezze osservate Met. lin.	Febbraro Altezze osservate Met. lin.	Marzo Altezze osservate Met. lin.	Aprile Altezze osservate Met. lin.	Maggio Altezze osservate Met. lin.	Giug… Altezze os… Met. li…
1	0, 90	1, 00	1, 20	1, 00	1, 00	0, 9…
2	0, 90	1, 90	1, 00	1, 00	1, 00	1, 2…
3	0, 90	1, 90	1, 00	1, 00	1, 00	1, 0…
4	0, 90	1, 90	1, 00	0, 90	0, 90	0, 9…
5	0, 90	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	0, 9…
6	0, 90	1, 30	0, 90	0, 90	0, 90	0, 9…
7	0, 90	1, 30	0, 90	0, 90	0, 90	1, 0…
8	0, 90	2, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 4…
9	0, 90	2, 10	0, 90	0, 90	1, 70	1, 0…
10	1, 30	2, 00	0, 90	0, 90	1, 30	1, 3…
11	1, 70	2, 40	0, 90	0, 90	1, 00	1, 7…
12	2, 00	2, 50	1, 30	0, 90	1, 00	2, 3…
13	2, 10	1, 70	1, 30	0, 90	1, 00	2, 0…
14	2, 00	1, 40	1, 00	0, 90	1, 00	1, 0…
15	2, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 0…
16	1, 40	1, 00	0, 90	1, 30	1, 00	1, 0…
17	1, 40	1, 00	0, 90	1, 50	0, 90	1, 1…
18	1, 30	1, 00	0, 90	1, 40	0, 90	1, 0…
19	1, 30	1, 00	0, 90	1, 60	0, 90	1, 0…
20	0, 90	1, 00	0, 90	1, 00	0, 90	1, 0…
21	0, 90	1, 00	1, 00	1, 00	0, 90	1, 0…
22	2, 00	1, 00	1, 00	1, 00	0, 90	1, 6…
23	2, 00	1, 00	1, 00	1, 20	0, 90	1, 2…
24	2, 00	1, 00	1, 00	1, 00	0, 90	1, 2…
25	1, 90	1, 00	1, 60	1, 00	0, 90	1, 0…
26	1, 60	1, 00	2, 00	1, 00	0, 90	0, 9…
27	1, 20	1, 00	1, 70	1, 00	0, 90	0, 9…
28	1, 20	1, 70	1, 40	1, 10	0, 90	0, 9…
29	1, 20	1, 50	1, 30	1, 00	0, 90	0, 9…
30	1, 00		1, 00	1, 00	0, 90	0, 9…
31	1, 00		1, 00		0, 90	
Sommata	41, 50	40, 60	33, 60	31, 00	30, 00	33, 7…
Media	1, 34	1, 40	1, 08	1, 03	0, 97	1, 1…
Massima	2, 10	2, 50	2, 00	1, 60	1, 70	2, 3…
Minima	0, 90	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	0, 9…
Differenza	1, 20	1, 50	1, 10	0, 70	0, 80	1, 4…

ıme Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli
ı dell'anno 1876.

ıglio osservate t. lin.	Agosto Altezze osservate Met. lin.	Settembre Altezze osservate Met. lin.	Ottobre Altezze osservate Met. lin.	Novembre Altezze osservate Met. lin.	Dicembre Altezze osservate Met. lin.
, 90	0, 90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 30
, 90	0, 90	0, 70	1, 30	1, 20	1, 30
, 60	0, 90	0, 70	1, 30	1, 20	1, 20
, 20	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 20
, 00	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 40
, 90	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 40
, 90	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 60
, 90	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 60
, 90	0, 70	0, 70	1, 30	1, 20	1, 70
, 40	0, 70	0, 70	1, 30	1, 20	2, 30
, 00	0, 70	0, 70	1, 25	1, 20	1, 80
, 00	0, 70	0, 70	1, 25	1, 20	1, 70
, 20	0, 70	1, 00	1, 20	1, 20	2, 00
, 10	1, 20	1, 40	1, 20	1, 20	2, 00
, 00	1, 00	1, 30	1, 20	1, 20	2, 10
, 00	1, 00	1, 00	1, 20	1, 20	1, 50
, 00	1, 50	1, 00	1, 20	1. 20	1, 30
, 90	1, 00	0, 90	1, 20	1, 20	1, 20
, 90	0, 80	0, 90	1, 20	1, 20	2, 40
, 90	0, 80	0, 90	1, 20	1, 20	1, 70
, 90	0, 80	0, 90	1, 20	1, 20	2, 00
50	0, 70	0, 90	1, 20	1, 20	2, 30
10	0, 70	0, 90	1, 20	1, 20	2, 10
00	0, 70	0, 80	1, 20	1, 20	2, 30
00	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	2, 00
10	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	1, 60
00	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	1, 60
90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	1, 60
90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 50	1, 60
90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 30	1, 50
90	0, 70		1, 20		1, 50
80	25, 30	24, 60	37, 30	36, 40	52, 80
03	0, 82	0, 80	1, 22	1, 21	1, 70
60	1, 50	1, 40	1, 30	1, 50	2, 40
90	0, 70	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20
70	0, 80	0, 70	0, 60	0, 30	1, 20

EFFEMERIDE dell' ANIENE ossia Registro giornaliero dell' altezza del pelo di a[...]iume Aniene all'idrometro esistente all'imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli al mezzodì di cia[...]o dell'anno 1876.

Giorni del mese	Gennaro Altezze osservate Met. lin.	Febbraro Altezze osservate Met. lin.	Marzo Altezze osservate Met. lin.	Aprile Altezze osservate Met. lin.	Maggio Altezze osservate Met. lin.	Giugno Altezze osservate Met. lin.	Luglio Altezze osservate Met. lin.	Agosto Altezze osservate Met. lin.	Settembre Altezze osservate Met. lin.	Ottobre Altezze osservate Met. lin.	Novembre Altezze osservate Met. lin.	Dicembre Altezze osservate Met. lin.
1	0, 90	1, 00	1, 20	1, 00	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 30
2	0, 90	1, 90	1, 00	1, 00	1, 00	1, 20	0, 90	0, 90	0, 70	1, 30	1, 20	1, 30
3	0, 90	1, 90	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 60	0, 90	0, 70	1, 30	1, 20	1, 20
4	0, 90	1, 90	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 20	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 20
5	0, 90	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	0, 90	1, 00	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 40
6	0, 90	1, 30	0, 90	0, 90	0, 90	0, 90	0, 90	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 40
7	0, 90	1, 30	0, 90	0, 90	0, 90	1, 00	0. 90	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 60
8	0, 90	2, 00	0, 90	0, 90	0, 90	1, 40	0, 90	0, 80	0, 70	1, 30	1, 20	1, 60
9	0, 90	2, 10	0, 90	0, 90	1, 70	1, 00	0, 90	0, 70	0, 70	1, 30	1, 20	1, 70
10	1, 30	2, 00	0, 90	0, 90	1, 30	1, 30	1, 40	0, 70	0, 70	1, 30	1, 20	2, 30
11	1, 70	2, 40	0, 90	0, 90	1, 00	1, 70	1, 00	0, 70	0, 70	1, 25	1, 20	1, 80
12	2, 00	2, 50	1, 30	0, 90	1, 00	2, 30	1. 00	0, 70	0, 70	1, 25	1, 20	1, 70
13	2, 10	1, 70	1, 30	0, 90	1, 00	2, 00	1, 20	0, 70	1, 00	1, 20	1, 20	2, 00
14	2, 00	1, 40	1, 00	0, 90	1, 00	1, 00	1, 10	1, 20	1, 40	1, 20	1, 20	2, 00
15	2, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 30	1, 20	1, 20	2, 10
16	1, 40	1, 00	0, 90	1, 30	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 00	1, 20	1, 20	1, 50
17	1, 40	1, 00	0, 90	1, 50	0, 90	1, 10	1, 00	1, 50	1, 00	1, 20	1. 20	1, 30
18	1, 30	1, 00	0, 90	1, 40	0, 90	1, 00	0. 90	1, 00	0, 90	1, 20	1. 20	1, 20
19	1, 30	1, 00	0, 90	1, 60	0, 90	1, 00	0, 90	0, 80	0, 90	1, 20	1, 20	2, 40
20	0, 90	1, 00	0, 90	1, 00	0, 90	1, 00	0, 90	0, 80	0, 90	1, 20	1, 20	1, 70
21	0, 90	1, 00	1, 00	1, 00	0, 90	1. 00	0, 90	0, 80	0, 90	1, 20	1, 20	2, 00
22	2, 00	1, 00	1, 00	1, 00	0, 90	1, 60	1. 50	0, 70	0, 90	1, 20	1, 20	2, 30
23	2, 00	1, 00	1, 00	1, 20	0, 90	1, 20	1, 10	0, 70	0, 90	1, 20	1, 20	2, 10
24	2, 00	1, 00	1, 00	1, 00	0, 90	1, 20	1, 00	0, 70	0, 80	1, 20	1, 20	2, 30
25	1, 90	1, 00	1, 60	1, 00	0, 90	1, 00	1, 00	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	2, 00
26	1, 60	1, 00	2, 00	1, 00	0, 90	0, 90	1, 10	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	1, 60
27	1, 20	1, 00	1, 70	1, 00	0, 90	0, 90	1, 00	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	1, 60
28	1, 20	1, 70	1, 40	1, 10	0, 90	0, 90	0, 90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20	1, 60
29	1, 20	1, 50	1, 30	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 50	1, 60
30	1, 00		1, 00	1, 00	0, 90	0. 90	0, 90	0, 70	0, 70	1, 20	1, 30	1, 50
31	1, 00		1, 00		0, 90		0. 90	0, 70		1, 20		1, 50
Sommata	41, 50	40, 60	33, 60	31, 00	30, 00	33. 70	[illegible], 80	25, 30	24, 60	37, 30	36, 40	52, 80
Media	1, 34	1, 40	1, 08	1, 03	0, 97	1. 12	1, 03	0, 82	0, 80	1, 22	1, 21	1, 70
Massima	2, 10	2, 50	2, 00	1, 60	1, 70	2, 30	1, 60	1, 50	1, 40	1, 30	1, 50	2, 40
Minima	0, 90	1, 00	0, 90	0, 90	0, 90	0. 90	0. 90	0, 70	0, 70	0, 70	1, 20	1, 20
Differenza	1, 20	1, 50	1, 10	0, 70	0, 80	1. 40	0, 70	0, 80	0, 70	0, 60	0, 30	1, 20

Anno 1876.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL' IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL' ANIENE

MESI	ALTEZZA MENSILE sommata — Met. lin.	ALTEZZA MENSILE media — Met. lin.	ALTEZZA Massima — Met. lin.	ALTEZZA Minima — Met. lin.	DIFFERENZE — Met. lin.
Gennaro	71, 60	2, 31	4, 60	1, 40	3, 20
Febbraro.	62, 80	2, 17	4, 70	1, 50	3, 20
Marzo	69, 10	2, 23	3, 90	1, 60	2, 30
Aprile	68, 70	2, 29	3, 60	1, 70	1, 90
Maggio.	68, 20	2, 21	3, 40	1, 70	1, 70
Giugno.	60, 40	2, 01	2, 90	1, 40	1, 50
Luglio	50, 30	1, 62	2, 80	1, 10	1, 70
Agosto	44, 30	1, 43	3, 50	1, 00	2, 50
Settembre	35, 80	1, 19	1, 70	1, 10	0, 60
Ottobre.	33, 40	1, 08	1, 30	1, 00	0, 30
Novembre.	36, 90	1, 23	3, 80	1, 00	2, 80
Dicembre	65, 40	2, 11	3, 00	1, 60	1, 40
	666, 90				

Altezza media generale dell'anno met.lin. $\frac{666,90}{366}$ = 1,822131 ossia = 1,822

Altezza massima all'intero anno m. l. 4,70
» minima » » 1,00 } Differenza massima m. l. = 3,70

Anno 1876.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL' IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL' ANIENE

MESI	ALTEZZA MENSILE sommata — Met. lin.	ALTEZZA MENSILE media — Met. lin.	ALTEZZA Massima — Met. lin.	ALTEZZA Minima — Met. lin.	DIFFERENZE — Met. lin.
Gennaro	244, 96	7, 90	12, 64	6, 35	6, 29
Febbraro.	221, 88	7, 65	12, 88	6, 65	6, 23
Marzo	233, 07	7, 52	10, 12	6, 77	3, 35
Aprile	221, 04	7, 37	9, 37	6, 57	2, 80
Maggio.	231, 07	7, 45	10, 15	6, 72	3, 43
Giugno.	211, 33	7, 04	9, 55	6, 45	3, 10
Luglio	194, 38	6, 27	7, 40	6, 05	1, 35
Agosto	196, 89	6, 35	8, 65	5, 87	2, 78
Settembre	179, 78	5, 99	6, 30	5, 87	0, 43
Ottobre	181, 36	5, 88	6, 12	5, 80	0, 32
Novembre	176, 22	5, 87	6, 21	5, 78	0, 43
Dicembre.	236, 96	7, 64	10, 92	6, 21	4, 71
	2528, 94				

Altezza media generale dell'anno met.lin. $\frac{2528,94}{366}$ =6,909672 ossia =6,910

Altezza massima dell'intero anno m.l. 12,88 }
» minima » » 5,78 } Differenza massima m. l. = 7,10

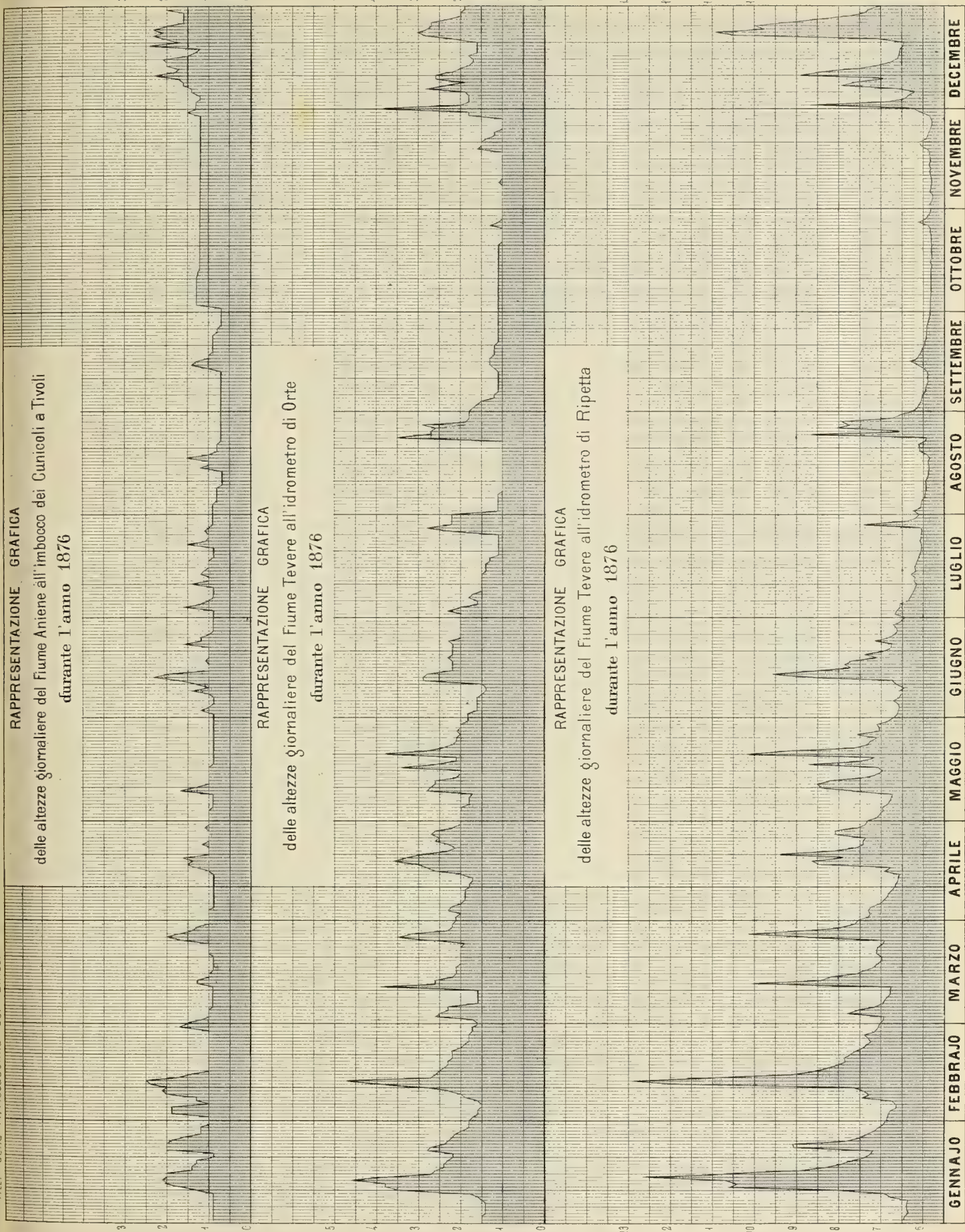
Anno 1876.

STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI

MESI	ALTEZZA MENSILE sommata — Met. lin.	ALTEZZA MENSILE media — Met. lin.	ALTEZZA Massima — Met. lin.	ALTEZZA Minima — Met. lin.	DIFFERENZE — Met. lin.
Gennaro . . . , ...	41, 50	1, 34	2, 10	0, 90	1, 20
Febbraro.	40, 60	1, 40	2, 50	1, 00	1, 50
Marzo	33, 60	1, 08	2, 00	0, 90	1, 10
Aprile	31, 00	1, 03	1, 60	0, 90	0, 70
Maggio.	30, 00	0, 97	1, 70	0, 90	0, 80
Giugno.	33, 70	1, 12	2, 30	0, 90	1, 40
Luglio	31, 80	1, 03	1, 60	0. 90	0, 70
Agosto	25, 30	0, 82	1, 50	0, 70	0, 80
Settembre	24, 60	0, 80	1, 40	0, 70	0, 70
Ottobre.	37, 70	1, 22	1, 30	0, 70	0, 60
Novembre	36, 40	1, 21	1, 50	1, 20	0, 30
Dicembre.	52, 80	1, 70	2, 40	1, 20	1, 20
	419, 00				

Altezza media generale dell'anno met.lin. $\frac{419,00}{366}$ = 1,144809 ossia = 1,145

Altezza massima dell'intero anno m. l. 2,50 }
» minima » » 0,70 } Differenza massima = m. l. 1,80

Sopra alcuni Miriapodi cavernicoli della Francia e della Spagna.

Nota del dott. FILIPPO FANZAGO

approvata per la stampa negli Atti dell' Accademia
nella seduta del 4 marzo 1877.

L'illustre Presidente della Società entomologica di Francia, Eugenio Simon, ebbe la squisita bontà di mettere a mia disposizione una serie di Miriapodi cavernicoli, raccolti alcuni da lui stesso, altri dai signori cav. De la Brûlerie ed Abeille de Perrin, nella grotta detta *Nouvelle,* presso Vallon (Ardèche); in quella di *St. Vincent,* a Mélan (Basse Alpi); nelle caverne *de le Quère, de Peyort* presso Prat, *d'Aulus, d'Aubert* e *Moulis, d'Estellas* (Ariége); ed in una conosciuta sotto il nome di *Cueva de Albia* presso Arnedillo, provincia di Longròno in Spagna. Gliene rendo infinite grazie per sì cortese pensiero.

Prima di analizzare questo materiale, mi giova gettare uno sguardo retrospettivo su quanto si è scritto intorno ai Miriapodi cavernicoli d'Europa, onde far conoscere come ben pochi Naturalisti abbiano avuta l'occasione di esaminarne e come, di conseguenza, gl' individui comunicatimi dal sig. Simon, sebbene non in gran numero, riescano perciò interessantissimi; tanto più che m' hanno messo in grado di aggiungere quattro nuove specie alla fauna cavernicola, di ridurre entro ai suoi naturali confini qualche *genere* troppo artificiale e di dimostrare, ancora una volta, come certi caratteri debbano essere abbandonati quali norme di classificazione.

Nel 1857, Heller (¹) istituiva il genere *Trachysphaera,* appartenente alla famiglia delle Glomeridi, ma costituente un tipo particolare per aver il corpo diviso in undici segmenti, per la forma degli occhi e pella natura degli scudi dorsali. Denominava *Trachysphaera Schmidti* l'unica specie di questo genere, scoperta nelle grotte di Pasica e Siavka in Carniola.

Qualche anno dopo, Wankel (²) aggiungeva la *Trachysphaera Hyrtlii,* trovata nella grotta di Slouper in Moravia.

Lo stesso Heller (³) stabiliva il genere *Brachydesmus,* su cui dovrò ritornare, destinato a comprendere quei *Polydesmus,* di cui il corpo si compone di soli diecinove segmenti.

Nella grotta d' Adelsberg, Peters (⁴) trovò un *Polydesmus,* che chiamò *cavernarum;* e Gervais (⁵) rinvenne un *Blaniulus,* affine al *guttulatus,* nelle vicinanze

(¹) *Beiträge zur österreichischen Grotten-Fauna;* Sitzb. d. k. Akad. der Wiss., Math. — Natur. Classe, Wien, XXVI, 1857, fig. 1-6.

(²) Sitzb. Akad. Wiss., Wien, 1861, tav. I, fig. 1-3.

(³) loc. cit., pag. 313, f. 7-11.

(⁴) Monatsberichte der k. preuss. Akad. der Wiss. zu Berlin. 1865, p. 538.

(⁵) Ann. soc. entom. de France, 2ᵉ série, t. VI, 1866, p. 45 (nel processo verbale).

di Saint-Bauzile-de-Putois, nella grotta *des Demoiselles,* nell'Hérault, il quale non fu determinato nè descritto.

È ben noto che gli animali abitatori delle caverne differenziano dagli altri, qualche volta unicamente, per la mancanza o rudimentalità dell' apparato visivo; legge che soffre eccezioni, trovandosene alcuni punto privi d'occhi, sebbene cavernicoli, mentre altri che non prediligono simili ambienti, ne difettano completamente. A ragione dunque il Simon scrisse: « aussi serait-il difficile, si non impossible, d'établir une ligne de démarcation entre les espèces cavernicoles et les représentants ordinaires des genres [1] ».

Il fatto, che ad artropodi terricoli manchi la vista, mi sembra si ripeta più di sovente, di fronte agli altri, tra i miriapodi, del che io ne attribuisco la causa a quel loro vivere sepolti nel terriccio, fuggendo la luce, grulli ed inerti: diffatti, tra i Chilopodi, i *Cryptops* (Leach), *Geophilus* (Leach); e tra i Chilognati, i *Cyrtodesmus* (Gervais), *Oniscodesmus* (Gervais), *Polydesmus* (Latreille), *Dolistenus* (Fanzago), gli *Strongylosoma* (Brandt) e *Blaniulus* (Gervais), sono tutti generi ciechi.

Se mal non mi appongo, mi sembra che sieno andati errati certi Naturalisti che ebbero ad osservare animali in simili condizioni di vita, alloraquando decisero staccarli dal genere cui di ragione spettavano, per istituirne uno a parte contraddistinto dalla sola perdita degli occhi. Io non credo che tal modo di procedere sia menomamente giustificato, e che tal difetto costituisca, da se solo, un criterio sufficiente all' uopo, se altre variazioni non si associno a rendere la diagnosi meno artificiale. Presso a poco la stessa idea fu del resto emessa, se non decisamente sostenuta, pegli araneidi e pegli insetti; e le osservazioni ch' ebbi fortuna di fare sui miriapodi delle grotte di Francia, tutte concordi vengono in appoggio, come risulta da quanto sto per dire.

Ho avuti quattro *Craspedosoma* concordanti esattamente in ogni carattere cogli altri del genere, ma sprovvisti di occelli, mentre quelle specie, che fino ad ora si conoscono, ne portano un buon numero, grandi, neri, disposti dietro l' inserzione delle antenne; e, siccome le specie di questo gruppo sono in numero ristretto e ben distinte tra loro, talchè riescono difficili gli equivoci, non esito a ritenere i quattro *Craspedosoma* in questione come appartenuti altravolta, con ogni probabilità, al *C. Wagae* di Gervais: non sono che individui ciechi di questa specie. La vita cavernicola ha su loro influito modificandone anche il colorito; colore che, colla cecità, verrà trasmesso ai discendenti e perciò devono essere riuniti, per convenzione, in una specie a parte, non mai in un genere. Egli è certo che, in tal caso, questo nuovo genere presenterebbe, di fronte al *Craspedosoma Wagae,* differenze più lievi che questa specie dalle sue affini. Altrettanto ho riscontrato nei *Lithobius,* uno tra i quali, che ho chiamato *cavernicolus,* è del tutto privo d'ogni benchè minima traccia degli occhi; ed un altro, cui assegnai il nome specifico di *speluncarum,* in cui se ne vede un qualche accenno.

L' argomento più stringente si è appunto questo che, tanto in molti artropodi delle grotte, come risulta dagli studj fatti, quanto nei succitati *Lithobius,* ed anche

[1] *Liste générale des Articulés cavernicoles de l'Europe*, pag. 25.

nei *Craspedosoma*, alcuni degli individui portano occelli minimi, in numero piccolissimo di molto inferiore all'ordinario, mancanti di pigmento, rudimentali cioè ed all'animale affatto inutili, ultimo avanzo di un apparato occellare, negli antenati completo, ora in via di totale scomparsa. Ciò prova che anche le specie cavernicole non sono nettamente separate dalle terricole, ma che molteplici passaggi le riuniscono; e che l'istituzione d'un genere poi diviene, per questo, assolutamente insostenibile.

D'altra parte, si badi agli *Strongylosoma* di Brandt, e si vedrà come non sia la cecità l'unica caratteristica di questo gruppo, ma che non è possibile fonderli coi *Craspedosoma* pel numero, pella forma dei segmenti e pella struttura delle antenne. Meglio ancora vale allo scopo il citare i *Blaniulus* di Gervais. Essi si separano dagli ordinari Julidi decisamente; non fanno mestieri i moltissimi individui favoritimi dal Simon, chè uno solo rende convinti. I segmenti del corpo sono globosi, s'incurvano, si fanno convessi nel loro mezzo, in modo che la loro superficie è nodosa, se così potessi esprimermi, e non retta come nell'*julus* tipo. Ciò non basta; tutto il corpo è, in questo, fittamente striato, nei Blaniulidi invece non se ne vedono traccie di siffatte strie, meno un lieve e quasi impercettibile accenno lungo ai fianchi, là presso l'inserzione delle zampe, visibili solo ad ingrandimento. Finalmente gli arti, nel genere di Gervais, non esistono nei due ultimi segmenti. È dunque da accettarsi il *Blaniulus*, perchè la mancanza, o ristretto numero degli occhi va accompagnata da altre varianti. Ho detto mancanza o ristretto numero degli occhi, perchè sebbene il Gervais nella diagnosi dica: *point d'yeux* (1), pure sono descritte specie in cui non difettano del tutto. Non so poi dividere l'opinione del Newport (2), il quale vorrebbe che questi Julidi ciechi costituissero bensì una sezione, come se n'è fatta una per quelli provvisti d'uncino preanale, ed un'altra per quelli che finiscono a punta ottusa, ma non che fossero elevati al grado di genere. Perchè cade in acconcio, dirò che i Blaniulidi sono anche interessanti sotto un altro punto di vista dal quale, per quanto io mi sappia, nessuno li ha presi di mira. Essi rappresentano un anello di passaggio tra il vero *Julus* e gli *Strongylosoma*, i quali discesero dai *Craspedosoma;* e questi, per la trafila di altre forme transitorie, dai *Polydesmus.* Sono anelli di passaggio, avuto riguardo alla forma generale dei segmenti che, regolari e rotondi nei primi, si fanno globosi ai lati negli *Strongylosoma*, presentano un tubercolo nei *Cordeuma*, che si fa maggiore nei *Craspedosoma*. Nei *Dolistenus* ed altri, compariscono le carene, ma piccolissime, più ampie nei *Polydesmus*. Questi, per la via dei *Cyrtodesmus*, delle *Fontarie*, degli *Oniscodesmus*, derivarono dalle *Glomeridi;* e così, seguendo il graduato allargarsi delle carene, si viene a designare il quadro genealogico dei Chilognati; il di cui capostipite, la *Glomeris*, passa lentamente, cogli *Asellus*, *Porcellio* e generi affini, nei Crostacei.

Il D.r C. Heller (3), ha stabilito un nuovo genere, *Brachydesmus*, per certi *Polydesmus* cavernicoli, i quali hanno tutti i caratteri del gruppo, eccetto che un segmento

(1) Bull. soc. philom., Paris 1836, pag. 72. — Ann. sc. nat., 2a série, VII, pag. 45. — *Hist. nat. des Ins. Aptères*, IV, pag. 200.
(2) Annals and Magazine of Natural History etc., London, XIII, pag. 268, 1844.
(3) loc. cit., pag. 313.

di meno nel corpo. Fin da principio l'accettare questo genere cozzava colle mie idee sulla pochissima importanza del numero degli anelli del corpo tra i miriapodi, quale norma di classificazione pelle specie, sulla nessuna poi quando trattasi dei generi, preso, ben s' intende, questo carattere isolatamente come è appunto il caso del *Brachydesmus*. Che il numero dei segmenti fosse variabilissimo l' ebbero a dimostrare già parecchi autori (De Géer, Savi, Waga, Gervais, Newport, Stein e Balsamo-Crivelli), ed io pure ([1]) nel 1874; anzi gli altri Naturalisti citati riferivano le loro osservazioni ad individui non completamente sviluppati, mentre a me era dato provare che anche nelle forme sessuate soffriva la stessa sorte. Nel caso attuale, il fatto potrebbe esser interpretato altrimenti, e non sarebbe impossibile che la scomparsa di un segmento nei *Brachydesmus* del signor Heller, non fosse che un adattamento alla vita cavernicola, sebbene lo spiegare la ragione ultima di una tale deviazione dal tipo sarebbe ben difficile. Ma quando si sappia che nei molti polidesmidi delle grotte di Francia, n' ebbi uno solo con 19 segmenti, li altri con 20, e tutti rigorosamente identici, non si può a meno di respingere questo genere. Se tutti concordi questi *Polydesmus* avessero provato che diffatti essi hanno un segmento di meno di quelli che vivono alla luce, mi sarei associato al modo di vedere del ch. Naturalista tedesco; ma come stanno le cose, questo fatto non mi dice altro se non che anche essi variano sotto questo riguardo, ciò che non si sapeva ancora, e che si dovrà modificare in questo senso la diagnosi del genere; variabilità ristretta al paragone di quella constatata in altri gruppi affini.

Concludendo, se non si persiste nel mettere in pratica la massima che il variare dei segmenti del corpo tra i miriapodi, come la sola cecità, sono basi troppo anguste su cui non si può erigere un nuovo genere, si riescirà a renderne troppo artificiale la classificazione ed a complicarne vieppiù la sinonimia.

Le specie, che passo a descrivere, sono le seguenti:

Craspedosoma Simon, nuova specie. — *Blaniulus guttulatus* Fabricius. — *Strongylosoma bisulcatum* nuova specie. — *Polydesmus subterraneus* Heller. — *Polydesmus cavernarum* Peters. — *Lithobius cavernicolus* nuova specie. — *Lithobius speluncarum* nuova specie. — *Lithobius pleonops* Menge. — *Geophilus flavus* De Géer. — *Polyxenus lagurus* Linneo.

Craspedosoma Simoni.

Il colore generale del corpo è biancastro. — Il primo segmento del corpo differisce dagli altri per i tubercoli laterali appena visibili; esso è meno largo che la testa. — In tutti i rimanenti anelli, i tubercoli laterali sono meglio sviluppati, più che tutto nel terzo anteriore; portano, ciascuno, uno o due peli che cadono facilmente negli individui morti. La porzione terminale del corpo è a punta ottusa. — Le zampe sono relativamente assai lunghe. — Le antenne hanno il terzo e quinto loro articolo sviluppatissimi, ed il quarto più corto che tutti. — Lungo il dorso, scorgesi un solco, che rendesi più profondo nel terzo medio; nella parte anteriore del corpo è appena

([1]) *Due Note zoologiche.* Padova 1874.

visibile e trae origine dal secondo scudo. Nella regione posteriore va gradatamente mancando e, verso il terz' ultimo anello, è scomparso del tutto. — Mancano gli occelli.

I quattro esemplari di questa specie furono raccolti, parte dal cav. De la Brûlerie nella grotta *Cueva de Albia*, presso Arnedillo, provincia di Longròno in Spagna; parte dal sig. E. Simon, in quella di *St. Vincent*, a Mélan, nelle Basse Alpi.

Lunghezza del corpo mill. 13. Larghezza mill. 2.

Strongylosoma bisulcatum.

La solcatura del dorso, in questa specie, è caratteristica, di che non trovo riscontro in nessun' altra. Un solco corre trasversalmente su ogni segmento, non nel mezzo, ma più verso il margine anteriore. Questo solco va a toccarne in ambo i lati un altro longitudinale; e l' intrecciarsi di questi solchi puossi, presso a poco, esprimere colla lettera *acca* majuscola. Tutti i segmenti presentano questo carattere, meno il primo. — Il colore è terreo; non così quello della testa e dei due primi segmenti del corpo che sono rossigni. — Le antenne hanno gli articoli, eccetto il sesto che si fa globoso, tutti di eguale sviluppo. L' ultimo segmento del corpo si prolunga in uncino, alquanto rivolto all' ingiù.

Nell'aspetto generale, il *bisulcatum*, non si stacca granfatto dal *pallipes* degli autori o, per chi accetta il genere *Tropisoma*, dal *T. pallipes* Koch; ma, se pel colore puossi dubitarlo, la suddescritta solcatura, che sarebbe stata senza dubbio riferita, mi autorizza a credere si tratti di una specie diversa; tanto più che tutti accennano ad un solco mediano, invadente il dorso dell' animale per tutta la sua lunghezza. Del resto anch' io ho esaminati moltissimi individui italiani del *pallipes*. Corrisponde meno ancora alle specie nuove descritte dai signori Humbert e Saussure, del Museo di Vienna. Furono raccolti due esemplari dal sig. Abeille de Perrin nella grotta *Nouvelle*, presso Vallon (Ardèche).

Lunghezza del corpo mill. 7.

Polydesmus subterraneus Heller.

D.r C. Heller, *Beiträge zur österreichischen Grotten-Fauna.*. Sitzb. der k. Akad. d. Wiss. Math. — naturwiss. Classe Wien, XXVI, 1857, p. 313. f. 7-11 (*Brachydesmus subterraneus*).

Il corpo consta di diecinove anelli. — Il primo segmento del corpo è, come in tutti i polidesmidi, ovale e provvisto di carene ben poco sviluppate e non dentellate al loro margine esterno. Una serie di tubercoli gira attorno al margine di questo segmento e, nel suo mezzo, se ne vedono cinque disposti in linea retta e maggiori dei primi. — Gli altri segmenti portano ampie carene, armate di cinque dentelli al loro margine esterno ed aventi nel loro centro un pronunciatissimo tubercolo. — Ciascun segmento porta tre serie di tubercoli, decrescenti dall' avanti all' indietro; la prima e la seconda con quattro, quadrangolari; nella terza ve ne sono tre rotondeggianti. Negli anelli della porzione posteriore del corpo, i dentelli delle carene si fanno sempre meno robusti, ed i tubercoli si allungano ed assottigliano. Il colore del corpo è terreo uniforme; le zampe sono alquanto più sbiadite.

L'individuo che ho esaminato raggiunge una lunghezza maggiore di quello descritto dal Heller, così pure è alquanto più largo, ma concorda in tutti i rimanenti caratteri. Fu raccolto dal cav. De la Brûlerie ed Abeille de Perrin nella grotta d'*Estellas* (Ariége).

Lunghezza del corpo mill. 12. Larghezza mill. 3 ½.

Polydesmus cavernarum Peters.

Peters, Monatsberichte der k. preuss. Akad. der Wiss. zu Berlin. 1865, pag. 538.

Questa specie differisce dal *subterraneus* di Heller per la forma generale del corpo; esso non è robusto e corto, ma lungo ed assai smilzo. Anche nel *cavernarum* esistono tre serie di tubercoletti su ogni segmento, piccoli e tutti, presso a poco, di eguale sviluppo, mentre nel *subterraneus* decrescono dall'avanti all'indietro. — Le carene sono dentellate al loro margine esterno, però assai leggermente, e qualche volta lo sono tanto che non è possibile rilevare nettamente il numero dei dentelli. — Le antenne, relativamente agli altri polidesmidi, si devono dire lunghe; raggiungono due volte e mezza la lunghezza del capo. Esse hanno il loro terzo articolo più lungo che tutti gli altri; il quarto ed il quinto sono uguali; il sesto è globoso. — Il colore del corpo è terreo.

I tre esemplari che vidi provengono dalle caverne d'Aubert e Moulis, ove furono raccolti dal cav. De la Brûlerie.

Lunghezza del corpo mill. 15 ½. Larghezza mill. 2.

Blaniulus guttulatus Fabricius.

Fabricius, *Entom. Syst.*, suppl p. 289. 5-6 (*Julus guttulatus*). — Bosc., Bull. Soc. philom. de Paris, 1792, p. 12 (*Julus guttulatus*). — Leach, Trans. Linn. Soc., London, XI p. 379 (*Julus pulchellus*). — id., Zool. Miscell. T. III, p. 35. — Lamark, *Hist. nat. anim. s. vert.*, T. V p. 40, ed. II, (*Julus fragariarum*). — Lucas, *Anim. artic.*, p. 527. — Gervais, Bull. Soc. philom. de Paris, 1836, p. 72 (*Blaniulus* genere). — id., Ann. sc. nat. II série, t. VII p. 45 (*Blaniulus guttulatus*). — id., *Hist. nat. des Ins.*, *Aptères*, T. IV p. 200. — Meinert, *Danmarks Chilognather*, p. 19. — v. Porath, *Sverig. Myriapoder, Diplopoda*, p. 31. — id., *Zoologisk Resa* ecc. p. 649. — Stuxberg, *Sverig. Chilognather*, p. 905.

Gl'individui delle grotte di Francia hanno bensì un colore jalino, uniformemente distribuito su tutto il corpo, ma mancano di quelle macchiette virgoliformi, cui accennano tutti gli autori, situate in corrispondenza agli stigmi, caratteristiche della specie, le quali vidi anch'io in esemplari italiani. Non ho dato però soverchio peso a tale deficienza, sebbene fa mestieri che la ricordi, essendo rimasti questi Blaniulidi buon tempo nell'alcool prima ch'io li abbia avuti. D'altra parte, anche attribuendo la scomparsa di siffatte macchiette alla vita cavernicola, avrei creduto precipitare istituendone una specie a parte; tanto più che lessi nel Gervais una tal frase da torre ogni dubbio: « les premiers et les derniers anneaux manquent de ces taches [1] ». Aggiungo aver rilevate ben maggiori variazioni riguardo al colorito

[1] Gervais. *Histoire Naturelle des Insectes*, *Aptères*, Tome 4°, pag. 201.

generale tra i moltissimi individui ch'ebbi sott'occhio, provenienti parte dalle grotte d'Estellas e parte da quelle di Peyort (Ariége), d'Aubert e Moulis, raccolti dai signori cav. De la Brûlerie ed Abeille de Perrin; e stetti in forse, questa volta a ragione, se appartenessero tutti al tipico *guttulatus,* che gli autori dicono di tinta jalina, oppure se rappresentassero specie particolari, in tal caso non ancora descritte, giacchè ad altre non s'attagliavano, meno forse che al *fusco punctatus* di Lucas e solo pel colorito, chè per altre caratteristiche si staccavano di molto.

Di questa catena non interrotta di forme, il primo anello è costituito di due individui perfettamente jalini, difettanti delle tacche virgoliformi, e l'ultimo di cinque di colore bruno cinerognolo. In mezzo a questi, tutti i possibili passaggi, tutte le graduazioni di colore sono atte a convincermi che i due estremi non si devono considerare quali forme speciali, ma meglio quali limiti delle variazioni cui questa specie può andar soggetta. Od una sola, o tante specie quanti sono gl'individui varianti.

Comunque la pensino certi Naturalisti che, ad ogni menoma differenza di tinta fanno pullulare una nuova specie; destinate tutte a cadere quando si abbia ad esaminare un vasto materiale e si abbia l'opportunità di poter seguire, con maggiore cognizione di causa, le variazioni; io sto per riunire in tali casi.

Se ciò non fosse ancora sufficiente a giustificare il mio modo di procedere, dirò di un esemplare in cui la testa, i primi segmenti del corpo e gli ultimi sono jalini, mentre il rimanente è di color cinerognolo. Converrebbe domandarsi ora, se il tipico *guttulatus* è jalino o cinerognolo; o se il primo colorito dipende piuttosto dall'abitar sotterra, o nelle caverne, o dalla muta di recente subita; circostanze tutte nelle quali gli animali affini si fanno di tinta più sbiadita. Il blaniulido surriferito, che presenta ambedue le tinte, quantunque provi trattarsi sempre di una sola specie, non risponde alla domanda.

Chiuderò queste osservazioni notando che i caratteri specifici anatomici sono costanti. Le antenne hanno il terzo loro articolo più lungo che gli altri ed alquanto picciuolato; il quarto ed il quinto, più brevi si fanno larghi alla loro estremità anteriore; il sesto è corto e assai globoso; il settimo è piccolissimo. Per ciò che concerne il numero dei segmenti del corpo, esso è variabilissimo: in media raggiungono a quarantacinque, oscillando tra il trentacinque ed il cinquantatre. La lunghezza del corpo sta tra i quindici millimetri ed i venticinque.

Annotazione alla sinonimia del Blaniulus pulchellus Koch.

L'*Julus pulchellus* del Koch (*Crust., Myr. u. Arachn. Deutschl.* fasc. 22, f. 12) il quale, come rilevasi dalla diagnosi, porta occelli disposti in una serie obbliqua ai lati del capo, « die Augen in einer schiefen Linie an den Seiten des Kopfes ». non può identificarsi col *Blaniulus guttulatus* di Fabricius e nemmeno coll'*Julus pulchellus* di Leach, essendo questi due ultimi identici tra loro; e ciò per le seguenti ragioni: perchè il *pulchellus* di Koch porta gli occhi, come si è detto, mentre il *guttulatus* è del tutto cieco; perchè le antenne in questo sono lunghe due volte l'altezza del corpo, nel primo di poco più lunghe; perchè il primo segmento, ai fianchi, è più o meno pronunciato e striato nel *guttulatus,* e nel *pulchellus* è assai pronunciato e striato; perchè nell'uno le strie longitudinali verso gli stigmi, non invadono,

alcune, la porzione posteriore dei segmenti, e sono complete nell'ultimo; perchè nel *guttulatus* gli stigmi sono posti sulla linea mediana della porzione posteriore dei segmenti, e stanno molto avanti alla linea mediana nel *pulchellus;* perchè infine, oltre a qualche altro carattere di minor entità, le zampe sono molto più brevi nel *pulchellus*. Il Koch dunque quando fonde insieme il suo *pulchellus* col *guttulatus* di Fabricius (*System der Myriapoden* p. 117), a mio credere cade in errore. Il Gervais avea già messo fuori questo dubbio (*Hist. nat. des Ins.*, *Aptères* IV p. 201), ed il Meinert (*Danmarks Chilognather* p. 20), vuol sciogliere tale equivoco ribattezzando, col nome specifico di *venustus,* l'individuo illustrato dal Koch. Se il riformare la specie in discorso era pur necessario, il Meinert, in omaggio alle leggi di priorità, non poteva chiamarla altrimenti che *B. pulchellus*. La sinonimia di questo deve essere quindi così definita:

Blaniulus pulchellus Koch.

Koch, *Crust., Myr. u. Arachn. Deutschl.*, fasc. 22. f. 13 (*Julus pulchellus*). — id., *Syst. der Myriapoden* p. 117 (*Blaniulus guttulatus*, ad partem). — id., *Die Myriapoden,* II 89, t. 104 f. 211 (*Blaniulus guttulatus*, ad partem). — Menge, *Myr. der Umg. von Danzig.* Neueste Schrift der Natur. Gesellschaft, viert. Band, p. 7 (*Nopoiulus punctulatus*). — v. Porath, *Sveriges Myriap.*, *Diplopoda*, p. 32 (*Blaniulus fuscus*). — id., *Zool. Resa* etc., p. 649 (*Blaniulus venustus*). — Meinert, *Danmarks Chilognather* p. 20 (*Blaniulus venustus*). — Eisen och Stuxberg, *Bidr. t. Kännedomen om Gotska Sandön.* p. 378 (*Blaniulus fuscus*). — Stuxberg, *Sveriges Chilognather*, p. 904 (*Blaniulus venustus*).

Lithobius cavernicolus — (sottogen. *Archilithobius* Stuxberg).

Il colore del corpo è marrone bianchiccio, uniformemente distribuito su tutto il corpo. — La testa è rettilinea anteriormente, così posteriormente, ma in modo meno deciso; vi si scorgono delle rugosità disposte senz'ordine alla superficie, alcune delle quali sono minori, altre maggiori. — Le antenne non si toccano alla loro base; esse sono relativamente lunghe, raggiungono più che metà della lunghezza del corpo; sono tutte coperte di fitta peluria. — Mancano gli occelli. — Le piastre dorsali maggiori s'alternano colle minori, meno che tra la quarta e la quinta delle prime. Nessuna porta dentelli pronunciati ed è quindi, la specie, da riferirsi al sottogenere *Archilithobius* di Stuxberg. — I denti labbiali sono in numero di otto, piccolissimi, neri. Avrei osservato che quelli del lato sinistro sono meno robusti che quelli del lato destro. — Le zampe, lunghe e gracili, vanno provviste di spine ben meno robuste che nelle altre specie di *Lithobii* in generale. In uno dei due individui che ho esaminato, le cinque paja anteriori presentavano un colorito azzurrognolo.

Questa specie fu raccolta dal cav. De la Brûlerie nelle grotte d'Aulus, d'Aubert e Moulis (Ariége).

Lunghezza del corpo mill. 12. Larghezza mill. 2.

Lithobius speluncarum — (sottogen. *Lithobius* Stuxberg).

Il colore generale di questa specie è giallastro; meno che il corpo lo sono le zampe; la testa è rossigna e la stessa tinta, ma molto meno intensa, vedesi anche sugli ultimi segmenti del corpo; il labbro inferiore è più sbiadito che il resto del capo. —

La testa è arrotondata all'avanti. — Le antenne sono robuste, non villose. — Tra il quarto ed il quinto degli scudi dorsali maggiori non havvi traccia del secondario. Di questi, quelli del numero 9, 11 e 13 hanno dentelli; e le coscie delle zampe delle paja 12, 13, 14, 15 portano pori; perciò il *L. speluncarum* appartiene al sottogenere *Lithobius* di Stuxberg. — Esiste un solo rudimento degli occelli; vedonsene quattro o cinque, piccolissimi, lungo il margine esterno della testa.

Questo *Lithobius* non può essere confuso coll'altra mia specie *cavernicolus*, non solo pella mancanza di occelli in quest'ultima e rudimentalità nel *L. speluncarum*, ma questa altresì porta soli quattro denti sul labbro inferiore mentre nell'altra sono otto; perchè l'una è un vero *Lithobius* e l'altra è da riferirsi agli *Archilithobius*; finalmente le antenne non sono in entrambe villose e, se si vuol accordare una qualche importanza al colorito, esso è giallastro sul corpo e sulla testa, rossigno nella prima, marrone sbiadito nella seconda.

Fu scoperto dal cav. De la Brûlerie nelle grotte d'Aubert e Moulis (Ariége).

Lunghezza del corpo mill. 11. Larghezza mill. 1 ½.

Lithobius pleonops Menge — (sottogen. *Lithobius* Stuxberg).

Menge, *Myriap. der Umgegend von Danzig.* Neueste Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig. IV Band, 1851, p. 11, f. 8-19.

Ho creduto che due *Lithobii*, trovati dal cav. De la Brûlerie nella grotta *de le Quère* (Ariége), appartengano a questa specie di Menge, sebbene non concordi esattamente il numero degli occhi. Ma se ben si guarda alle figure, ciò che ricorda anche nella descrizione, si può capacitarsi di leggeri che lo si può fare senza tema di dimenticare troppo facilmente un carattere che ha un certo valore specifico. Diffatti, nelle figure 10, 11, 12, 13, furono illustrati gli occelli, che sommano a sette nella prima, quattordici nella seconda, dieci nella terza e tre nell'ultima; e nella diagnosi accenna ad un giovane esemplare che ne aveva dodici e ad un altro con sei sole paja di zampe che ne portava tre. I miei due individui ne mostrano dodici, piccolissimi, uno maggiore degli altri, disposti senza un ordine preciso e quasi appena rilevabili.

Meglio concordanti sono gli altri caratteri di cui Menge fa cenno. I denti labiali sono quattro per ciascuna metà del labbro inferiore, lunghi e diritti; ed il labbro stesso non è largo alla sua estremità anteriore, ma gli otto denti ne occupano, quasi per intero, l'estensione. — La testa è bensì di forma ovale, ma troncata in linea retta davanti. Qualche fossetta, non tanto evidente, la si scorge, quà e là, sulla di lei superficie. — Le antenne sono lunghissime, raggiungono circa metà della lunghezza del corpo; esse sono ricche di minutissimi peli e, mentre mantengono il colorito del corpo, al loro apice si fanno gialle rossastre. — Degli scudi dorsali, gli accessori sono ben poco manifesti. Tra il primo ed il secondo, tra questo ed il terzo, tra il terzo ed il quarto dei maggiori, essi si fanno vedere privi di dentelli. Manca il segmento secondario tra il quarto ed il quinto dei primarî. Tra il quinto ed il sesto di questi, il minore è meglio sviluppato e dentellato; lo si vede anche tra il sesto ed il settimo, tra quest'ultimo e l'ottavo, sempre dentellati, sebbene quasi del tutto coperti. Appartiene quindi, il *Lithobius pleonops* di Menge, al sottogenere *Lithobius* di Stuxberg,

perchè oltre ad avere gli scudi dorsali dei numeri 9, 11, 13, dentellati, tiene pori alle coscie delle paja di zampe dei numeri 12, 13, 14, 15. — Il colore generale del corpo è marrone oscuro, uniformemente distribuito, eccetto che sulle zampe le quali sono alquanto più sbiadite; queste sono fornite di solide spine ed hanno dei peli. I piedi mascellari e la faccia inferiore del corpo sono gialli rossastri.

Menge ha descritto oltre questa, un'altra specie di *Lithobius* (*octops*), che le è affine, ma il solco che divide longitudinalmente il labbro inferiore, nel *pleonops*, è assai più largo, e i suoi margini descrivono una curva nel mezzo, mentre nel primo corre diritto.

Lunghezza del corpo mill. 15. Larghezza mill. 2 ½.

Geofilus flavus De Géer.

De Géer, Ins. 7., p. 561, n. 2., t. 35 f. 17 *(Scolopendra flava).* — Leach, Trans. Linn. Soc., London, XI p. 386 *(Geophilus longicornis).* — id., Trans. Linn. Soc., London, XI p. 384 *(Geophilus carpophagus).* — id., *Zool. Miscell.*, T. III p. 45, t. 140 f. 3-6 *(Geophilus longicornis).* — C. L. Koch, *Crust., Myr. u. Arachn. Deutschl.*, fasc. 9. f. 5 *(Geophilus longicornis).* — id., *Crust., Myr. u. Arachn. Deutschl.*, fasc. 22 f. 1 *(Geophilus hortensis).* — id., *System der Myriapoden* p. 186 *(Geophilus longicornis).* — id., *Die Myriapoden*, I 27, t. 12. f. 23 *(Geophilus longicornis).* — Gervais, Ann. sc. nat., II série, T. VII, p. 52. *(Geophilus electricus).* — id., *Hist. nat. des Ins., Aptères*, IV, p. 313, t. 39. f. 4. *(Geophilus longicornis).* — id., *Hist. nat. des Ins., Aptères*, IV, p. 314. *(Geophilus similis).* — id., *Hist. nat. des Ins., Aptères*, IV, p. 317. *(Geophilus carpophagus).* — Newport, Proceed. Zool. Soc., London, p. 180 *(Necrophlaeophagus longicornis).* — id., Trans. Linn. Soc., London, XIX p. 430, t. 32. f. 3, 18, 19. *(Arthronomalus longicornis).* — id., Trans. Linn. Soc., London, XIX p. 432. *(Arthronomalus carpophagus).* — id., Trans. Linn. Soc., London, XIX p. 432. *(Arthronomalus similis).* — id., *Cat. of the Myr., p.* 83. — Palmberg., *Bidrag t. Känned. om Sveriges Myriap., Ordn. Chilopoda*, pag. 36 *(Geophilus longicornis).* — Meinert, Naturhist. Tidsskrift, 3 R., Bd. 4, p. 91. *(Geophilus longicornis).* — v. Porath, Öfversigt af. K. Vetensk. Akad., Förhandlingar, 26. p. 643. *(Geophilus longicornis).* — Stuxberg, *Bidrag till Skandinaviens Myriapodologi. Sveriges Chilopoder*, p. 508. Öfv. af. K. Vet. Akad. Fhndl. 1871. n. 4. *(Geophilus flavus).* — Fanzago, *Miriapodi della Calabria*, p. 61. *(Geophilus longicornis).*

Maschio. Ho esaminato un solo individuo raccolto dal cav. De la Brûlerie nella caverna d'*Aulus* (Ariége), ma che rappresenta il vero tipo di questa specie.

Il colore del corpo è giallo rossiccio, eccettuata la testa che è di colore più intenso. — Le appendici anali sono lunghe, sottili, alquanto pelose; il loro primo articolo porta delle fossette in numero di dieci, o dodici, per ciascuno, alla faccia inferiore. — L'uncino terminale delle stesse è abbastanza robusto, il quale nella femmina è assai meno pronunciato. — La testa è piuttosto larga, rotondeggiante al suo margine anteriore, rettilinea al posteriore, fornita di alcuni peli alla superficie, i quali invadono anche i piedi mascellari. Questi sono robusti, il loro articolo ungueale è nero; ed al lato esterno dello stesso scorgesi un dente ed un tubercolo, pure neri. Al margine anteriore del loro articolo basillare esiste una macchia nera. — Il labbro inferiore è profondamente incavato; questo solco si continua sino alla metà dello stesso, espandendosi alquanto. — Le antenne sono lunghe un pò più che tre volte la lunghezza

del capo; fornite di piccoli e fitti peli. — Il corpo è pure provvisto di peluria, spesseggiante più lungo i margini dei segmenti, che, in questo esemplare, sommano a 54.

Lunghezza del corpo mill. 36. Larghezza mill. 3.

Polyxenus lagurus Linneo.

Linneo, *Fauna Suecica*. 501. (*Scolopendra lagura*). — id., *Syst. Nat.*, ed. X, T. I, pag. 637. (*Scolopendra lagura*). — De Géer, *Mém. pour servir à l'hist. des Ins.*, T. VII, pag. 572 tav. 36 fig. 1-8. (*Julus penicillatus*). — Geoffroy, *Insectes*, T. II. pag. 227. tav. 22 f. 4. — Guérin, *Iconogr. du règn. anim. de Cuvier.*, Ins., tav. 1 f. 5. — Olivier, *Encycl. meth. Ins.* T. VII, pag. 417. — Latreille, *Hist. nat. des Crust. et Ins.*, T. VII, pag. 82. (*Polyxenus lagurus*). — Leach, *Zool. Miscell.*, T. III, pag. 38, tav. 135 B. — Brandt, Bull. nat. de Moscou, T. VI, p. 270. — Risso *Hist. nat. Eur. mérid.*, V, pag. 152, n. 11. — Koch, *Crust., Myr. u. Arachn. Deutschl.*, fasc. 40 fig. 1. — id., *System der Myriapoden*, pag. 87. — id., *Die Miriapoden*, I 106, tav. 42 f. 95. — Gervais, Ann. sc. nat., II série, T. VII, pag. 41 e 54. — id., *Atlas de Zool.*, tav. 55 fig. 6. — id., *Hist. nat. des Ins.*, *Aptères*, T. IV, pag. 63, tav. 45 f. 1. — Chenu, *Encycl. d'Hist. nat.* ecc., *Annelès*, pag. 261, pl. 33, f. 2. — Menge, *Myr. der Umgegend von Danzig*. pag. 3. — v. Porath, *Sveriges Miriap.*, *Diplopoda*. pag. 15. — id., *Zool. Resa etc.*, pag. 649. — Meinert, *Danmarks Chilognather*, pag. 31. — Stuxberg, *Sveriges Chilop.* pag. 913. — Fanzago, *Miriap. della Calabria*, pag. 15. — id., *Chilognati italiani pag.* 13.

Un esemplare raccolto dal sig. E. Simon nella caverna di *St. Vincent* a Mélau (Basse Alpi), è tutto bianco. È noto che il *Polyxenus lagurus*, come lo si trova comunemente sotto alle scorze dei nostri alberi e sotto alle pietre, è d'un colore giallastro, con una fascia nera rossastra che ne percorre longitudinalmente il dorso, mai interrotta nel suo corso, solo alquanto più sbiadita all'avanti; e con due altre fascie, una in ciascun fianco, più larghe della precedente, più che tutto posteriormente, non continue, ma risultanti dall'unione di tante macchie, quanti sono gli anelli del corpo. Contuttociò io non ritengo che il mio *Polyxenus* costituisca una specie a parte: attribuisco alla vita cavernicola la scomparsa completa delle tre fascie dorsali; tanto più che ad Arena, in Calabria, io ne ho trovato un altro, molto profondamente frugando nella terra, sotto ai sassi, il quale presentava lo stesso colorito. Ne stabilisco invece una varietà che chiamo *albus*.

Ogni segmento porta ai suoi lati un ciuffo di peli pennato-clavati, divergenti; e una doppia serie verso il margine posteriore i quali, giunti dietro il suddetto ciuffo, si espandono a ventaglio. Sul primo anello, questi peli sono disposti elitticamente. Sull'ultimo, al suo margine posteriore, trovansi due fasci di detti peli, tra cui alcuni, in minor numero, vincenti li altri in lunghezza; questi non sono divergenti. Lungo il margine della fronte esiste anche una serie degli stessi peli, i quali sono sempre bianchi.

Lunghezza del corpo mill. 5.

La durata della vitalità della macula germinativa.

Nota del dott. GIUSEPPE COLASANTI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia

nella seduta del 4 giugno 1876.

(Lavoro eseguito nel Laboratorio di Anatomia e Fisiologia comparata
della R. Università di Roma. VII).

La questione della vitalità dei germi, che sono destinati alla propagazione delle specie organiche, ha sotto ogni rapporto per la storia naturale un grande e generale interesse. Un fatto che desta molta meraviglia è che, mentre i botanici (fra i quali giova notare De Saussure, Tittmann, A. v. Humboldt, il conte Sternberg, Schleiden, Cohn, Baxter) hanno fatto soggetto di speciali ed esatte ricerche, la vitalità dei semi vegetali, e le varie circostanze le quali possono su essa esercitare una influenza qualunque sì favorevole come contraria, la Fisiologia è priva affatto di dati sulla vitalità dei germi animali.

Per persuadersi di quest' ultimo asserto, basta leggere il paragrafo 330 della grande Fisiologia del Burdach. In questo capitolo nel quale l' autore tratta della facoltà germinativa « facultas germinativa », si è sorpresi spiacevolmente dalla indeterminatezza dei dati che si riferiscono ai germi del regno animale, la quale forma uno spiccato contrasto con le esatte e numerose determinazioni di tempo, che furono dai cultori della Fisiologia-botanica stabilite per i vegetali.

Il Burdach nel trattare la questione dei germi animali si mantiene esclusivamente nella sfera delle osservazioni generali. « Gli uccelli, egli dice, incominciano a covare « soltanto quando essi hanno terminato di deporre il numero completo di tutte « quelle uova mature, le quali appartengono alla stessa covata; cosicchè l'uovo che « per il primo fu deposto, deve ritenere la propria facoltà germinativa fino al giorno « nel quale è covato, unitamente agli altri che furono deposti per ultimi. Le uova « di molti animali, quelle delle farfalle p. e., vengono deposte in una stagione nella « quale non possono svilupparsi, ma hanno in sè la qualità di rattenere la capacità « di sviluppo, fino alla prossima e favorevole stagione. All'opposto vi sono alcune « uova le quali vengono deposte in un tempo nel quale esistono tutte le condizioni « favorevoli per il loro sviluppo, p. e. quelle delle rane; queste non possiedono la « facoltà di protrarre il loro sviluppo ad una più lunga durata, e ciò perchè esse « non ne hanno bisogno ».

Oltre queste notizie di carattere molto generale, il Burdach cita una osservazione particolare dell' inglese Dwight [1], che pretende di aver veduto un insetto

[1] Frorieps Notizen VII p. 194.

sviluppatosi da un uovo, il quale, da ottanta anni racchiuso in un tronco d'albero, si schiuse appena fu posto a contatto dell'aria ed alla presenza della luce.

Quantunque siano trascorsi già quasi quarant'anni dacchè venne pubblicata l'Enciclopedia di Burdach, pure per nulla hanno cambiato e progredito, su questo argomento, le conoscenze dei fisiologi. Fino ad oggi non vennero intraprese delle particolari ricerche scientifiche per determinare la durata della vitalità della macula germinativa, mentre non si sono mai stancati i botanici di far tali ricerche sopra i germi del regno vegetale. Neanco in quei casi, nei quali la determinazione esatta della durata della vitalità dei germi avrebbe avuto una grande importanza pratica, fu da alcuno intrapresa una serie adatta di ricerche scientifiche. Un tale caso molto ovvio, è quello dell'uovo di pollo. Però nè gli embriologi, pei quali la soluzione del problema sarebbe riuscita molto interessante, e nello stesso tempo molto ovvia in occasione delle loro ricerche sullo sviluppo con la covatura artificiale, nè coloro ai quali una tale questione interesserebbe molto dal punto di vista puramente pratico ed economico, hanno cercato di determinare il tempo durante il quale nei germi dell'uovo di pollo perdura la facoltà di svilupparsi; cosicchè, nè gli uni scientificamente, nè gli altri empiricamente, hanno fornito alla scienza ed all'arte dati precisi e determinati sulla durata della vitalità.

Il solo, che con qualche esattezza ha studiato l'argomento che ci occupa, fu il Réaumur [1] il quale nel suo trattato sulla covatura artificiale accenna alla soluzione della questione sulla durata della vitalità. Il libro del Réaumur sembra che sia stato ignorato non solo da Burdach, ma ancora dalla maggioranza degli embriologi, come del pari restò ignoto a noi che avemmo l'opportunità di conoscerlo solo dopo avere completamente portate a termine le nostre ricerche. Anche il Réaumur, però si è limitato ad osservazioni molto generali; egli fece conoscere che ad ottenere un buon successo nelle covature artificiali debbono essere impiegate uova non molto vecchie, cioè di fresco deposte dalla gallina: stabilì come estremo termine che nell'estate le uova non devono avere più di tre settimane, e che in inverno possono avere di più. Con lo stabilire queste date il Réaumur contradice le osservazioni di Plinio [2], il quale afferma che per ottenere un buon risultato nella covatura è molto meglio usare uova alquanto vecchie, cioè che da dieci giorni furono deposte. « Ova incubari intra decem dies edita utilissimum: vetera aut recentiora infecunda ». Anzi il Réaumur istesso ha trovato che il risultato della covatura è tanto più favorevole ad un buon sviluppo, quanto più le uova sono recentemente deposte. Qualche cosa di simile a quello che rinviensi nel libro del Réaumur, trovasi anco accennato nei più recenti trattati di pollicoltura. Infatti in questi manuali d'istruzioni per l'allevamento dei polli, non si rinvengono dati precisi che denotino il tempo più o meno lungo entro il quale i germi delle uova conservano la facoltà di dare sviluppo ad un embrione; ma

[1] *Art de faire éclore et d'élever en toute saison des oiseaux domestiques de toutes espèces, soit par le moyen de la chaleur du fumier, soit par le moyen du feu ordinaire.* Paris, 1751. 8° Vol. II éd. 2e.

[2] *Histor. natur.* Lib. X c. LXXV.

in ognuno di questi è empiricamente ripetuta l'antica e conosciuta sentenza, che le uova fresche riescono le migliori per esser covate, e nulla di più aggiungono (¹).

Riesce peraltro molto facile e semplice di sciogliere la questione della durata della vitalità della macula, se si ha a propria disposizione un pollajo ed una stufa da covare.

Si raccolgono diligentemente ogni giorno le uova che vengono deposte dalle galline, si contrasegnano con un numero d'ordine e con la data, quindi conservansi in un ambiente a temperatura possibilmente costante. Trascorso un intervallo di tempo più o meno lungo dalla loro raccolta (nelle nostre esperienze trascorsero cinquanta giorni) si pone contemporaneamente nella stufa da covare (alla temperatura di 36 gradi Celsius) una considerevole quantità di uova conservate e contrasegnate: dopo una o due settimane si interrompe la covatura e le uova tutte vengono diligentemente aperte ed esaminate. In quest'esame si tiene esatto calcolo di quelle che si svilupparono, come ancora di quelle che non dettero luogo ad alcuno sviluppo.

Nella tabella che qui appresso viene riportata, senza bisogno di ulteriori e particolari spiegazioni, si può vedere l'assieme del risultato delle nostre esperienze in un modo molto facile e chiaro.

(¹) Per avvalorare quanto è stato detto nel testo è utile riportare integralmente quanto si trova in due dei più moderni trattati sull'allevamento dei polli.

L. Wright (*The practical poultry keeper*, seventh edition. London, s. a. p. 34) scrive: « Eggs « have been known to hatch when two months old, or even more; but we would never ourselves « set, from choice, any egg which had been laid more than a fortnight; and after a month, or less, « it is useless trouble. Fresh eggs, if all be well, hatch out in good time, and the chicks are strong « and lively; the stale ones always hatch last, being perhaps as much as two days later than new- « laid, and the chickens are often too weak to break the shell. We have also invariably noticed, « when compelled to take a portion of stale eggs to make up a sitting, that even when such eggs « have hatched, the subsequent deaths have principally occurred in this portion of the brood; but « that if none of the eggs were more than four or five days old, they not only hatched nearly « every one, and within an hour or two of each other, but the losses in any ordinary season were « very few ».

Ed il professore Antonio Selmi nel suo libro (*Il pollaio, ossia l'industria dei volatili da cortile.* Milano, 1876 pag. 83) dice: « Le uova buone sono sempre quelle che non abbiano oltrepassati i quin- « dici giorni dacchè furono deposte, essendo dimostrato dall'esperienza e da un lungo numero di « osservazioni, che le uova invecchiate e feconde stentano di più a schiudersi qualora abbiano oltre- « passata quell'età ».

NUM. D'ORDINE	GIORNO NEL QUALE LE UOVA FURONO			PERMANENZA nella stufa	Differenza di tempo tra il giorno che l'ovo fu deposto e quello nel quale fu messo in stufa.	RISULTATI
	deposte	messe in stufa	esaminate			
1	5 Febbr.	13 Febbr.	21 Febbr.	8 giorni	8 giorni	Sviluppo normale
2	»	»	»	»	8 »	Id. id.
3	4 »	»	»	»	9 »	Sviluppo normale, mancanza del pigmento della retina
4	4 »	»	»	»	9 »	Sviluppo normale, embrione alquanto piccolo
5	3 »	»	»	»	10 »	Id. id.
6	3 »	»	»	»	10 »	Id. id.
7	2 »	»	»	»	11 »	Id. id.
8	2 »	»	»	»	11 »	Svilpppo normale, embrione sensibilmente piccolo
9	1 »	»	»	»	12 »	Id. id.
10	1 »	»	»	»	12 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'arca dei vasi
11	31 Genn.	»	»	»	13 »	Sviluppo normale
12	31 »	»	»	»	13 »	Mancanza di sviluppo
13	30 »	»	»	»	14 »	Sviluppo normale
14	30 »	»	»	»	14 »	Mancanza di sviluppo
15	29 »	»	»	»	15 »	Sviluppo normale
16	29 »	»	»	»	15 »	Id. id.
17	28 »	»	»	»	16 »	Id. id.
18	28 »	»	»	»	16 »	Sviluppo normale, embrione molto piccolo
19	27 »	»	»	»	17 »	Id. id.
20	27 »	»	»	»	17 »	Id. id.
21	26 »	»	»	»	18 »	Id. id.
22	26 »	»	»	»	18 »	Id. id.
23	25 »	»	»	»	19 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
24	25 »	»	»	»	19 »	Sviluppo normale
25	24 »	»	»	»	20 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
26	24 »	»	»	»	20 »	Sviluppo normale
27	23 »	»	»	»	21 »	Sviluppo normale, embrione sensibilmente piccolo
28	23 »	»	»	»	21 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
29	22 »	»	»	»	22 »	Mancanza di sviluppo
30	22 »	»	»	»	22 »	Sviluppo normale, embrione alquanto piccolo
31	21 »	»	»	»	23 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
32	21 »	»	»	»	23 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
33	20 »	»	»	»	24 »	Mancanza di sviluppo
34	20 »	»	»	»	24 »	Sviluppo normale
35	19 »	»	»	»	25 »	Id. id.
36	19 »	»	»	»	25 »	Id. id.
37	18 »	»	»	»	26 »	Mancanza di sviluppo
38	18 »	»	»	»	26 »	Id. id.
39	17 »	»	»	»	27 »	Sviluppo normale
40	17 »	»	»	»	27 »	Mancanza di sviluppo
41	16 »	»	»	»	28 »	Sviluppo normale, embrione sensibilmente piccolo
42	16 »	»	»	»	28 »	Id. id.
43	15 Febbr.	15 Marzo	30 Marzo	14 giorni	29 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
44	15 »	»	»	»	29 »	Embrione di otto giorni, morto
45	14 »	»	»	»	30 »	Mancanza di sviluppo
46	14 »	»	»	»	30 »	Arresto di sviluppo dopo la formozione dell'area dei vasi
47	13 »	»	»	»	31 »	Embrione di otto giorni, morto
48	13 »	»	»	»	31 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
49	12 »	»	»	»	32 »	Embrione di dieci giorni, morto
50	12 »	»	»	»	32 »	Embrione di cinque giorni, morto
51	11 »	»	»	»	33 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
52	11 »	»	»	»	33 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
53	10 »	»	»	»	34 »	Sviluppo normale
54	10 »	»	»	»	34 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'arca dei vasi
55	9 »	»	»	»	35 »	Embrione di sette giorni, morto
56	9 »	»	»	»	35 »	Id. id.
57	8 »	»	»	»	36 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
58	8 »	»	»	»	36 »	Embrione di quattro giorni, morto
59	7 »	»	»	»	37 »	Mancanza di sviluppo

NUM. D'ORDINE	GIORNO NEL QUALE LE UOVA FURONO			PERMANENZA nella stufa	Differenza di tempo tra il giorno che l'ovo fu deposto e quello nel quale fu messo in stufa.	RISULTATI
	deposte	messe in stufa	esaminate			
60	7 Febbr.	15 Marzo	30 Marzo	14 giorni	37 giorni	Mancanza di sviluppo
61	6 »	»	»	»	38 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
62	6 »	»	»	»	38 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
63	21 Febbr.	31 Marzo	8 Aprile	8 giorni	39 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
64	21 »	»	»	»	39 »	Mancanza di sviluppo
65	20 »	»	»	»	40 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
66	20 »	»	»	»	40 »	Mancanza di sviluppo
67	19 »	»	»	»	41 »	Id. id.
68	19 »	»	»	»	41 »	Id. id.
69	18 »	»	»	»	42 »	Id. id.
70	18 »	»	»	»	42 »	Arresto di sviluppo dopo la formazione dell'area dei vasi
71	17 »	»	»	»	43 »	Mancanza di sviluppo
72	17 »	»	»	»	43 »	Id. id.
73	16 »	»	»	»	44 »	Id. id.
74	16 »	»	»	»	44 »	Id. id.
75	27 Febbr.	13 Aprile	23 Aprile	10 giorni	45 »	Id. id.
76	27 »	»	»	»	45 »	Id. id.
77	26 »	»	»	»	46 »	Embrione di otto giorni, morto
78	26 »	»	»	»	46 »	Mancanza di sviluppo
79	25 »	»	»	»	47 »	Id, id.
80	25 »	»	»	»	47 »	Id. id.
81	24 »	»	»	»	48 »	Id. id.
82	24 »	»	»	»	48 »	Id. id.
83	23 »	»	»	»	49 »	Embrione di quattro giorni, morto
84	23 »	»	»	»	49 »	Mancanza di sviluppo
85	22 »	»	»	»	50 »	Id. id.
86	22 »	»	»	»	50 »	Id. id.

Nota. — Le macule germinative vecchie e non sviluppate, che appartengono ad uova non recentemente deposte, macroscopicamente differiscono dalle macule germinative fresche, appartenenti ad uova di recente deposte. Questa marcata differenza macroscopica poggia sul fatto, che mentre le macule germinative vecchie mostrano una limitazione netta, le macule germinative fresche mostrano un contorno sfumato. Le prime, cioè le macule germinative vecchie, appaiono come piccoli bottoni bianco-perlacei, alquanto risplendenti, lievemente rilevati, che per un contorno marcatissimo staccano dal fondo giallo dal torlo dell'uovo, mentre all'opposto le macule germinative fresche si presentano alquanto più schiacciate, lievemente opache, non limitate da un contorno netto, ma da lievi sfumature, che loro impediscono di spiccare dalla massa gialla del torlo d'uovo che le circonda. La sostanza bianco-perlacea delle macule germinative fresche passa insensibilmente dai suoi margini sfumati, nella sostanza gialla che forma la massa del torlo dell'uovo, senza potere con precisione e nettezza stabilire un limite dove finisce l'una, per incominciare l'altra.

Quantunque le differenze fra le macule germinative fresche e le macule germinative vecchie abbiano macroscopicamente un carattere così spiccato, pure non siamo potuti riuscire a rinvenire microscopicamente differenze egualmente evidenti e caratteristiche, nei singoli elementi istologici che entrano a far parte della struttura anatomica della macula germinativa dell'uovo di pollo. L'esame microscopico di questi elementi cellulari dà in genere l'impressione come se i granuli risplendenti e grassi che formano il contenuto delle cellule germinative fresche, siano più grandi di quelli che formano il contenuto di cellule germinative vecchie. Gli elementi cellulari che compongono le macule germinative di uova non recentemente deposte appariscono sempre più finamente granulati, di quelli delle uova di fresco deposte. Una tale differenza però è poco sensibile e marcata, e quantunque sembri costante, pure non ci autorizza ad ammettere una vera degenerazione grassa degli elementi anatomici che compongono la macula germinativa. Sì delle ragioni delle differenze macroscopiche sul più o meno grande diametro dei granuli risplendenti e grassi fra le macule vecchie e giovani, come sulle ragioni delle differenze dei contorni o netti, o sfumati ed indistinti, noi non possiamo dire nulla di preciso.

Per decidere una tale questione sarebbe stato ovvio il prendere macule germinative giovani cioè fresche, e vecchie, indurarle con il liquido di Mueller, per farne tante sezioni e studiarle d'avvicino. Questo studio però ci avrebbe inevitabilmente trascinati nel campo vasto della questione sulla struttura primordiale della macula germinativa delle uova di gallina. Entrare in quest' argomento non ci sembrò opportuno, perchè ci avrebbe condotti troppo lungi dallo scopo che ci siamo prefissi di raggiungere con la presente contribuzione allo studio della vitalità della macula germinativa.

Dall'assieme delle sopra esposte ricerche risulta, per la teoria dello sviluppo, una grande ed importante verità, cioè: che la facoltà riproduttiva di un germe rappresenta una funzione continua nella successione del tempo, la quale non si spegne ad un tratto od istantaneamente, ma gradatamente va decrescendo dal suo maximum fino a zero. Le macule germinative non perdono in un momento, in un istante dato e determinato, la loro speciale e propria facoltà di produrre un nuovo organismo, ma questa facoltà, e la somma delle forze riproduttrici latenti che esse possiedono, continuamente decrescono con il trascorrere successivo del tempo.

Esiste un primo stadio, nel quale le macule germinative sono ancora in possesso del loro pieno vigore, della loro completa capacità vitale, stadio nel quale una macula può nel suo complesso portare a maturità fisiologica lo sviluppo di un nuovo organismo; ed un secondo stadio, nel quale lo sviluppo di un nuovo organismo può venire iniziato, ma non può raggiungere la sua perfettibilità, la sua maturità fisiologica, e ciò perchè nella macula germinativa è già andata in parte perdendosi la capacità germinativa.

Dopo questo secondo stadio, si vede che la somma delle forze riproduttive latenti accumulate in una macula germinativa va continuamente scemando, e che queste forze vanno illanguidendosi e perdendosi. Accade finalmente che la somma delle forze riproduttive latenti si spegne completamente, e scompare anco la possibilità di uno sviluppo rudimentario.

Nel caso speciale della durata della vitalità della macula germinativa dell'uovo di pollo si è potuto constatare che nei primi dieciotto giorni, dopo che l'uovo fu deposto, ha luogo quasi regolarmente un normale sviluppo; ciò che vuol dire che la macula germinativa fino alla età di dieciotto giorni conserva in sè tutte le forze sufficienti per dare sviluppo ad un embrione fino alla perfetta maturità fisiologica.

Trascorso questo primo periodo, non poche macule germinative ritengono questa capacità di sviluppo per un tempo più o meno lungo, ma a grado a grado, come bene si vede nella nostra tabella, aumentano i casi nei quali si constata uno sviluppo embrionale incompleto. Entro il periodo dai dieciotto ai ventotto giorni, una sola metà d'embrioni ebbe uno sviluppo normale, mentre nell'altra metà la macula germinativa ha dato luogo solo ad uno sviluppo incompleto.

Dopo ventotto giorni lo sviluppo normale trovasi una sol volta. Dopo il quarantesimo giorno spariscono completamente non solo gli sviluppi incompleti, ma anche i conati di sviluppo e la macula germinativa resta inerte ed in uno stato d'immobilità assoluta.

Questi risultati possono essere riuniti e considerati nel modo seguente: le uova di pollo vengono covate con regolare e costante successo fino al termine della terza settimana dopo che furono deposte; alla quarta settimana una sola metà delle uova covate mostra uno sviluppo normale [1], ed è una grandissima eccezione lo sviluppo

[1] Come normali, noi caratterizziamo in questo caso, tutte quelle uova nelle quali l'embrione nè era morto, nè deperito, nè restato indietro nello sviluppo comparativamente ad altri embrioni normali della medesima età. Con questo dire però non vogliamo naturalmente attribuire a tutti questi embrioni, caratterizzati come normali, la medesima e normale proporzione nella capacità di sviluppo

di un uovo che ha ventotto giorni. Tutte queste cifre hanno solo un valore relativo, e non un valore costante, perchè è facile il supporre, che sulla funzione della facoltà germinativa hanno una più o meno grande influenza molte e svariate circostanze esterne.

Fra queste diverse circostanze, tiene il primo posto la temperatura nella quale, avanti la covatura, vengono conservate le uova. È un fatto già da molto tempo noto agli empirici, che le temperature più basse hanno una favorevolissima influenza sulla conservazione degli elementi germinativi della macula. Ogni individuo che si occupa d' allevamento di polli e di produzione di uova, sa che queste si mantengono fresche, cioè buone per essere covate, per un tempo più lungo nell' inverno di quello che nell'estate. Anche Réaumur afferma che le uova si conservano più lungamente buone per lo sviluppo, nei mesi freddi e non nei caldi ([1]). Mentre così tutti sono d'accordo nel riconoscere una influenza dannosa delle elevate temperature sulla macula germinativa, noi da altra parte già dimostrammo, con una speciale serie di ricerche, che un abbassamento di temperatura, assai forte, viene sopportato senza verun danno dagli elementi anatomici della macula germinativa ([2]). Oltre alla temperatura assoluta, v' è un' altra circostanza che, a nostro avviso, ci sembra possa essere di una non minore influenza sullo sviluppo delle uova. Per conservare gli elementi della macula germinativa nel loro più grande vigore possibile, non fa bisogno di una bassa temperatura, ma è necessario, perchè i germi della macula non sciupino le loro forze riproduttrici, una temperatura possibilmente costante. Questa idea della costante temperatura, che ci si affacciò continuamente durante il corso delle nostre ricerche, e sempre con crescente insistenza, trova un forte appoggio negli esperimenti dei bachicultori. Infatti recentemente Teodoro Frizzoni ([3]), solerte cultore dell'industria bacologica, pubblicava negli Atti del Comizio Agrario di Bergamo una serie di osservazioni sulla buona influenza dello svernamento del seme dei bachi sulle alte Alpi. In questo lavoro l' autore si occupa, con esteso dettaglio, con ricche ed interessanti osservazioni, dei differenti risultati che si ottengono dal seme dei bachi svernato in Engadina e da quello che ha svernato in Lombardia. Dimostra con chiarezza ed evidenza la grande superiorità del seme svernato in Engadina su quello svernato in Lombardia; fa rilevare contemporaneamente l'influenza che hanno le oscillazioni di temperatura sul

e nella vigoria. Al contrario è probabile che la vitalità degli individui sviluppatisi da uova vecchie sia sotto la media normale. Infatti il Wright, nel suo manuale di allevamento dei polli rammenta, che i pulcini i quali nacquero da uova vecchie si sviluppano più lentamente di quelli nati da uova fresche, e che sovente sono troppo deboli per poter rompere il guscio. Il medesimo Wright ha anche osservato che i pulcini nati da uova vecchie danno un contingente di mortalità molto maggiore di quello che ordinariamente si verifica nei pulcini nati da uova di fresco deposte.

([1]) Nei mesi nei quali furono fatte le presenti ricerche, secondo le osservazioni meteorologiche del R. Osservatorio astronomico del Campidoglio, si ebbero le seguenti medie di temperatura: nel gennaio 7, 56 — nel febbraio 9, 79 — nel marzo 11, 9 — nell' aprile 15, 3.

([2]) Colasanti — *L'influenza dell'abbassamento di temperatura sullo sviluppo dell'uovo di gallina* — Atti della R. Accademia dei Lincei; Tomo II Serie 2ª.

([3]) *Cinque mesi sulle Alpi col seme dei bachi* — Bollettino del Comizio Agrario di Bergamo. Anno 1876, fasc. 2.°

seme dei bachi; constata con esatte osservazioni meteorologiche, che queste oscillazioni incominciando a farsi sensibili in Lombardia nel mese di marzo, il seme conservato, anche nelle migliori condizioni, in questa provincia, subisce delle speciali modificazioni che lo rendono meno buono, in rapporto alla produzione, di quello svernato sulle Alpi. Dalle esperienze del Frizzoni è provato indubitatamente che il seme che ha svernato nell'alta Engadina (metri 1750 sopra il livello del mare) ad una temperatura bassa e costante, è superiore a quello che ha subìto l'influenza delle oscillazioni di temperatura nelle pianure lombarde, e che il primo dà per risultato un prodotto più buono, più sicuro, più abbondante dell' altro conservato in Lombardia.

Avendo voluto cercare la ragione fisiologica della dannosa influenza che hanno le oscillazioni di temperatura sulla facoltà germinativa, crediamo si possa ritenere, che queste oscillazioni producono nelle cellule germinative della macula dei movimenti di sviluppo i quali, quando la temperatura si abbassa, devono essere turbati od interrotti. In queste alternative la macula spende la miglior parte delle sue forze latenti riproduttive in processi germinativi provvisori ed interrotti, e non ne conserva poi una quantità sufficiente per poter più tardi ricominciare un nuovo sviluppo e condurlo a maturità fisiologica.

NOTA SUPPLEMENTARE

Questa Nota era già completamente scritta quando ci capitò il libro di Panum ([1]), sulla formazione dei mostri, nel quale a pag. 20 si leggono le seguenti parole: « Herr D.r Poselger in Berlin hat, zufolge mündlicher Mittheilung, verschiedene « Versuche über das Conserviren der Eier für die Bebrütung angestellt. Nach ihm « vertragen die Eier selten mehr als 3 Wochen aufbewahrt zu werden, wenn die Be- « brütung Erfolg haben soll. In solchen älteren Eier beginnt die Entwickelung wohl « bisweilen, wird aber oft nicht beendigt, indem die Embryonen nur etwa 14 Tage « alt werden. Einige Hühnchen kamen freilich aus solchen älteren Eier hervor; die- « selben schienen ihm aber schwächlicher zu sein, als aus frischen Eiern. In Eiern, « welche über 4 Wochen alt waren, entwickelten sich die Hühnchen im Ei nie weiter « als etwa bis zum vierzehnten Tage; in keinem Falle kamen sie zum Auskriechen. « Die Eier verlieren hierbei immer mehr an Gewicht, und wenn dieses einen ge- « wissen Grad erreicht hat, ist die Entwickelung in den letzten Stadien unmöglich « geworden ».

Il Sig. Dott. Poselger mi ha oralmente comunicate alcune sue ricerche istituite sulla conservazione delle uova per la covatura. Secondo lui, le uova raramente possono essere conservate oltre le tre settimane allorchè devono essere covate con successo. Nelle uova così vecchie talvolta incomincia lo sviluppo, ma spesso non viene portato a termine, di modo che tali embrioni non addivengono più vecchi di 14 giorni. Pur tuttavia alcuni pulcini possono venir fuori da tali vecchie uova, questi

([1]) *Untersuchungen ueber die Entstehung der Missbildungen zunaechst in den Eiern der Voegel.* Berlin, 1860.

però gli apparivano deboli in proporzione di quelli nati da uova fresche. Nelle uova, le quali avevano più di quattro settimane, si sviluppavano pulcini fino al 14° giorno, in nessun caso arrivavano ad uscire dal guscio. Le uova, con questo, perdono sempre più del loro peso, e se questa perdita raggiunge un certo grado, riesce lo sviluppo negli ultimi stadî impossibile.

Quantunque il contenuto delle ricerche del D.r Poselger, nella parte essenziale, coincidano con il risultato delle nostre esperienze, pure abbiamo creduto opportuno di pubblicare anche questa nostra Nota e di non ritirare il manoscritto, già da più tempo consegnato all' Accademia, essendoci sembrato utile di sottoporre allo esame obbiettivo dei cultori di scienze naturali, le nostre osservazioni riunite in una sola tabella, dalla disposizione della quale crediamo sarà facile farne risultare, meglio di quello che può farsi da quanto ha detto Poselger ed esposto il Panum, l' importanza che hanno questi fatti per la fisiologia generale e per la teoria dell' evoluzione.

Studî di Cristallografia teorica.
Memoria di GUSTAVO UZIELLI presentata dal Socio E. BELTRAMI
nella seduta del 4 giugno 1876.

INTRODUZIONE

§ I. Lo studio della connessione dei diversi sistemi cristallini ha condotto il Bravais ([1]) a considerare i sistemi di molecole, da cui egli suppose costituiti i cristalli, come sovrapponibili.

Il Jordan ([2]) poi ha generalizzato i casi particolari considerati dal Bravais, ed ha risoluto il seguente problema di cui ha dato i due seguenti enunciati equivalenti:

1° *Formare tutti i gruppi possibili di movimenti.*

2° *Formare in tutti i modi possibili dei sistemi di molecole sovrapponibili ad essi stessi in diverse posizioni.*

Recentemente il Gadolin ([3]), il Sohncke ([4]) ed altri hanno ripreso i lavori del Bravais, sempre però ammettendo a priori che i poliedri cristallini fossero soggetti alle due leggi seguenti:

1° alla legge della razionalità di rapporti di rette;

2° alla legge della sovrapponibilità delle direzioni.

§ II. Le due leggi che precedono non servono a spiegare tutti i fenomeni dei corpi cristallini; l'emiedrìa per esempio non può essere spiegata geometricamente finchè si considerano i cristalli come formati da piani sottoposti soltanto alle due leggi su esposte. È necessario introdurre un'altra ipotesi che le abbracci tutte e che in sostanza deve condurre alla risoluzione del problema di meccanica equivalente al seguente:

Dati m *punti nello spazio, trovare le forze che essi devono esercitare gli uni sugli altri perchè nello stato di equilibrio le linee che uniscono* n *punti, essendo* $n < m$, *formino un poliedro includente gli* $m - n$ *punti restanti.*

Fin'ora tale problema ha resistito alle più insistenti indagini e quindi varî cristallografi, il Delafosse fra gli altri, hanno supposto:

1° che il cristallo fosse composto di molecole;

2° che le forme di queste molecole potessero essere diverse, ma risultare geometricamente simili i solidi da esse composti.

([1]) Bravais A. *Études cristallographiques*, Gauthiers-Villars, Paris 1866. Vol. I in 4.°

([2]) Jordan C. *Mémoire sur les groupes de mouvements*, Annali di Matematica Vol. II, 1868-69 p. 167.

([3]) Gadolin A. *Mémoire sur la déduction d'un seul principe de tous les systèmes cristallographiques.* Mémoires de la Société des sciences de Finlande, Anno 1867.

([4]) Sohncke L. *Die unbegrenzten regelmässigen Punktsysteme* ecc. Verh. d. Naturw. Ver. fasc. VII, Karlsruhe, 1876.

Con tale supposizione si credette poter spiegare tutte le anomalie che presentano i cristalli. Il Bravais, fra gli altri, ne trasse origine per classiche Memorie, ove mostrò che effettivamente da tali ipotesi potevansi dedurre le leggi cui sono soggetti i poliedri cristallini e spiegare in molti casi, se non in tutti, l'emiedrìa che essi presentano. Non sempre invero potevansi chiarire i fenomeni di dimorfismo, che necessariamente devono essere compatibili con l'ipotesi primitiva, se questa esprime la realtà delle cose. Il Sohncke però, considerando alcuni particolari sistemi di molecole, fra tutti quelli mostrati possibili dal Jordan, ne ha dedotto tutte le proprietà fondamentali geometriche dei solidi cristallini.

§ III. I lavori succitati e varî altri dello stesso genere hanno ammesso in generale le due leggi date al § 1. Ma in cristallografia come in altre scienze sovente avviene che le diverse ipotesi che si fanno non sono sempre indipendenti fra di loro; quindi è indispensabile di non enunciarne altre oltre quelle strettamente necessarie, trarne tutte le conseguenze possibili, non formularne di nuove se non quando la prima è riconosciuta insufficiente; e in tal caso esaminare in che modo e fra quali limiti le seconde possono influire sulla prima.

Si noti d'altra parte che, siccome una legge cristallografica implica date proprietà di forma nella materia solida, conviene ancora esaminare se il suo enunciato sia o no in contradizione con altre leggi dedotte dalle osservazioni delle proprietà fisiche della materia stessa e con le definizioni differenti che da queste si trassero per indicarne la costituzione. Infatti la necessità di coordinare numero grandissimo di fenomeni proprî ad ogni scienza ha condotto a fare, per ciascuna di queste, una ipotesi fondamentale, che in conclusione consiste nel dare una data definizione della materia (1). Così, per esempio, in meccanica, esclusa l'ipotesi di una materia omogenea, escluso il concetto Newtoniano di una materia composta di particelle a volume finito, perfettamente dure, divise da un mezzo elastico omogeneo; ridotta a un artifizio matematico l'ipotesi di Boscovich di una materia composta di centri attrattivi circondati da un etere a densità variabile, oggi molti credono coll'Helmholtz più consentaneo allo stato della scienza riguardare la materia come l'effetto esercitato sui nostri sensi da un fenomeno di rotazione.

In chimica l'equivalenza delle sostituzioni nei corpi composti ha condotto a riguardare i corpi semplici come costituiti da particelle o atomi, non solo aventi pesi di cui il rapporto rimanga costante, ciò che è la sola conseguenza necessaria dell'osservazione, ma come aventi un volume ed un peso assoluto; ed osservando poi che i gaz semplici o composti, sottoposti a eguali condizioni fisiche, manifestano forza elastica pressochè eguale, si è ammesso con Avogadro e Ampère che nel medesimo volume di ogni gaz, sottoposto a eguali condizioni fisiche, si trovino lo stesso numero di

(1) Until we know thouronghly the nature of matter and the forces wich produces its motion, it will be utterly impossible to submit to mathematical reasonings the exact conditions of any physical questions. It has been long understood howewer than an approximate solution of almost any problem in the ordinary branches of natural philosophy, may be easily obtained by a species of abstraction or rather of the limitation of the data, such as enables us easily, to solv the modified form of the question, while we are well assured that the circumstances so modified affect the result only in a superficial manner. — Thomson and Tait, *Natural philosophy* § 438.

molecole, e quindi che queste siano elementi composti di uno o più atomi ed aventi un volume e peso determinato e distanti fra di loro di determinate quantità.

Ma quest' ultima parte dell' ipotesi è una interpretazione possibile ma non necessaria delle proprietà elastiche dei gaz. D'altra parte le proprietà elastiche dei corpi solidi e liquidi, essendo diverse da quelle dei gaz, le definizioni della materia, date secondo le proprietà osservate in questi, non possono avere un carattere di generalità.

L'ipotesi di Avogadro infatti, esaminata nelle conseguenze che se ne deducono per i corpi solidi, ha mostrato di non avere con le forme che essi assumono, nessuna relazione subordinata al numero costante di molecole contenute in egual quantità di materia gazzosa.

D'altra parte le leggi di Mariotte, Gay Lussac e di Dalton, che sono le conseguenze necessarie dell'ipotesi di Avogadro, non possono riguardarsi come una prima approssimazione di una vera legge cui è soggetto un gaz naturale, perchè non tendono a verificarsi tanto più esattamente quanto più diminuiscono le perturbazioni cui è soggetto il gaz stesso; ma sono leggi che si verificano in determinate condizioni fisiche, cioè in date condizioni di temperatura e di pressione, fra limiti assai ristretti e molto lungi sovente dai punti critici [1]. Fra questi limiti sono precisamente compresi i gaz nelle condizioni terrestri naturali e industriali e quindi si è potuto assai utilmente assimilare un gaz reale a un gaz perfetto, o piuttosto ideale, quale è definito dall'ipotesi di Avogadro.

Questa ipotesi, del rimanente, non implica che vi sia un assoluto limite alla divisibilità della materia; implica soltanto che diviso un corpo in molecole esso non può subire ulteriore divisione senza perdere le proprietà che lo caratterizzano. È da notarsi però, che mentre i chimici applicano il concetto d'indivisibilità, così definito, alla molecola, i fisici sovente l'applicano agli atomi, essendo superflua, nelle ipotesi che i fenomeni da essi studiati li conduce ad esprimere, la considerazione di un elemento più complesso dell'atomo quale è la molecola del chimico. E quindi ne nasce assai spesso apparente confusione. In ogni modo l'ipotesi che le proprietà osservate nei corpi visibili, apparentemente in riposo, sia dovuta all'azione di atomi o di molecole invisibili, ma per alcuni non inscopribili [2], sottoposti a rapidi movimenti, enunciata da Lucrezio, diversamente espressa dal Bernoulli, dal Lesage, dal Prevost e recentemente da Joule, Krönig ecc. fu poi ampliamente svolta, come è noto, dal Clausius, dal Thomson, dal Clerk Maxwell ecc. Fu pure accolta specialmente dai chimici. Ed infatti è l'ipotesi che, fino ad ora, si accorda meglio con i risultati delle loro esperienze. Così pure nella termodinamica ha coordinato mirabilmente i fenomeni che formano l'oggetto del suo studio; ma però non spiega tutti i fenomeni che presenta la materia: per alcuni bisogna, per ora almeno, escluderla affatto [3]; così è per le proprietà geometriche

[1] Le ricerche del Regnault, dell'Andrews ecc. su questo argomento furono riassunte dall'Andrews stesso in una lettura intitolata: *On the gaseous state of matter*. Phil. Mag. (5) Vol. III, 1877 p. 63.

[2] Thomson and Tait, *Elements of natural philosophy*, Oxford 1873 Parte I p. 237.

[3] Citerò soltanto quest'osservazione del Berthelot, che se cioè è vero che le linee spettrali di un gaz sono, come l'esperienza sembra dimostrare, un fenomeno di assorbimento o di trasformazione di moto prodotto da vibrazioni intermolecolari, un gaz perfetto non dovrebbe darle, ma dovrebbe invece presentare uno spettro continuo - *Comp. Rendus* t. LXXXII - 1876 p. 1226-1231.

e fisiche che presentano i poliedri cristallini che sono evidentemente la manifestazione più diretta della materia nelle sue forme a noi sensibili.

L'ipotesi invece che la materia possa essere divisa all'infinito, cioè che all'infinito possano diminuire gli elementi dei rapporti che ne esprimono le proprietà caratteristiche, ovvero anche la considerazione delle forze che in essa si manifestano, indipendentemente dal concetto di un mezzo materiale costituito di elementi di dimensioni assolutamente finite, sembra più facilmente conciliare le varie fenomenalità della materia; tali ipotesi del resto non sono in contradizione con nessuna di quelle ammesse dai chimici finchè si accettano per leggi fondamentali quella della razionalità dei rapporti fra i pesi delle diverse sostanze combinabili, qualunque sia il loro stato di coesione, e quella della razionalità dei rapporti dei volumi nei corpi allo stato gazzoso. Queste leggi non sono in contradizione con i resultati delle osservazioni morfologiche nei poliedri cristallini.

In cristallografia le ipotesi coordinate alle esperienze presentano, per ora, solo lontane analogie con quelle della chimica, anche se si accetta l'ipotesi di Avogadro. La sola analogia consiste in ciò, che come in cristallografia sono interi rapporti di rapporti di linee, in chimica sono interi rapporti di rapporti di pesi. Invano si è cercato, ammessa l'ipotesi atomica, di trovare un più intimo legame fra la molecola chimica e la molecola cristallografica. Il fenomeno della sfaldatura costante dei cristalli, riavvicinato alla legge degli indici, aveva condotto infatti molti cristallografi, come sopra abbiamo detto, a considerare la materia solida come composta di molecole poliedriche di dimensioni finite; ma questa supposizione è superflua in cristallografia ed affatto arbitraria, poichè implica l'esistenza di una classe di poliedri a grandezze lineari e superficiali determinate, la quale è geometricamente diversa in modo essenziale da quella dei poliedri cristallini naturali; giacchè questi sono soggetti soltanto a una legge di rapporti fra i segmenti delle loro reciproche intersezioni e ad una legge di simmetrica orientazione nei piani che li limitano.

Si può affermare in generale che le diverse scienze conducono a stabilire, come ipotesi fondamentale, leggi, le quali, finchè si riferiscono a rapporti e a direzioni di forze, non presentano contradizioni fra di loro; esse servono ai bisogni della scienza attuale; mentre sovente, quando si tenta (ammesso tale tentativo compatibile colle facoltà umane) dare una legge che definisca lo stato assoluto della materia, si giunge a concetti diversi, che seducono come dogmi, ma che appunto perchè tali, mentre possono essere la più opportuna ipotesi per una scienza speciale in un dato momento della sua evoluzione, pongono poi ostacolo alle ricerche scientifiche allorchè, dovendo considerare proprietà diverse dei corpi, e quindi ricorrere a scienze diverse, si trova che queste sono coordinate intorno a ipotesi disarmoniche. In una parola il concetto di una molecola finita varia secondo le varie scienze e sovente le divide; quello invece di rapporti di direzioni e di forze le unisce.

Ciò premesso veniamo più particolarmente a parlare della cristallografia e delle leggi di rapporti e di direzioni che presentano i poliedri i quali formano l'oggetto del suo studio.

§ IV. In cristallografia l'ipotesi fondamentale è evidentemente quella degli indici interi, poichè essa sola si trova d'accordo con tutte l'esperienze convenientemente

eseguite e spiega i fenomeni più generali della disposizione poliedrica della materia solida. Essa ha per base i seguenti fatti:

1° che le faccie ad indici interi piccoli sono di gran lunga superiori a quelle ad indici interi non piccoli;

2° che le faccie ad indici non piccoli mostrano di essersi formate sotto l'azione di forze perturbatrici.

Coerentemente a quanto sopra ho detto, mi sono proposto in questo lavoro di considerare dapprima le conseguenze che si possono dedurre dall'ipotesi degli indici interi, indipendentemente dal principio di sovrapposizione o simmetria, mostrando perciò che il solo concetto degli indici interi, applicato ai poliedri cristallini, conduce a dividerli in 5 gruppi, che rappresentano tutti i casi di possibile ortogonalità che può offrire una zona di piani con un piano in un sistema di piani costituenti un cristallo.

Questi gruppi sono i seguenti:

1° cristalli in cui una faccia ha al più una faccia normale;

2° cristalli in cui una faccia ha una zona normale:

3° cristalli in cui due faccie normali hanno ciascuna una zona normale;

4° cristalli in cui due faccie hanno ciascuna una zona normale:

5° cristalli in cui ogni faccia ha una zona normale.

Questi gruppi, che sono i soli possibili, implicano determinate variazioni negli elementi che gli individuano, e quindi ho messo tali condizioni in evidenza, osservando che nelle formule che stabiliscono delle relazioni fra gli elementi di un poliedro cristallino entrano quantità intere, ossia gl' indici che sono proporzionali a rapporti di linee e rapporti di linee rappresentati da funzioni trigonometriche generalmente irrazionali; e quindi che alle condizioni di ortogonalità, le quali possono verificarsi nel sistema di piani cristallini, corrispondono in un dato cristallo relazioni algebriche fra quantità intere e quantità irrazionali.

§ V. Stabilite le proprietà generali dei cristalli legate all'ipotesi degli indici interi, si vedrà allora in qual modo l'ipotesi della sovrapposizione o della simmetria dovrà essere concepita per essere necessaria e sufficiente alla divisione dei cristalli nei sei sistemi che l' osservazione ci conduce a distinguere.

§ VI. Il modo col quale ho diviso i cristalli, subordinatamente ai casi di possibile ortogonalità dei piani che li limitano, si è ispirato al concetto che conoscenza esatta del modo come sono costituiti i cristalli non si avrà mai finchè non si conosceranno le forze cui sono soggetti gli elementi che li costituiscono, forze che per maggior semplicità converrà sempre decomporre secondo direzioni normali fra di loro. Tale decomposizione del resto non appare arbitraria nei cristalli, se si considera che in essi un piano di simmetria è tale in generale per tutte le proprietà fisiche che essi presentano; e la legge degli indici riduce, come vedremo, i possibili piani di simmetria a sistemi di piani soggetti a determinate condizioni di ortogonalità. Se le condizioni dell'ortogonalità sono connesse con quelle della simmetria, non si manifestano egualmente però in tutti i cristalli. La supposizione che ciò potesse essere, considerando non già i soli piani realmente esistenti in un dato poliedro cristallino, ma tutti quelli compatibili con la legge degli indici, ha suggerito molte ricerche, già implicitamente accennate, su cui conviene che mi trattenga più particolarmente per mostrarne l'origine e

l'importanza, confrontandole nello stesso tempo con le conseguenze che si deducono dai soli principî da me ammessi.

§ VII. Debbo perciò in primo luogo ricordare che quando Haüy ebbe dato colla legge degli accrescimenti una ipotesi scientifica per concepire la formazione dei cristalli, non si erano rese evidenti le differenze che dovevansi per necessità riconoscere, come sopra si è visto, fra la molecola cristallografica e la molecola chimica. Anzi si ammetteva in generale come necessario che fossero geometricamente identiche, per cui i chimici e i cristallografi credettero per molto tempo necessario di rendere paragonabili, se non identiche, le ipotesi che, in seguito delle osservazioni da loro fatte, erano condotti ad enunciare.

Quindi, mentre al Dumas e ad altri chimici della sua scuola sembrò, in conferma dell'ipotesi di Prout, che si potessero ammettere rapporti razionali semplici fra gli equivalenti delle diverse sostanze, ossia che si potesse riguardare un'atomo chimico qualunque come ponderalmente multiplo di un altro, anche in cristallografia prevalse la credenza essere cosa probabile che una molecola cristallina di una data sostanza fosse geometricamente multipla di un'altra qualunque, e quindi molti cristallografi come il Neumann, il Kuppfer, il Naumann ed il Weiss rivolsero le loro ricerche in questo senso.

Il Gaudin (1) finalmente ammise una diretta relazione fra i numeri che esprimono la moltiplicità chimica e quelli che esprimono la moltiplicità geometrica, cioè cercò di disporre gli atomi componenti i corpi nei vertici di un poliedro tale che questo rappresentasse la molecola chimica e fosse simile al solido cristallino. E veramente tale tentativo era quello che poteva sembrare di più probabile riescita per conciliare i principî fondamentali della chimica e della cristallografia, compatibilmente coll'esistenza di una molecola avente volume, forma e peso determinato (2). Fu con tali concetti che il Mitscherlich stabilì le leggi dell'isomorfismo; e le restrizioni cui debbono andar soggette non ne hanno distrutto l'importanza. In quanto al Gaudin esso è da lodarsi per aver visto la necessità di considerare la materia solida contemporaneamente sotto i due aspetti cristallografico e chimico quando si tenta di spiegare le leggi dell'aggruppamento molecolare dei corpi solidi; ma ebbe il torto di non voler vedere il disaccordo della sua teoria coi fatti, e di non accorgersi che il suo metodo, appunto perchè si applicava ai corpi le cui molecole sono composte di molti atomi, cioè tali che il numero di questi può prendere un numero grandissimo di disposizioni poliedriche nello spazio, ma non si applicava che raramente ai corpi le cui molecole sono composte di pochi atomi, appunto per questo dimostravasi ipotesi arbitraria.

(1) Gaudin M. A. *L'Architecture du monde des atomes.* Paris 1873 in 12°.

(2) Les molécules intégrantes de ce cristal seront des petits parallépipèdes dont chaque dimension sera la distance qui sépare deux faces de clivage consécutives et dans chacun de ces parallépipèdes il n'y aura de réellement existants que les huits atomes placés à ses huit sommets ». — Cauchy A. *Sept léçons de physique générale faites à Turin en* 1833. Paris 1868 in 12° Vedi p. 45. — Poco avanti a pag. 36, riferendo le opinioni dell'Ampère, che approva, così scrive il Cauchy: « Les dimensions des atomes sont rigoureusement nulles . . . . . . les atomes n'ont pas d'étendue. » — Quest'ultimo concetto fu sostenuto ultimamente dal S[t] Venant in una Nota pubblicata nei *Comptes Rendus de l'Acad. des sciences* del 1876 T. LXXXII p. 1223-1226 e intitolata « *Constitution atomique des corps.*

Ma ciò non può certamente dirsi dei lavori di quei cristallografi sopra nominati e che il Sella tentò di coordinare, facendo derivare i fatti da loro osservati da un solo principio ([1]).

§ VIII. Questo scienziato, in seguito alle osservazioni da lui fatte sopra il Boro Adamantino, cercò quale ipotesi poteva farsi perchè tutte le sostanze cristalline di qualunque sistema fossero riducibili al più semplice, cioè al sistema monometrico.

Ammesso come prima condizione, che i parametri di *quasi tutte* le sostanze cristalline oscillino intorno a radici quadrate di numeri piuttosto semplici, il Sella mostrò che tale derivazione era possibile e che le oscillazioni osservate potevano attribuirsi a forze perturbatrici della legge per la quale la materia assume allo stato solido forme poliedriche.

Infatti è vero, per esempio, che le leggi della dilatazione dei cristalli sono tali che in generale i parametri non possono ritenersi come quantità esprimibili algebricamente per quantità discontinue; ma si poteva supporre che tali relazioni potessero verificarsi esattamente per una data temperatura, ed approssimativamente variando la temperatura; giacchè, com' è noto, le variazioni che la temperatura induce nei solidi cristallini sono, in generale, di un ordine inferiore o almeno non superiore agli errori d' approssimazione nei numeri che corrispondono alle misure goniometriche fatte sui cristalli medesimi.

§ IX. All' ipotesi dei cristallografi succitati si potrebbe obbiettare. Qualunque sia la vera natura dei cristalli, se si accetta l' ipotesi che suppone i corpi costituiti di due mezzi, il materiale e l' etereo, aventi densità molto diverse ma commensurabili fra di loro, conviene dedurne, in causa di tale commensurabilità, che le forze che agitano l' etere e quelle che agitano la materia esercitino un azione le une sulle altre. Ora i fenomeni eterei essendo essenzialmente diversi nei varî tipi cristallini, come supporre questi riducibili geometricamente a un tipo unico? A ciò veramente si potrebbe a sua volta rispondere che una variazione piccolissima in un mezzo di una data densità, come per esempio è quella che il calore induce nei cristalli, potrebbe indurre variazioni insensibili in un mezzo di densità molto inferiore; e, ciò ammesso, non implicare la riducibilità geometrica dei cristalli a un solo tipo, quella dei fenomeni eterei che in essi si verificano; essere infine questa una legge di prima approssimazione come è in astronomia quella che si ottiene per i moti della terra, trascurando le forze che perturbano l'azione del sole.

§ X. Si osservi però che l' ipotesi di cui sopra è subordinata in gran parte alla piccolezza dei numeri che esprimono i parametri. Infatti altrimenti tale legge potrebbe sembrare arbitraria, poichè i numeri che misurano nei cristalli gli elementi lineari sono sempre interi, essendo calcolati con una approssimazione dipendente dall' esattezza delle osservazioni goniometriche. Sarebbe arbitraria come è in chimica quella di alcuni scienziati, i quali, dispiacenti di dover abbandonare l'ipotesi del Prout, non contenti di prendere per unità ponderale atomica, come il Dumas, un numero stante in un rapporto sufficientemente semplice con un corpo conosciuto, hanno espresso

([1]) Sella Q. *Sulle forme cristalline del Boro Adamantino*, seconda Memoria — Mem. della R. Accademia delle Scienze di Torino Serie II T. XVII (1858) p. 527. (Nota B).

l'idea che si potesse adottare un' unità di un ordine più piccolo di quello dato dalle cifre accettabili per esatte nei numeri somministrati dalle osservazioni e dai calcoli.

Noi ammetteremo che in generale, nello stato attuale della scienza, dalle osservazioni cristallografiche si deducono numeri nei quali si possono riguardare esatte le prime quattro cifre che esprimono le linee trigonometriche, e quindi ne dedurremo che i parametri stanno fra loro in generale come numeri interi non maggiori di tre cifre, di poco superiori a 100, prendendo i parametri 2 a 2; e inferiori a 1000, prendendoli 3 a 3, cioè di numeri in generale composti di 2 o 3 cifre al più.

§ XI. Essendochè l'opinione sopra accennata, cioè che la legge da lui supposta sia la legge fondamentale geometrica dei solidi cristallini e che le deviazioni che presentano i cristalli da questa legge possano considerarsi come perturbazioni, s' informa al gran concetto dell' unità della materia, aspirazione spontanea della scienza, così ho cercato di vedere se era probabile che si verificasse nel sistema che ha più analogia col monometrico cioè nel romboedrico, ossia ho cercato in primo luogo di vedere se i parametri delle sostanze più conosciute cristallizzate in questo sistema, fatta astrazione dalle forze perturbatrici, soddisfacevano alla legge da lui espressa; in secondo luogo mi sono proposto di riconoscere, tenuto conto delle forze perturbatrici stesse, quale doveva esserne la condizione perchè un cristallo naturale potesse soddisfare a quell' ipotesi; e mi è sembrato perciò sufficiente di considerare fra le sostanze romboedriche, il quarzo e, fra le forze perturbatrici, il calore, trascurando le altre.

Malgrado che l'ipotesi in discorso non sembri ancora dimostrata, nella generalità dei cristalli, d'accordo con la massima parte dei fatti, e mentre è da credersi che varî cristallografi siano stati indotti ad esprimerla perchè presero un numero insufficente di esempi e perchè non definirono con abbastanza esattezza il senso e i limiti fra i quali consideravano interi i numeri che esprimono i parametri e gl' indici dei cristalli; pure da un' altro lato le anomalie sempre crescenti che rivelano i cristalli dei diversi sistemi mostrano che l'argomento non ha ancora avuto completa soluzione.

§ XII. La conclusione del mio lavoro si è:

1° che gli elementi irrazionali di un sistema cristallino, suscettibili di variare con continuità, sono legati di relazioni a coefficienti razionali a seconda delle possibili condizioni di ortogonalità che in essi si verificano;

2° che la considerazione di tutti i casi d' ortogonalità possibile conduce a dividere i cristalli in 5 gruppi fondamentali;

3° che il quarto di questi gruppi si suddivide in due e il quinto si modifica introducendo l' ipotesi della sovrapposizione o simmetria, talchè con quest'ipotesi e con quella degli indici interi si ottengono i cristalli divisi in sistemi armonici colle esperienze;

4° che la riducibilità di tutti i sistemi al monometrico corrisponde ad eliminare la simmetria caratteristica che li differenzia, la quale, unitamente alla legge degli indici, ne è il carattere fondamentale geometrico e fisico;

5° che le leggi degli indici interi e della simmetria non implicano che tutti i poliedri, compatibili con esse, si manifestino in una data sostanza con proprietà fisiche caratteristiche; ma che invece queste proprietà non si coordinano, in generale, quando

più forme simmetriche sono possibili, che intorno a una delle forme compatibili con le leggi suddette;

6° che tale riducibilità nelle forme cristalline, ancorchè si faccia astrazione dalle condizioni fisiche, non è ancora sufficientemente comprovata dai fatti;

7° che fino ad ora i solidi cristallini che la natura ci presenta non hanno permesso di stabilire nessuna legge relativa al valore assoluto dei loro elementi lineari e superficiali e volumetrici, ma che quelle conosciute si riferiscono a rapporti ed a direzioni di linee e di piani, le cui grandezze evidentemente sono collegate a quelle delle forze orientatrici che presiedono alla formazione dei cristalli e di cui ancora non si conosce la vera natura.

I. Ipotesi degli indici interi.

Generalità (1).

§ 1. I solidi cristallini sono poliedri tali che i rapporti dei segmenti, determinati da due faccie qualunque sopra le intersezioni di tre faccie qualunque e contati a partire dalla intersezione comune di queste tre faccie, stanno fra loro come numeri interi, cioè si ha

$$\frac{oa}{oa'} : \frac{ob}{ob'} : \frac{oc}{oc'} :: h : k : l \tag{1}$$

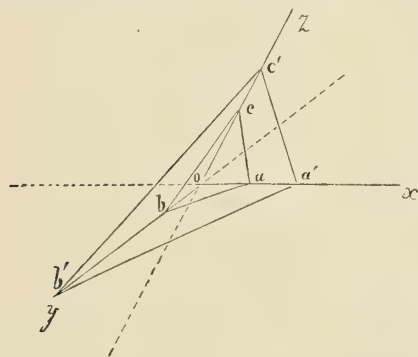
$h\,k\,l$ essendo numeri interi.

In questa relazione gli elementi oa, oa', ob, ob', oc, oc' possono divenire minori di qualunque quantità data, rimanendo $h\,k\,l$, per una data faccia, interi e costanti.

§ 2. *Per convenzione* potremo prendere nei poliedri come unità di lunghezza, relativamente a tre assi possibili, tre segmenti qualunque oa' ob' oc', di grandezza assoluta arbitraria, e individuanti in direzione, rispetto agli assi possibili, un piano possibile. Indicheremo questi segmenti, cui daremo il nome di *parametri* e che supporremo sempre positivi, con le lettere a b c, mentre chiameremo *indici* i tre numeri interi $h\,k\,l$ che potranno essere positivi o negativi. Per l'ipotesi fatta tanto i parametri quanto gli angoli che gli assi possibili fanno fra loro, sono in generale irrazionali cioè irriducibili cogli indici. Quindi sarà indifferente chiamare questi elementi irrazionali o irriducibili.

§ 3. Siccome possiamo esprimere i segmenti oa' ob' oc' per tre quantità proporzionali a $\frac{a}{h}$ $\frac{b}{k}$ $\frac{c}{l}$, l'equazione dal piano che li determina sarà

$$\frac{h}{a}x + \frac{k}{b}y + \frac{l}{c}z = 0 \tag{2}$$

(1) I primi paragrafi che seguono non sembreranno superflui se si osserva che includono i principî fondamentali di quanto segue in appresso.

Si vede che gl'indici $h\,k\,l$ individuano il piano. Quindi si è chiamato $(h\,k\,l)$ il *simbolo* del piano che determina sugli assi i segmenti proporzionali a

$$\frac{a}{h}\;\frac{b}{k}\;\frac{c}{l}$$

§ 4. Se tre o più piani hanno le intersezioni parallele si dicono in *zona.*

Una retta qualunque parallela ai piani di zona, e quindi alle loro intersezioni, si chiama *asse di zona.*

§ 5. *Teorema* I. - Se tre piani sono in zona, il determinante dei loro indici è nullo.

Infatti si hanno allora tre equazioni della forma (2) le quali devono sussistere per i medesimi valori di $x\,y\,z$ in ogni punto dell'asse di zona.

Quindi si avrà

$$\begin{vmatrix} h & k & l \\ h' & k' & l' \\ h'' & k'' & l'' \end{vmatrix} = 0 \tag{3}$$

§ 6. *Teorema* II. - Se in un sistema di piani vi sono tre piani in zona ve ne è una infinità.

Infatti se noi poniamo:

$$u = \begin{vmatrix} k' & l' \\ k'' & l'' \end{vmatrix},\quad v = \begin{vmatrix} l' & h' \\ l'' & h'' \end{vmatrix},\quad w = \begin{vmatrix} h' & k' \\ h'' & k'' \end{vmatrix} \tag{4}$$

la (3) diviene:

$$uh + vk + wl = 0 \tag{5}$$

e vi sono una infinità di valori interi di $h\,k\,l$ che la soddisfano.

§ 7. *Definizione.* — Chiameremo $u\,v\,w$ indici della zona e dell'asse di questa: indicheremo la zona e l'asse di zona con $[u\,v\,w]$.

§ 8. *Teorema* III. — Se vi sono due zone in un sistema di piani vi è una faccia possibile comune ad ambedue.

Infatti vi sarà sempre un valore intero di $h\,k\,l$ che soddisferà le due equazioni

$$\begin{aligned} u\,h + v\,k + w\,l &= 0 \\ u'\,h + v'\,k + w'\,l &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

ed esso sarà dato dalla relazione

$$h:k:l \;::\; \begin{vmatrix} v & w \\ v' & w' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} w & u \\ w' & u' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} u & v \\ u' & v' \end{vmatrix} \tag{7}$$

Osservazione. — Si vede che gl'indici delle faccie si formano cogli indici delle zone come gl'indici delle zone si formano cogli indici delle faccie.

§ 9. *Teorema* IV. — Se una faccia è normale a una zona il simbolo della zona differisce in generale da quello della faccia.

Un asse di zona è determinato da due faccie $(h'\,k'\,l')$ $(h''\,k''\,l'')$ e quindi dalle due equazioni:

$$\begin{aligned} \frac{h'}{a}x + \frac{k'}{b}y + \frac{l'}{c}z &= 0 \\ \frac{h''}{a}x + \frac{k''}{b} + \frac{l''}{c} = z &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

dalle quali, ponendo mente alle (4), si ricava

$$x : y : z :: au : bv : cw \tag{9}$$

§ 10. *Corollario.* — Da questa equazione se ne deduce un'altra che è sovente utile nelle applicazioni. Essa permette di risolvere il seguente problema: Dati gli angoli del polo di una zona con i tre assi trovare il simbolo della zona.

Sia p il polo della zona; $o\,p = p$, conciderà con l'asse della zona. Costruiamo sugli assi il prisma di cui $o\,p$ è la diagonale. Sia V il suo volume.

Il tetraedro $o\,p\,x\,y$ è il sesto del volume del prisma, e siccome il volume del tetraedro è dato da $p\,x\,y\ sen\,p\,x\,y$, si avrà:

$$p\,x\,y\ sen\,p\,x\,y = \frac{1}{6}\mathrm{V} \tag{10}$$

ossia

$$\frac{z}{sen\,p\,x\,y} = \frac{6\,x\,y\,z\,p}{\mathrm{V}}$$

Quindi:

$$\frac{z}{sen\,p\,x\,y} = \frac{y}{sen\,p\,x\,z} = \frac{z}{sen\,p\,y\,z} \tag{11}$$

E in causa della (9)

$$u : v : w :: \frac{sen\,p\,z\,y}{a} : \frac{sen\,p\,x\,z}{b} : \frac{sen\,p\,x\,z}{c}. \tag{12}$$

§ 11. La formola (12) indica che i simboli della zona $[u\,v\,w]$ e della faccia $(h\,k\,l)$ ad essa normale in generale non coincidono. Infatti, applicando un noto teorema alle direzioni dei poli $x\,y\,z\,p$, si ha:

$$sen\,p\,y\,z\ sen\,x\,y\,z = \begin{vmatrix} cos\,p\,x & cos\,p\,y & cos\,p\,z \\ cos\,x\,y & 1 & cos\,y\,z \\ cos\,z\,x & cos\,y\,z & 1 \end{vmatrix} \tag{13}$$

Se $(h\,k\,l)$ è il simbolo della faccia il cui polo è polo della zona, avremo

$$sen\,p\,y\,z\ sen\,x\,y\,z = \begin{vmatrix} \frac{h}{a} & \frac{k}{b} & \frac{l}{c} \\ cos\,x\,y & 1 & cos\,y\,z \\ cos\,z\,x & cos\,y\,z & 1 \end{vmatrix} \rho \tag{14}$$

ρ essendo il valore di $\frac{a}{h}\,cos\,p\,x = \frac{b}{k}\,cos\,p\,y = \frac{c}{l}\,cos\,p\,z$. Si avranno valori analoghi per $sen\,p\,x\,z$, $sen\,p\,z\,y$ e quindi ponendo:

$$\begin{aligned} \delta_a &= -\frac{1 - cos^2\,y\,z}{a^2}, & \lambda_c &= \frac{cos\,x\,y - cos\,y\,z\,cos\,y\,z}{a\,b} \\ \delta_b &= -\frac{1 - cos^2\,x\,z}{b^2}, & \lambda_b &= \frac{cos\,x\,z - cos\,x\,y\,cos\,y\,z}{a\,c} \\ \delta_c &= -\frac{1 - cos^2\,x\,y}{c^2}, & \lambda_a &= \frac{cos\,y\,z - cos\,x\,y\,cos\,x\,z}{b\,c} \end{aligned} \tag{15}$$

si avrà,

$$(16)\qquad u:v:w :: \delta_a h + \lambda_c k + \lambda_b l : \lambda_c h + \delta_b k + \lambda_a l : \lambda_b h + \lambda_a k + \delta_c l.$$

Si vede quindi che in generale la zona $[u\,v\,w]$ e la faccia ad essa normale $(h\,k\,l)$ hanno simboli differenti.

§ 12. *Corollario.* — La (16) esprime la condizione perchè la faccia di simbolo $(h\,k\,l)$ sia normale alla zona e all' asse di zona che hanno per simbolo $[u\,v\,w]$.

§ 13. Chiameremo le quantità δ_a, δ_b, δ_c, λ_a, λ_b, λ_c parametri algebrici di un cristallo. Essendo funzioni di quantità irriducibili cogli indici (§ 1, 2) saranno, essi pure, a meno d'introdurre condizioni fra di loro, irriducibili cogli indici.

Relazioni trigonometriche fra cinque direzioni nello spazio (punti della sfera). Relazioni algebriche corrispondenti.

§ 14. Essendo arbitraria la scelta della forma primitiva, ossia dei piani coordinati di un cristallo, prenderemo sempre questi in modo che nè essi nè le loro intersezioni o assi del cristallo, siano normali fra loro; supporremo inoltre i parametri sempre diversi fra loro, cioè supporremo sempre, a meno di non porre esplicitamente condizioni speciali,

$$x\,y \gtrless y\,z \gtrless x\,z \gtrless 90$$

$$a \gtrless b \gtrless c \gtrless 0$$

§ 15. Si noti che il simbolo di una faccia riferita ad un sistema di assi si esprime in funzione del simbolo della medesima faccia riferita a un altro sistema di assi per mezzo di rapporti di termini lineari e razionali, come risulta dal teorema seguente, dimostrato in tutta la sua generalità dal Sella [1]:

« Se $(\alpha\,\beta\,\gamma)$ è il simbolo di una faccia di un cristallo riferito a un dato sistema « di piani, ed $(e\,f\,g)$, $(h\,k\,l,)$ $(m\,n\,p)$, $(q\,r\,s)$ i simboli di quattro faccie qualunque, il « simbolo $(\alpha'\,\beta'\,\gamma')$ della medesima faccia, se si riferisce il cristallo ai piani $(e\,f\,g)$, $(h\,k\,l)$, « $(m\,n\,p)$ e ai parametri determinati dall'intersezione con questi della faccia $(q\,r\,s)$, sarà:

$$(17)\qquad \alpha':\beta':\gamma' = \frac{\begin{vmatrix} e & f & g \\ h & k & l \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e & f & g \\ h & k & l \\ q & r & s \end{vmatrix}} : \frac{\begin{vmatrix} h & k & l \\ m & n & p \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h & k & l \\ m & n & p \\ q & r & s \end{vmatrix}} : \frac{\begin{vmatrix} m & n & p \\ e & f & g \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m & n & p \\ e & f & g \\ q & r & s \end{vmatrix}}$$

§ 16. Per esprimere, in tutta la loro generalità, le leggi numeriche che si verificano fra i rapporti dei segmenti che le intersezioni dei piani di un poliedro cristallino determinano fra loro, si potrà prendere, in un modo qualunque cinque piani ossia i cinque poli di questi stessi piani.

(1) Sella Q. l. c. p. 522.

Infatti sappiamo che fra cinque poli $x\, y\, z\, p\, p'$ esiste la relazione [1]

$$(18)\qquad \begin{vmatrix} \cos p p' & \cos p x & \cos p y & \cos p z \\ \cos p' x & 1 & \cos x y & \cos x z \\ \cos p' y & \cos x y & 1 & \cos y z \\ \cos p' z & \cos x z & \cos y z & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Quindi si vede che un elemento di questo determinante, cioè una quantità che definisce la direzione relativa di due rette, è espresso per gli altri sei.

Se ora si osserva che, scelto un sistema di assi, si ha

$$(19)\qquad \begin{aligned} \frac{a}{h} \cos p\, x &= \frac{b}{k} \cos p\, x = \frac{c}{l} \cos p\, z = \mathrm{R}_1 \\ \frac{a}{h'} \cos p' x &= \frac{b}{h'} \cos p' y = \frac{c}{l} \cos p' z = \mathrm{R}_2 \end{aligned}$$

si dedurrà dal determinante precedente

$$(20)\qquad \begin{vmatrix} \dfrac{\cos p p'}{\mathrm{R}_1 \mathrm{R}_2} & \dfrac{h}{a} & \dfrac{k}{b} & \dfrac{l}{c} \\ \dfrac{h'}{a} & 1 & \cos x y & \cos x z \\ \dfrac{k'}{b} & \cos x y & 1 & \cos y z \\ \dfrac{l'}{c} & \cos x z & \cos y z & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Se ora si pone

$$(21)\qquad \frac{\cos p p'}{\mathrm{R}_1 \mathrm{R}_2} \mathrm{sen}^2\, x y z = m \mathrm{R}$$

ove m è razionale e R irrazionale, si ricordano le formule (15), e si pone:

$$(22)\qquad \begin{aligned} \Delta_h &= \delta_a\, h + \lambda_c\, k + \lambda_b\, l \\ \Delta_k &= \lambda_c\, h + \delta_b\, k + \lambda_a\, l \\ \Delta_l &= \lambda_b\, h + \lambda_a\, k + \delta_c\, l \end{aligned}$$

si avrà

$$(23)\qquad m \mathrm{R} + \Delta_h h' + \Delta_k k' + \Delta_h l' = 0$$

Se ora si considerano le 7 quantità $R\, \delta_a\, \delta_b\, \delta_c\, \lambda_a\, \lambda_b\, \lambda_c$ e il significato relativo di esse e di tutte quelle sopra ricordate, avremo i seguenti teoremi relativi a un sistema cristallino in generale.

1° Fra i poli di cinque faccie esiste una relazione.

2° Il coseno dell' angolo di due poli è espresso per sei altri.

3° In un sistema cristallino qualunque ognuna delle funzioni irrazionali degli angoli, ossia ognuna delle quantità $R\, \delta_a\, \delta_b\, \delta_c\, \lambda_a\, \lambda_b\, \lambda_c$, è espressa razionalmente per le 6 altre.

[1] Uzielli G. *Risoluzione analitica dei problemi della cristallografia.* — Atti della R. Accad. delle scienze di Torino, Vol. II (1866-67) p. 346-357.

4° La considerazione della variazione assoluta, degli elementi lineari di un cristallo implica l'introduzione di un elemento variabile di più, oltre quelli da cui dipende la variabilità dei loro rapporti.

§ 17. Ricorderemo infine che quando in n elementi esiste una relazione fra m di essi, essendo $n > m$ si può sempre riguardare ognuno degli n elementi come esprimibile per $(n - m)$ quantità indipendenti fra di loro.

Piani e zone ortogonali nei poliedri cristallini.

§ 18. Fino ad ora si sono considerati i sistemi di piani che costituiscono i poliedri cristallini senza fare nessuna ipotesi relativa a condizioni particolari alle quali devono soddisfare:

Si è visto bensì (formola 16) la condizione necessaria perchè una zona sia normale ad una faccia.

Consideriamo ora i casi d'ortogonalità possibili nel sistema di piani.

§ 19. *Condizione di ortogonalità di due faccie.* La condizione perchè due faccie $(h\,k\,l)$ $(h'\,k'\,l')$ siano ortogonali fra loro è data dall'annullarsi del numeratore della frazione che esprime il coseno del loro angolo [1], cioè da

$$(24)\qquad \begin{vmatrix} 0 & \frac{h}{a} & \frac{k}{b} & \frac{l}{c} \\ \frac{h'}{a} & 1 & \cos xy & \cos xz \\ \frac{k'}{b} & \cos xy & 1 & \cos yz \\ \frac{l'}{c} & \cos xz & \cos yz & 1 \end{vmatrix} = 0\ .$$

Ossia:

$$(25)\qquad \Delta_h h' + \Delta_k k' + \Delta_l l' = 0$$

Se noi sostituiamo in questa formola a $\Delta_h\,\Delta_k\,\Delta_l$ i valori (22) e quindi a $\delta_a\,\delta_b\,\delta_c$ $\lambda_a\,\lambda_b\,\lambda_c$ i valori (15), si ha

$$(26)\quad \delta_a hh' + \delta_b kk' + \delta_c ll' + \lambda_a (k'l + l'k) + \lambda_b (l'h + h'l) + \lambda_c (h'k + k'h) = 0$$

La formola (25), o la (26), è la condizione di ortogonalità richiesta.

§ 20. *Teorema V.* — Se una faccia $(h\,k\,l)$ ha due faccie $(h'\,k'\,l')$ $(h''\,k''\,l'')$ ad essa normali, ne ha una infinità, e l'asse della zona cui appartengono queste faccie, coincide colla normale alla faccia.

Infatti deve aversi

$$(27)\qquad \Delta_h h' + \Delta_k k' + \Delta_l l' = 0, \qquad \Delta_h h'' + \Delta_k k'' + \Delta_l l'' = 0$$

Da cui si ricava, ponendo mente alle (4),

$$(28)\qquad \Delta_h : \Delta_k : \Delta_l :: u : v : w$$

La (25) prende allora la forma

$$(29)\qquad u\,h' + v\,k' + w\,l' = 0$$

[1] Uzielli G. l. c. p. 350.

la quale ha una infinità di sistemi di valori $h' k' l'$ che la soddisfano, dati da

$$h' = \mp \alpha w v_0 - \theta v$$
$$k' = \pm \alpha w u_0 + \theta u$$
$$l' = \alpha$$

ove α e θ sono interi qualunque, e u_0 v_0 i termini della penultima ridotta che si ottiene svolgendo $\frac{u}{v}$ in frazione continua.

Osservazione. — La relazione (28) è identica alle (16), come deve essere, e come si verifica sostituendo a Δ_h Δ_k Δ_l i valori (22).

§ 21. *Corollario.* — Dal teorema e dall'osservazioni precedenti si vede:

1° che la condizione perchè una faccia $(h\ k\ l)$ abbia una faccia $(h'\ k'\ l')$ ad essa normale, è data dall' unica equazione,

$$\Delta_h h' + \Delta_k k' + \Delta_l l' = 0 \tag{30}$$

2° che la condizione perchè una faccia abbia due, e quindi una infinità di faccie normali, è data dalla relazione:

$$\Delta_h : \Delta_k : \Delta_l = u : v : w \tag{31}$$

che si può scrivere

$$\delta_a h + \lambda_c k + \lambda_b l = \rho u \,;\, \lambda_c h + \delta_b k + \lambda_a l = \rho v \,;\, \lambda_b h + \lambda_a k + \delta_c l = \rho w \tag{32}$$

e che corrisponde a due equazioni distinte.

§ 22. *Casi possibili di ortogonalità.* — In causa del teorema precedente si vede che, sotto il punto di vista dei possibili casi di ortogonalità:

1° un piano può avere un piano ad esso normale.

2° un piano può avere una zona ad esso normale.

Definizioni. — Chiameremo:

1° *piano monoconjugato* il piano normale ad un piano;

2° *piano policonjugato* il piano normale ad una zona;

3° *zona conjugata* la zona che ha per normale un piano;

4° *zona policonjugata* la zona di cui ogni piano è policonjugato.

§ 23. *Teorema VI.* — Se due faccie $(h'\ k'\ l')$ $(h''\ k''\ l'')$ sono policonjugate appartengono alla zona conjugata colla faccia possibile normale alla loro intersezione.

Infatti essendo $[u'\ v'\ w']$ $[u''\ v''\ w'']$ i simboli delle zone conjugate con le faccie $(h'\ k'\ l')$ e $(h''\ k''\ l'')$, vi sarà sempre una faccia $(h\ k\ l)$ possibile che soddisfarà le due relazioni

$$\left.\begin{aligned} u' h + v' k + w' l = 0 \\ u'' h + v'' k + w'' l = 0 \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Questa faccia $(h\ k\ l)$ appartenendo alle zone $[u'\ v'\ w']$ e $[u''\ v''\ w'']$, sarà normale alle loro faccie policonjugate $(h'\ k'\ l')$ $(h''\ k''\ l'')$ e quindi alla loro intersezione. Quindi la faccia $(h\ k\ l)$ in virtù del Teorema V sarà policonjugata con una zona cui apparterranno le due faccie $(h'\ k'\ l')$ $(h''\ k''\ l'')$.

§ 24. *Teorema VII.* — Se due faccie $(h' k' l')$ $(h'' k'' l'')$ policonjugate non sono ortogonali fra loro, tutte le faccie in zona con esse sono policonjugate.

Infatti per il teorema precedente le due faccie $(h' k' l')$ $(h'' k'' l'')$ appartengono ad una zona $[u v w]$ conjugata con $(h k l)$, faccia ad esse normale.

Per il medesimo teorema anche le faccie policonjugate $(h k l)$ $(h' k' l')$ avranno una faccia $(h''' k''' l''')$ normale alla loro intersezione e policonjugata con esse; ma questa faccia, essendo normale a $(h k l)$, sarà anche nella zona alla quale appartengono le faccie $(h' k' l')$, $(h'' k'' l'')$.

Egualmente si troverà una faccia $(h'''' k'''' l'''')$ normale alla intersezione delle faccie $(h k l)$ $(h'' k'' l'')$ ed appartenente alla zona $[u v w]$. Si prendano ora per assi quelli di un sistema ortogonale determinato dalle faccie $(h k l)$ $(h'' k'' l'')$ $(h''' k''' l''')$, essendo i parametri determinati da una faccia qualunque. Il coseno dell'angolo di due faccie $(e f 0)$ $(e' f' 0)$ (nuovi assi) nella zona $[u v w]$ (antichi assi) avrà per numeratore un espressione della forma

$$\frac{e e'}{a^2} + \frac{f f'}{b^2}.$$

Ora, essendo $(\mathrm{H}'' \mathrm{K}'' 0)$ $(\mathrm{H}'''' \mathrm{K}'''' 0)$ (n. a) i simboli delle faccie $(h'' k'' 0)$ $(h'''' k'''' 0)$ (a. a), si dovrà avere

$$\frac{\mathrm{H}'' \mathrm{H}''''}{a^2} + \frac{\mathrm{K}'' \mathrm{K}''''}{b^2}.$$

Quindi l'espressione precedente prende la forma, fatta astrazione da un fattore comune,

$$\frac{e e'}{\mathrm{H}'' \mathrm{H}''''} + \frac{f f'}{\mathrm{K}'' \mathrm{K}''''}$$

nella quale, data una faccia $(e f 0)$, vi è sempre una faccia $(e' f' 0)$ che l'annulla, e che quindi è normale ad $(e f 0)$. Ma ogni faccia $(e f 0)$ (n. a) della zona $[u v w)$ (a. a) è anche normale alla faccia conjugata con $[u v w]$; quindi (Teorema V) ogni faccia della zona $[u v w]$ è policonjugata.

§ 25. *Teorema VIII.* — Se in una zona vi sono due sole faccie $(h' k' l')$ $(h'' k'' l'')$, policonjugate queste devono essere normali fra loro.

Infatti la faccia $(h k l)$ normale alla loro intersezione è sempre faccia possibile e policonjugata (Teorema VI).

Ma la faccia normale alla intersezione di $(h k l)$ e $(h' k' l')$ è policonjugata; quindi, per la premessa, non è altro che la faccia $(h'' k'' l'')$. Egualmente la faccia normale alla intersezione di $(h k l)$ e $(h'' k'' l'')$ non è altro che la faccia $(h' k' l')$.

§ 26. *Teorema IX.* — Se in un sistema di piani soddisfacenti alla fatta ipotesi (§ 1) vi sono m piani monoconjugati e n piani policonjugati e se fra gli $m + n$ piani non esiste nessuna condizione d'ortogonalità, allora

1° fra la quantità,

$$\delta_a \; \delta_b \; \delta_c \; \lambda_a \; \lambda_b \; \lambda_c$$

sussistono $m + 2n$ equazioni di condizione della forma

$$(34) \qquad A\delta_a + B\delta_b + C\delta_c + D\lambda_a + E\lambda_b + F\lambda_c = 0$$

ove A B C D E F sono funzioni intere e razionali degli indici.

2° Se $m + 2n < 5$ le quantità

$$\delta_a \; \delta_b \; \delta_c \; \lambda_a \; \lambda_b \; \lambda_c$$

saranno funzioni di $6 - (m + 2n)$ quantità irriducibili fra di loro.

3° Se $m + 2n \gtreqless 5$ le medesime quantità saranno funzioni lineari e razionali di un solo irriducibile e fra le sei quantità sussisteranno $m + 2n - 5$ equazioni di condizione.

La parte prima di questo teorema si ricava dal corollario del Teorema V. Le altre sono casi particolari della prima.

§ 27. Si deduce da quanto precede e dalla relazione (22) che i casi possibili per i sistemi di piani definiti al § 1° sono i seguenti:

I. Se non vi sono nè piani monoconjugati nè policonjugati i δ e i λ possono essere espressi per un numero n di quantità irriducibili tale che $n = 6$.

II. Se non vi sono piani policonjugati e vi sono 1, 2, 3, 4 piani monoconjugati i δ e i λ possono essere espressi per 5, 4, 3, 2 irriducibili.

III. Se non vi sono piani monoconjugati ma un solo piano policonjugato i δ e i λ possono essere espressi per 4 irriducibili.

IV. Se vi sono 1 o 2 piani monoconjugati e un solo piano policonjugato, i δ e i λ possono essere espressi per 3 o 2 irriducibili.

V. Se vi sono due soli piani policonjugati normali fra loro per applicare il teorema IX bisogna osservare che allora si hanno, fra i δ e i λ, 3 equazioni di condizione, 2 delle quali esprimono che una delle faccie è policonjugata e l'altra che due faccie della zona conjugata sono normali fra loro, e quindi i δ e i λ possono esprimersi per tre irriducibili (Teorema VII e VIII).

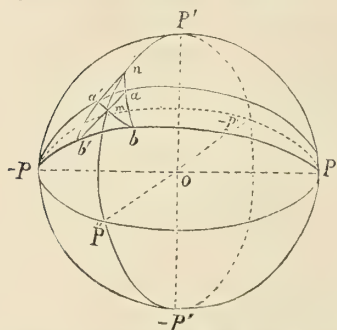
VI. Se vi sono come nel caso precedente due piani policonjugati normali fra loro e un piano monoconjugato i δ e i λ sono esprimibili per due irriducibili.

VII. Se vi sono due piani policonjugati non normali fra loro, allora (Teorema V) i δ e i λ devono soddisfare a 4 equazioni di condizione e quindi sono esprimibili per due irriducibili.

VIII. Se m essendo i piani monoconjugati e n i piani policonjugati e $m + 2n \gtreqless 5$ allora i δ e i λ saranno esprimibili per un solo irriducibile, o per numeri razionali se l'irriducibile si riduce all'unità.

§ 28. *Definizione.* — Se due piani fanno angoli eguali con un terzo piano ed hanno la loro intersezione ad esso parallela, il terzo piano è piano di simmetria rispetto ai due primi piani.

Teorema X. — Se una faccia di un cristallo è policonjugata, essa è piano di simmetria per qualunque faccia.

Infatti sia P il polo della faccia nella sfera di projezione. L'asse della zona conjugata colla faccia coinciderà col raggio che passa per il polo P. Siano P′ P″ i poli di due faccie della zona. Gli assi O P, O P′, O P″, determinati dalle tre faccie possibili P P′ P″, saranno possibili.

Siccome le quantità $\frac{a}{h}$ $\frac{b}{k}$ $\frac{c}{l}$ definiscono una faccia possibile di un cristallo qualunque sia il loro segno, e siccome il piano P′ P″ è normale all' intersezione degli altri due, cioè ad O P, la figura mostra che a qualunque faccia a destra del piano O P′ P″ ne deve corrispondere un altra possibile a sinistra che taglierà gli assi a distanze fra loro proporzionali, nel modo istesso con cui sono proporzionali fra di loro le distanze determinate dalla prima faccia. Quindi questa seconda faccia sarà inclinata sul piano O P′ P″ quanto la prima e di più avranno ambedue la loro intersezione ad essa parallela (1).

§ 29. *Teorema XI.* — Se un piano è piano di simmetria per due coppie di piani è piano possibile policonjugato.

Infatti siano a, b, i poli di due piani nella sfera di projezione; a' b' i loro simmetrici rispetto al piano di simmetria il cui polo è P, cioè siano rispettivamente equidistanti da questo piano.

Se si considerano i circoli di zona ab, $a'b'$, ab', ba' essi s'incontreranno sul circolo di zona il cui polo è P in m e n. Quindi m e n sono faccie possibili; sono normali al piano il cui polo è P. Questo polo sarà dato dall'incontro dei due circoli di zona $a\,a'$, $b\,b'$; dunque è piano possibile policonjugato.

Corollario. — Se un piano è piano di simmetria solo per una coppia di piani non è necessariamente piano policonjugato.

Si ricava dalla figura giacchè in questo caso non si può determinare nessuna faccia normale al piano dato.

Chiameremo quel piano *piano di simmetria binaria.*

§ 30. *Teorema XII.* — Se un piano è piano di simmetria per qualunque coppia di piani è piano possibile policonjugato.

È conseguenza del Teorema XI.

§ 31. *Teorema XIII.* Se una zona è policonjugata, ossia se tutte le faccie di un circolo di zona sono policonjugate:

1° si può sempre riferire il cristallo ad un sistema di assi ortogonali tali che uno di essi coincida coll'asse della zona e che il rapporto dei quadrati dei parametri, corrispondenti agli altri due assi, sia razionale;

2° i quadrati dei coseni degli angoli che fanno fra loro le faccie della zona sono razionali.

Se in una zona A tutte le sue faccie a sono policonjugate, l'incontro del circolo della zona A′, conjugata con una di queste faccie a', e del circolo della zona A, darà

(1) Vedi per l'applicazione di questo teorema ai sistemi romboedrico, dimetrico e monometrico la Nota II § 71.

una faccia possibile a'' normale ad a'; d'altra parte il circolo di zona è anche faccia possibile a''', la quale sarà normale ad a' ed a''.

Quindi si può riferire il cristallo a un sistema di assi ortogonali tali che due di essi si trovino nel piano della zona policonjugata A.

Quindi in questo piano il coseno dell'angolo di due faccie sarà della forma

$$(35)\quad \cos\,(h\,k\,0)\,(h'\,k'\,0) = \frac{\frac{hh'}{a^2}+\frac{kk'}{b^2}}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}}\sqrt{\frac{h'^2}{a^2}+\frac{k'^2}{b^2}}}$$

Siccome ogni faccia $(h''\,k''\,0)$ nella zona A ha una faccia normale $(h'''\,k'''\,0)$ nella medesima zona si vede che per queste due faccie la (35) diviene

$$\frac{h''\,h'''}{a^2}+\frac{k''\,k'''}{b^2}=0$$

ossia

$$\frac{a^2}{b^2}=-\frac{h''\,h'''}{k''\,k'''}$$

Ora l'equazione (35) mostra, ponendovi per $\frac{a^2}{b^2}$ questo valore, che $\cos^2(h\,k\,0)\,(h'\,k'\,0)$ è razionale.

§ 32. *Teorema XIV.* — Se due zone sono policonjugate, 1° qualunque faccia del cristallo è policonjugata, 2° i quadrati dei coseni che fanno fra loro due faccie qualunque sono razionali.

La prima parte di questo teorema è conseguenza di quanto si è dimostrato nei §§ 20 e 27 n. VIII.

Siano poi le due zone α, β. Per il teorema precedente i quadrati dei coseni degli angoli di due faccie qualunque, in ciascuna delle due zone, sono razionali.

Sia un sistema di tre assi, ortogonali, di cui uno coincida coll'asse della zona α. Siano $(h''\,k''\,0)$, $(h'''\,k'''\,0)$ due faccie del circolo di zona α; $(\mathrm{H\,K\,L})$, $(\mathrm{H_1\,K_1\,L_1})$ due faccie qualunque del cristallo; $(\mathrm{H_2\,K_2\,L_2})$, $(\mathrm{H_3\,K_3\,L_3})$ due faccie normali appartenenti alla zona β; avremo:

$$\frac{h''\,h'''}{a^2}+\frac{k''\,k'''}{b^2}=0$$

$$\frac{\mathrm{H_2\,H_3}}{a^2}+\frac{\mathrm{K_2\,K_3}}{b^2}+\frac{\mathrm{L_2\,L_3}}{c^2}=0$$

$$\cos\,(\mathrm{H\,K\,L})\,(\mathrm{H_1\,K_1\,L_1}) = \frac{\frac{\mathrm{HH_1}}{a^2}+\frac{\mathrm{KK_1}}{b^2}+\frac{\mathrm{LL_1}}{c^2}}{\sqrt{\frac{\mathrm{H}^2}{a^2}+\frac{\mathrm{K}^2}{b^2}+\frac{\mathrm{L}^2}{c^2}}\sqrt{\frac{\mathrm{H_1}^2}{a^2}+\frac{\mathrm{K_1}^2}{b^2}+\frac{\mathrm{L_1}^2}{c^2}}}$$

Dalle due prime si ricava che $a^2\,b^2\,c^2$ stanno fra loro come quantità razionali, quindi la terza mostra che il quadrato del coseno dell'angolo di due faccie qualunque è razionale.

§ 33. *Teorema XV.* — Se in un sistema tale che possa essere riferito ad assi ortogonali i quadrati dei parametri stanno fra loro come quantità razionali, ogni faccia è policonjugata.

Questo Teorema è caso particolare del Teorema VIII § 28.

Riassunto della Parte I.

§ 34. Se supponendo i cristalli costituiti da sistemi di piani soddisfacenti alla fatta ipotesi sugli indici (§ 1 e 2), chiamiamo parametri algebrici le sei quantità $\delta_a\ \delta_b\ \delta_c\ \lambda_a\ \lambda_b\ \lambda_c$ che definiscono un cristallo, e indichiamo con δ_i una qualunque di esse, con $a_i\ b_i$ ecc. delle quantità razionali, con $\rho\ \rho_1\ \rho_2$ ecc, delle quantità irrazionali, e se quindi consideriamo tutti i casi di ortogonalità possibile nei cristalli, saremo condotti a dividere i cristalli stessi nei gruppi risultanti dal quadro seguente.

In questo quadro abbiamo posto nell'ultima colonna i sistemi cristallini dei mineralogisti, indicando se le condizioni espresse nelle due colonne antecedenti erano in esse necessarie, sufficienti o possibili.

Classe	Espressione dei parametri algebrici $\delta_i = \sum_1^n a_{n,i}\rho_n$	Piani policonjugati o di simetria A		Piani policonjugati ossia aventi una sola faccia normale B	Confronto con i sistemi cristallini dei mineralogisti		
		Num.	Osservazioni		Sistemi	Condizione A	Condizione B
I	$n = 6$	0	—	0	Triclino	sufficiente e necessaria	sufficiente
	$n = 5$	0	—	1		id.	possibile
	$n = 4$	0	—	2		id.	id.
	$n = 3$	0	—	3		id.	id.
	$n = 2$	0	—	4		id.	id.
II	$n = 4$	1	—	0	Monoclino	sufficiente e necessaria	sufficiente
	$n = 3$	1	—	1		id.	possibile
	$n = 2$	1	—	2		id.	id.
III	$n = 3$	2	I due piani policonjugati sono normali fra loro	0	Trimetrico	sufficiente e necessaria	sufficiente
	$n = 2$	2		1		id.	possibile
IV	$n = 2$	2	I due piani policonjugati non sono normali fra loro e i quadrati delle funzioni trigonometriche degli angoli delle faccie appartenenti alla zona dei due piani sono razionali	0	Dimetrico, Romboedrico, Esagonale	necessaria	necessaria
V	$n = 1$	∞	I quadrati delle funzioni trigonometriche degli angoli di due faccie qualunque sono razionali	0	Monometrico	necessaria	necessaria

II. Ipotesi della sovrapposizione o simmetria.

Generalità.

§ 35. Si è visto che in una zona policonjugata i quadrati dei coseni degli angoli di due faccie qualunque di essa sono razionali.

È evidente che vi sono una infinità di angoli tali che i quadrati dei loro coseni siano razionali.

Se però supponiamo una condizione a cui devono soddisfare tali angoli tale infinità verrà a limitarsi.

Noi faremo quindi la seguente ipotesi cioè che: « Gli angoli fatti dalle faccie « appartenenti a una zona policonjugata sono parti aliquote della circoferenza ».

Ossia supporremo che, girando il cristallo di 360° intorno all'asse della zona policonjugata, vi siano n faccie di essa, delle quali ciascuna possa divenire parallela successivamente a ciascuna delle altre $n - 1$ faccie facienti fra loro angoli tutti eguali a $\frac{2\pi}{n}$.

§ 36. Ora si dimostra che se $cos^2 \alpha$ è razionale e $\alpha = \frac{2\pi}{n}$, n essendo intero, è necessario che si abbia per α uno dei quattro valori ([1]).

$$\alpha = 2k\pi \qquad \alpha = 2k\pi \pm 45^0$$
$$\alpha = 2k\pi \pm 60^0 \qquad \alpha = 2k\pi \pm 30^0$$

In altri termini, ammessa per un sistema cristallino e in una zona policonjugata di esso, l'ipotesi della sovrapposizione, vi sono, in quella medesima zona, soltanto 0, 4, 6, 3 piani possibili equidistanti.

§ 37. Si vede quindi che le faccie della medesima zona, le quali dividono lo spazio in parti eguali, comprendono fra loro soltanto angoli di 30^0, o di 45^0, trascurando gli altri angoli dati dalle formule del § precedente perchè corrispondono a piani che coincidono con essi. Si ha quindi la zona policonjugata divisa in uno dei modi seguenti:

1° Da 4 piani di cui due adiacenti fanno angoli di 45°
2° da 3 piani . . . . 60°
3° da 6 piani . . . . 30°

Chiameremo la prima sovrapposizione o simmetria *tetragonale*; la seconda, *trigonale*; la terza, *esagonale*.

§ 38. Se ora noi supponiamo che vi sia una zona policonjugata nella quale si veriverifichi una delle leggi di sovrapposizione, siccome questa è vera per un sistema di faccie della zona, a partire da qualunque faccia di essa, potremo scegliere un sistema di assi di cui uno sia determinato dall'asse della zona policonjugata soggetta alla legge di sovrapposizione tetragonale, trigonale o esagonale, e gli altri due dall'intersezione della faccia conjugata alla zona con due faccie di questa; allora, a partire

([1]) Vedi Nota I. § 69.

da una delle faccie coordinate appartenenti alla zona policonjugata potremo sempre trovare una faccia della stessa zona tale che tagli i due assi posti nel piano di essa a distanze stanti fra loro in un rapporto che dipende dalla divisione tetragonale, trigonale o esagonale della circonferenza della zona policonjugata.

Teoremi dipendenti dall' ipotesi della sovrapposizione o simmetria.

§ 39. *Teorema XVI.* — In una zona policonjugata nella quale si verifichi la legge della sovrapposizione o simmetria sono compatibili fra loro le suddivisioni dovute a 2, 3, o 6 piani equidistanti e quelle dovute a 2 o 4 piani equidistanti.

Infatti si prendano tre assi, come si è indicato al § 31, e siano a b i parametri geometrici così determinati nel piano di zona. Si avrà

1° per i piani distanti di			90°	$\frac{a}{b} = tang.\ 90° = \infty$
2°	»	»	60°	$\frac{a}{b} = tang.\ 60° = \sqrt{3}$
3°	»	»	45°	$\frac{a}{b} = tang.\ 45° = 1$
4°	»	»	30°	$\frac{a}{b} = tang.\ 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

I rapporti di questi rapporti devono essere razionali perchè sia verificata la legge degli indici. Si vede che ciò avviene combinando I° i rapporti 1° e 3°, II° i rapporti 1°, 2° e 4°.

Corollario. Risulta dal § precedente che la divisione in parti eguali (cioè in angoli diedri eguali) della zona si divide in due casi distinti, cioè:

1° divisione in otto angoli diedri eguali determinati da quattro piani facienti fra loro angoli di 45° o di multipli di 45°;

2° divisione in dodici angoli diedri eguali determinati da sei piani facienti fra loro angoli di 30° o di multipli di 30°.

In quello che segue si considererà quindi la simmetria tetragonale e esagonale, riguardando la trigonale come derivabile dall'esagonale.

§ 40. *Teorema XVII.* — In una zona policonjugata sono separatamente compatibili con la legge degli indici 1° una infinità di sistemi di piani con simmetria tetragonale 2° una infinità di sistemi di piani con simmetria esagonale.

1° Prendiamo un sistema di assi come nel § 31. Sia (001) il simbolo della faccia conjugata con la zona policonjugata e (100) (010) i simboli delle due faccie di questa zona, conjugate fra loro e appartenenti al sistema di piani che danno la simmetria tetragonale. A questo gruppo apparterrà pure la faccia (110) che determina, nel piano della zona policonjugata, parametri eguali.

Ora a ogni faccia ($h\,k\,0$) corrispondono due faccie ($h'\,k'\,0$) ($h''\,k''\,0$) che ne distano di 45°.

Infatti se in un sistema ortogonale, di cui siano parametri a, b, c, è data una

zona $[u v w]$ e una faccia di essa $(h k l)$, il simbolo delle faccie della stessa zona che ne distano di un angolo dato α è ([1]).

$$(36) \quad h':k':l' :: \frac{kw}{b^2} - \frac{lv}{c^2} - h\Delta : \frac{lu}{c^2} - \frac{hw}{a^2} - k\Delta : \frac{hv}{a^2} - \frac{ku}{b^2} - l\Delta$$

ove

$$(37) \quad \Delta = \pm \sqrt{\frac{u^2}{b^2c^2} + \frac{v^2}{a^2c^2} + \frac{w^2}{a^2b^2}} \, cotg.\, \alpha$$

Nel caso presente $[u v w] = [001]$, $a = b$, $(h k l) = (h k 0)$, $\alpha = 45°$
Quindi si ha

$$h' : k' :: \pm h - k : \pm k + h$$

ossia a una faccia possibile di una zona policonjugata che abbia un sistema di piani avente la simmetria tetragonale, corrispondono due faccie possibili della medesima zona distanti dalla suddetta faccia di 45° e quindi fra loro di 90°, e per conseguenza appartenenti a un sistema di piani aventi la medesima simmetria.

2° *a*) In questo caso prendendo un sistema di assi trimetrici, come nel caso precedente, si avrà in modo analogo che

$$[u v w] = [001] \ , \quad b = a\sqrt{3} \ , \quad (h k l) = (h k 0) \ , \ \alpha = 30°$$

Quindi

$$h' : k' :: \pm 3h - k : \pm 3k + h$$

b) Se prendiamo assi romboedrici sussiste sempre per le faccie della zona policonjugata la relazione (36), ove si ponga

$$[u v w] = [111] \ , \ a = b = c = 1 \ , \ h + k + l = 0 \ , \ \alpha = 30°$$

e quindi si ha

$$h' : k' : l' :: \pm h + k - l : \pm k + l - h : \pm l + h - k$$

ciò che corrisponde a due soluzioni; le quali prendono ciascuna forma più semplice, separandole, in causa che $h + k + l = 0$.

Si vede quindi che a una faccia possibile di una zona policonjugata, che abbia un sistema di piani avente la simmetria esagonale, corrispondono due faccie possibili della medesima zona distanti dalla suddetta faccia di 30° e quindi fra loro di 60°, e quindi appartenenti a un sistema di piani aventi la medesima simmetria.

§ 41. *Teorema XVIII.* — Se in un sistema cristallino vi è una sola zona policonjugata, cioè tale che abbia due parametri algebrici, la divisione in parti eguali, ossia una delle simmetrie possibili, non può avvenire che in quella zona soltanto.

Infatti si è visto da quanto precede che nei due casi di simmetria possibili ora considerati il sistema cristallino dipende da due parametri. Se vi potessero essere in altre zone simmetrie possibili vi sarebbero sempre due faccie di esse distanti da 90°; quindi si avrebbe un'altra relazione fra i due parametri ed allora il sistema cristallino dipenderebbe da uno soltanto, ossia i parametri sarebbero eguali a numeri interi moltiplicati per un medesimo irrazionale e quindi si avrebbero, contrariamente alla premessa, tutti i piani policonjugati. Vedi § 27 n. VIII.

([1]) Vedi Nota II § 70.

§ 42. Si supponga ora che in un sistema cristallino vi sia una zona policonjugata avente una delle simmetrie possibili e che una zona conjugata con essa abbia la simmetria dello stesso genere.

a) Sia questa simmetria per esempio tetragonale. Prendendo i piani coordinati ortogonali come al § 31 cioè prendendo per (001) la faccia conjugata con la zona policonjugata, e per (100) e (010) due faccie di uno dei sistemi di piani della zona aventi la simmetria tetragonale, vi sarà una faccia (110) che determinerà in un piano parallello alla faccia (001) due assi eguali. Se ora la zona [010] ha la simmetria tetragonale, vi sarà una faccia (101) che determinerà in un piano parallelo alla faccia (010) due assi eguali.

Infine si avrà un sistema di piani coordinati ortogonali che sono faccie possibili e che potranno essere tagliati da una faccia possibile (111) a tre distanze eguali, contate a partire dalla comune intersezione dei piani suddetti. Si vede chiaramente che anche la zona [100] deve avere la simmetria tetragonale.

b) Se invece di supporre che una zona policonjugata e una zona conjugata con essa abbiano la simetria tetragonale, si suppone che la zona policonjugata abbia l'esagonale, e una zona faciente con essa un dato angolo α la tetragonale $\left(\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ o l'esagonale $\left(\cos\alpha = \frac{1}{3}\right)$, si potrebbe mostrare facilmente che ne deriva la possibilità di prendere per piani coordinati ortogonali tre piani possibili, e per parametri tre quantità eguali. Ma la relazione che passa fra questi due casi risulterà in altro modo più avanti, quando considereremo i sistemi cristallini tali che in due zone conjugate o normali fra loro si verifichi la simmetria tetragonale. Chiameremo simmetria *monometrica* o *cubica* la simmetria tetragonale di due zone normali fra loro.

Osservazione. — Nei poliedri che sono riducibili alla simmetria monometrica il simbolo della zona e della faccia ad essa normale sono identici; ciò si vede facendo $a = b = c$, $xy = xz = yz = 90°$ nelle formule 15 e 16 del § 11.

§ 43. *Teorema XIX.* — Nei poliedri cristallini che hanno la simmetria monometrica vi sono una infinità di zone che hanno la simmetria tetragonale e una infinità che hanno la simmetria esagonale.

Cerchiamo perciò quali condizioni devono essere adempite perchè a una faccia possibile (hkl), appartenente a una data zona corrispondano in questa, faccie possibili distanti di 45° e di 30°.

Dovremo nel caso nostro porre nelle (36) e (37) $a = b = c$, e si avrà:

$$h' : k' : l' :: kw - lv - h\Delta : lv - hw - k\Delta : hv - ku - l\Delta \tag{38}$$

$$\Delta = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}\, cotg.\, \alpha \tag{39}$$

1° simmetria tetragonale; $\alpha = 45$.

La (39) diviene

$$\Delta = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

2° simmetria esagonale; $\alpha = 30$.

La (39) diviene

$$\Delta = \sqrt{3\,(u^2 + v^2 + w^2)}$$

Si vede quindi che perchè in una zona $[u v w]$ vi sia la simmetria tetragonale o esagonale bisogna che per dati valori possibili di $(h k l)$ si abbiano valori possibili di $(h' k' l')$, cioè che Δ sia razionale.

Quindi:

1° Perchè una zona $[u v w]$ abbia la simmetria tetragonale bisogna che sia risolubile in numeri interi l'equazione

$$u^2 + v^2 + w^2 = t^2$$

2° Perchè una zona $[u v w]$ abbia la simmetria esagonale bisogna che sia risolubile in numeri interi l'equazione

$$u^2 + v^2 + w^2 = 3\,t^2$$

§ 44. Consideriamo i casi seguenti, facendo astrazione dai segni.

1° Simmetria tetragonale:

a) due indici sono zero. Si ottengono le zone coordinate [100] [010] [001].

b) uno degli indici è zero cioè si ha:

$$u^2 + v^2 = t^2$$

Questa equazione ha una infinità di soluzioni [1]; quindi vi sono una infinità di zone $[u v 0]$ che hanno la simmetria tetragonale e che si ottengono dando ad α e β valori interi qualunque, positivi o negativi, nelle seguenti relazioni

$$u = 2\alpha\beta, \quad v = \alpha^2 - \beta^2$$
$$t = \alpha^2 + \beta^2$$

Es. [3.4.0] [5.12.0] [7.24.0] [8.15.0] [9.40.0] ecc.

c) nessuno degli indici è zero

$$u^2 + v^2 + w^2 = t^2$$

Tutte le soluzioni intere di questa equazione sono date dalle relazioni [2]

$$u = 2\,\alpha\,\gamma$$
$$v = 2\,\beta\,\gamma$$
$$w = \alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2$$
$$t = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

essendo $\alpha\,\beta\,\gamma$ interi qualunque positivi o negativi.

Fra le soluzioni più semplici sono

[122] [263] [148] [447] [667] ecc.

2° Simmetria esagonale:

a) due indici zero

$$u^2 = 3\,t^2$$

Equazione insolubile; ed infatti la sua soluzione implicherebbe che le zone tetragonali coordinate potessero avere la simmetria esagonale;

b) un indice zero

$$u^2 + v^2 = 3\,t^2$$

Equazione insolubile [3]. Ossia nessuna zona normale a una delle zone coordinate che hanno la simmetria tetragonale, può avere la simmetria esagonale.

(1) Vedi Nota III § 72.
(2) Vedi Nota III § 74.
(3) Vedi Nota III § 73.

c) nessun indice zero

$$u^2 + v^2 + w^2 = 3\,t^2$$

Equazione solubile [1]. Nel paragrafo seguente daremo un metodo per averne tutte le soluzioni intere. Fra quelle più semplici sono

[111] [115] [1.1.19] [157] [1.5.11]

§ 45. Ogni zona che ha la simmetria tetragonale è faccia di un cubo possibile, ossia nel sistema monometrico vi sono una infinità di cubi possibili determinati da faccie possibili.

Si osservi in primo luogo che se due circoli di zone $[u\,v\,w]$ $[u'\,v'\,w']$ normali fra loro hanno la simmetria tetragonale vi sarà sempre una faccia possibile $(e\,f\,g)$ che taglierà a distanze eguali dalla comune intersezione gli assi determinati dalle due zone suddette e dalla loro conjugata $[u''\,v''\,w'']$ la quale è data da

$$u'' : v'' : w'' : : \begin{vmatrix} v & w \\ v' & w' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} w & u \\ w' & u' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} u & v \\ u' & v' \end{vmatrix}$$

Infatti se colle (38) e (39) si cercano i simboli delle faccie di una divisione tetragonale della zona $[u\,v\,w]$ e della zona $[u'\,v'\,w']$ contigue alla faccia $(u''\,v''\,w'')$ comune alle due zone, si avranno in ciascun caso due soluzioni. Ora una delle due soluzioni è in ciascun caso il polo della zona cui appartiene l'altra. Essendo quindi $[p\,q\,r]$ $[p'\,q'\,r']$ una soluzione respettivamente per ciascuna zona $[u\,v\,w]$, $[u'\,v'\,w']$, si avrà evidentemente che il simbolo della faccia $(e\,f\,g)$ richiesta sarà

$$(e\,f\,g) = ([p'\,q'\,r']\,[p\,q\,r])$$

Basta quindi dimostrare che vi possono essere due zone tetragonali normali fra loro, cioè basta dimostrare che sono solubili in numeri interi le tre equazioni

$$u^2 + v^2 + w^2 = t^2,\quad u'^2 + v'^2 + w'^2 = t'^2,\quad u\,u' + v\,v' + w\,w' = 0.$$

Infatti data una soluzione $u\,v\,w\,t$ della prima equazione si dimostra [2], che vi sono una infinità di valori possibili di $u'\,v'\,w'\,t'$ che soddisfano le due altre, date da

$$\begin{aligned}
u' &= [2\,\alpha\,\beta\,t - (\alpha^2 + \beta^2)\,u]\,w \\
v' &= [(\alpha^2 - \beta^2)\,t - (\alpha^2 + \beta^2)\,v\,]\,w \\
w' &= (t^2 - w^2)\,(\alpha^2 + \beta^2) - [2\,\alpha\,\beta\,u + (\alpha^2 - \beta^2)\,v]\,t \\
t' &= t^2\,(\alpha^2 + \beta^2) - [2\,\alpha\,\beta\,u + (\alpha^2 - \beta^2)\,v]\,t
\end{aligned}$$

ove $\alpha\,\beta$ sono interi qualunque positivi o negativi.

Scelti due sistemi possibili di valori per $u\,v\,w\,t$, $u'\,v'\,w'\,t$, la faccia che determina assi eguali nel cubo, cui appartengono le faccie $(u\,v\,w)$ $(u'\,v'\,w')$, è data da [3].

$$\begin{aligned}
-e &= \begin{vmatrix} u & t \\ u' & t' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v & w \\ v' & w' \end{vmatrix} \\
-f &= \begin{vmatrix} v & t \\ v' & t' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} w & u \\ w' & u' \end{vmatrix} \\
-g &= \begin{vmatrix} w & t \\ w' & t' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} u & v \\ u' & v' \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Es. $[u\,v\,w] = [122]$, $\alpha = 2$, $\beta = 1$. Quindi $t = 3$, $[u'\,v'\,w'] = [14\,\bar{2}.\,\bar{5}]$, $t' = 15$, $(e\,f\,g) = (11.\overline{23}.\,\bar{5})$. La terza zona coordinata sarà data dall' incontro delle due zone $[u\,v\,w]$ e $[u'\,v'\,w']$, cioè sarà $[\bar{2}.\,11.\,\overline{10}]$.

(1) Vedi Nota III § 76.

(2) Vedi Nota III § 77.

(3) Vedi Nota III § 78.

Osservazione I. — Siccome (efg) è rispetto a un dato cubo ciò che è (111) rispetto al cubo (100) così $[efg]$ deve essere zona trigonale, cioè verificare l'equazione

$$e^2 + f^2 + g^2 = 3\,t^2$$

Quindi quanto precede dà la soluzione in numeri interi di questa equazione ossia tutte le zone esagonali del sistema cubico.

Osservazione II. — Nel sistema monometrico nessuna zona $[u\,v\,w]$ normale a una zona esagonale, può essere esagonale o tetragonale. Infatti da quanto precede risulta che basta dimostrarlo prendendo per zona esagonale [111].

Allora si avrà $u + v + w = 0$.

Ma se $[u\,v\,w]$ è zona tetragonale o esagonale devono essere soddisfatte nel primo caso l'equazione

$$u^2 + v^2 + w^2 = t^2$$

nel secondo

$$u^2 + v^2 + w^2 = 3\,t^2$$

In causa della equazione $u + v + w = 0$ queste si riducono a

$$2\,(u^2 + v^2 + uv) = t^2$$
$$2\,(u^2 + v^2 + u\,v) = 3\,t^2$$

le quali non hanno soluzioni intere possibili [1].

Correlazioni fra la legge degli indici interi e la legge della sovrapposizione o simmetria.

§ 46. È un fatto importante da notarsi che nei sistemi cristallini non si verificano in natura tutte le faccie che sarebbero possibili secondo la legge degli indici ma che implicherebbero simmetrie rispetto a piani oltre quelli che caratterizzano la simmetria fisica fondamentale di un dato sistema.

L'osservazione ci presenta le sostanze cristalline in forme poliedriche che verificano, fatta astrazione da perturbazioni di ordine relativamente piccolo, la legge degli indici e la legge di simmetria, ma però non le verificano in tutte le sue conseguenze compatibili con l'enunciato delle leggi stesse, come chiaramente risulterà dalle seguenti considerazioni nelle quali esamineremo le proprietà geometriche che i poliedri naturali hanno a comune con i cristalli dei diversi sistemi alla cui distinzione ci hanno condotto le due ipotesi sovraccennate cioè:

1° poliedri con nessun piano policonjugato;
2° » con un piano policonjugato;
3° » con due piani policonjugati normali fra loro.

Per le due leggi supposte sarebbero possibili dei piani monoconjugati non conjugati con quelli fondamentali. Si noti che per questi tre sistemi la legge di simmetria non è necessaria per distinguerli, bastando perciò la legge degli indici e le possibili condizioni di ortogonalità fra le faccie di uno stesso poliedro;

4° poliedri con due piani policonjugati ossia con una zona policonjugata.

Per le due leggi supposte sarebbero possibili nei poliedri naturali di questa natura.

[1] Vedi Nota III § 75.

a) una infinità di simmetrie binarie rispetto alle faccie appartenenti alla zona policonjugata (1);

b) una infinità di gruppi di faccie appartenenti alla zona policonjugata ed aventi simmetria tetragonale o esagonale.

Si noti in questo caso che, salvo rare eccezioni, vi sono nei cristalli di questa classe un sol gruppo di piani soddisfacenti a una delle due leggi di simmetria e questi piani sono anche i soli fra i piani possibili di simmetria binaria osservati nel cristallo stesso;

5° poliedri con due piani normali policonjugati fra loro aventi la simmetria tetragonale.

In questo caso ogni piano è piano policonjugato.

Con le due leggi supposte sono possibili una infinità di zone aventi la simmetria tetragonale ed una infinità aventi la simmetria esagonale o trigonale. Ma i cristalli naturali presentano soltanto

a) la simmetria tetragonale nelle due zone corrispondenti ai piani policonjugati e nella zona normale;

b) la simmetria trigonale in una zona egualmente inclinata sulle tre che hanno la simmetria tetragonale.

§ 47. Da quanto precede risulta che la legge di simmetria nei cristalli è una legge restrittiva di quella degli indici, cioè non si trovano nei cristalli che si osservano in natura, faccie le quali, verificando la legge degli indici, implicherebbero simmetrie date da faccie oltre quelle che danno: 1° *in un sol modo* la divisione tetragonale esagonale o trigonale nella zona fondamentale policonjugata quando essa sola esiste nel sistema; 2° *in un sol modo* la simmetria tetragonale in ciascuna di tre zone normali fra loro e in un sol modo la simmetria trigonale in due zone normali fra loro e egualmente inclinate sulle tre che hanno la simmetria tetragonale.

Potremo quindi concludere dividendo i cristalli nei seguenti sistemi:

1° cristalli che non hanno zone policonjugate (sistema triclino);

2° cristalli che hanno una zona policonjugata (sistema monoclino);

3° cristalli che hanno una zona policonjugata ove si verifica la sovrapposizione trigonale o esagonale (sistema romboedrico o esagonale);

4° cristalli che hanno una zona policonjugata ove si verifica la sovrapposizione tetragonale (sistema dimetrico);

5° cristalli che hanno tre zone policonjugate normali ove si verifica la legge della sovrapposizione tetragonale ovvero due zone ove si verifica la legge della sovrapposizione trigonale (sistema monometrico).

Divisione razionale dei poliedri cristallini in sette sistemi, fondata sulle due ipotesi della razionalità degli indici e della simmetria delle faccie.

§ 48. Il quadro che segue rappresenta la divisione dei poliedri cristallini subordinatamente alle conseguenze cui ci hanno condotti le due ipotesi fatte.

In questo quadro ometteremo la considerazione dei casi d'ortogonalità monoconjugata che non influiscono sulla simmetria del poliedro e per essi rimandiamo al quadro del § 34.

(1) Vedi Nota II § 70.

Si osserverà soltanto che per trovare il nesso fra i piani di simmetria e i piani policonjugati basta confrontare i §§ 26 a 32 con i §§ 35 a 45.

Dando nuovi nomi ai sistemi non si è preteso escludere gli antichi; ma trovarli tali che concretassero le proprietà geometriche espresse nel quadro, cioè escludessero qualunque concetto di grandezza lineare, ma conservassero solo quello di esprimere le orientazioni simmetriche dei piani del cristallo rispetto ad alcune di esse.

Nomenclatura		PIANI POLICONJUGATI O DI SIMMETRIA					
secondo Dana ecc.	secondo la legge di simmet.[a]	necessarî e sufficienti		derivati		effettivi	
Triclino	Asimmetrico	0	—	0	—	0	—
Monoclino	Monosimmetrico	1	—	0	—	1	—
Trimetrico	Triortosimmetrico	2	normali fra loro	1	—	3	—
Dimetrico	Pentasimmetrico	2	sovrapposizione tetragonale nella zona dei due piani	1 ∞	piano normale alla zona dei due piani necessarî e sufficienti di sovrapposizioni tetragonali nella zona dei due piani necessarî e sufficienti	5	1 piano normale alla zona dei due piani necessarî e sufficienti Una sola sovrapposizione tetragonale nella zona dei due piani necessarî e sufficienti, ossia 4 piani di simmetria
Esagonale	Eptasimmetrico	2	sovrapposizione esagonale nella zona dei due piani	1 ∞	piano normale alla zona dei due piani necessarî e sufficienti di sovrapposizioni esagonali nella zona dei due piani necessarî e sufficienti	7	1 piano normale alla zona dei due piani necessarî e sufficienti Una sola sovrapposizione esagonale nella zona dei due piani necessarî e sufficienti ossia 6 piani di simmetria
Romboedrico	Triequisimmetrico	2	sovrapposizione trigonale nella zona dei due piani	1 ∞	come sopra	3	Una sola sovrapposizione trigonale nella zona dei due piani necessarî e sufficienti
Monometrico	Enneasimmetrico	2	sovrapposizione tetragonale in due zone normali fra loro	∞ ∞	di sovrapposizioni tetragonali in due zone normali fra loro di sovrapposizioni esagonali in zone egualmente inclinate sulle due tetragonali e sulla loro conjugata	9	Una sola sovrapposizione tetragonale in due zone normali fra loro e la sovrapposizione esagonale nella zona egualmente inclinata sulle due tetragonale e sulla loro conjugata ossia 3 piani di simmetria tetragonale e 6 piani di simmetria trigonale

III. Correlazioni fra la simmetria geometrica e la simmetria fisica nei corpi cristallini.

§. 49. Si è visto che fatto astrazione dai casi di ortogonalità semplice (piani monoconjugati), casi che non indicano variazione nella simmetria geometrica dei poliedri cristallini, un elemento qualunque di uno di questi si esprime algebricamente per un certo numero di quantità a_i razionali ed intere e quindi essenzialmente discontinue (indici), e di quantità irrazionali ρ_i.

Ricordando quanto si è detto, si hanno le seguenti espressioni per i parametri algebrici dei diversi sistemi.

$\delta = a_1 \rho_1$	Sistema monometrico
$\delta = a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2$	id. dimetrico, esagonale, romboedrico
$\delta = a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2 + a_3 \rho_3$	id. trimetrico
$\delta = a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2 + a_3 \rho_3 + a_4 \rho_4$	id. monoclino
$\delta = a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2 + a_3 \rho_3 + a_4 \rho_4 + a_5 \rho_5$	id. diclino
$\delta = a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2 + a_3 \rho_3 + a_4 \rho_4 + a_5 \rho_5 + a_6 \rho_6$	id. triclino

Si è visto ancora che la forma di queste diverse espressioni dipende soltanto dalla natura delle condizioni di ortogonalità cui sono soggetti i piani, ma non dal sistema di assi cui sono riferiti.

L'esperienza dimostra che la forma dei cristalli varia rimanendo sempre verificata la legge degli indici e le condizioni di ortogonalità proprie di un cristallo appartenente a un dato tipo.

Questa variazione non può avvenire nel valore degli indici perchè discontinui. Consideriamo un punto della superficie del cristallo; esso si esprimerà per il numero degli irrazionali che caratterizzano un sistema; quindi sarà soggetto a un numero di variazioni possibili dato dal numero d'irrazionali per i quali si esprimono gli elementi che definiscono la posizione angolare relativa dei piani che lo individuano.

Siccome d'altra parte la simmetria fisica è rappresentata nei cristalli dalle stesse leggi che la simmetria geometrica, per analogia si deve ammettere che una superficie rappresentante un dato fenomeno deve poter subire per rimanere identica alla simmetria fisica lo stesso numero di variazioni.

Ora quando si fanno, giovandosi dell'esperienza, le ipotesi più semplici sulla natura delle vibrazioni di una materia perfettamente omogenea si è condotti ad ammettere, come una delle ipotesi probabili, che quando un punto diviene un centro di oscillazioni la superficie sulla quale queste si trovano, dopo un dato tempo nelle medesime condizioni, sia quella di un elissoide.

Ciò posto si deve supporre che essendo identiche *la simmetria fisica* e *la simmetria geometrica*, alle cause di variazione del mezzo materiale dovranno corrispondere egual numero di cause di variazione nella forma della superficie rappresentante la distribuzione di ogni singolo fenomeno fisico. Ammesso quindi che questa superficie sia un elissoide e sia riferita a un sistema di assi ortogonali fissi nello spazio, e che questi all'origine del moto coincidono cogli assi principali dell'elissoide, si vede che in generale questo potrà subire variazioni in cinque elementi, cioè nei suoi tre parametri

lineari abc e nei due parametri angolari $\alpha\beta$, e per ogni sistema di valori dato a questi cinque parametri l'elissoide sarà orientata in un dato modo rispetto agli assi invariabili e rispetto al solido cristallino.

Ciò premesso ecco le analogie che ne risultano fra le proprietà geometriche e i fenomeni fisici delle sostanze naturali; esse rappresentano le relazioni più generali che legano questi due ordini di fenomeni finchè non si ammettano altre leggi che quelle degli indici interi e della simmetria.

FENOMENI GEOMETRICI		FENOMENI FISICI		
Sistemi	Elementi del poliedro geometrico capaci di variare con continuità.	Elissoidi	Elementi dell' elissoide variabili con continuità.	Sistemi di superfici originate dalla variazione degli elementi dell' elissoide.
Monometrico	ρ	Sfera	$a = b = c$	Sfere concentriche
Dimetrico / Rombroedrico / Esagonale	$\rho_1\ \rho_2$	Elissoide di rivoluzione.	$a = b\,, c$	Elissoidi di rivoluzione a circoli direttori concentrici
Trimetrico	$\rho_1\ \rho_2\ \rho_3$	Elissoide non di rivoluzione.	$a\ b\ c$	Elissoidi a sezioni principali coincidenti
Monoclino	$\rho_1\ \rho_2\ \rho_3\ \rho_4$	Elissoide non di rivoluzione.	$a\ b\ c\ \alpha$	Inviluppo di elissoidi con un asse comune
Diclino	$\rho_1\ \rho_2\ \rho_3\ \rho_4\ \rho_5$	Elissoide non di rivoluzione.	$a\ b\ c\ \alpha\ \beta$	Inviluppo di elissoidi
Triclino	$\rho_1\ \rho_2\ \rho_3\ \rho_4\ \rho_5\ \rho_6$			

Si noti che i sistemi diclino e triclino sono fisicamente identici, ammesso che l'elissoide rappresenti la distribuzione fisica di un dato fenomeno. Infatti la variazione dei cinque elementi a $(abc\alpha\beta)$ di un elissoide rappresenta tutte le variazioni possibili che esso può subire in direzione e in grandezza rispetto a direzioni invariabili; quindi un tale elissoide sarà compatibile tanto con la variazione dei cinque elementi geometrici del sistema diclino quanto con quella del sistema triclino; e quindi si vede il motivo per cui non si sono divisi due sistemi che fisicamente non possono presentare differenze. Questo, lo ripetiamo, non è che la conseguenza delle analogie necessarie e sufficienti derivate dalla legge di simmetria, ciò che apparirà ancor più chiaro da quanto si va ora a dire sul sistema monoclino e triclino.

Consideriamo per esempio i fenomeni calorifici e gli ottici nel sistema monoclino, ove, come è noto il loro piano di simmetria coincide col piano di simmetria geometrico.

Ora, qualunque ipotesi si faccia sui cristalli, la simmetria geometrica mostra che i moti cui sono soggetti i diversi punti di un cristallo monoclino sono simmetricamente disposti rispetto ad un piano. Ora ammettiamo che un moto qualunque, un moto per esempio rappresentato da una propagazione in linea retta e da vibrazioni perpendicolari a questa direzione, sia commensurabile col primo, cioè possa essere modificato

da esso; queste modificazioni saranno simmetricamente disposte rispetto al piano di simmetria dei moti fondamentali, nè vi saranno altre condizioni supponibili.

Se, come per la luce, la lunghezza d'onda dipende dalla velocità di propagazione e questa dalla forza iniziale e dalla elasticità dei mezzi, è arbitrario supporre che gli assi di elasticità relativi alle superficie d'onda dei diversi colori debbano coincidere. Quindi la dispersione dei cristalli monoclini oltre che dipendere dalla natura dei moti luminosi deve essere ed è difatti intimamente connessa colla simmetria caratteristica del sistema monoclino.

Consideriamo ora la vibrazione calorifica; essa pure è distribuita in un cristallo monoclino rispetto al piano di simmetria; ma poichè i suoi moti vibratorî hanno grandezza, se non natura, diversa che per la luce, la curva rappresentativa della sua distribuzione nel piano di simmetria non avrà, in quel piano, le medesime linee di simmetria che la propagazione luminosa. Per concretare, i due assi di elasticità ottica non coincideranno, nel piano di simmetria, coi due assi di conducibilità termica; e così è difatti.

D'altra parte consegue da quanto precede che per una data temperatura un asse di conducibilità termica taglia sotto diversi angoli i diversi assi (simili) di elasticità dei diversi colori semplici. Quindi la ipotesi *più probabile* si è che variando la temperatura la direzione relativa di questi diversi assi varii anche essa; ma ciò non impedisce che per valori particolari di tutti o parte dei parametri caratteristici dei diversi moti (materia, impulso luminoso ecc.) o per l'insufficienza dei mezzi che abbiamo a nostra disposizione per la differenziazione dei fenomeni, non vi possa essere coincidenza reale o apparente in queste direzioni. Così nel sistema monoclino vi sono i fenomeni di dispersione variabili o no sensibilmente con la temperatura in modo talora da invertire l'ordine dei colori conservando sempre contigui i medesimi; ne ciò deve sorprendere; infatti la sensibilità del nostro occhio per un colore dipende dalla lunghezza di onda e questa dalla velocità e quindi dall'indice di refrazione di un colore, quindi se si sottomette un cristallo a condizioni tali che un dato sistema di assi di elasticità varii di posizione, questo sistema corrisponderà successivamente a diversi colori; un moto che ci dà l'impressione di un colore si trasforma nel moto che vi dà l'impressione del colore contiguo; e questa permutazione circolare fa sì che i diversi colori si presentano sempre nella medesima posizione relativa.

In queste e in altre fisiche proprietà dei cristalli s'impone sempre la legge di simmetria; e nel supporre le necessarie relazioni fra le oscillazioni del mezzo materiale ed etereo non si potrà quindi sempre supporre che abbiano piano di simmetria comune, quando questo piano manca per il mezzo materiale.

IV. Ipotesi della riducibilità di tutti i sistemi ad un sistema ortogonale e al monometrico.

§ 50. Il Sella generalizzando, come si è già accennato, alcuni teoremi enunciati da altri cristallografi e relativi agli elementi metrici dei cristalli, ha mostrato che tutti i cristalli si potevano riferire al sistema ortogonale e quindi al monometrico una volta soddisfatte due condizioni, cioè ha dimostrato:

1° che se in un sistema cristallino qualunque è soddisfatta l'ipotesi che il prodotto di ciascun parametro per sè stesso o per la projezione sopra di esso di

qualunque altro parametro, è un numero razionale, allora qualunque sistema potrà derivarsi da assi ortogonali;

2° che se in un tipo cristallino rimane soddisfatta l'ipotesi precedente sui parametri, e se ridotto quindi ad assi ortogonali viene ad avere per parametri le radici di tre numeri interi tali che il prodotto negativo di due qualunque sia residuo quadratico del terzo, allora quel tipo cristallino potrà derivarsi dal sistema monometrico.

La prima delle due ipotesi espresse in questi due teoremi equivale ad ammettere che in qualunque tipo cristallino i parametri algebrici siano esprimibili per quantità razionali o per quantità razionali moltiplicate per il medesimo irrazionale, ossia equivale al caso VIII del § 27 come dimostreremo nei due teoremi seguenti.

La seconda ipotesi è tale che i sistemi a assi ortogonali possono riferirsi al tipo monometrico; quindi equivale ad ammettere che in tutti i tipi cristallini vi siano due zone policonjugate normali fra loro, nelle quali si verifichi la legge della sovrapposizione tetragonale, caso considerato al § 42.

Ci limiteremo a dimostrare l'identità fra la prima delle condizioni espresse dal Sella e il caso VIII del § 27.

Siano $a\ b\ c$ i parametri di un cristallo e p, q, r, i coseni degli angoli degli assi ab, ac, bc.

Si è visto (formule 15) che:

$$(40)\quad \left\{ \begin{aligned} \delta_a &= -\frac{1-r^2}{a^2}, & \lambda_c &= \frac{p-qr}{ab} \\ \delta_b &= \frac{1-q^2}{b^2}, & \lambda_b &= \frac{q-pr}{ac} \\ \delta_c &= \frac{1-p^2}{c^2}, & \lambda_a &= \frac{r-pq}{bc} \end{aligned} \right.$$

§ 51. *Teorema I.* — Se le quantità a^2, b^2, c^2, abp, acq, bcr sono razionali saranno razionali le quantità

$$\delta_a,\ \delta_b,\ \delta_c,\ \lambda_a,\ \lambda_b,\ \lambda_c$$

Infatti la prima delle (40) può scriversi

$$\delta_a = \frac{b^2 c^2 - b^2 c^2 r^2}{a^2 b^2 c^2} = \frac{b^2 c^2 - (bcr)^2}{a^2 b^2 c^2}$$

e si vede chiaramente che δ_a sarà razionale.

La quarta delle (40) può ora scriversi, moltiplicandone i due termini del secondo membro per $c^2\,ab$:

$$\lambda_c = \frac{abpc^2 - acq.bcr}{a^2 b^2 c^2}$$

Quindi λ_c è razionale. Egualmente si dimostrerebbe che λ_b e λ_a sono razionali.

Teorema II. — Se $\delta_a\ \delta_b\ \delta_c\ \lambda_a\ \lambda_b\ \lambda_c$ sono razionali, saranno razionali a^2, b^2, c^2, abp, acq, bcr.

Infatti, essendo A, B, C i poli dai piani yz, xz, xy, si ha:

$$p = qr - \sqrt{1-q^2}\ \sqrt{1-r^2}\ \cos AB$$

Quindi dalle (40)

$$(41)\quad \begin{cases} \cos \mathrm{AB} = \dfrac{\lambda_c}{\sqrt{\delta_a \delta_b}} \\[2ex] \cos \mathrm{AC} = \dfrac{\lambda_b}{\sqrt{\delta_a \delta_c}} \\[2ex] \cos \mathrm{BC} = \dfrac{\lambda_a}{\sqrt{\delta_b \delta_c}} \end{cases}$$

Ora

$$p = \frac{\cos \mathrm{A\,B} - \cos \mathrm{A\,C} \cos \mathrm{B\,C}}{sen\, \mathrm{A\,C}\; sen\, \mathrm{B\,C}}$$

Quadrando e sostituendo a $\cos \mathrm{AB}$, $\cos \mathrm{AC}$, $\cos \mathrm{BC}$ i valori antecedenti si ha

$$p^2 = \frac{\dfrac{\lambda^2_c}{\delta_a \delta_b} + \dfrac{\lambda^2_a \lambda^2_b}{\delta^2_c \delta_a \delta_b} - \dfrac{2\lambda_a \lambda_b \lambda_c}{\delta_a \delta_b \delta_c}}{\left(1 - \dfrac{\lambda^2_b}{\delta_a \delta_c}\right)\left(1 - \dfrac{\lambda^2_a}{\delta_b \delta_c}\right)}$$

ossia

$$(42)\qquad p^2 = \frac{1}{\delta_a \delta_b} \; \frac{\left(\lambda_c - \dfrac{\lambda_b \lambda_a}{\delta_c}\right)^2}{\left(1 - \dfrac{\lambda^2_b}{\delta_a \delta_c}\right)\left(1 - \dfrac{\lambda^2_a}{\delta_b \delta_c}\right)}$$

Quindi p^2 è razionale; egualmente si dimostrerà che q^2 e r^2 sono razionali.

Per le tre prime delle (40) anche a^2, b^2, c^2, saranno razionali.

Dalla quarta delle (40) avremo

$$\lambda^2_c = \frac{p^2 + q^2 r^2 - 2pqr}{a^2 b^2}$$

Quindi pqr è razionale

Ma si ha ancora $\lambda_c = \dfrac{p^2 - pqr}{abp}$

Quindi anche abc è razionale. In egual modo si dimostrerà che acq e bcr sono razionali.

§ 52. *Osservazione.* — Sarà utile come corollario a questo teorema mostrare come si esprimono i sei parametri p, q, r, a, b, c in funzione dei sei parametri algebrici δ_a, δ_b, δ_c, λ_a, λ_b, λ_c.

Il valore di p è dato dalla (42); q e r da espressioni analoghe.

Per avere i valori di c e quindi di a e b si osservi che

$$\delta_c c^2 = -(1 - p^2) = \left\{1 - \left(\frac{\cos \mathrm{A\,B} - \cos \mathrm{A\,C} \cos \mathrm{B\,C}}{sen\, \mathrm{A\,C}\; sen\, \mathrm{B\,C}}\right)^2\right\}$$

$$\delta_c c^2 = - \frac{\begin{vmatrix} 1 & \cos \mathrm{A\,B}, & \cos \mathrm{A\,C} \\ \cos \mathrm{A\,B} & 1 & \cos \mathrm{B\,C} \\ \cos \mathrm{A\,C} & \cos \mathrm{B\,C} & 1 \end{vmatrix}}{(1 - \cos^2 \mathrm{A\,C})(1 - \cos^2 \mathrm{B\,C})} = - \frac{sen\, \overline{\mathrm{A\,B\,C}}}{sen^2\, \mathrm{A\,C}\; sen^2\, \mathrm{B\,C}}$$

ove a $\cos \mathrm{A\,B}$, $\cos \mathrm{A\,C}$, $\cos \mathrm{B\,C}$ possiamo sostituire i valori (41).

Si osservi ancora che

$$\delta_c\, c^2 = -\frac{sen\,\overline{ABC}}{\left(1-\frac{\lambda^2_b}{\delta_a\,\delta_c}\right)\left(1-\frac{\lambda^2_a}{\delta_b\,\delta_c}\right)} = -\,\delta_a\,\delta_b\,\delta^2_c\,\frac{sen\,\overline{ABC}}{\left(\delta_a\,\delta_c-\lambda^2_b\right)\left(\delta_b\,\delta_c-\lambda^2_a\right)}$$

$$c^2 = -\,\delta_a\,\delta_b\,\delta_c\,\frac{sen\,\overline{ABC}}{(\delta_a\,\delta_b-\lambda^2_a)\,(\delta_b\,\delta_c-\lambda^2_a)\,(\delta_a\,\delta_b-\lambda^2_c)}\cdot(\delta_a\,\delta_b-\lambda^2_c)$$

Quindi $a : b : c :: \sqrt{\delta_b\,\delta_c-\lambda^2_a} : \sqrt{\delta_a\,\delta_c-\lambda^2_b} : \sqrt{\delta_a\,\delta_b-\lambda_c^2}$

V. Sopra la riduzione empirica di tutti i tipi cristallini a un tipo ortogonale.

Possibilità empirica di tale riduzione.

§ 53. In qualunque sistema si può trovare una faccia possibile, cioè soggetta alla legge degli indici e di cui gli angoli differiscano meno di qualunque quantità data da angoli dati.

Infatti in tutti i sistemi, eccetto che nel monometrico, tutte le quantità irrazionali che definiscono un solido sono esprimibili per una espressione della forma $\sum_1^n n_i\,\rho_i$ ove n_i sono interi qualunque, ρ_i irrazionali dati e i è almeno eguale a 2.

Ora è noto che si può dare a espressione di questa forma, facendo variare gli n_i, valori che differiscono da una quantità data meno di qualunque quantità assegnabile.

Nel sistema monometrico gli elementi irrazionali si possono esprimere per un rapporto ove entra un solo irrazionale; ma i termini di questo rapporto potendo ridursi a trinomi razionali suscettibili di tutti i valori possibili interi, si vede che anche il rapporto suddetto potrà prendere un valore che differirà da una quantità data meno di qualunque quantità assegnabile.

Quindi si vede che si potrà sempre trovare in qualunque sistema per i valori convenienti degli indici forme che differiscono da forme ortogonali e quindi dal monometrico, meno di qualunque quantità data; supponendo pur sempre che i parametri rimangono in generale irrazionali.

Ma però conviene osservare che tale irrazionalità viene, nei calcoli, ad essere eliminata poichè per parametri cristallini si prendano nelle formole, non gli irrazionali che teoricamente gli esprimono, ma dei numeri che ne differiscono a seconda dell'approssimazioni degli elementi ottenuti nelle misure sperimentali.

Una volta sostituite, nelle espressioni algebriche che legano fra loro le costanti cristallografiche, quantità razionali alle irrazionali, è facile vedere che in ogni sistema se ne possono far derivare forme ortogonali possibili, essendo allora adempita non solo l'ipotesi I degli indici interi, ma una più semplice ancora. E siccome si possono prendere per quantità razionali esprimenti i rapporti delle costanti, un infinità di gruppi di numeri interi, rimanendo pur sempre nei limiti dell'approssimazione richiesta, si vede che potranno trovarsi anche dei numeri tali da adempiere l'ipotesi II, cioè della simmetria, facendo in modo così che un tipo ortogonale derivato da uno ad assi inclinati, possa ridursi al monometrico.

Ma potrebbe osservarsi essere sempre cosa ammessa implicitamente in cristallografia che la legge degli indici è subordinata alla piccolezza dei numeri che esprimono gli indici stessi; quindi doversi ritenere che le ricerche fatte per provare la riducibilità di un sistema all'altro abbiano tenuto conto di questo punto fondamentale.

A questo osserverò che le costanti cristallografiche non si hanno che con poca approssimazione e quindi sono esprimibili per numeri non grandissimi; ma ciò che importa osservare si è che questi numeri possono essere molto più piccoli di quelli che ordinariamente si adoperano come mostrerò più avanti.

Se da una parte quindi la piccolezza di questi numeri fa sì che il loro numero venga ad essere limitato è quindi non sempre possa per essi verificarsi l'ipotesi II e non possano perciò riferirsi al tipo monometrico, potranno in generale ridursi in modo abbastanza semplice al tipo ortogonale.

Teoricamente, del resto, la riduzione al tipo monometrico degli altri sistemi, non non sembra probabile per le considerazioni fisiche antecedentemente esposte.

Improbabilità della riduzione teorica di un tipo cristallino a un tipo di un altro sistema.

§ 54. Le ipotesi espresse al § 50 cioè che i cristalli di un sistema qualunque possono riferirsi al sistema monometrico, significa la possibilità che si verifichino condizioni tali che un cristallo avente la simmetria propria di un sistema acquisti inoltre quella del sistema monometrico.

È da supporsi però che le variazioni della legge di simmetria dovrebbero in tal caso essere coordinate a quella delle inclinazioni delle faccie di un cristallo, in modo che se il sistema avesse una simmetria comune o prossima al sistema monometrico dovrebbero, nel passaggio di un tipo non monometrico al monometrico, rimanere piani di simmetria i medesimi piani.

Consideriamo le variazioni che la temperatura può indurre in un cristallo del sistema romboedrico. Il romboedro e il cubo avendo a comune la simmetria trigonale, è naturale ammettere che il passaggio di un cristallo romboedrico a un tipo monometrico dovrebbe corrispondere al passaggio al cubo di uno dei romboedri possibili della sostanza romboedrica stessa.

§ 55. Notiamo in primo luogo che mentre la dilatazione ha valore sensibilmente differente nelle diverse sostanze cristalline, di fronte alle differenze compatibili nelle costanti geometriche, le variazioni peraltro che essa induce nei cristalli sono, in generale, inferiori anch'esse alla grandezza dell'approssimazione che si raggiunge nella misura delle costanti dei cristalli stessi.

Ora, in generale, le sostanze romboedriche non presentano *romboedri osservati* che differiscono dal cubo meno della variazione che indotta dalla temperatura ridurrebbe a 90° un angolo diverso da questa quantità.

Ammettiamo, come prima approssimazione, che nei diversi romboedri di un tipo romboedrico le variazioni indotte negli angoli per una medesima variazione di temperatura siano eguali; e ciò posto prendiamo ad esempio il quarzo, la sostanza forse fra quelle che hanno molte forme, la più esattamente conosciuta.

L'angolo del romboedro fondamentale, che è di 85° 45′ non varia neppur di 1′ per una variazione di temperatura di 200° Cent. D'altra parte il romboedro osservato nel quarzo che meno differisce da un cubo è $(\overline{10}.\ 17.\ 17.)$ e il suo inverso $26.\ \overline{1}.\ \overline{1}$ e l'angolo di due faccie adjacenti è in essi 89° 36′. Si vede quindi doversi con molta probabilità ammettere che prima d'indurre nel quarzo col riscaldarlo modificazione tale da far sì che l' angolo 89° 36′ del suo romboedro osservato $(\overline{10}.\ 17.\ 17)$ diventasse di 90° ne avverrebbe il cambiamento di stato del quarzo stesso; o in altri termini nessuno dei romboedri osservati nel quarzo può per qualunque temperatura divenire un cubo; e essere cosa ipotetica in generale, il supporre possibile la riduzione fisica del quarzo al tipo monometrico per una data temperatura; se però consideriamo, non più i romboedri osservati ma tutti quelli compatibili con la legge degli indici se ne potrà soltanto allora trovare facilmente uno che in generale avrà indici assai grandi, e che per una piccola variazione di temperatura potrà divenire un cubo.

Riduzione empirica di un cristallo qualunque a un tipo ortogonale.

§ 56 Siano (hkl) $(h'k'l')$ i simboli di due faccie di un cristallo appartenente a un tipo qualunque (¹). Il loro angolo sarà:

$$\cos\alpha = \frac{M_{0\cdot 1}}{\sqrt{M_{0\cdot 0}}\ \sqrt{M_{1\cdot 1}}} \qquad (43)$$

ove $M_{0\cdot 1} = (h\,\delta_a + \lambda_c\,k + \lambda_b\,l)\,h' + (\lambda_c\,h + \delta_b\,k + \lambda_a\,l)\,k' + (\lambda_b\,h + \lambda_a\,k + \delta_c\,l)\,l'$

Se noi supponiamo che i $\delta_a\ \delta_b\ \delta_c\ \lambda_a\ \lambda_b\ \lambda_c$ (v. formule 15) siano espressi per numeri, il polinomio $M_{0\cdot 1}$ potrà sempre annullarsi per valori interi di (hkl) $(h'k'l')$, ossia vi potranno essere faccie normali fra loro.

Osserviamo che allora a ogni faccia $(h\,k\,l)$ corrisponderanno una infinità di faccie normali $(h'\,k'\,l')$. Data una faccia (hkl) si scelga a piacere una soluzione $(h'\,k'\,l')$ e si cerchi la faccia perpendicolare tanto a $(h\,k\,l)$ quanto a $(h'\,k'\,l')$ mediante le due equazioni:

$$\Delta_h\,h'' + \Delta_k\,k'' + \Delta_l\,l'' = 0 \quad , \quad \Delta_{h'}\,h'' + \Delta_{k'}\,k'' + \Delta_{l'}\,l'' = 0$$

Avremo così tre piani possibili normali fra loro, cui potremo riferire tutte le altre faccie del tipo cristallino.

Si vede facilmente che scelti in questo sistema degli assi potremo riguardarli come razionali e quindi ridurre il tipo ortogonale al monometrico.

§ 57. Una applicazione di quanto si è detto nel § precedente può aversi quando si scelgono per assi gli assi fisici relativi a una proprietà fisica come gli assi di elasticità ottica. Supponiamo di conoscere gli angoli che i piani degli assi di elasticità ottica fanno con i piani coordinati cui è riferito un tipo cristallino. Potremo con i metodi ordinari trovare i simboli di questi piani, riferiti agli assi primitivi; e, ove si prenda per assi nuovi quelli ottici, si potrà cercare ancor il simbolo del piano che li determina.

Ciò fatto potremo con i metodi noti trovare i simboli del tipo cristallino riferito agli assi fisici ortogonali tra loro.

§ 58. Comunque si scelga il nuovo sistema di assi, potremo sempre ridurre il tipo cristallino alla forma ortogonale in modo che i suoi assi ortogonali stiano fra loro

(¹) Uzielli G. l. c. 351,

come tre quantità $a, b, c,$ razionali. Ora si tratta di trovare i più piccoli valori coi quali si può esprimere $a, b, c,$ e perciò basta risolvere i problemi seguenti.

Problema I. — Trovare la più piccola frazione che rappresenta con una data approssimazione una data quantità.

Problema II. — Dati i limiti fra cui è compresa una data quantità trovare la più piccola frazione che può rappresentarla con una data approssimazione.

Problema III.— Date due frazioni, a denominatore diseguale trovare le due frazioni più piccole a denominatore eguale che ne differiscono meno di una data quantità.

Alla risoluzione di questi problemi servono i seguenti teoremi:

§ 59. *Teorema I.* — La più piccola frazione che rappresenta con una data approssimazione una data quantita è fornita dalla più piccola delle ridotte che si ottengono svolgendo in frazione continua la quantità data, e tale che l'inverso del quadrato del suo denominatore sia minore dell'approssimazione richiesta ([1]).

§ 60. *Teorema II.* — La frazione razionale a denominatore minimo compresa fra due numeri dati si ottiene prendendo la frazione a denominatore più piccolo fra le due frazioni convergenti intermediarie immediatamente successive alle due prime ridotte differenti ottenute dallo sviluppo in frazione continua dei due numeri dati ([2]).

§ 61. *Teorema III.* — Dati due numeri,compresi ciascuno fra limiti dati, si ottengono le più piccole frazioni a denominatore eguale che li rappresentano con una data approssimazione, esprimendo graficamente i due numeri dati e cercando per ciascuno di essi, col teorema precedente, le frazioni a denominatore più piccolo che li rappresentano; quindi si guarda se all'ordinata corrispondente al denominatore maggiore corrisponde una frazione razionale compresa fra i limiti dell'altro numero, o, se ciò non è, si cerca la più piccola ordinata positiva maggiore di quella del denominatore maggiore a cui corrispondono frazioni comprese graficamente fra i due limiti di ciascuno dei due numeri dati ([3]).

§ 62. Prima di fare alcune applicazioni di questi teoremi al calcolo numerico degli elementi che caratterizzano i sistemi cristallini faremo alcune osservazioni. È noto in primo luogo che questi elementi hanno un medesimo determinato valore quando i corpi cui si riferiscono hanno assunto forme cristalline in determinate circostanze. Ricorderemo ancora che i cristalli di una specie mineralogica presentano variazioni dovute alle condizioni fisiche in cui si sono formati, alla presenza di sostanze meccanicamente mescolate e alla varia proporzione degli elementi in generale isomorfi che vi si sostituiscono reciprocamente. Siccome peraltro queste perturbazioni inducono in generale negli angoli variazioni assai piccole di fronte al valore degli angoli stessi, così, nello stato attuale della scienza si danno nei trattati gli angoli caratteristici di una data sostanza, facendo astrazione da queste perturbazioni, ossia riguardando esatti nel loro valore i gradi ed i minuti; ed è solo quando si ha un materiale sufficientemente perfetto di una sostanza in modo da poterlo supporre formato in identiche condizioni, che si può spingere l'approssimazione più oltre.

§ 63. Nelle linee che seguono trattando delle approssimazioni delle formule, non intendiamo darne una teoria completa ciò che porterebbe troppo in lungo. Si noterà

([1]) Vedi Teoria delle frazioni continue. — ([2]) Vedi Nota IV § 79. — ([3]) Vedi Nota IV § 80.

soltanto che se si considera il caso di calcolare l'angolo di due faccie in un tipo ortogonale, bisogna, per aver sempre esatte 4 cifre del valore del coseno, prendere, in generale, 13 cifre nel valore dei parametri. Ma tale necessità dipende specialmente quando l'angolo che si cerca è vicino a zero o a 90°. Ed in generale è facile evitare questo caso, ciò che si cerca sempre di fare nelle applicazioni.

È da notarsi ancora che nelle osservazioni dei cristalli per identificare delle specie basta avere almeno con 4 o 5 minuti l' angolo esatto. Le differenze nella medesima specie vanno però sovente, in natura, fino a mezzo grado.

La misura goniometrica diretta dagli angoli dà raramente più del mezzo minuto con esattezza; e nelle osservazioni microscopiche di angoli si può al più sperare sull'esattezza dei mezzi gradi.

In questi casi quindi intendiamo che si possano applicare le formule che seguono.

Ripetiamo che quando si avesse un materiale sufficientemente perfetto e quindi si avessero fatte osservazioni più precise il metodo quì indicato sarebbe applicabile sempre; ma si vede chiaramente che crescerebbe la grandezza dei numeri con cui verrebbero rappresentati gli elementi cristallini e quindi non si semplificherebbero i calcoli quanto nei casi di minore approssimazione cui è utile applicarlo, e che più comunemente si presentano.

§ 64. Ammettiamo dunque come approssimazione sufficiente nella pratica che l'errore nella misura di un angolo sia di 30″.

Vediamo quindi con che approssimazione si debbano esprimere i seni, i coseni e le tangenti.

Osservando che quando cresce un angolo φ e α rimane costante 1° decresce la differenza fra i due seni $sen(\varphi + \alpha)$ e $sen\,\varphi$, e 2° cresce quella fra i due coseni $cos(\varphi + \alpha)$ e $cos\,\varphi$ si vede che l'errore θ che si può commettere nel calcolo del seno e del coseno è compreso fra i seguenti limiti:

$$1 - cos\,30'' < \theta < sen\,30''$$

ossia ponendo $cos\,30'' = 1$

$$0 < \theta < 0,000\,14\,5\,44$$

Si vede quindi che un errore di 0, 00015 nel valore del seno o del coseno corrisponde a un valore di meno di 30″ nel valore dell'angolo.

Lo stesso sarà per la tangente poichè supponendo di avere il valore della tangente colla medesima approssimazione ed essendo:

$$arc\,\alpha < tang(\varphi + \alpha) - tang\,\varphi$$

avremo:

$$arc\,\alpha < 0,0001$$

ossia

$$\alpha < 20''$$

Applicazioni.

§ 65. *Sistema romboedrico.* — Per avere l'espressione del coseno dell'angolo di due faccie (hkl), $(h'k'l')$ prendendo per assi, assi romboedrici, basterà fare nella (43)

$$a = b = c \qquad \overline{xy} = \overline{xz} = \overline{yz} = \alpha$$

e se inoltre si pone $cos\,\varphi = -\dfrac{cos\,\alpha}{1 + cos\,\alpha} = \dfrac{M}{N}$, φ essendo l'angolo dei piani

romboedrici si ha

$$(44) \qquad \cos(hkl)(h'k'l') = \frac{N(hh'+kk'+ll') + M[(k+l)h' + (l+h)k' + (h+k)l']}{\sqrt{(h^2+k^2+l^2)+2M(hk+hl+kl)}\ \sqrt{N(h'^2+k'^2+l'^2)+2M(h'k'+h'l'+k'l')}}$$

Se $\cos\varphi$ è calcolato coll'approssimazione di $\frac{1}{10000}$ ^{mo}, N e M saranno, in generale, numeri interi di 3 cifre al più.

Così si è fatto nel quadro che segue ove si sono calcolate i valori di $\frac{M}{N}$ per alcune sostanze romboedriche più esattamente misurate svolgendo in frazione continua $\cos(\varphi + 30'')$ e $\cos(\varphi - 30'')$ ed applicando il teorema II § 60. Coi parametri romboedrici si sono dati anche i parametri trimetrici cui si riferiscono talora i cristalli romboedrici, deducendoli dai primi. Se invece dell'angolo di due faccie si vuole l'angolo degli spigoli, esso è dato, come è noto, nel sistema romboedrico, da una formola analoga alla (44) ove N e M non variano e (hkl) $(h'k'l')$ sono i simboli degli spigoli.

Sostanze	angolo α delle faccie del romboedro fondamentale	Autori	Parametro romboedrico $\frac{M}{N}$	Parametri trimetrici		
				$\frac{1}{a^2}=N-M$	$\frac{1}{b^2}=3(N-M)$	$\frac{1}{c_2}=2(N+2M)$
Cinabro . . .	108.°12′	Naumann	$-\frac{69}{221}$	145	435	83
Pirargirite . .	71.°18′	id.	$\frac{42}{131}$	— 89	267	430
Proustite . . .	72.°10′	id.	$\frac{15}{49}$	17	51	79
Ematite . . .	94.° —	Kokscharow	$-\frac{3}{43}$	23	69	37
Corindone. . .	83.°56′	id.	$\frac{5}{73}$	34	102	83
Quarzo. . . .	85.°45′	id.	$\frac{2}{27}$	25	75	62
Smeraldo . . .	75.°27′	id.	$\frac{39}{155}$	58	174	233
Fenakite . . .	63.°24′	id.	$\frac{30}{67}$	37	111	254
Nefelina . . .	96.°30′	id.	$-\frac{13}{122}$	45	135	64
Diottasio . . .	95.°55′	id.	$-\frac{7}{68}$	25	75	108
Cabasia. . . .	85.°14′	Naumann	$\frac{19}{229}$	35	105	89
Levina. . . .	73.°57′	id.	$\frac{19}{43}$	4	12	27
Calcite. . . .	74.°55′	id.	$\frac{27}{65}$	19	57	119

§ 66. *Sistema dimetrico.* — L'angolo di due faccie (hkl) $(h'k'l')$ e di due zone (ossia di due spigoli) $[uvw]$ $[u'v'w']$ sono dati dalla formola (43) ove si ponga

$$a = b \ , \ \overline{xy} = \overline{xz} = \overline{yz} = 90^0$$

e da una formola analoga ove si fanno le stesse posizioni cioè da

$$\cos(hkl)(h'k'l') = \frac{hh' + k'k' + \frac{a^2}{c^2}ll'}{\sqrt{k^2 + h^2 + \frac{a^2}{c^2}l^2}\sqrt{h'^2 + k'^2 + \frac{a^2}{c^2}l^9}}$$

$$\cos[uvw][u'v'w'] = \frac{uu' + vv' + \frac{c^2}{a^2}ww'}{\sqrt{u^2 + v^2 + \frac{c^2}{a^2}w^2}\sqrt{w'^2 + v'^2 + \frac{c^2}{a^2}w^2}}$$

Qui pure calcoleremo $\frac{a^2}{c^2}$ per esempio con la formola:

$$\frac{a}{c} = \tan g\,(101)(001) = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}$$

Quindi svolgeremo in frazioni continue le due quantità

$$\tan g\left[\overline{(101)(100)} + 30''\right], \ \tan g\left[\overline{(101)\ (001)} - 30''\right].$$

Ma allora come fattori degli indici entreranno N^2 e M^2, numeri assai grandi. Come prima approssimazione conviene calcolare N e M colle formole:

$$\frac{a^2}{c^2} = \tan g^2\,(201)\,(001) = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}$$

Come maggiore approssimazione, ponendo

$$\cos 2.\,(101)\,(001) = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}$$

si può adoperare la formola

$$\frac{b^2}{c^2} = \tan g^2\,(101)\,(001) = \frac{2}{3 + \cos 2\varphi} = \frac{2\,\mathrm{M}}{\mathrm{N} + 3\,\mathrm{M}} = \frac{\mathrm{N}^1}{\mathrm{M}^1}$$

§ 67. *Sistema trimetrico.* — L'angolo di due faccie (hkl) $(h'k'l')$ è dato dalla (43) ove si ponga

$$\overline{xy} = \overline{xz} = \overline{yz} = 90^0$$

$$\cos(hkl)(h'k'l') = \frac{\frac{hh'}{a^2} + \frac{kk'}{b^2} + \frac{ll'}{c^2}}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}\sqrt{\frac{h'^2}{a^2} + \frac{k'^2}{b^2} + \frac{l'^2}{c^2}}}$$

Per calcolare $a^2 b^2 c^2$ avremo le formole

$$\frac{c^2}{a^2} = \tan g^2\,(101)\,(001) = \tan g\,\alpha$$

$$\frac{c^2}{b^2} = \tan g^2\,(011)\,(001) = \tan g\,\beta$$

o altre consimili

Applicando il teorema 2° (§ 60) sostituiremo a questa frazione le frazioni $\frac{m}{n}\ \frac{m^1}{n^1}$ ed applicando a queste il teorema 3° (§ 61) due frazioni $\frac{M}{N}\ \frac{M^1}{N}$, ove N sarà il minimo denominatore possibile coll'approssimazione richiesta.

Si potrà del resto aumentare l'approssimazione se possiamo avere gli angoli α e β con maggiore approssimazione.

Se nella formula che dà l'angolo di due direzioni nello spazio riferite a assi obliqui, si pongono invece delle coordinate $x\,y\,z$ i valori dati dalle (9) si ottiene

$$\cos\,[u\,v\,w]\,[u'v'w'] = \frac{\Sigma\, a^2\, u\, u' + \Sigma\, a\, b\,(u\, v' + v\, u')\cos x\, y}{\sqrt{\Sigma\, a^2\, u^2 + 2\,\Sigma\, a\, b\, u\, v\,\cos x\, y}\ \sqrt{\Sigma\, a^2\, u'^2 + 2\,\Sigma\, a b u' v' \cos x\, y}}$$

da cui si ottengono tutti i termini permutando contemporaneamente $a\ b\ c$, $x\ y\ z$, $u_i v_i w_i$

Questa formola dà l'angolo di due zone (ossia di due spigoli), e si applica al sistema trimetrico ponendo $xy = xz = yz = 90^0$.

Nel caso di cristalli non ortogonali la riduzione di assi obliqui a ortogonali, riguardando i parametri come razionali non è gran fatto utile nei calcoli; può essere utile quando si considerano le proprietà fisiche di un cristallo come nel caso seguente.

§ 68. *Cristallo riferito agli assi di elasticità ottica.* — Prendiamo come esempio un cristallo monoclino di cui siano $a\,b\,c$ i parametri lineari α il parametro angolare.

Si noti che due degli assi di elasticità si trovano nel piano di simmetria che prenderemo per (010).

L'antico sistema di assi sarà dato dalle faccie (100) (010), (001) il nuovo dalle faccie $(n\,o\,p)$, (010), $(q\,r\,s)$. Sia $(e\,f\,g)$ la faccia che determina i nuovi assi.

Il simbolo di una faccia $(h\,k\,l)$ riferita al nuovo sistema di assi sarà data da

$$h' : k' : l' :: \frac{-\,q\,l + s\,h}{-\,q\,g + s\,e} : \frac{k}{f} : \frac{n\,l - p\,h}{n\,g - p\,e}$$

Il simbolo di una zona $[u\,v\,w]$ sarà dato da

$$u' : v' : w' :: (n\,u + p\,w)\,(e\,s - g\,q) : v\,f\,(n\,s - q\,p) : (q\,u + s\,w)\,(n\,g - e\,p)$$

Pirosseno. — Si prenda per questa sostanza

$\alpha = (100)\,(001) = 73^0\,59'$; $\rho = (100)\,(101) = 49^0\,39'$; $i = (n\,o\,p)\,(100) = 51^0\,5'$
$\gamma = (010)\,(001) = 60^0\,22'$; $(e\,f\,g) = (011)$

Si ha successivamente, essendo $a'\,b'\,c'$ i nuovi assi

$$\frac{p}{n} = \frac{sen\,(\alpha - \rho)}{sen\,\rho} \cdot \frac{sen\,i}{sen\,(\alpha - i)}\ ; \qquad \frac{s}{q} = -\,\frac{sen\,(\alpha - \rho)}{sen\,\rho}\,\frac{\cos i}{\cos\,(\alpha - i)}$$

$$\frac{c'}{a'} = \cot\,(\alpha - i)\ ; \qquad \frac{c'}{b'} = \frac{\cot\gamma}{sen\,(\alpha - i)}$$

$$h' : k' : l' :: n\,q\,(s\,h - q\,l) : -\,n\,q\,k : q\,(n\,l - p\,h)$$

$$u' : v' : w' :: -\,q\,(n\,u + p\,w) : v\,(n\,s - p\,q) : n\,(q\,u + s\,w)$$

Si trova
$$\frac{p}{n}=\frac{864}{800} \qquad \frac{s}{q}=-\frac{295}{800}$$
$$\frac{c'^2}{a'^2}=\frac{8339}{1488} \qquad \frac{c'^2}{b'^2}=\frac{3180}{1488}$$

Quindi
$$h' : k' : l' :: 800\,l + 295\,h : 800\,k : 800\,l - 864\,h$$
$$u' : v' : w' :: 864\,w - 800\,u : 1159\,\gamma : 295\,w - 800\,u$$
$$\cos(h'_1 k'_1 l'_1)(h'_2 k'_2 l'_2) =$$
$$= \frac{8339\,h'_1 h'_2 + 3180\,k'_1 k'_2 + 1488\,l'_1 l'_2}{\sqrt{8339\,h'^2_1 + 3180\,k_1^2 + 1488\,l'^2_1}\,\sqrt{8339\,h'_2 + 3180\,k_2^2 + 1488\,l_2^2}}$$

Per l'applicazione di questa formula e di quella analoga che dà il coseno dell'angolo di due zone, vedi la mia Memoria sullo *Zircone della spiaggia tirrena.*

Si noti che è inutile prendere per lunghezza degli assi cristallografici quella degli assi ottici, ossia tre quantità proporzionali agl' inversi degli indici di refrazione; ciò renderebbe più complicati i calcoli senz' altro vantaggio, essendo solo utile di conoscere la direzione relativa di certi piani ma non le grandezze assolute dei segmenti da loro intercetti.

NOTE

I.

Sui valori che può avere un angolo quando è parte aliquota della circonferenza e il quadrato del suo coseno è razionale.

§ 69. *Teorema.* — $\cos 2\alpha$ e $\cos^2\alpha$ sono contemporaneamente razionali o irrazionali.

Infatti si ha:

$$(a) \qquad \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

Teorema (¹). — I valori possibili di $\cos 2\alpha$, essendo $\alpha = \frac{2\pi}{m}$, m intero e $\cos 2\alpha$ razionale, sono

$$0 \quad \pm 1 \quad \pm\frac{1}{2}$$

Infatti si ponga:

$$(b) \qquad z = \cos\frac{2k\pi}{m} + i\,\mathrm{sen}\,\frac{2k\pi}{m}, \qquad\qquad (c) \qquad \beta = 2\alpha = \frac{4\pi}{m}$$

A questo valore di β corrisponderà, ponendo nella (b) $k=2$, un valore di z. Ma questo è appunto un valore che corrisponde a una delle m radici dell'equazione

$$(d) \qquad z^m - 1 = 0$$

che si hanno dando a k gli m valori 1, 2, 3 ... m.

(¹) Dopo aver dimostrato questo teorema ho potuto avere una copia incompleta della rarissima Memoria del Gadolin, citata in principio, ove è (Nota B) una dimostrazione diversa del teorema medesimo.

Vediamo ora se questa equazione può avere una radice tale che corrisponda a $\cos 2 \frac{2\pi}{m} = \cos 2\alpha$ razionale.

1° Caso m dispari ossia $m = 2\mu + 1$.

Si divida la (d) per $z^{\mu}(z-1)$ e quindi si ponga

$$(e) \qquad x = z + \frac{1}{z} = 2 \cos \frac{2\mu\pi}{m}$$

Si otterrà, come è noto, l'equazione

$$(f) \qquad x^{\mu} + A_1 x^{\mu-1}, \text{———} + A_{n-1} x + 1 = 0$$

ove il coefficiente della più alta potenza di x è eguale ad 1 e tutti gli altri sono interi.

Quindi se una radice di questa equazione è razionale dovrà essere intera. D'altra parte dovrà entrare come fattore nell'ultimo termine; questo essendo 1 la sola radice possibile razionale di questa equazione sarà:

$$x = 1.$$

2° Caso m pari ossia $m = 2\mu + 2$.

Se si divide come nel caso precedente la (d) per

$$z^{\mu}(z-1)$$

quindi si pone

$$z + \frac{1}{z} = 2 \cos \frac{2\mu\pi}{m}$$

si otterrà l'equazione,

$$z^{\mu+1} + x^{\mu} + A_1 x^{\mu-1}, \text{———} + A_{n-1} x + 1 = 0$$

Ma ora

$$z^{\mu+1} = \left(\cos \frac{2k\pi}{2\mu+2} + i \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{2\mu+2}\right)^{\mu+1} = \pm 1$$

a) Se $z^{\mu+1} = +1$ la (f) diviene

$$x^{\mu} + A_1 x^{\mu-1}, \text{———} + A_{n-1} x + 2 = 0$$

Per lo stesso motivo che si è detto sopra le radici razionali di questa equazione devono essere intere e fattori dell'ultimo termine; quindi si avranno le due soluzioni possibili,

$$x = 1$$

$$x = 2$$

b) Se $z^{\mu+1} = -1$ la (f) diviene

$$x\,(x^{\mu-1} + A_1 x^{\mu-2}, \text{———} + A_{n-2} x + A_{n-1}) = 0$$

che si risolve nelle seguenti,

$$x = 0$$

che è una delle soluzioni cercate, e

$$x^{\mu-1} + A_1 x^{\mu-2}, \text{———} + A_{n-2} x + A_{n-1} = 0$$

Ora si sa che

se p è pari cioè $= 2p$ si ha $A_{n-1} = p$

se p è dispari cioè $= 2p + 1$ si ha $A_{n-1} = (p + 1)$.

Ma ora le radici razionali di x devono essere intere e fattori di A_{n-1}; la (e) mostra d'altra parte che non possono oltrepassare il valore 2.

Quindi i soli valori possibili razionali di x devono essere,

$$x = \pm 1$$
$$x = \pm 2$$

Riassumendo si vede che i valori possibili di x devono essere $0, \pm 1, \pm 2$.

Quindi si vede che $\cos 2\alpha = \cos \frac{2\pi k}{m}$ ha per valori possibili, dovendo essere $\cos\alpha$ razionale

$$0 , \pm 1 , \pm \frac{1}{2}$$

e $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$ ha per valori possibili, dovendo essere $\cos^2\alpha$ razionale:

$$0 , \pm 1 , \pm \sqrt{\frac{1}{2}} , \pm \sqrt{\frac{3}{2}} , \pm \frac{1}{2}$$

ossia α può avere i valori

$$(2k + \tfrac{1}{2})\pi , \pm k\pi , 2k\pi \pm 45 , 2k\pi \pm 30^0 , 2k\pi \pm 60^0$$

e anche osservando che $\cos^2 2^s \alpha = \frac{1 + \cos 2^{s+1}\alpha}{2}$ i più generali

$$(2k \pm \tfrac{1}{2})\pi, \quad \pm k\pi, \quad 2k\pi \pm 2^s.45, \quad 2k\pi \pm 2^s.30, \quad 2k\pi \pm 2.^s 60^0$$

II.

Sopra i piani di simmetria binaria.

§ 70. *Problema.* — Dato in un cristallo il simbolo $[uvw]$ di una zona e il simbolo (hkl) di una faccia di questa, trovare il simbolo di una faccia $(h'k'l')$ appartenente alla medesima zona e faciente con la faccia (hkl) un angolo dato α.

È nota la formola

$$(a) \qquad \cot (hkl)(h'k'l') = \frac{\Delta_h h' + \Delta_k k' + \Delta_l l'}{\rho\theta \sin \overline{xyz}} .$$

ove $\Delta_h \Delta_k \Delta_l$ hanno i valori dati dalle formole (22) e

$$\theta^2 = \frac{u^2}{b^2c^2} + \frac{v^2}{a^2c^2} + \frac{2uv}{c^2ab}\cos xy + \frac{2uv}{b^2ac}\cos xz + \frac{2vw}{a^2cb}\cos yz$$

$$\rho u = kl' - lk' , \ \rho v = lh' - h'l , \ \rho w = hk' - kh'$$

Ponendo

$$\theta \operatorname{sen} xyz \cot (hkl)(h'k'l') = t$$

si potrà scrivere la (a)

$$u (\Delta_h h' + \Delta_k k' + \Delta_l l') = t (kl' - lk')$$

ossia

$$u \Delta_h h' + (u\Delta_k + tl) k' + (u\Delta_l - tk) l' = 0$$

Ma si ha ancora

$$uh' + vk + wl' = 0$$

Da queste equazioni, osservando che $uh + vk + wl = 0$, si ha

$$h' : k' : l' :: u\,\Delta_k - v\,\Delta_l - ht : u\,\Delta_l - w\,\Delta_h - kt : v\,\Delta_h - u\,\Delta_k - lt$$

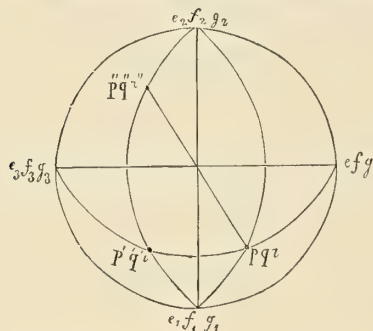
Nei sistemi ortogonali si ha

$$\Delta_h = \frac{1}{a^2}\ ,\ \Delta_k = \frac{1}{b^2}\ ,\ \Delta_l = \frac{1}{c^2}\ ,$$

$$t = \sqrt{\frac{u^2}{a^2 c^2} + \frac{v^2}{a^2 c^2} + \frac{w^2}{b^2 c^2}}\ cot\,g\,(hkl)\,(h'k'l')$$

$$h' : k' : l' :: \frac{kw}{b^2} - \frac{lv}{c^2} - h\,\Delta : \frac{lu}{c^2} - \frac{hw}{a^2} - h\,\Delta : \frac{hv}{a^2} - \frac{ku}{b^2} - l\,\Delta$$

§ 71. 1° *Sistema romboedrico.* — Dato in un sistema romboedrico una faccia $(p\ q\ r)$ trovare la sua simmetrica $(p'\ q'\ r')$ rispetto a una faccia $(e\ f\ g)$ appartenente alla zona policonjugata.

Sia o il centro della projezione stereografica nella quale si prenda per asse di projezione l'asse principale di simmetria.

La faccia che ha per polo $(e\ f\ g)$ avrà per traccia stereografica la linea $(e_1\,f_1\,g_1)$ $(e_2\,f_2\,g_2)$ normale a $(e\ f\ g)$.

Si noti che $(e\ f\ g)$ è simbolo alla faccia situata sulla zona policonjugata, e $[e\ f\ g]$ è simbolo della zona normale alla faccia $(e\ f\ g)$. Lo stesso dicasi di $(e_1\,f_1\,g_1)$, e di $(e_2\,f_2\,g_2)$.

Facciamo passare per $(e_1\,f_1\,g_1)$ $(p\ q\ r)$ $(e_2\,f_2\,g_2)$ un circolo di zona.

Sia $(p''\ q''\ r'')$ la faccia trasversale [1] di $(p\,q\,r)$. Consideriamo le zone $(e_2\,f_2\,g_2)$ $[(p''\ q''\ r'')\ (e_1\,f_1\,g_1)]$ e $[(e\ f\ g)\ (p\ q\ r)\ (e_3\,f_3\,g_3)]$ che si taglieranno in $(p'\ q'\ r')$.

È chiaro che $(p'\ q'\ r')$ sarà la faccia simmetrica di $(p\ q\ r)$ rispetto alla zona $[e\ f\ g]$. Troviamone ora i valori:

La faccia $(p''\ q''\ r'')$ trasversale di $(p\ q\ r)$ ha per simboli (1),

$$p'' = -p + 2q + 2r$$
$$q'' = 2p - q + 2r$$
$$r'' = 2p + 2q - r$$

La faccia $(e_1\,f_1\,g_1)$ normale a $(e\ f\ g)$ ha i simboli dati dalle equazioni,

$$e_1 = f - g \quad f_1 = g - e \quad g_1 = e - f$$

La zona $[(e_1\,f_1\,g_1)\ (p\ q\ r)]$ ha per simboli,

$$u = fr - qg\ ,\ v = gp - er\ ,\ w = eq - pf$$

[1] Ricordiamo che nel sistema romboedrico due faccie si chiamano trasversali l'una dall'altra quando sono egualmente inclinate sull' asse di simmetria principale e la loro intersezione è ad esso normale.

La zona $[(e_1 f_1 g_1)(p'' q'' r'')]$ ha per simboli,

$$u' = \begin{vmatrix} g - e \,, & e - f \\ 2p - q + 2r \,, & 2p + 2q - r \end{vmatrix}$$

$$v' = \begin{vmatrix} e - f \,, & f - g \\ 2p + 2q - r, & -p + 2q + 2r \end{vmatrix}$$

$$w' = \begin{vmatrix} f - g \,, & g - e \\ p - 2q + 2r \,, & 2p - q + 2r \end{vmatrix}$$

Quindi la faccia $(p' q' r')$ simmetrica di $(p q r)$ rispetto alla zona $[e f g]$ avrà per simboli,

$$p' = \begin{vmatrix} v & w \\ v' & w' \end{vmatrix}, \qquad q' = \begin{vmatrix} w & u \\ w' & u' \end{vmatrix}, \qquad r' = \begin{vmatrix} u & v \\ u' & v' \end{vmatrix}$$

Fatte le sostituzioni e notando che $e + f + g = 0$, si trova:

$$-p' = f g p + e f q + e g r$$
$$-q' = e f p + e g q + f g r$$
$$-r' = g e p + g f q + e f r$$

2° *Sistema dimetrico.* — Data una faccia $(p q r)$ trovare la sua simmetrica $(p' q' r')$ rispetto a una faccia $(f e 0)$ della zona policonjugata.

Procedendo in modo simile come nel sistema romboedrico si trova

$$p' : q' : r' :: p(e^2 - f^2) + 2qef : -q(e^2 - f^2) + 2pef : r(e^2 + f^2)$$

3° *Sistema monometrico.* — Dato nel sistema monometrico una faccia $(p q r)$ trovare la sua simmetrica $(p' q' r')$ rispetto a una faccia $(e f g)$.

Ricordando quanto si è detto al § 42 si taglino le tre faccie $(p q r)$ $(p' q' r')$ $(e f g)$ con una faccia normale alla loro comune intersezione; questa avrà quindi per simboli

$$(b) \qquad u : v : w :: \begin{vmatrix} f & g \\ q & r \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} g & e \\ r & p \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} e & f \\ p & q \end{vmatrix}$$

Il polo $(h k l)$ intersezione delle zone $[u' v' w']$ $[e f g]$ dato quindi da

$$(c) \qquad h : k : l :: \begin{vmatrix} f & g \\ v & w \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} g & e \\ w & u \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} e & f \\ u & v \end{vmatrix}$$

sarà equidistante dai due poli $(p q r)$ $(p' q' r')$ e quindi questi possono riguardarsi come le due soluzioni di una medesima equazione

$$x : y : z :: - \begin{vmatrix} v & w \\ k & l \end{vmatrix} \pm h t : - \begin{vmatrix} w & u \\ l & h \end{vmatrix} \pm k t : - \begin{vmatrix} u & v \\ h & k \end{vmatrix} \pm l t$$

ossia

$$x : y : z :: -\rho u \pm h t : -\rho v \pm k t : -\rho w \pm l t$$

Da una di queste equazioni si ricava

$$t = \rho \frac{f h' - e k'}{k p' - h q}$$

e ponendo

$$(d) \qquad m = fh - ek \quad , \quad n = kp - hq$$

$$p' : q' : r' : \; : : ne + mh : nf + mk : ng + ml$$

ove i valori di m e n sono dalle (d) e di quelli di $h\,k\,l$ dalle (c) essendo $u\,v\,w$ dati dalle (b).

III.

Risoluzione in numeri interi di alcune equazioni indeterminate di secondo grado. Applicazione al sistema monometrico.

I.

$$(a) \qquad u^2 + v^2 = t^2$$

§ 72. La soluzione di questa equazione in numeri interi attribuita sovente a Eulero trovasi nell'Algebra di Brahmegupta ([1]). Fra gli autori che più recentemente se ne occuparono ricorderemo il Du Hays ([2]) e l'Hopkins ([3]).

Il primo ha dato un quadro delle soluzioni più semplici ed ha dimostrato che il numero di quelle cui può appartenere un medesimo intero t cresce col crescere di questo, in modo determinato. Così un numero t non superiore a 60 non può appartenere a due soluzioni dell'equazione data.

Osservazione. — Ricordiamo che il quadrato di un numero pari ha la forma $4\,n$, e di un numero dispari $8\,n + 1$.

Corollario. — Si deduce da questa osservazione che t deve essere sempre dispari, e x e y uno pari e l'altro dispari.

II.

$$(b) \qquad u^2 + v^2 = 3\,t^2$$

§ 73. Coll'osservazione precedente si dimostra l'impossibilità di questa equazione.

III.

$$(c) \qquad u^2 + v^2 + w^2 = t^2$$

§ 74. Coll'osservazione del § 72 si dimostra facilmente che t deve essere sempre dispari, e che dei tre numeri $u\,v\,w$ due devono essere pari ed uno dispari. L'Eulero, il Legendre e il Gauss si sono lungamente occupati, come è noto, delle proprietà dei numeri triangolari, ossia decomponibili nella somma di tre quadrati, ma non particolarmente del caso in cui il numero dato fosse un quadrato, ciò che corrisponde a risolvere in numeri interi la equazione data.

([1]) Chasles M. *Aperçu historique* etc. Paris 1875, p. 426, 441.

([2]) Du Hays. *De la résolution de l'équation $a\,x + b = y^2$ etc. et de l'ordre à suivre dans la résolution de l'equation $x^2 + y^2 = z^2$* — Journ. de Math. de Liouville VII (1842). 325.

([3]) Hopkins G. H. *Solution of question* 3200 — Educational Times XVI. 46.

Il Lebesgue [1] ha dato le seguenti espressioni che forniscono un' infinità di sistemi di valori per $u\,v\,w\,t$ dando ad a, b, c, d, g, e, h, tutti i valori interi possibili

$$(d)\quad \begin{cases} t = (g^2 + h^2)\,[e^2(a^2 + b^2) + f^2(c^2 + d^2)] \\ u = (g^2 + h^2)\,[e^2(a^2 + b^2) + f^2(c^2 + d^2)] \\ v = \quad 2ef \quad [(g^2 - h^2)(ac + bd) + 2gh(ad - bc)] \\ w = \quad 2ef \quad [(g^2 - h^2)(ad - bc) + 2gh(ac + bd)] \end{cases}$$

Il Neuberg [2] ha data la seguente soluzione della medesima equazione

$$(e)\qquad u = 2\alpha\gamma\ ,\ v = 2\beta\gamma\ ,\ w = \alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2, t = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

Sono queste le espressioni che abbiamo scelto come più semplici. Si noti che le (e) non sembrano dare tutte le soluzioni. Infatti la proposta è soddisfatta da

$$u = 3 \qquad v = 2 \qquad w = 6 \qquad t = 7$$

Ora 7 non è decomponibile nè in due, nè in tre quadrati; cioè per nessun sistema di valori di $\alpha\,\beta\,\gamma$ si ha $7 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$.

Ma si prenda un multiplo conveniente di 7 ; 14 per esempio.

Si ha $14 = 3^2 + 2^2 + 1^2$. Si ponga $\alpha = 3$, $\beta = 2$, $\gamma = 1$; si avrà

$$u = 6 \qquad v = 4 \qquad w = 12 \qquad t = 14$$

e sopprimendo il fattor comune 2 si ottiene la soluzione richiesta.

Crediamo dover ommettere di dimostrare in modo generale che si hanno colle (e) tutte le soluzioni della proposta.

IV.

$$2\,(u^2 + v^2 + uv) = t^2$$
$$2\,(u^2 + v^2 + uv) = 3\,t^2$$

§ 75. Queste equazioni non hanno soluzioni intere. Infatti possiamo scriverle

$$3\,u^2 + (2\,v + u)^2 = 2\,t^2$$
$$3\,u^2 + (2\,v + u)^2 = 2\,t^2$$

e ponendo $2\,v + u = z$, si ha:

$$3\,u^2 + z^2 = 2\,t^2$$
$$3\,u^2 + z^2 = 6\,t^2$$

Osservando che i secondi termini sono pari, si trova che u e z devono essere contemporaneamente pari o dispari. Introducendo questa condizione nelle precedenti equazioni si dimostra facilmente che non sono risolubili in numeri interi.

V.

$$u^2 + v^2 + w^2 = 3\,t^2$$

§ 76. Non conosciamo soluzione generale diretta di questa equazione. È facile dimostrare però coll'osservazione del § 72 che $u\,v\,w$ e t devono essere tutti dispari.

[1] Lebesgue V. A. *Sur une identité qui conduit à toutes les solutions de l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = t^2$.* Comptes Rendus de l'Acad. des sciences LXVI. 396-398.

[2] Neuberg I. *Trouver des solutions entières de l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = u^2$.* Nouvelle correspondance mathématique, Mons, 1875. Vol. I pag. 169.

VI.

§ 77.
$$(f)\qquad u^2 + v^2 + w^2 = t^2$$
$$(g)\qquad u'^2 + v'^2 + w'^2 = t'^2$$
$$(h)\qquad uu' + vv' + ww' = 0$$

Per trovare i sistemi di valori che soddisfano queste tre equazioni, sia $u\ v\ w\ t$ un sistema di valori che soddisfa la (f) ciò che otterremo per mezzo delle (e). Ora essendo $u'\,v'\,w'\,t'$ un sistema di valori che soddisfa la (g) si avrà:

$$(i)\qquad u' = 2\,\alpha'\,\gamma' \quad v' = 2\,\beta'\,\gamma'\ ,\ w' = \alpha^2 + \rho^2 - \gamma^2 \quad t' = \alpha^2 + \rho^2 + \gamma^2$$

Sostituendo questi valori nella (h) e fatte alcune riduzioni, si ha

$$(l)\qquad (w\,\alpha' + u\,\gamma')^2 + (w\,\beta' + v\,\gamma')^2 = t^2\,\gamma'^2$$

Ponendo

$$(m)\qquad \alpha' = t\,X - u\,Z\ ,\ \beta' = t\,Y - v\,Z\ ,\ \gamma' = w\,Z.$$

la (l) diviene

$$X^2 + Y^2 = Z^2$$

Le soluzioni intere di questa sono ora date da

$$(n)\qquad X = 2\,\alpha\beta\ ,\ Y = \alpha^2 - \beta^2\ ,\ Z = \alpha^2 + \beta^2$$

α e β essendo interi qualunque.

Sostituendo i valori (n) negli (m) e questi negli (i) si ottiene

$$\begin{aligned} u' &= [2\,\alpha\beta\,t - (\alpha^2 + \beta^2)\,u]\,w \\ v' &= [(\alpha^2 - \beta^2)\,t - (\alpha^2 + \beta^2)\,v]\,w \\ w' &= (t^2 - w^2)(\alpha^2 + \beta^2) - [2\,\alpha\beta\,u + (\alpha^2 - \beta^2)\,v]\,t \\ t' &= t^2(\alpha^2 + \beta^2) - [2\,\alpha\beta\,u + (\alpha^2 - \beta^2)\,v]\,t \end{aligned}$$

VII.

§ 78. *Problema.* — Date in due zone $[u\,v\,w]$ $[u'v'w']$, normali fra loro, la simmetria tetragonale, trovare il simbolo della faccia $(e\,f\,g)$ che determina, negli assi determinati dalle due zone date e dalla loro conjugata $[u''\,v''\,w'']$, tre seguenti eguali.

Le faccie $(h'\,k'\,l')$ $(h''\,k''\,l'')$ distanti di 45° da $(u\,v\,w)$ e $(u'\,v'\,w')$ saranno date in virtù del § 70 da

$$h':k':l'\ ::\ v'\,w - w'\,v - u'\,t : w'\,u - u'\,w - v'\,t : u'\,v - v'\,u - w'\,t$$
$$h'':k'':l''\ ::\ v\,w' - w\,v' - u\,t' : w\,u' - u\,w' - v\,t' : u\,v' - v\,u' - w\,t'$$

essendo

$$t = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad t' = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}$$

Quindi si ha:

$$e:f:g\ ::\ \begin{vmatrix} k' & l' \\ k'' & l'' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} l' & h' \\ l'' & h'' \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} h' & k' \\ h'' & k'' \end{vmatrix}$$

Sostituendo e facendo varie trasformazioni si ottiene, trascurando un fattor comune:

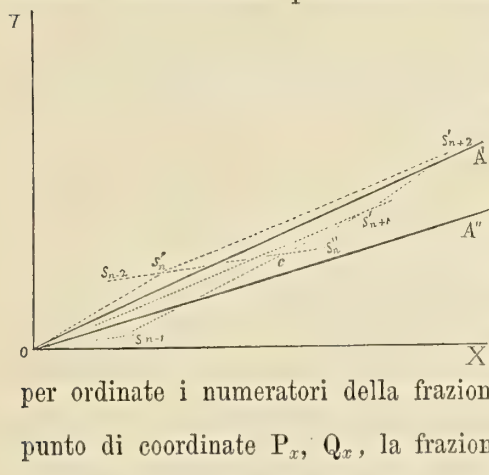
$$-e = \begin{vmatrix} u & t \\ u' & t' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v & w \\ v' & w' \end{vmatrix}$$

$$-f = \begin{vmatrix} v & t \\ v' & t' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} w & u \\ w' & u' \end{vmatrix}$$

$$-g = \begin{vmatrix} w & t \\ w' & t' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} u & v \\ u' & v' \end{vmatrix}$$

IV.

Teoremi sulle frazioni continue.

§ 79. *Teorema.* — La frazione razionale a denominatore minimo compresa fra due numeri dati si ottiene prendendo la frazione a denominatore più piccolo fra le due frazioni convergenti intermediarie immediatamente successive alle due prime ridotte differenti ottenute dallo sviluppo in frazioni continue dei due numeri dati.

Dimostrazione I. — Si osservi in primo luogo che si può rappresentare graficamente nel piano una frazione $\frac{P}{Q}$ e le sue ridotte $\frac{P_n}{Q_n}$ con una retta riferita a un sistema di assi ortogonali, prendendo per ascisse i denominatori e per ordinate i numeratori della frazione e delle sue ridotte; quindi essendo S_x il punto di coordinate P_x, Q_x, la frazione $\frac{P_x}{Q_x}$ sarà la tangente dell' angolo S_x 0 X.

Dalla teoria delle frazioni continue si ha d'altra parte che:

1° le ridotte di posto pari e quelle di posto dispari sono tutte maggiori o tutte minori della frazione generatrice;

2° non vi è nessuna frazione, a denominatore più piccolo di quello della ridotta o della frazione convergente intermediaria, che si approssimi di più alla frazione generatrice;

3° le frazioni intermediarie convergenti sono graficamente rappresentate da punti posti sulla retta che unisce i punti relativi a due ridotte consecutive di stesso posto.

Infatti dalle relazioni,

$$y_n = P_n = P_{n-1}\,k + P_{n-2}, \qquad x_n = Q_n = Q_{n-1}\,k + Q_{n-2}$$

qualunque sia k, cioè qualunque sia la frazione convergente intermediaria che si considera, si deduce, eliminando k, l'equazione della medesima retta, cioè:

$$(a) \qquad y_n = \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}\,x_n + \frac{1}{Q_{n-1}}$$

4° la retta che unisce l'origine al punto S_{n-1} è parallela alla retta che unisce i punti S_{n-2} e S_n.

Infatti la retta (a) passa per i punti S_{n-2} e S_n ed ha lo stesso coefficiente angolare che la retta che passa per l'origine e per il punto S_{n-1}.

Supponiamo ora che l'ultima ridotta comune a due numeri sia quella di ordine $n-1$, ed appartenga al limite inferiore. Nessun punto corrispondente a una ridotta, o frazione convergente intermediaria, potrà trovarsi nell'angolo $A'\,0\,A''$, essendo $A'\,0\,X$ e $A''\,0\,X$ gli angoli corrispondenti al limite superiore e al limite inferiore. Infatti se ciò avvenisse dovrebbero due ridotte consecutive essere ambedue maggiori o minori della frazione generatrice, ciò che è impossibile, e quindi non possono trovarvisi frazioni intermediarie perchè esse sono situate su rette che uniscono i punti corrispondenti alle ridotte.

Siano ora S'_n S''_n le due prime ridotte differenti, S'_n appartenendo al limite superiore e S''_n al limite inferiore.

In primo luogo i punti S_{n-2} S'_n S''_n devono trovarsi sulla medesima linea retta, poichè devono trovarsi sopra rette che sono parallelle alla retta $0\,S_{n-1}$, e che devono passare per il punto S_{n-2}.

In secondo luogo, se si considera le due ridotte S'_{n+1} S'_{n+2} del limite superiore, dico che la retta S'_n S''_n è interna alla retta S'_n S'_{n+2}, rispetto all'asse delle x; infatti si ha:

$S'_n\,S'_{n+2}$ parallela a $0S'_{n+1}$, $S_{n-2}\,S'_n$ parallela a $0S_{n-1}$ e $\overline{S'_{n+1}\,0X} > \overline{S_{n-1}\,0X}$

Finalmente in causa della proposizione 2ª il punto S''_n non può trovarsi nel quadrilatero $S_{n-1}\,S'_n\,S'_{n+2}\,S'_{n+1}$.

Quindi il punto indicante la frazione convergente più semplice, dovendo essere compreso fra S'_n e S''_n, trovarsi sul prolungamento di S_{n-2} S'_n, ed appartenere allo sviluppo in frazione continua dei due numeri dati, sarà quello definito dalla frazione,

$$\frac{P_{n-1}\,(a_{n-1}+1)+P_{n-2}}{Q_{n-1}\,(a_{n-1}+1)+Q_{n-2}}=\frac{P'_n b_n + P_{n-1}}{Q'_n b_n + Q_{n-1}}$$

Ossia dovrà anche trovarsi sulla retta S_{n-1} S'_{n+1} e quindi sarà l'incontro c della retta $S_{n-2}\,S'_n\,S''_n$ colla retta $S_{n-1}\,S'_{n+1}$.

Si vede quindi che se l'ultima ridotta comune ai due limiti appartiene alla serie inferiore, si prende la prima frazione convergente successiva alla prima ridotta differente dello sviluppo del limite superiore.

Si vede inoltre che si avrebbe una frazione a denominatore maggiore se si prendesse la prima frazione convergente successiva alla prima ridotta differente dello sviluppo in frazione continua del limite inferiore.

Mutatis mutandis si farebbe analoga osservazione se l'ultima ridotta comune ai due limiti appartenesse alla serie superiore e quindi li conclude il teorema.

Dimostrazione II. [1]. — Siano $N_1\,N_2\,N_3\,\ldots$ ed $N'_1\,N'_2\,N'_3\,\ldots$ le ridotte principali provenienti dallo sviluppo in frazione continua di due numeri qualunque N ed N'. Le prime v ridotte siano eguali ciascuna a ciascuna, e siano

$$N_{v-1}=N'_{v-1}=\frac{y_{v-1}}{x_{v-1}}\,,\quad N_v=N'_v=\frac{y_v}{x_v}$$

le due ultime ridotte comuni.

[1] Devo questa dimostrazione, assai più elegante di quella da me dapprima trovata, al Prof. Eugenio Beltrami. Essendo questo teorema assai interessante ho creduto doverle dare ambedue.

I primi v quozienti incompleti sono dunque eguali per N e per N', ma i due seguenti, che diremo q_{v+1} e q'_{v+1}, sono necessariamente diseguali; talchè, se q'_{v+1} è il più grande, si ha

$$q'_{v+1} \geqq q_{v+1} + 1.$$

Posto ciò se nella prima delle due espressioni

$$N_{v+2} = \frac{(q_{v+1}\, q_{v+2} + 1)\, y_v + q_{v+2}\, y_{v-1}}{(q_{v+1}\, q_{v+2} + 1)\, x_v + q_{v+2}\, x_{v-1}}, \quad N'_{v+1} = \frac{q'_{v+1}\, y_v + y_{v-1}}{q'_{v+1}\, x_v + x_{v-1}}$$

si pone 1 in luogo di q_{v+2}, si ottiene una frazione

$$n = \frac{(q_{v+1} + 1)\, y_v + y_{v-1}}{(q_{v+1} + 1)\, x_v + x_{v-1}}$$

la quale è al tempo stesso la prima ridotta intermedia fra N_v e N_{v+2}, e la $(q_{v+1} + 1)$ esima ridotta intermedia fra N'_{v-1} e N'_{v+1} (coincidente con N'_{v+1} quando $q'_{v+1} = q_{v+1} + 1$).

Questa frazione n *è compresa fra* N *ed* N' *ed è la più semplice fra quelle che godono di questa proprietà.*

Infatti, detti q e q' i quozienti completi che seguono ai v quozienti incompleti comuni, si ha, per ipotesi

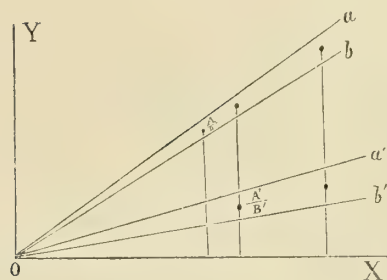
$$q < q_{v+1} + 1 < q';$$

epperò, se nell'espressione

$$\frac{p\, y_v + y_{v-1}}{p\, x_v + x_{v-1}}$$

si fa variare p con continuità fra q e q', l'espressione stessa varia con continuità fra ed N'; e poichè il valore $p = q_{v+1} + 1$ è compreso fra q e q', anche il valore di n è compreso fra N ed N'. Ogni altra frazione razionale (irriducibile) che sia compresa fra N ed N' si avvicina più di n all'uno od all'altro di questi due limiti, e non può quindi essere più semplice della frazione n, la quale è una ridotta intermedia comune agli sviluppi di N ed N'.

(È inutile per la sua semplicità considerare il caso di $v < 2$).

Sulla risoluzione del Teorema III § 61

§ 80. Supponiamo di avere trovato, adoperando per esempio un foglio diviso in millimetri il punto relativo a una frazione $\frac{A}{B}$; siasi trovato egualmente il punto relativo a un' altra frazione $\frac{A'}{B'}$.

Il primo è compreso in uno spazio angolare $a\,o\,b$. Il secondo sarà compreso in un altro spazio angolare $a'\,o\,b'$.

È chiaro che i primi punti del reticolato posti a destra dell'ascissa dei numeratori delle ridotte che si trovano negli angoli suddetti e che hanno ascissa comune, ma più grande del maggiore dei due denominatori delle ridotte, soddisfaranno il problema richiesto, di cui non ho trovato nè conosco soluzione diretta.

INDICE

NOTE

Alla Nota del Socio GIOVANNI CANTONI che ha per titolo: *Su una nuova difesa della teorica di Melloni su la elettrostatica induzione.* Risposta del Socio P. VOLPICELLI

comunicata nella seduta dell' 8 aprile 1877.

Aveva dichiarato a voce il prof. Gio. Cantoni, che non avrebbe più continuato a discutere sull'attuale quistione, che si riferisce alla elettrostatica influenza. Ma ora veggo con piacere aver egli desistito da questo proponimento, perchè nel fasc. III del volume X° dei Rendiconti del R. Istituto Lombardo, relativo all'adunanza ordinaria dell'8 febbraio 1877, pag. 93, si trova una Nota del medesimo fisico intitolata: *Su una nuova difesa della teorica di Melloni su l'induzione elettrostatica* (¹).

Relativamente a questa ulteriore pubblicazione dell'oppositore nominato, comincio per dichiarare, che riguarderò sempre come persuasi essere vera la teorica di Melloni, che sostengo, tutti coloro i quali avendola prima impugnata, poscia desistono dall'opporsi ad essa, conservando sulla medesima un silenzio, che *in questo caso* deve riguardarsi eloquente a suo favore.

Dice il Cantoni « chè da più anni si adopera il Volpicelli a propugnare le idee « del Melloni sul proposito » ma il Volpicelli risponde, che questo adoperarsi è un sacro dovere di chi è convinto di una verità, come egli lo è perfettamente in questo caso.

L' oppositore medesimo si dichiara soddisfatto delle sue sperienze contro la teorica di Melloni, perchè le medesime si accordano con quelle, come egli asserisce, di Belli, di Pisati, di Felici e di molti altri valorosi fisici. Ciò deve essere, si risponde, perchè tanto Cantoni, quanto tutti quelli che sieguono, e che hanno professato per le stampe la vecchia dottrina sulla elettrostatica influenza, si trovano in opposizione patente colle relative sperienze bene instituite, come ho già dimostrato con molte mie pubblicazioni, e come dimostrerò con maggiore sviluppamento quanto prima, nel rispondere al Belli, al Pisati ed al Felici. Molti sono i fisici, ed anch' essi *valorosi,* che si accordano colla teorica di Melloni, e mi pare che fra questi oggi debbasi annoverare anche il Palmieri, che pur esso è valoroso, e lo dimostra l'ultima sua pubblicazione col titolo: *Graduazione dell'elettrometro Palmieri, modificato da Cantoni,* inserita nel Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, fasc. 9°, adunanza del 2 settembre 1876, alla quale risposi nella seduta del 3 dicembre 1876 della R. Accademia dei Lincei. Reca meraviglia come il Cantoni non voglia considerare i molti fisici, anch'essi *valorosi,* che hanno seguito

(¹) La numerazione dei paragrafi di questa risposta, si accorda con quella dei paragrafi della citata Nota cui rispondiamo.

la teorica di Melloni, sull'indicato fenomeno; dalla vera spiegazione del quale furono allontanati tutti quei fisici, e sono molti, che sieguono la vecchia teorica del fenomeno stesso. Questo allontanamento fu prodotto da quella sperienza di Wilke (Gehler's *Phys. Wört.* art. *Elektricität,* vol. III, pag. 302, an. 1827), la quale falsamente stabilisce, che sull'estremo dell' indotto il più prossimo all' inducente, trovasi la *sola* indotta di prima specie, *fornita di tensione*. Ora è chiaro che questa conclusione non è legittima, perchè la sperienza dimostra il contrario, cioè dimostra che su quell'estremo esiste libera la sola indotta di seconda specie, la quale si prende con opportuni piani di prova, coesistendovi, ma priva di tensione, anche l'altra che dicesi di prima specie. Quindi è chiaro che se la sperienza di Wilke fosse stata più esatta e non tanto grossolana, come realmente lo fu, la conclusione che ne avrebbe giustamente dedotto egli, sarebbe stata conforme alla sperienza ed anche alla teorica del Melloni. È chiaro dunque che i fisici, nell' adottare la conseguenza del Wilke, si condussero come le pecorelle, delle quali dice il divino poeta :

« E ciò che fa la prima, e l' altre fanno,
« Addossandosi a lei, s' ella s' arresta,
« Semplici e quete, e lo' mperchè non sanno ».
(Purg. c. III, v. 82).

§ I.

Dice il Cantoni, « che nell'asserire priva di tensione la indotta di prima specie, « avvi tale incertezza nei termini coi quali è formulato l' asserto medesimo, come « già osservarono il Belli ed il Felici, cosicchè facilmente se ne possono trarre « erronee conseguenze ». Ma invece deve osservarsi, che la incertezza, o meglio ancora la oscurità, si trova nel dottrinale, in questa occasione dal Cantoni messo in campo; dottrinale, che si annulla con queste semplici osservazioni, cioè:

1° Che la sperienza, mediante opportuni piani di prova, dimostra *evidentemente* che la indotta di prima specie non ha tensione.

2° Che non è *da confondere l'attrazione con la tensione*, poichè la prima è l'effetto di una causa estrinseca, e la seconda è l'effetto di una causa intramolecolare, la quale del tutto *manca* nell' indotta di prima specie: così p. e. la Luna è attratta dalla Terra, ma verso la medesima non tende.

3° La scintilla fra l'indotto e l'inducente non può generarsi, se non quando una parte della indotta di prima specie divenga libera, per una contemporanea diminuzione della inducente, che può essere prodotta da cause diverse, ma non può verificarsi quando l' inducente sia costante. Però conveniamo coll' oppositore, che i vocaboli di elettricità *latente* o *dissimulata*, non sono rigorosamente appropriati alla indotta di prima specie; non già per quello che crede l'opponente, ma bensì perchè sebbene questa indotta non tenda, opera tuttavia con attrarre la inducente; quindi è chiaro che quello il quale opera non può dirsi latente o dissimulato. Ripetiamolo, l' attrazione non può confondersi con la tensione; però si avverta che l' indotta di prima specie non attrae altri corpi, all'infuori dell'inducente, mentre quella di seconda specie, per essere tendente, attrae tutti quei corpi che le sono attorno.

Sarà utile qui riportare alcune idee del fisico Matteucci, relative alla elettrostatica influenza. Egli primieramente dice (*Lezioni di fisica* 4ª edizione, Pisa 1850, pag. 170, 1ª colonna, lin. 19 salendo), « che non vi è corpo elettrizzato, senza che « siavi in pari tempo sviluppo di elettricità per influenza nei corpi che lo circondano ». Ciò conduce necessariamente ad ammettere la esistenza della induzione dell'ambiente, ovvero curvilinea di Faraday.

Egli dice altresì (Opera citata, pag. 173, colonna 1ª, lin. 29): « Questa elettricità « (indotta di prima specie) è sviluppata e ritenuta dall' attrazione dell' elettricità « contraria (la inducente); per lo che non si disperde, quantunque il conduttore su « cui si trova comunichi col suolo ». Ognuno vede che questo riferito brano è favorevole alla teorica che io sostengo.

Il nominato fisico afferma (Nuovo Cimento, T. III, pag. 223, Nota (1), anno 1856) « che da gran tempo è stabilito, sia dalla sperienza, sia dalla teorica, che la carica di « elettricità contraria, svolta nel corpo indotto, appunto perchè è attratta dalla elet- « tricità inducente, non esercita *altra attrazione esterna.* Si potrebbe dire che la « tensione di questa carica indotta è massima per la carica inducente, e nulla per « tutto il resto ». Questa Nota perfettamente si accorda tanto colle dottrine di Melloni, quanto colla sperienza.

Dice inoltre l'autore opponente che « nelle interne parti di un sistema animato da sforzi, ciascuno di questi, sebbene cessi nelle parti esterne, continua ad attuarsi nelle interne ».

A questo asserto si oppone quello che giustamente dice Belli (T. III del suo *Corso di fisica sperimentale,* pag. 129, § 949), cioè che « lo smovimento dell'elettrico « non succede che alla superficie, non uscendo minimamente le parti interne dei « conduttori cimentati, dal loro stato naturale ». E da questo asserto di Belli si conclude ancora, che la induzione non traversa le masse dei corpi conduttori.

§ II.

Esamina il Cantoni nel seguente modo una sperienza sul condensatore di Volta, riportata dal Felice Marco , in appoggio della teorica di Melloni.

« Egli (Marco) pone d'avere un condensatore di Volta, il cui scudo sia tenuto « isolato, ed a qualche distanza dal piatto annesso all'elettrometro : suppone comu- « nicata a questo piatto una carica, la quale per sè sola produca una divergenza « notevole nelle fogliette dell' elettrometro, e che poi questa divergenza venga ridotta « minore di molto, col porre lo scudo in momentanea comunicazione col suolo. Al- « lora, dice il Marco, presentando un corpo metallico, comunicante col suolo, sovra « la faccia superiore dello scudo, le fogliette elettrometriche non avevano alcuna « perturbazione ...... ciò non prova punto che la elettricità indotta nello scudo stesso, « e addensata nella sua faccia inferiore, non eserciti una mutua repulsione o ten- « sione fra le sue parti, ed insieme una energica azione induttrice sovra il piatto « ad esso sottoposto, nella faccia superiore del quale vi sarà un corrispondente « addensamento, e quindi una corrispondente tensione di elettricità eteronima ». Ci piacerebbe vedere come il Cantoni dimostra tutta questa tensione nella indotta

di prima specie, accumulata sulla faccia inferiore dello scudo. Imperocchè questa elettricità non può scorrere sopra una superficie conducente, per portarsi su la faccia opposta, cioè superiore dello scudo, laddove una elettricità libera, ossia dotata di forza repulsiva fra le sue molecole, vi si porterebbe, lo che fa vedere che questa forza nella indotta di prima specie manca. In fatti abbiamo dimostrato, che se questa possedesse tensione, si richiederebbe una forza infinita per non farla scorrere, la qual cosa non può verificarsi.

Di più il Cantoni vuole che la indotta di prima specie dello scudo eserciti una energica azione induttrice sull'altro piatto. Pel contrario diciamo noi che questa induzione non si esercita punto, poichè abbiamo ciò dimostrato in altri casi; ma invece la indotta di prima specie attrae fortemente la inducente, facendola in gran parte accumulare in quella faccia del piatto stesso che riguarda lo scudo, potendo così l'altra faccia del detto piatto ricevere nuova quantità di carica elettrica, e proseguire innanzi per tal modo, ma sempre per *sola* attrazione verso l'inducente. In fatti come farebbe il Cantoni a privare un indotto di una benchè minima parte d'indotta di prima specie? Giacchè la sperienza dimostra che questa privazione non è possibile; quindi è chiaro che la forte tensione supposta dal Cantoni nella indotta medesima, non può concedersi.

Potrà pur troppo il Cantoni cadere in inganno, se nella parte dell'indotto la più vicina all' induttore, applichi un piano di prova *non difeso* dall'azione inducente su questo; giacchè in tal caso il piano di prova mostrerebbe la indotta di prima specie; ma non già perchè l'abbia ricevuta per comunicazione dall'indotto, ma bensì solo perchè l'induttore l'ha generata sopra il piano stesso. Ed infatti misurando la quantità della indotta di prima specie, prima e dopo ripetute applicazioni del piano di prova medesimo sull'indotto, si vedrà essa quantità su questo risultare sempre la stessa. Mi sembra che questa sola prova basterebbe a convincere chiunque favorevolmente alla teorica da me sostenuta. Ed è ben ridicolo dire, che una elettricità, la quale possiede tensione, e trovasi accumulata in un punto, non si comunichi ad un corpo conduttore applicato sul punto stesso.

Che poi la riferita sperienza, come dice Cantoni, sia identica di quella fatta con una bottiglia di Leida, nella quale toccando la sua armatura esterna, dopo posta in comunicazione col suolo, non si ha manifestazione alcuna elettrica, ne conveniamo pienamente; anzi estendiamo questo fatto ad ogni sistema indotto di qualunque forma esso sia.

§ III.

Entra il Cantoni in questo articolo a parlare *di volo* della induzione curvilinea così dicendo: « Nè qui mi soffermerò a mostrare, che quelle sperienze del Faraday sulla « così detta induzione curvilinea, per le quali anche il Marco sembra dare una inter- « pretazione meno rigorosa, erano già state ridotte al loro giusto significato dallo « stesso Felici .... accennando questo valoroso fisico e matematico, come previsione « del calcolo, tali condizioni di cose, che molto tempo dopo il Pisati verificava a « puntino colla sperienza ». Noi rispondiamo primieramente citando due brani degli

Elementi di fisica del Cantoni stesso, pag. 596, a proposito della polarizzazione dei coibenti, *osserv.* 19^a; nei quali, a ben riflettere, apparisce come implicitamente ammetta egli l'induzione curvilinea. In fatti esso così dice: « L'induzione elettrica fra due conduttori « isolati, è sempre dovuta alla polarizzazione del coibente interposto. Nel più dei casi è « l'aria atmosferica che *polarizzandosi* trasmette l' induzione ...... »; e più innanzi pag. 597, lin. 18 dice: « sembra per tanto plausibile l'ammettere, che pur quando fra « l'induttore e l'indotto siavi soltanto dell'aria, i varî *filetti di molecole* di questa, « polarizzandosi, costituiscono tante linee d'azione elettrica, fra i varî punti delle « superfici affacciate di tali corpi ».

Ora diciamo: il Cantoni che ammette la polarizzazione *molecolare* nei coibenti, non esclusa fra questi l'aria, non può a meno di ammettere la induzione curvilinea, più propriamente detta induzione laterale dell' ambiente. In fatti non avvi ragione per la quale ciascuna molecola polarizzata, non debba agire in ogni verso, ma unicamente su quelle molecole che la precedono in una sola direzione. Ammettendo egli che l' aria si polarizzi molecolarmente, deve perciò di necessità riconoscere la induzione curvilinea, altrimenti egli cadrebbe in aperte contraddizioni, negando ciò che il solo buon senso basta per fare ammettere. Al significato che il Felici ha creduto dare alle sperienze dell' illustre Faraday sulla induzione curvilinea, sarà da me quanto prima risposto, mettendo in chiaro le false conclusioni alle quali giunse il chiaro Felici, e che la sperienza contraddice, quando non ci serviamo di quei veri principî, che questa fornisce.

Quanto al Pisati ho già risposto per estratto nella tornata della R. Accademia dei Lincei del 4 giugno 1876, aspettando che le attuali occupazioni mi permettano pubblicare per esteso questa risposta. Però diremo fin da ora, che i risultamenti delle sperienze del Pisati sulla inversione di polarità nell' indotto, per la interposizione di una massa metallica comunicante col suolo , sono tanto lontane dal vero, che si trovano persino in aperta opposizione col noto principio di Poisson , da esso posto per fondamento alla sua celebre Memoria sulla distribuzione della elettricità nella superficie dei corpi conduttori. Di più diremo che questi risultamenti dal Pisati ottenuti, sono l'effetto del complicatissimo sistema che ha egli adottato per isperimentare. Imperocchè se, invece di servirsi del solito miscuglio polverulento di zolfo e minio, avesse comunicato col suolo l'indotto, per privarlo della elettricità indotta di seconda specie, quindi, scaricato l'induttore, avesse portato l'indotto presso un elettroscopio, veduto avrebbe che la natura dell'elettrico rimasto sull'indotto è sempre contraria di quella dell'induttore. Questo fatto si ottiene a qualunque distanza dalla massa o lastra metallica interposta, però bene inteso che questa non sia tale da impedire la induzione curvilinea, nel qual caso il risultamento sull'indotto sarebbe zero. Quindi è chiaro che non si otterrebbe mai quella inversione di polarità, ottenuta dal Pisati colle polveri, le quali sono esse medesime una sorgente di elettricità, che perturba grandemente il fenomeno della statica induzione.

Il modo che ora suggerimmo, oltre che senza eccezione, è ancora il più semplice, dimostrando nello stesso tempo il difetto delle sperienze del Pisati, causato dall' adoperare il miscuglio polveroso di zolfo e minio, come dichiareremo assai più distesamente nel parlare con maggiore sviluppo di questa mescolanza.

La stessa sperienza del Govi sul doppio pendolino, che il Cantoni ha citato come la più concludente contro la causa nostra, dimostra, oltre le tante altre che ve ne sono, anch'essa evidentemente la esistenza della induzione curvilinea. *Se il Cantoni avesse onorato della lettura gli scritti miei su questo proposito, ed avesse esaminato e ripetuta, come io dichiaravo, la detta sperienza del Govi, avrebbe potuto per lo meno dirne contro, e non riportare la quistione sul campo come mai non discussa* [1].

Infatti la fase da noi considerata in tale sperienza, quella cioè quando su i pendolini vi rimanga una carica di natura della indotta di prima specie, appunto è da considerare, la quale ci mostra, che togliendo l'induttore, allora i due pendolini che prima erano divergenti, diminuiscono assai la divergenza loro. Perciò se la indotta di prima specie colla sua tensione cagionava la divergenza di essi, è chiaro che al togliere l'induttore i pendolini avrebbero dovuto accrescere l'angolo della divergenza medesima; perchè in questo caso cessa l'attrazione dell'induttore, la quale è una forza che unita alla gravità si oppone alla divergenza stessa. Dunque dal vedere che i pendolini non più impediti da questa attrazione dell'induttore, e carichi *ugualmente* della indotta di prima specie, nondimeno essi diminuiscono l'angolo fra loro al togliere l'inducente, se ne conclude che un'altra forza faceva divergere i pendolini stessi, la quale appunto è la cessata induzione curvilinea.

Non diremo poi delle opinioni di alcuni, non meno *valorosi* fisici, che apertamente dichiarano di ammettere la esistenza della induzione curvilinea. Tali sono, il fisico Gavarret, che nel suo *Traité d'électricité,* t. I, anno 1857, pag. 85, lin. 8 salendo, a proposito delle note sperienze del Faraday, da cui questo dedusse la esistenza della induzione curvilinea, per tal modo si esprime: « Il est évident que l'induction « dans ce cas, ne pouvant pas s'exercer à travers l'hémisphère métallique, qui chaque « fois est mis en comunication avec le sol, n'a pu s'effectuer qu'à travers l'air; « mais alors l'action inductrice s'est nécessairement propagée *suivant des lignes « courbes* ». Ed allo stesso proposito a pag. 88 dice: « ..... ne peut empêcher son « électrisation qu'en arrêtant *les lignes courbes d'induction* qui à travers l'air et les « autres diélectriques, s'etendent de la gomme laque à cette balle (piano di prova).

« Cette observation nous paraît de nature à lever tous les doutes que l'on « pourrait concevoir sur la réalité de la *propagation de l'induction en lignes courbes* « à travers les diélectriques ».

Ed il De la Rive sul medesimo argomento, nel suo *Traité d'électricité téorique et appliquée,* si esprime, t. I, pag. 138, lin. 7, e seg. dicendo: « Si l'on considère l'ensemble « d'un diélectrique placé près d'un corps électrisé, on remarquera, que chacune de ses « particules doit, d'après la théorie qui précède, être en rapport actif, non seulement « avec les particules qui la précèdent, mais encore avec toutes celles qui l'entourent « dans toutes les directions; il en résulte une diffusion des forces en tout sens, et des « lignes de l'action inductrice, suivant lesquelles s'opère la polarisation quand elles « ne rencontrent pas d'obstacle, tendent à se propager de chaque particule comme

[1] Vedi Atti della R. Accademia dei Lincei, tomo 3° Serie II, Sessione del 2 aprile 1876. Vedi ancora tomo 2°, Serie II, Sessione del 14 febbraio 1875.

« d'un centre; elles peuvent même prendre un *direction curviligne* quand quelque
« obstacle s' oppose à leur libre propagation. Faraday a essayé de vérifier l'exactitude
« de cette dernière consequence, en prouvant directement par l'expérience que l'indu-
« ction pouvait s'exercer en *ligne courbe* ». Lo stesso De la Rive ibidem, pag. 139, lin. 7 salendo, dice: « Il résulte de ces diverses expériences, et surtout de la dernière,
« que l'induction ne se fait pas à travers le métal, qu'elle s'opère donc par l'inter-
« médiaire des molécules d'air et suivant des lignes qui, partant des divers points
« du cylindre de gomme laque, se curbent plus ou moins autour de la sphère, de
« la demi-sphère, ou du disque, pour arriver jusqu'au point où le plan ètant au
« centre mème du disque, la courbure de la ligne d'induction est trop forte pour
« que l'induction puisse s'y propager ».

Sir W. Thonson nell'opera intitolata: *Reprint of papers on électrostatics and magnetism*, 1872, pag. 178-191 conclude dicendo: « Sarebbe interessante spingere
« la investigazione analitica a bastanza innanzi, per determinare il potenziale elettrico,
« in un punto qualunque, nelle vicinanze di un disco elettrizzato per influenza, e
« così illustrare più di quanto si è fatto coi numeri e le formole già ottenute, la
« teorica dei diaframmi elettrici, e della *celebre* induzione secondo linee curve. Ma io
« sono obligato di lasciare per ora quest'argomento, nella speranza che altri sieno
« indotti ad occuparsene ». Se dunque l'illustre W. Thomson, dichiara essere *celebre* la scoperta della induzione curvilinea, e propone che altri la *illustri* maggiormente, convien dire che crede vera la esistenza di questa induzione.

Il sig. Maxvell nel t. I° della sua opera intitolata: *A Treatise on electricity and magnetism*. Oxford 1873, pag. 47, § 47, ed anche pag. 84, § 82, considera lungamente le linee di forza, ovvero di elettrica induzione, come una scoperta del celebre Faraday, senza punto dubitare della esistenza di essa.

§ IV.

Il Cantoni non avendo ragioni di maggior valore da opporre alla teorica del Melloni, cita contro essa una sperienza, la quale invece fornisce la più sicura ed evidente prova della mancanza di tensione, per parte della indotta di prima specie. Parlando dell'indotto armato di punte verso l' induttore, per le quali egli crede, che si disperda pure la indotta di prima specie, lo che viene contraddetto dalla sperienza, ed alludendo alla recente pubblicazione del prof. Marco sulla elettricità indotta, egli si esprime come siegue : « Da ultimo il Marco menzionando le mie sperienze intorno
« alla dispersione della elettricità indotta per mezzo di una punta, applicata alle
« parti del corpo indotto, le più vicine all' inducente, ne dà una interpretazione non
« esatta, massime riguardo alla disposizione data da me alle sperienze; poichè queste
« provano non soltanto che la detta dispersione può essere attribuita alla attrazione
« esercitata dalla elettricità induttrice, ma altresì, e più ancora, allo stato repulsivo
« o di tensione della stessa elettricità indotta.

« In queste mie sperienze gli aghi sottili, non erano punto disposti sul prolungamento
« dell'asse dei cilindri indotti, ma sì normalmente ad esso; la carica data alla sfera indut-
« trice era assai debole, e debole quindi la tensione, e l'aria ambiente non era punto

« umida. Talchè i risultati elettrometrici ottenuti, nè potevansi attribuire a sola azione « della elettricità inducente, come fa il Marco, nè a dispersione per imperfetto isola- « mento, come fa il Volpicelli; ma ben anche all'azione repulsiva propria della elettricità « indotta, quella appunto che il Volpicelli col Riess chiamano di prima specie ».

Rispondiamo in primo luogo, che qualunque sia la direzione della punta posta su quell'estremo di un indotto il più vicino all'inducente, sia cioè la punta medesima sul prolungamento dell'asse dell'indotto, sia normale ad esso, sempre si ottiene, che la risultante elettrica sull'indotto portato presso un elettroscopio, risulta eteronima della inducente. Ciò vuol dire che dalla punta si disperse la sola indotta di specie seconda. Aggiungiamo inoltre, che qualunque si stabilisca il numero delle punte, di che venga fornito l' indotto, si ottiene pure sempre il medesimo effetto detto qui sopra. Finalmente in qualunque parte dell' indotto applichiamo una o più punte, queste sempre disperderanno la sola indotta di seconda specie, non mai la indotta di prima, purchè la sperienza sia fatta bene. Neghiamo assolutamente che sieno state adempiute tutte quelle condizioni indicate dal Cantoni, che cioè la carica data alla sfera induttrice sia stata giustamente debole, quindi che tale sia stata la tensione, come ancora che l'ambiente non sia stato umido di troppo. Imperocchè se avesse sperimentato egli nelle indicate condizioni, avrebbe certamente riscontrato quei risultamenti, che otteniamo sempre, quando ripetiamo tale sperienza. Osserviamo invece che avrà egli adoperato una carica induttrice troppo forte, o che l'ambiente sarà stato non privo di vapore acquoso a sufficienza, ovvero che la distanza fra l' induttore e l'indotto sarà stata troppo breve, relativamente alle due circostanze anteriori.

Prosiegue il Cantoni nella Nota, pag. 96, § 4 così dicendo: « Adoperando un ago « solo si avevano risultati opposti, e quanto al segno della carica residua nel cilindro « indotto, e quanto alla grandezza di questa, secondochè era esso posto all'estremo « indotto od all'attuato: ma sempre accadeva che nel primo caso il corpo indotto « risultava elettrizzato più fortemente ed omonimamente alla elettricità induttrice, « mentre nel secondo l'elettrizzamento riusciva eteronimo e più debole assai che « nel primo .... Ora tutti questi risultati sono apertamente contraddittorî alle idee « del Melloni, e del Volpicelli, in quanto che il corpo indotto dovrebbe presentare « una carica maggiore, quando la punta sta applicata all'estremo attuato del cilindro, « dove (secondo il diagramma del Volpicelli) la elettricità omonima all' induttrice, « che sola a suo credere avrebbe tensione, trovandosi maggiormente accumulata, « meglio dovrebbesi dissipare per quella punta ».

È certo assai doloroso vedere, che la più evidente prova della verità del concetto di Melloni, venga così travisata dagli oppositori di esso; e ci meraviglia molto vedere, che un fisico provetto in questi studî, cada in simili errori imperdonabili a chicchessia. È ben naturale che una punta, la quale venga applicata all'estremo dell' indotto più lontano dall' induttore, disperda la elettricità omonima maggiormente di quello che farebbe, se applicata sull'opposto estremo; perchè quivi trovasi meno accumulata. Ma dovendo essere l'aria molto secca, questa dispersione si farà molto lentamente, perciò dopo un certo tempo la risultante sarà eteronima, ma non molto grande. Quando poi la punta si applichi all'estremo indotto il più prossimo alla inducente, nel caso in cui la punta assorba elettricità dall' induttore, si può ricevere

una risultante non solamente omonima, ma pure di grandezza molto maggiore di quella ottenuta dall'altro estremo; e tutto questo non deve recare alcuna meraviglia, poichè ora la punta in luogo di emettere la indotta omonima, potè assorbire la elettricità inducente se l'induttore non sia costante. Se poi la sperienza non soffra tale perturbazione, si vedrà pur troppo, e noi l'osserviamo sempre, che la risultante sull'indotto viene eteronima della inducente, ed in grandezza *minore* di quella che si ottiene quando la punta è applicata a quell'estremo dell'indotto il più remoto dall'induttore stesso. Questo risultamento è perfettamente conforme alla teorica di Melloni, ed esso, come dicemmo, è la più bella dimostrazione della verità sua.

Dice inoltre il Cantoni: « Ma più ancora contraddittorî colle idee del Melloni « e del Volpicelli furono i risultati ottenuti, applicando non un solo ago, ma due al « cilindro indotto, cioè uno per ciascun estremo di esso. Poichè in tal caso questo « avrebbe sempre dovuto risultare elettrizzato eteronimamente alla sfera induttrice, « esercitandosi tensione soltanto dalla elettricità omonima; dove che il cilindro stesso « sempre rimase elettrizzato, e pur fortemente, di elettricità omonima alla induttrice. « Il che significa essersi per opposto dissipata di preferenza la eteronima, quella che, « a lor credere, non avrebbe tensione ».

Non vogliamo negare al nostro contraddittore il risultamento di tale sperienza; ma per quel che abbiamo detto di sopra è chiaro, che il risultamento di elettricità omonima sul cilindro, è dovuto all'azione assorbente della punta situata troppo vicina verso l'induttore, come pure per le altre circostanze che abbiamo già riferite.

Noi pel contrario che sperimentiamo sempre in un ambiente asciugato per mezzo di un calorifero, adoperando per inducente una pila secca, e ponendo l'indotto ad una distanza conveniente dal polo induttore, otteniamo anche in questo caso, una risultante elettrica eteronima di quella inducente, e maggiore assai di quella che si ottiene, quando il cilindro siasi armato di punta in *uno solo* dei suoi estremi.

Tutto questo, che noi abbiamo riferito è una verità palpabile, che si manifesta in ogni caso; e se il Cantoni ci avesse voluto onorare di assistere a tali nostre sperienze, fatte con quelle condizioni che si richiedono per esse, avrebbe dovuto convincersi che l'attuale asserto nostro è vero, e sarebbesi risparmiato di addurre, per infirmare la teorica di Melloni, un argomento troppo labile, e già da noi tanto studiato.

Per ultimo il Cantoni, tratta del mezzo elettroscopico colle polveri di zolfo e minio così dicendo: « Dirò infine, che le prove fatte da me e dal Pisati per mezzo « della projezione delle polveri di zolfo e minio sovra il corpo indotto sono così sicure « e così concordi colle previsioni del calcolo applicato alla vecchia dottrina della « induzione, ed alle risultanze delle sovra citate esperienze, che mi reca meraviglia « come il Volpicelli possa dar loro così poco valore, da trascurarle affatto, o da « dirle inconcludenti, oppure incerte nelle indicazioni ». A questa critica noi rispondiamo dicendo:

1° Le polveri che partono dal soffietto, entrando nel campo di azione elettrica dell'induttore, vengono elettrizzate per induzione, quindi la carica ricevuta dalle medesime per istrofinío quando escono esse dal soffietto, viene alterata di molto, senza che noi possiamo sapere con certezza di che natura sia la elettricità di cui le polveri sono caricate, allorchè vanno sul cilindro indotto,

2° Nell'andare le polveri medesime sull' indotto, è certo che la polvere, carica omonimamente alla inducente, verrà respinta da questa, depositandosi per ciò sull'estremo dell'indotto prossimo all'induttore medesimo, non occorrendo a questo fine l'attrazione della indotta di prima specie. Da ciò furono in inganno condotti ed il Pisati, ed il Cantoni.

3° Queste polveri essendo elettrizzate, inducono esse stesse sull'indotto, potendo così essere veramente attratte, ma solo però dalla indotta di prima specie che le medesime hanno generato, per induzione, sull' indotto stesso, e condurre anche per questa ragione in grave inganno.

Per tali motivi, ed essendovi dei mezzi atti ad esplorare lo stato elettrico dei corpi indotti, molto più semplici, e molto più veridici, già sperimentati, e privi di qualunque alterazione; riteniamo che veramente il mezzo elettroscopico delle polveri di minio e zolfo, debba essere proscritto, e si debbano tenere di niun conto i risultamenti che col medesimo furono raggiunti. Da ultimo ci meraviglia molto che non abbia voluto essere meco il Cantoni a bastanza gentile coll' astenersi dal venire a vedere le mie sperienze sulla quistione attuale, sebbene da me più volte fosse invitato pubblicamente a volerle vedere. Questa ostinazione dell' oppositore contraddice alla decisione di più congressi scientifici, che decretarono essere di grande importanza la indicata quistione agitata ora, e che invitarono contemporaneamente i dotti competenti, a continuare a discutere sulla quistione stessa. Quando avvenga che uno di noi metta *evidentemente* in chiaro essere vera la dottrina sostenuta da esso, fa d'uopo che l'altro rinunci alla sua. Per parte mia sono pronto ad emettere questa rinuncia, ma deve precedere la indicata evidenza, *hoc opus hic labor*. La verità deve cercarsi; essa potrà tardare a comparire, ma non mancherà finalmente a farsi luce fra le tenebre. Quando si ricusa di cercarla negando di vedere, segno è che si teme che comparisca. Lodi pure il Cantoni gli scolari suoi, come pure i suoi maestri, perchè partecipano alle sue idee; ma non si ricusi vedere le sperienze di un suo collega, che sommamente lo stima.

Sulla determinazione sperimentale della densità elettrica alla superficie dei corpi conduttori.

Nota del Socio EUGENIO BELTRAMI

letta nella seduta del 6 maggio 1877.

È noto che, per determinare sperimentalmente la densità elettrica alla superficie dei conduttori elettrizzati, Coulomb si è servito del cosidetto piano di prova, strumento ben conosciuto da tutti i fisici, i quali hanno continuato ad usarlo con vantaggio, valendosi di opportuni artifizii nella combinazione delle osservazioni simultanee o successive, affine di elidere, od almeno di attenuare gli effetti della dispersione. Ma la teoria esatta di questo semplicissimo strumento non è stata mai data, e probabilmente non lo sarà per lungo tempo ancora, in causa delle gravi difficoltà analitiche che vi s' incontrano. Quella che il sig. Maxwell dà al n.° 225 del suo Trattato non può, per quanto sagace, considerarsi veramente come rigorosa: essa appartiene a quel genere di procedimenti cui lo stesso Maxwell allude nel n.° 117 della citata Opera, e di cui accenna con aggiustatezza i pregi ed i difetti. È noto che lo stesso Coulomb cadde in errore nel valutare il rapporto che passa tra la quantità d' elettricità asportata dal piano di prova e quella ch' era prima distribuita sull' areola ch'esso ha ricoperta. Su questo punto ci permetteremo tuttavia d'aggiungere che, se mancano indubbiamente di rigore i ragionamenti di quell' illustre sperimentatore (riportati nei n.i 55 e 57 del recente Trattato del sig. Mascart), non sembrano neppur chiare, non che evidenti, le argomentazioni con cui si vorrebbe senz'altro ridurre quel rapporto alla metà. Infatti la supposizione (veggasi la Nota a piè delle pagine 16 e 17 del *Reprint of papers* etc. di Sir W. Thomson) che il piano di prova sostituisca esattamente il sottoposto elemento di superficie del conduttore esplorato, non è che un'astrazione teorica, della quale sarebbe difficile il provare che le conseguenze sussistano esattamente, anche quando la sua verificazione pratica sia soltanto approssimativa. Che se invece si considera il piano di prova come un piccolo disco tangente col suo centro alla superficie del conduttore, non si deve dimenticare che la densità elettrica, nulla nel punto di contatto, è infinita lungo l'orlo del disco, talchè la densità media dell'elettricità asportata risulta dalla compensazione di densità variabili fra zero ed infinito, e non sembra suscettibile d'una determinazione, anche approssimativa, per mezzo di ragionamenti così sommarii come son quelli che si sogliono fare ordinariamente. Sotto questo aspetto, il procedimento, in parte empirico, del sig. Maxwell (il quale del resto considera in modo diverso l'azione del piano di prova) porge una assai più soddisfacente giustificazione del principio generalmente ammesso in proposito.

V' è ancora un altro ordine di considerazioni, a tenor del quale si potrebbe forse revocare addirittura in dubbio la legittimità d'ogni esplorazione di densità elettrica per via di contatto con corpi di prova, di forma qualunque. Se si pensa all'enorme velocità dei moti elettrici in paragone dei moti ordinarii, sembra lecito il sospetto che la distribuzione della carica totale, fra il conduttore esplorato ed il corpo di prova, all'atto del distacco, sia veramente un problema elettrodinamico, anzichè un problema elettrostatico. Noi però quì non insisteremo su questo punto di vista, ed ammetteremo che la distribuzione anzidetta sia la stessa, rispetto alla quantità, prima e dopo il distacco. Diremo invece che, nell' impossibilità presente di determinare *a priori* l'elettrizzazione dell'ordinario piano di prova, non parrebbe doversi giudicare inutile nè inopportuno l'intraprendere l'analoga ricerca per altre forme del corpo di prova, accessibili ad un'analisi esatta; e tale è appunto lo scopo di questa breve comunicazione.

Il caso che vogliamo quì trattare è quello d'un corpo di prova avente la forma d'una mezza sfera, di raggio piccolissimo rispetto alle dimensioni del conduttore che si vuole esplorare, e da applicarsi sulla superficie di questo colla sua faccia diametrale piana. Questa forma è già stata considerata nel n.° 224 del Trattato del sig. Maxwell, ed ivi trovasi anche indicato il rapporto finale delle densità medie nel caso che il conduttore da esplorarsi sia sferico. Noi pure ci limiteremo al caso del conduttore sferico, ma aggiungeremo l'ipotesi che all'elettrizzazione di questo conduttore concorra eziandio l'azione d'un punto inducente esterno, giacchè è specialmente nei fenomeni d'influenza, che la perturbazione prodotta nel campo elettrico dall' intervento d'un corpo di prova può accrescere i dubbii circa l'esistenza d'una relazione costante fra la carica presa dal corpo di prova e la densità elettrica del conduttore nel luogo esplorato. Crediamo tanto meno inutile d' eseguire partitamente questa ricerca, in quanto che essa ci darà occasione di determinare la funzione potenziale e la distribuzione elettrica indipendentemente dall'uso del principio delle immagini, e di stabilire con precisione le formole relative alle cariche delle varie calotte sferiche che fa d'uopo di considerare.

Dovendo, in tutto ciò che segue, ragionare sopra una figura costituita essenzialmente di due superficie sferiche fra loro ortogonali, converremo una volta per sempre di designare ordinatamente con

A, B, C i centri delle due superficie sferiche ed il centro della circonferenza d'intersezione;

α, β, γ i raggi di quelle e di questa;

f la distanza dei centri delle due superficie sferiche.

Avremo così le relazioni

$$f^2 = \alpha^2 + \beta^2, \qquad \gamma f = \alpha\beta,$$

cui possiamo aggiungere queste altre

$$AC = \frac{\alpha^2}{f} = f', \qquad CB = \frac{\beta^2}{f} = f''.$$

Designeremo inoltre, per brevità, con S_α, S_β le due superficie sferiche, con C_γ la circonferenza ad esse comune; con $S_{\alpha\alpha}$ ed $S_{\alpha\beta}$ le due calotte in cui la S_α è divisa dalla C_γ, la prima delle quali esterna, la seconda interna alla S_β; e similmente

con $S_{\beta\alpha}$ ed $S_{\beta\beta}$ le due calotte in cui la S_β è divisa dalla C_γ, la prima interna, la seconda esterna alla S_α. Questi simboli S_α, $S_{\alpha\alpha}$, etc. ci serviranno tanto a designare le superficie sferiche e le loro calotte, quanto a rappresentarne le aree rispettive. Chiameremo *bisfera* il solido terminato dalle due calotte $S_{\alpha\alpha}$, $S_{\beta\beta}$. Denoteremo finalmente con r, r', r'', r''' i valori assoluti delle distanze d'un punto qualunque M da quattro punti fissi, di cui indicheremo di volta in volta la posizione.

Incominciamo a supporre che r', r'', r''' siano tre raggi vettori uscenti rispettivamente dai punti A, B, C. Se il punto M, loro termine comune, è preso sopra S_α, si ha, per essere B e C punti reciproci rispetto ad S_α,

$$\frac{r''}{r'''} = \frac{\beta}{\gamma};$$

e parimente se il punto M è preso sopra S_β, si ha, per essere A e C punti reciproci rispetto ad S_β,

$$\frac{r'}{r'''} = \frac{\alpha}{\gamma}.$$

Possiamo dunque dire che

$$\text{quando} \quad \frac{\alpha}{r'} = 1 \qquad \text{si ha} \qquad \frac{\beta}{r''} - \frac{\gamma}{r'''} = 0,$$

$$\text{e quando} \quad \frac{\beta}{r''} = 1 \qquad \text{si ha} \qquad \frac{\alpha}{r'} - \frac{\gamma}{r'''} = 0.$$

Di quì risulta che la funzione

$$V = \frac{\alpha}{r'} + \frac{\beta}{r''} - \frac{\gamma}{r'''}$$

è $= 1$ tanto in ogni punto di S_α quanto in ogni punto di S_β; cosicchè nello spazio esterno alla bisfera questa funzione coincide colla funzione potenziale d'una distribuzione elettrica in equilibrio sopra la superficie della bisfera stessa, considerata come superficie esterna d'un conduttore isolato. La funzione potenziale della stessa distribuzione è, per un noto teorema, costante ed $= 1$ in ogni punto dello spazio interno (supposto che il conduttore non presenti cavità nelle quali esistano corpi elettrici). Dalla forma poi della funzione V emerge immediatamente che l'azione esterna dello strato elettrico in equilibrio è eguale a quella di tre masse elettriche

$$+\alpha, \qquad +\beta, \qquad -\gamma$$

collocate rispettivamente nei punti

$$A, \qquad B, \qquad C,$$

e che la carica totale del conduttore è quindi

$$E = \alpha + \beta - \gamma.$$

Cerchiamo ora come si divida questa carica totale fra le due calotte $S_{\alpha\alpha}$ ed $S_{\beta\beta}$. Chiamando $E_{\alpha\alpha}$, $E_{\beta\beta}$ le due cariche parziali corrispondenti, si ha

$$E_{\beta\beta} = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{\partial V}{\partial r''}\, dS_{\beta\beta},$$

cioè

$$E_{\beta\beta} = -\frac{1}{4\pi}\left\{\alpha\int\frac{\partial\frac{1}{r'}}{\partial r''}dS_{\beta\beta} - \gamma\int\frac{\partial\frac{1}{r'''}}{\partial r''}dS_{\beta\beta} - \frac{1}{\beta}S_{\beta\beta}\right\}.$$

Gli integrali

$$-\int\frac{\partial\frac{1}{r'}}{\partial r''}dS_{\beta\beta}\,, \qquad -\int\frac{\partial\frac{1}{r'''}}{\partial r''}dS_{\beta\beta}$$

sono i valori degli angoli solidi sottesi dalla calotta $S_{\beta\beta}$ nei punti A e C rispettivamente, epperò equivalgono alle aree $S_{\alpha\beta}$ ed $S_{\gamma\beta}$ (¹), divise rispettivamente per α^2 e γ^2. Dunque si ha

$$E_{\beta\beta} = \frac{1}{4\pi}\left\{\frac{1}{\alpha}S_{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta}S_{\beta\beta} - \frac{1}{\gamma}S_{\gamma\beta}\right\},$$

ed essendo

$$S_{\alpha\beta} = 2\pi\alpha(\alpha - f')\,, \quad S_{\beta\beta} = 2\pi\beta(\beta + f'')\,, \quad S_{\gamma\beta} = 2\pi\gamma^2,$$

si trova così

$$E_{\beta\beta} = \tfrac{1}{2}(\alpha - f' + \beta + f'' - \gamma).$$

Le due cariche parziali sono quindi espresse da

$$E_{\alpha\alpha} = \tfrac{1}{2}(E + f' - f'')\,, \qquad E_{\beta\beta} = \tfrac{1}{2}(E - f' + f'').$$

Il valore di $E_{\beta\beta}$, in virtù delle relazioni indicate superiormente, si può scrivere così:

$$E_{\beta\beta} = \tfrac{1}{2}\left(\alpha + \beta - \frac{\alpha\beta}{f} - \frac{\alpha^2 - \beta^2}{f}\right)$$
$$= \frac{(f-\alpha)(\alpha+\beta)+\beta^2}{2f}$$

od anche, mettendo $f^2 - \alpha^2$ in luogo di β^2,

$$E_{\beta\beta} = \frac{(f-\alpha)(2\alpha+\beta+f)}{2f}.$$

Ora, se la carica E fosse tutta distribuita in equilibrio sopra un conduttore sferico terminato dalla superficie S_α, la calotta $S_{\alpha\beta}$ ne possederebbe una porzione

$$e_{\alpha\beta} = \frac{S_{\alpha\beta}}{S_\alpha}E = \frac{\alpha - f'}{2\alpha}E = \frac{f-\alpha}{2f}E.$$

Dunque l'applicazione della calotta conduttrice $E_{\beta\beta}$ sul conduttore sferico S_α modifica la distribuzione elettrica per guisa che, in luogo della carica

$$e_{\alpha\beta} = \frac{(f-\alpha)(\alpha+\beta-\gamma)}{2f}$$

(¹) Per analogia designiamo con $S_{\gamma\beta}$ la metà di superficie sferica S_γ, di centro C e di raggio γ, contenuta entro S_β.

relativa alla calotta ricoperta, interviene la carica

$$E_{\beta\beta} = \frac{(f-\alpha)(2\alpha+\beta+f)}{2f}$$

relativa alla calotta sovrapposta. Il rapporto della seconda carica alla prima è

$$\frac{E_{\beta\beta}}{e_{\alpha\beta}} = \frac{2\alpha+\beta+f}{\alpha+\beta-\gamma}.$$

Questo rapporto si può mettere sotto la forma

$$\frac{2+\frac{f}{\alpha}+\frac{\beta}{\alpha}}{1+\frac{\beta}{\alpha}\left(1-\frac{\alpha}{f}\right)},$$

e, se qui s'introduce il valore

$$\frac{f}{\alpha} = \left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}},$$

e si svolge in serie secondo le potenze crescenti di $\frac{\beta}{\alpha}$ (nell'ipotesi $\beta < \alpha$) si trova

$$\frac{E_{\beta\beta}}{e_{\alpha\beta}} = 3+\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\beta^2}{2\alpha^2}-\frac{3\beta^3}{2\alpha^3}+\ldots\ldots.$$

Quando β è molto piccolo di fronte ad α, la modificazione che subisce la forma della superficie esterna del conduttore sferico S_α, per l'applicazione della calotta conduttrice $S_{\beta\beta}$, non differisce sensibilmente da quella che nascerebbe facendo combaciare la faccia piana d'un piccolo conduttore emisferico, di raggio β, colla superficicie del conduttore S_α. In tali condizioni, dunque, la carica presa da questo piccolo conduttore sta a quella dell'areola da esso ricoperta in un rapporto che si avvicina tanto più a 3, quanto più è piccolo il rapporto $\frac{\beta}{\alpha}$. Si può osservare che questo rapporto limite 3 : 1 (il quale del resto si rileva facilmente dall'espressione generale, senza eseguire lo sviluppo, col porvi $f=\alpha$, $\beta=\gamma$) è in pari tempo quello della superficie totale del solido emisferico alla superficie ch'esso ricopre sul conduttore sferico, talchè in questo caso particolare si verificherebbe la regola asserita da Coulomb.

Passiamo a considerare il caso in cui esista un punto inducente, che designeremo con O, e che supporremo collocato nello spazio esterno alla bisfera primitiva (cioè a quella i cui raggi α e β hanno un rapporto qualunque).

Siano A_1 e B_1 i punti reciproci di O rispetto alle due superficie S_α ed S_β, cioè i punti allineati rispettivamente con O ed A, con O e B, e tali che

$$OA.OA_1 = \alpha^2, \qquad OB.OB_1 = \beta^2.$$

Si riconosce facilmente che la circonferenza passante per i tre punti O, A_1, B_1 è ortogonale tanto ad S_α quanto ad S_β, e che ogni retta condotta per A, oppure per B, la interseca in due punti che sono reciproci rispetto ad S_α, oppure ad S_β. Ne risulta che le due rette AB_1, BA_1 s'incontrano in un punto C_1 di questa circonferenza.

I tre punti A_1, B_1, C_1 sono sempre situati nell'interno della bisfera, e propriamente il primo nella regione esterna ad S_β, il secondo in quella esterna ad S_α, il terzo in quella comune ad S_α ed a S_β. Fra le molte proprietà della figura così formata (¹) notiamo le relazioni seguenti, che ci riusciranno utili fra poco. Essendo O ed A_1, B e C coppie di punti reciproci rispetto ad S_α, i due triangoli AOC, ABA_1 sono simili, e danno

$$\frac{AO}{OC}=\frac{AB}{BA_1};$$

e così, essendo O e B_1, A e C coppie di punti reciproci rispetto ad S_β, i due triangoli BOC, BAB_1 sono simili, e danno

$$\frac{BO}{OC}=\frac{BA}{AB_1}.$$

Da queste due proporzioni, ponendo

$$OA=a\,,\qquad OB=b\,,\qquad OC=c\,,$$

si trae

$$a.BA_1=b.AB_1=cf\,,$$

e quindi

$$AB_1=\frac{c\alpha\beta}{b\gamma},\qquad BA_1=\frac{c\alpha\beta}{a\gamma}.$$

Premesso ciò, è facile trovare la funzione potenziale del sistema elettrico costituito da una massa inducente $+1$ collocata in O e dalla distribuzione elettrica ch'essa induce sul conduttore bisferico, supposto comunicante col suolo. Infatti, essendo O ed A_1, B_1 e C_1 coppie di punti reciproci rispetto ad S_α, per ogni punto M di S_α si ha

$$\frac{OM}{A_1M}=\frac{a}{\alpha},\qquad \frac{B_1M}{C_1M}=\frac{AB_1}{\alpha}=\frac{c\beta}{b\gamma};$$

e così, essendo O e B_1, A_1 e C_1 coppie di punti reciproci rispetto ad S_β, per ogni punto M di S_β si ha

$$\frac{OM}{B_1M}=\frac{b}{\beta},\qquad \frac{A_1M}{C_1M}=\frac{BA_1}{\beta}=\frac{c\alpha}{a\gamma}.$$

Collocando dunque ordinatamente nei quattro punti O, A_1, B_1 e C_1 le origini dei raggi vettori r, r', r'', r''' terminati ad un punto qualunque M, possiamo dire che:

per ogni punto di S_α si ha

$$\frac{1}{r}-\frac{\alpha}{a}\frac{1}{r'}=0\,,\qquad -\frac{\beta}{b}\frac{1}{r''}+\frac{\gamma}{c}\frac{1}{r'''}=0;$$

(¹) I quattro punti O, A_1, B_1, C_1, considerati nell'ordine in cui sono scritti, sono così disposti che due consecutivi sono reciproci rispetto ad S_α o ad S_β (tale reciprocità essendo alterna per l'una e per l'altra sfera). Invece i punti O e C_1, A_1 e B_1 sono pure conjugati fra loro, ma in quest' altro modo: se di un punto dell'una coppia si prende il simmetrico rispetto al piano della C_γ, l'altro punto della stessa coppia è il reciproco di questo rispetto alla sfera di centro C e di raggio γ: ciascuna coppia di punti è in una superficie sferica passante per la C_γ.

e per ogni punto di S_β si ha

$$\frac{1}{r} - \frac{\beta}{b}\frac{1}{r''} = 0\,, \qquad - \frac{\alpha}{a}\frac{1}{r'} + \frac{\gamma}{c}\frac{1}{r'''} = 0.$$

Di quì risulta che la funzione

$$W = \frac{1}{r} - \frac{\alpha}{a}\frac{1}{r'} - \frac{\beta}{b}\frac{1}{r''} + \frac{\gamma}{c}\frac{1}{r'''}\,,$$

il cui primo termine è la funzione potenziale del punto inducente, ha il valor zero tanto in ogni punto di S_α, quanto in ogni punto di S_β; cosicchè nello spazio esterno alla bisfera questa funzione coincide colla funzione potenziale cercata. Nello spazio interno il valore di questa funzione potenziale sarebbe dovunque lo zero. Dalla forma poi della funzione W emerge immediatamente che l'azione esterna dello strato indotto è eguale a quella di tre masse elettriche

$$-\frac{\alpha}{a}\,, \qquad -\frac{\beta}{b}\,, \qquad +\frac{\gamma}{c}$$

collocate rispettivamente nei punti

$$A_1\,, \qquad B_1\,, \qquad C_1\,,$$

e che la carica indotta totale è quindi

$$E' = -\left(\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} - \frac{\gamma}{c}\right).$$

La quantità fra parentesi rappresenta (in armonia con un noto teorema) ciò che diventa la funzione V precedentemente considerata, cioè la funzione potenziale esterna di una carica $E = \alpha + \beta - \gamma$ distribuita in equilibrio sulla bisfera isolata, quando il punto variabile cui essa si riferisce è il punto inducente O; e siccome tal funzione V è $=1$ sulla superficie della bisfera, così essa è positiva e <1 in ogni punto esterno. Dunque la carica indotta E' è sempre di segno contrario e numericamente inferiore alla carica inducente.

Dalle relazioni che ci hanno servito a riconoscere la forma della funzione W si ricava subito che in ogni punto M_0 della circonferenza C_γ si ha

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\alpha}{a}\frac{1}{r_0'} = \frac{\beta}{b}\frac{1}{r_0''} = \frac{\gamma}{c}\frac{1}{r_0'''}\,,$$

epperò

$$r_0' = \frac{\alpha}{a} r_0\,, \qquad r_0'' = \frac{\beta}{b} r_0\,, \qquad r_0''' = \frac{\gamma}{c} r_0\,.$$

Cerchiamo ora come si divida la carica indotta totale E' fra le due calotte $S_{\alpha\alpha}$ ed $S_{\beta\beta}$. Per ottenere formole semplici, limitiamoci a considerare il caso che il punto O si trovi sulla retta dei centri, e propriamente dalla parte della calotta $S_{\alpha\alpha}$. I varii punti necessarii a considerarsi si presentano allora nell'ordine seguente

$$O\,, A_1\,, A\,, C\,, C_1\,, B_1\,, B\,,$$

e sono tutti da una stessa parte rispetto alla calotta $S_{\beta\beta}$ (cioè da quella della concavità), talchè cercheremo primieramente la carica $E'_{\beta\beta}$ di questa calotta.

Questa carica è data da

$$E'_{\beta\beta} = \frac{1}{4\pi}\int \frac{\partial W}{\partial n}\, dS_{\beta\beta},$$

dove n è la normale interna all'elemento $dS_{\beta\beta}$. Ora, se P è un punto qualunque del segmento OB e ρ la sua distanza dall'elemento $dS_{\beta\beta}$, l'integrale

$$\int \frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial n}\, dS_{\beta\beta}$$

equivale all'area della calotta di centro P, di raggio $\rho_0 = PM_0$, terminata da C_γ ed interna ad S_β, divisa per ρ_0^2, cioè si ha

$$\frac{1}{4\pi}\int \frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial n}\, dS_{\beta\beta} = \frac{\rho_0 - PC}{2\rho_0},$$

dove il segmento PC è positivo se P è compreso fra O e C, negativo se P è compreso fra C e B. Applicando questa osservazione ai punti O, A_1, B_1, C_1 sostituiti successivamente al posto di P, si trova che la carica cercata è data da

$$E'_{\beta\beta} = \frac{r_0 - OC}{2r_0} - \frac{\alpha}{a}\,\frac{r_0' - A_1C}{2r_0'} - \frac{\beta}{b}\,\frac{r_0'' + CB_1}{2r_0''} + \frac{\gamma}{c}\,\frac{r_0''' + CC_1}{2r_0'''}.$$

I primi due termini del 2° membro, cioè

$$\frac{r_0 - OC}{2r_0} - \frac{\alpha}{a}\,\frac{r_0' - A_1C}{2r_0'}$$

rappresentano, come facilmente si rileva, la carica che troverebbesi distribuita sulla calotta $S_{\alpha\beta}$ (che è attualmente ricoperta da $S_{\beta\beta}$), se il conduttore indotto fosse sferico e terminato dalla superficie S_α; giacchè in questo caso, che si ricava da quello che stiamo considerando col porre $\beta = \gamma = 0$, la funzione W diventerebbe semplicemente

$$\frac{1}{r} - \frac{\alpha}{a}\,\frac{1}{r'}.$$

Chiamando $e'_{\alpha\beta}$ questa carica, si ha dunque

$$e'_{\alpha\beta} = \tfrac{1}{2}\left(1 - \frac{\alpha}{a}\right) - \frac{OA_1}{2r_0},$$

$$E'_{\beta\beta} = e'_{\alpha\beta} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{c} - \frac{\beta}{b}\right) - \frac{C_1B_1}{2r_0},$$

in forza delle relazioni già trovate fra r_0, r_0', r_0'', r_0'''.

Essendo

$$OA_1 = a - \frac{\alpha^2}{a},$$

si può scrivere

$$e'_{\alpha\beta} = -\frac{a-\alpha}{2a}\left(\frac{a+\alpha}{r_0}-1\right),$$

dove la quantità fra parentesi è positiva, perchè nel triangolo OAM_0 il lato $OM_0 = r_0$ è minore della somma degli altri due $OA = a$, $AM_0 = \alpha$. D'altra parte si ha

$$C_1B_1 = OB_1 - OC_1 = b - \frac{\beta^2}{b} - \left(c + \frac{\gamma^2}{c}\right);$$

ma

$$b = a + f, \qquad c = a + \frac{\alpha^2}{f}, \qquad \gamma = \frac{\alpha\beta}{f},$$

dunque

$$C_1B_1 = f - \frac{\alpha^2}{f} - \frac{\beta^2}{a+f} - \frac{\alpha^2\beta^2}{f(af+\alpha^2)},$$

ovvero, dopo alcune riduzioni,

$$C_1B_1 = \frac{\beta^2(a^2-\alpha^2)}{bcf}.$$

Si ha ancora

$$\frac{\gamma}{c} - \frac{\beta}{b} = \frac{\alpha\beta}{af+\alpha^2} - \frac{\beta}{a+f} = -\frac{\beta(f-\alpha)(a-\alpha)}{bcf};$$

dunque

$$E'_{\beta\beta} = e'_{\alpha\beta} - \frac{\beta(f-\alpha)(a-\alpha)}{2bcf} - \frac{\beta^2(a^2-\alpha^2)}{2bcfr_0},$$

ossia

$$E'_{\beta\beta} = e'_{\alpha\beta} - \frac{\beta(a-\alpha)}{2bcf}\left\{f - \alpha + \frac{\beta(a+\alpha)}{r_0}\right\}.$$

Di quì

$$\frac{E'_{\beta\beta}}{e'_{\alpha\beta}} = 1 + \frac{a\beta}{bcf}\,\frac{f-\alpha+\beta\dfrac{a+\alpha}{r_0}}{\dfrac{a+\alpha}{r_0}-1}$$

o finalmente

$$\frac{E'_{\beta\beta}}{e'_{\alpha\beta}} = 1 + \frac{a\beta(f-\alpha+\beta)}{bcf\left(\dfrac{a+\alpha}{r_0}-1\right)} + \frac{a\beta^2}{bcf}.$$

Supponiamo ora che il rapporto $\frac{\beta}{\alpha}$ sia piccolissimo. Si ha allora

$$f - \alpha = \frac{\beta^2}{2\alpha} + \ldots\ldots .$$

Di più, essendo in generale

$$r_0^2 = c^2 + \gamma^2 = \left(a + \frac{\alpha^2}{f}\right)^2 + \frac{\alpha^2\beta^2}{f^2} = a^2 + \alpha^2 + \frac{2a\alpha^2}{f},$$

$$= (a+\alpha)^2 - 2a\alpha\left(1 - \frac{\alpha}{f}\right),$$

e potendosi quindi scrivere

$$\left(\frac{a+\alpha}{r_0}+1\right)\left(\frac{a+\alpha}{r_0}-1\right)=\frac{2a\alpha\,(f-\alpha)}{fr_0^2},$$

nell'ipotesi anzidetta si ha di quì

$$\frac{a+\alpha}{r_0}-1=\frac{a\beta^2}{2f\,(a+\alpha)^2}+\dots,$$

epperò

$$\frac{E'_{\beta\beta}}{e'_{\alpha\beta}}=1+\left(2+\frac{\beta}{\alpha}\right)\frac{(a+\alpha)^2}{bc}+\dots$$

dove i termini ommessi contengono potenze di β superiori alla prima. Ma

$$b=a+\alpha+\frac{\beta^2}{2\alpha}+\dots,$$

$$c=a+\alpha-\frac{\beta^2}{2\alpha}+\dots,$$

quindi

$$\frac{(a+\alpha)^2}{bc}=1+\text{potenze di } \beta \text{ superiori alla prima.}$$

Si ha dunque finalmente

$$\frac{E'_{\beta\beta}}{e'_{\alpha\beta}}=3+\frac{\beta}{\alpha}+\dots,$$

donde si conchiude (sostituendo alla considerazione del conduttore bisferico quella del piccolo conduttore emisferico di raggio β, come corpo di prova applicato sul conduttore sferico indotto S_α) che la carica presa dall'emisfero di prova, applicato sull' elemento più lontano dal punto inducente, sta ancora alla carica dell'elemento locale indotto come $3:1$, approssimativamente.

Rifacendo i calcoli precedenti per l'altra calotta $S_{\alpha\alpha}$, oppure valendosi della conoscenza della carica indotta totale E' per dedurre la carica sopra $S_{\alpha\alpha}$ da quella sopra $S_{\beta\beta}$, si trova, pel rapporto di questa carica $E'_{\alpha\alpha}$ alla carica $e'_{\beta\alpha}$ della calotta $S_{\beta\alpha}$ ricoperta dalla $S_{\alpha\alpha}$, l' espressione

$$\frac{E'_{\alpha\alpha}}{e'_{\beta\alpha}}=1+\frac{b\alpha\,(f+\alpha-\beta)}{acf\left(1-\frac{b-\beta}{r_0}\right)}-\frac{b\alpha^2}{acf},$$

dove la quantità

$$e'_{\beta\alpha}=-\frac{b+\beta}{2b}\left(1-\frac{b-\beta}{r_0}\right)$$

è la carica indotta sulla calotta $S_{\beta\alpha}$ nell'ipotesi che il conduttore esposto all'induzione del punto O sia semplicemente quello la cui superficie esterna è S_β. Quì conviene naturalmente dare al valore di r_0 una forma diversa da quella dianzi usata, affine di predisporre le formole alla nuova supposizione che il rapporto $\frac{\alpha}{\beta}$, e non già il $\frac{\beta}{\alpha}$;

diventi piccolissimo; avvertenza che si è appunto avuta già in mira nella formazione del precedente rapporto. Porremo dunque

$$r_0^2 = c^2 + \gamma^2 = \left(b - \frac{\beta^2}{f}\right)^2 + \frac{\alpha^2 \beta^2}{f^2} = b + \beta^2 - \frac{2b\beta^2}{f}$$

$$= (b-\beta)^2 + 2b\beta\left(1 - \frac{\beta}{f}\right),$$

donde

$$\left(1 + \frac{b-\beta}{r_0}\right)\left(1 - \frac{b-\beta}{r_0}\right) = \frac{2b\beta(f-\beta)}{f r_0^2}.$$

Or quì è necessario aver riguardo ad una circostanza che non si presentava nel caso precedente. Ponendo $f - \beta = \frac{\alpha^2}{2\beta} + \ldots$, si ha

$$\left(1 + \frac{b-\beta}{r_0}\right)\left(1 - \frac{b-\beta}{r_0}\right) = \frac{b\alpha^2}{f r_0^2} + \ldots\ldots,$$

epperò, se il divisore $\frac{f r_0^2}{b}$ di α^2 nel secondo membro è una quantità dell'ordine delle dimensioni del conduttore sferico S_β, si conclude, come nell'altro caso, che $1 - \frac{b-\beta}{r_0}$ è quantità dell'ordine di α^2, che si ha (entro questo limite d'approssimazione) $r_0 = b - \beta$, e che si può quindi porre

$$1 - \frac{b-\beta}{r_0} = \frac{b\alpha^2}{2f(b-\beta)^2} + \ldots.$$

In tal caso tutto procede come prima, fino alla formola

$$\frac{E'_{\alpha\alpha}}{e'_{\beta\alpha}} = 3 + \frac{\alpha}{\beta} + \ldots,$$

la quale mostra che il solito rapporto 3 : 1 è valido anche pel contatto dell'emisfero di prova coll'elemento più vicino all'inducente. Ma se la distanza minima $b - \beta$ del punto inducente dalla sfera indotta S_β diventa tanto piccola che il suo rapporto n al raggio α del piccolo emisfero di prova sia dell'ordine di β, si ha approssimativamente $r_0 = \alpha\sqrt{n^2+1}$, epperò, come facilmente si riconosce, la conclusione suddetta non ha più luogo, e il rapporto in questione non ha più un limite indipendente dalla distanza del punto inducente. Ciò, del resto, è abbastanza chiaro anche indipendentemente da ogni calcolo, senza che, per questo, ci sembri inutile di notare espressamente questa ragionevole eccezione all'esatto uso dell'emisfero di prova, come di ogni altro corpo assegnato al medesimo fine, di scoprire, cioè, la densità elettrica locale.

Astrazion fatta dal caso d'eccezione testè accennato, è facile dimostrare la sussistenza del rapporto limite 3 : 1 anche nel caso che il conduttore sferico esposto all'induzione d'una massa elettrica $\mathbf{e}$ sia isolato e dotato d'una carica qualunque $\mathbf{E}$. Infatti, ritornando alla considerazione della bisfera, la distribuzione che si forma in tal caso risulta dalla sovrapposizione d'una carica indotta $\mathbf{e}E'$ e d'una carica libera $\mathbf{E} - \mathbf{e}E'$

che si dispone in equilibrio sul conduttore bisferico. Quindi la carica presa dalla calotta $S_{\beta\beta}$ è

$$E'_{\beta\beta}\,\mathbf{e} + \frac{E_{\beta\beta}}{E}\,(\mathbf{E} - \mathbf{e}E').$$

Invece sul conduttore sferico S_α (supposto isolato e dotato della carica $\mathbf{E}$) la distribuzione risulta dalla sovrapposizione d'una carica indotta $-\mathbf{e}\,\frac{\alpha}{a}$ e d'una carica libera $\mathbf{E} + \mathbf{e}\,\frac{\alpha}{a}$ che si dispone uniformemente sul conduttore. Quindi la carica presa dalla calotta $S_{\alpha\beta}$ è

$$e'_{\alpha\beta}\,\mathbf{e} + \frac{e_{\alpha\beta}}{E}\left(\mathbf{E} + \mathbf{e}\,\frac{\alpha}{a}\right).$$

Il rapporto della carica presa dalla calotta (ricoprente) $S_{\beta\beta}$ a quella posseduta dalla calotta (ricoperta) $S_{\alpha\beta}$ è dunque

$$\frac{E'_{\beta\beta}\,\mathbf{e} + \frac{E_{\beta\beta}}{E}\,(\mathbf{E} - \mathbf{e}E')}{e'_{\alpha\beta}\,\mathbf{e} + \frac{e_{\alpha\beta}}{E}\left(\mathbf{E} + \mathbf{e}\,\frac{\alpha}{a}\right)}.$$

Ora, quando β è piccolissimo di fronte ad α, si può porre

$$\frac{\beta}{b} - \frac{\gamma}{c} = 0,$$

cioè

$$E' = -\frac{\alpha}{a},$$

ed allora, convergendo i due rapporti

$$\frac{E'_{\beta\beta}}{e'_{\alpha\beta}}, \qquad \frac{E_{\beta\beta}}{e_{\alpha\beta}}$$

verso il comun limite 3, anche il precedente rapporto complesso converge verso lo stesso limite. Altrettanto si dica rispetto al secondo caso (quando cioè si considera il contatto dalla parte più vicina all'inducente), salva sempre l'eccezione relativa all'induzione prodotta da un punto vicinissimo alla sfera S_β.

Si può dunque ritenere che, esclusa questa condizione particolare, l'emisfero di prova a raggio piccolissimo prende, in ogni caso, una carica tripla di quella che è distribuita, prima del contatto, sull'areola esplorata. A rendere più esatta la corrispondenza fra le condizioni in cui agisce l'emisfero di prova e l'ipotesi d'un conduttore bisferico, gioverà che la faccia diametrale dell'emisfero stesso sia resa leggermente concava, in guisa che, nel contatto, l'orlo circolare si adatti il più esattamente possibile sulla superficie del conduttore.

Intorno ad un manoscritto della Biblioteca Alessandrina contenente gli apici di Boezio, senz'abaco e con valore di posizione.

Nota di ENRICO NARDUCCI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia

nella seduta dell' 8 aprile 1877.

Due motivi, illustri Accademici, vi sembreranno forse avermi dovuto ritrarre dal presentarmi a questo nobile consesso: l'uno è la povertà de' miei studî; l'altro è che questi si rannodano più specialmente a ciò che forma l'oggetto dell'altra sezione di questa Accademia. Pur tuttavia, a togliermi dalla duplice perplessità, valgano da un lato la novità del fatto che io sto per sottoporre al vostro dotto esame, dall'altro il trattare un argomento scientifico per ciò che riguarda soltanto la storia e l'erudizione, senza entrare in apprezzamenti che non sono di mia competenza.

Niuno che sia alquanto versato nella storia del nostro sistema di numerazione, ignora che un passo del primo libro della *Geometria* che si attribuisce a Boezio [1] contiene un nuovo sistema di numerazione, diverso dai sistemi greco e romano, che fa uso delle nove cifre, e nel quale si è creduto ravvisare precisamente il sistema di numerazione attuale. L'illustre geometra sig. Chasles osserva per altro che questo punto della storia scientifica, che da due secoli richiamò l'attenzione dei dotti, non è ancora definitivamente risoluto [2].

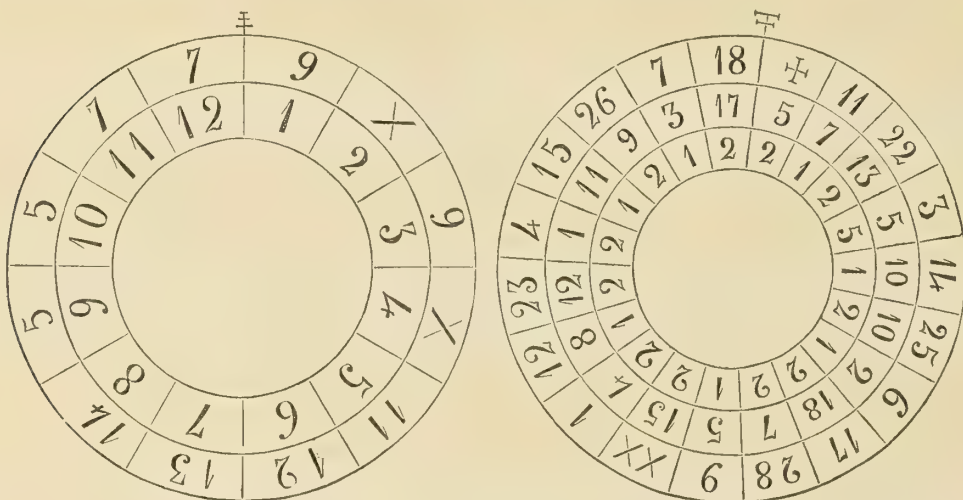
Lo stesso sig. Chasles, in due comunicazioni fatte all'Accademia delle scienze di Parigi il 13 maggio 1838 [3] ed il 21 gennaio 1839 [4], parlando del precitato passo della Geometria di Boezio, prova che uno dei principî sui quali riposava il sistema pitagorico era il valore di posizione. Citando egli più di cinquanta autorevolissimi scrittori che trattarono tale quistione dal secolo XVI fino al 1837, ai quali debbonsi aggiungere scienziati di chiarissima fama, come il Libri, il Vincent, il Martin, il Sédillot, il Woepcke, il Friedlein ed il Cantor, non sembrerà strano ch'io torni sull'argomento, avvalorandolo di un fatto, non ancora, ch' io sappia, allegato da alcuno, cioè di un esempio delle nove cifre pitagoriche, dette « apici di Boezio », adoperate senz'abaco, e con valore di posizione.

[1] Il Friedlein, nella edizione della *Geometria* di Boezio, stampata per sua cura in Lipsia dal Teubner nel 1867, sull'autorità del Blume (*Erläuterung zu den Schriften der römischen Feldmesser*, pag. 65) dice, che soltanto il palimsesto n. 38 della Biblioteca Capitolare di Verona potrebbe risolvere il dubbio sull'autenticità di questo trattato; ma soggiunge che non si è ancora riusciti a decifrarlo.

[2] *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie.* Paris, 1837, pag. 462 — Seconde édition, Paris, 1875, pag. 462.

[3] *De la connaissance qu'ont eue les anciens d'une numération décimale écrite qui fait usage des neuf chiffres prenant des valeurs de position* (Comptes rendus, to. VI, pag. 678-780).

[4] *Sur l'origine de notre système de numération* (Comptes rendus, to. VIII, pag. 72-81).

Nel compilare il catalogo dei codici manoscritti della Biblioteca Alessandrina dal R. governo affidata alla mia direzione, io mi imbattei in un manoscritto segnato ora col n. 171, che a giudicare dai caratteri e dalla pergamena sembra doversi attribuire alla seconda metà del secolo XII, la cui prima pagina della quale ho l'onore, illustri Accademici, di presentarvi una copia fotografica, è occupata dalle due ruote numeriche seguenti.

Se non che le cifre contenute nelle 24 case della prima e nelle 57 della seconda, in vece di avere la forma che qui per maggior chiarezza ho riportato, se siano distribuite sopra un piano e lette da sinistra a destra (e non da destra a sinistra, chè il 12, il 13 e il 14 diverrebbero 21, 31 e 41), hanno la forma riportata nella mia lettera che segue diretta al ch. dott. Cantor.

Colpito da questo fatto, per me nuovo, ma non fidando nella scarsezza della mia erudizione, pensai di rivolgermi in proposito ad uno dei chiarissimi direttori della *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, all'illustre professore di Heidelberg, sig. dott. Maurizio Cantor, autore di tanti pregiati lavori, tra i quali mi basterà citare i *Mathematische Beiträge zum Culturleben der Volker* (Halle, 1863, in 8°), di cui si ha una dotta analisi del sig. prof. Tommaso Enrico Martin nel quinto volume degli *Annali di matematica* del compianto prof. Tortolini, e la recente opera sugli Agrimensori Romani, della quale una traduzione italiana verrà in luce qui in Roma nel corrente anno. Diressi pertanto al sig. Cantor la seguente lettera che prego la vostra cortesia ad ascoltare:

Vir praeclarissime,

Inter codices Mss. Bibl. Alexandrinae in hoc Romano archigymnasio, quorum catalogum typis edendum conficio, unus mihi visus est qui a studiosis historiae matheseos non sit aspernendus, et cuius descriptionem tibi Vir Cl.^{me}, ut harum disciplinarum peritissimo, paucis subjiciam.

Codex hic membranaceus, 4.^{to} minori, saeculi XIII, biuis columnis exaratus, constat foliis 133, quorum postrema 33 humiditate misere affecta superiori parte plus minus carent. In eo habetur « Edicio Constantini monachi Cass. in physicam de diversis generibus infirmitatum ». Hic tractatus idem est ac qui decem libris comprehensus, foll. i—lvij secundae numerationis in editione « Omnia opera

Ysaac » (Lugduni 1515) fertur sub hoc titulo: « Liber Pantegni ysaac israelite filij adoptivi Salomonis regis arabie: quem Constantinus aphricanus monachus montis Cassinensis sibi vendicavit ». De quo Ysaac cf. Io. Alb. Fabricium (*Bibl. hebr.* III, 581). In fine mutilus; desinit enim principio libri noni. Fuit D. Constantini Caietani abb. Cassinensis.

Characteres quos supra XIII saeculo tribui pluries vidi a paleographis ad saeculum XII referri. ast cum de historicis quaestionibus disseritur cautio nunquam nimia est.

In pagina recta primi folii habentur quaedam astronomica cum duobus circulis numeris refertis. quorum inferiorem fidelissimo apographo en tibi subjicio. ([1])

Ut facile videre est characteres numerales in hoc circulo contenti, si in plano disponantur, hanc formam exhibent:

pro 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Dum propero ad consulendum quae de his characteribus post Maurinos a cll. Viris Mannert, Chasles, Vincent, Friedlein, Woepcke, Sédillot et denique a te ipso, Vir summe, in praeclarissimo tuo opere « Die Culturleben der Volker » disceptatum fuerit, hoc interea mihi videtur posse procul dubio affirmari, nempe quod in codice Alexandrino numeri 2, 3 et 4 ab allatis exemplis non parum differunt, 7 et 9 inverse depinguntur, et « sipos » abest, cuius loco habetur romanus X.

In superiori circulo allato maior, quadruplici zona effìcto, numeri 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 22, 23, 25, 26 iisdem characteribus scribuntur, pro 10 et 20, X et XX usurpantur.

Te tamen oro, Vir Clar.^me^, ut mecum communicare velis, an unquam tibi occurrerit tam in codicibus mss. quam in operibus impressis hosce characteres coniunctos, scilicet cum valore positionis invenisse, quod, fateor, mihi hucusque non contigit. Hoc si ita fuerit, licet mathematicarum rerum prorsus ignarus, arbitror nostro codici inter numerorum historiae monumenta non ultimum locum posse assignari.

Rescribas quaeso aliquid, Vir Clarissime, de hac mea coniectura, et ignosce mediocritati meae, meque habe tui obsequentissimum

Romae, 14 februarij 1877

HENRICUM NARDUCCI.

Praeclarissimo viro D. Mauritio Cantor in Univ. Heidelbergensi matheseos publ. professori.

A questa mia lettera il chiarissimo Signor Cantor si affrettò gentilmente a rispondere colla seguente, ch'egli per altro diresse all'illustre signor principe D. Baldassarre Boncompagni, e da esso cortesemente comunicatami:

Monsieur le Prince.

J'ai reçu par votre entremise et accompagnée de votre lettre du 15 Février la lettre de M.r Henri Narducci en date du 14 de ce mois. Elle m'a vivement intéressé, et je suis convaincu que la trouvaille, qu'il vient de faire, ne manquera pas de faire le même effet sur toutes les personnes qui se sont jamais occupées de l'histoire des chiffres. Trouver les apices employés sans abac et avec valeur de position, c'était un problème à résoudre, et M.r Narducci l'a résolu. Du moins je ne connais aucun endroit, soit manuscrit soit imprimé, où des nombres comme 12, 13, 14 se trouveraient indiqués surtout *sans zéro* et accompagnés de X au lieu de 10 ou d'un signe qui lui ressemblerait. A priori je me douterais que le passage en question appartiendrait à l'époque de la transition entre l'abacisme et l'algorithme, c'est à dire, comune vous le savez, au commencement du XII S., et pourvu que les caractères ne s'y opposent avec trop de force, j'hésiterai à croire le passage aussi récent que M.r Narducci le place, soit du XIII S. Mais vous savez bien que dans ces fixations on dépend d'une somme de

([1]) Qui riportavo in *fac-simile* la seconda delle due ruote menzionate di sopra.

particularités, qu'il faut juger conjointement et sur le manuscrit même ou sur sa photographie. Peut-être vaudrait-il la peine de faire photographier la page en question pour pouvoir en soumettre des épreuves à des capacités comme M.r Wattenbach à Berlin ou M.r Zangemeister à Heidelberg pour ne citer que nos spécialistes allemands (1).

Peut-être aussi que M.r Chasles, qui à lui seul a comparé je crois plus de manuscrits du XI-XIII S. que tous les autres mathématiciens mis ensemble, connaît un autre endroit qui déroberait à celui de l'Alexandrine son mérite d'être unique? Je ne le présume pourtant pas, du moins il n'en a jamais parlé dans ses nombreuses publications historiques.

Je vous serais reconnaissant, M.r le Prince, si vous vouliez faire part à M.r Narducci du contenu de cette lettre. J'ajouterai encore, ce que vous avez sans redoute remarqué avec M.r Narducci, que les apices du codex Alexandrinus, que je vous proposerai de citer dorénavant comme codex A, puisqu'il mérite par la rareté de son contenu un nom propre, ressemblent beaucoup plus à des lettres sancrites, que les apices des codices C ou E (de Chartres et de Erlangen). Surtout pour le 2 il est difficile de ne pas s'en apercevoir.

Je suis, Monsieur le Prince, avec la plus parfaite considération,

Heidelberg 19 Février 1877,

votre tout dévoué
MAURICE CANTOR.

A buon diritto il Sig. Cantor in questa sua lettera dubita che il codice Alessandrino sia così recente com'io a prima giunta avea mostrato di credere, per un mio costante sistema, che riposa sopra una lunga esperienza, di attenermi sempre al più recente estremo nel giudicare dell'età dei manoscritti. Infatti, esaminato meglio il nostro codice, paragonatine i caratteri coi saggi datine dai migliori paleografi, ed inteso il parere di persone competenti, sembrami di potere senza fallo asserire che il nostro codice appartenga al cadere del XII secolo (2). È questo dell'età il punto principale da stabilire quanto all'argomento che trattiamo, cioè che il codice Alessandrino offre il più antico esempio di cifre con valore di posizione, e per giunta facendo uso non delle cifre indiane ma degli apici di Boezio, che come vedremo trovansi già in un codice del X secolo. Imperocchè il primo trattato con data certa finora conosciuto, e nel quale sia fatto uso delle cifre indiane, con valore di posizione per qualsivoglia numero, è il *Liber abbaci* di Leonardo Pisano divulgato nell'anno 1202. Onde resta distrutta l'opinione che Vincenzo di Beauvais, il quale al comparire del *Liber abbaci* appena era nato, in un passo del suo *speculum doctrinale* (3), indicando il valore di posizione delle nove cifre, abbia inteso di parlare del sistema pitagorico; mentre nel suo libro che era già da più anni per le mani degli studiosi, Leonardo aveva già detto: « Arcus pictagore quasi errorem computaui respectu modi indorum (4) ».

Il Boeck, oppugnando l'autenticità del passo della Geometria di Boezio relativo all'abaco, domanda come sia che Boezio, conoscendo le nove cifre, non le abbia altrove impiegate. Al che risponde il sig. Cantor, che sino all'introduzione dello zero le nove cifre non potevano servire ad esprimere numeri superiori a 9, altrimenti che nelle

(1) Seguendo il consiglio del sig. dott. Cantor, aggiungo alla presente nota una fotografia della pagina qui menzionata.

(2) Il ch. Sig. Zangemeister si è compiaciuto di farmi sapere che, stabilito l'anno 1200, egli crede che il nostro codice non possa essere anteriore o posteriore di più di 20 anni.

(3) Lib. XVIII cap. IX. *De computo et algoritmo*. Ed. di Venezia 1494, car. 244, *recto*, col. 2, e *verso*, col. 1.

(4) *Il liber abbaci di Leonardo Pisano* pubblicato da Baldassarre Boncompagni. Roma, 1857 pag. 1.

colonne dell'abaco ([1]). Ora l'esempio del codice Alessandrino contradice apertamente a questa asserzione, mostrando cifre superiori a 9, senz'abaco e senza zero. Dai dotti lavori dei sigg. Cantor e Martin rimane provato che le nove cifre che trovansi presso Boezio sono autentiche, mentre i loro barbari nomi e lo zero sono interpolati.

Stabilita ora l'importanza del codice Alessandrino, non sarà inutile l'indicare quali degli esempî recati da parecchi scrittori degli apici di Boezio siano i fondamentali. Corrado Mannert nella sua dissertazione: *De numerorum quos arabicos vocant vera origine pythagorica* (Norimberga, 1801, in 8°) riporta gli apici di Boezio da un codice della Biblioteca di Altdorf del secolo XI, contenente la Geometria di Boezio, ma la forma differisce notabilmente da quella del nostro codice. Le cifre date dal Mannert trovansi riprodotte dal Woepcke nel suo *Mémoire sur la propagation des chiffres indiens.* Paris, 1863 pag. 49 (Extrait du *Journal Asiatique,* 1863, n. 1).

Il sig. Chasles ne reca due esempî. Il primo nel suo *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géometrie* ([2]) da un codice della Biblioteca di Chartres, ed il secondo in uno scritto che ha per titolo: *Règles de l'abacus,* da lui presentato all'Accademia delle scienze di Parigi nella tornata dei 30 gennaio 1843 ([3]). dal codice n. 533 del *Fonds Saint-Victor* della Biblioteca ora Nazionale di Parigi. Nel primo esempio gli apici hanno forma ben diversa da quella del codice Alessandrino, specialmente pei numeri 2, 3, 4, 9, e sono seguiti dallo zero *(sipos),* che egli in altro scritto dimostra aver dato origine al sistema della nostra aritmetica, permettendo di sopprimere le colonne dell'abaco; non però che sia stato tolto agli arabi, ma essere stato immaginato come segno ausiliare in occidente, prima che si conoscesse l'aritmetica orientale ([4]). Il secondo esempio è quello che più di tutti gli altri che si hanno a stampa si accosta per la forma agli apici del nostro codice, salvo che le cifre rappresentanti 5 e 7 sono rovesciate. Questa seconda forma riportata dallo Chasles fu anche reputata la più idonea a rappresentare gli apici di Boezio dal sig. Alfredo Maury, che la riporta in un suo articolo sulle cifre inserito nella *Encyclopédie moderne*, edita per cura dei sigg. Firmin Didot ([5]). Questo rovesciamento di alcune cifre, come giustamente osserva il sig. John Allan Broun ([6]), nel render conto d'un importante scritto del D.r Wilson ([7]), può dedursi dalla considerazione dei cambiamenti nelle forme dei numeri, avvenuti nella trasmissione di essi da un popolo all'altro, che possa la stessa forma essere cambiata per mezzo di angoli di 90° o 180°, ed inoltre invertita e rovesciata senza alterarne il valore.

Il Vincent, in uno scritto pubblicato nel 1839 ([8]), riporta l'esempio dato dal

([1]) Th. Henri Martin, *Le signes numéraux et l'arithmétique chez les peuples de l'antiquité et du moyen-âge*, ecc. (Estr. dagli *Annali* del Tortolini, to. V pag. 56).

([2]) Prima edizione del 1839 pag. 467; seconda del 1875, pag. 467.

([3]) Comptes rendus, to. XVI, pag. 219 e 238.

([4]) *Développements et détails historiques sur divers points du système de l'abacus* (Comptes rendus, t. XVII, pag. 1409. Séance du 26 juin 1843).

([5]) Tome neuvième. Paris, 1851, col. 45-46.

([6]) *The origin of our Numerals (The Nature*, 18 nov. 1875, pag. 47).

([7]) *Note on the origin of the units of the Indian and European numerals*, Bombay, 1858.

([8]) *Note sur l'origine de nos chiffres et sur l'abacus des Pythagoriciens* (Liouville, *Journal des math. pures et appliquées*, to. IV, 1839, pag. 262).

sig. Chasles giusta il codice di Chartres, ed altro ne aggiunge tratto dal codice *Arundel* 343 del museo Britannico, nel quale ultimo il 4 si accosta per la forma a quello del codice Alessandrino.

Il Friedlein, nella sua edizione della Geometria di Boezio stampata in Lipsia nel 1867 (¹), riproduce in una tavola litografica le forme degli apici di Boezio dai codici 288 di Erlangen del secolo XI, 23511 di Monaco del XII, Boncompagni 230 del XII, Vaticano 3123 del X, Barberiniano 830 del XII, e da un Vaticano Ottoboniano del XIII. Cosa notevole, il Vaticano 3123, che è il più antico, per la forma delle cifre si accosta il più all'Alessandrino, ed ha esso pure il 5 ed il 7 rovesciati, come nel citato *Fonds Saint-Victor* n. 533.

Questi ed altri esempî sono pure riportati dallo stesso Friedlein nella tavola VI d'un suo prezioso opuscolo: *Gerbert die Geometrie des Boethius und die indischen Studien*. Erlangen, 1861.

Quattro curiosi scritti che trovansi nelle *Philosophical Transactions* per l'anno 1735 (²), ed al terzo dei quali è annessa una tavola rappresentante gli apici di Boezio, estratti da un codice del D.r Mead e parecchi altri esempî di antiche cifre, mi sembrano non avere abbastanza richiamato l'attenzione dei dotti. Il primo di essi scritti è un estratto di lettera di Giovanni Cope al D.r Alessandro Stuart, riguardante un'antica data trovata nell'Hertfordshire; il secondo contiene delle osservazioni su questa data di Giovanni Ward, e sopra una tavola di quercia conservata nel museo della Società Reale di Londra; il terzo ha per oggetto le considerazioni del detto Cope sull'uso delle cifre indiane; ed il quarto è formato da osservazioni intorno ad un'antica data che è sopra una porta d'ingresso vicino alla Cattedrale di Worcester.

Resterebbe a dire alcuna cosa del X romano che avvalora l'interpolazione dello zero nel sistema pitagorico. Osserva il D.r Wilson, come riferisce il sig. Broun (l. c.) che questo ha nella forma molta analogia col + (10) cinese. Ora nella terza forma *tsaö* questa cifra presenta precisamente la forma di un X romano, avente una inclinazione di 90° (³); il che fino dal 1811 era stato anche avvertito dall'Hager (⁴).

E qui chiedo mi sia permessa una brevissima digressione. Di parecchie delle opere più sopra indicate lamentiamo l'assoluta mancanza nelle Biblioteche di Roma. Vero è che il R. governo fece ogni sua possa perchè intanto si riempissero le principali lacune, ma è da sperare che siccome Roma è la più ricca in antiche opere, non duri ad essere la più povera per le moderne. Roma, centro degl'interessi e delle aspirazioni nazionali, ritrovo dei più eletti ingegni, perno delle forze intellettuali d'Italia, sente vivo il bisogno dei mezzi che le concedano di occupare il posto che le si conviene nel mondo scientifico e letterario. Ora, io dico, chiunque senta amore alla scienza non si acquieta se non alle fonti originali, quelle di seconda mano facendo scontare la facilità di parere erudito, col fare spesso ripetere ed assumere la paternità poco invidiabile di vecchi errori, e solo in alcuni rari casi abilmente combinate han valore di condurre a nuovi risultamenti.

(¹) Ediz. citata, pag. 396.

(²) Vol. XXXIX for the years 1735, 1736. London, 1738, pag. 117-142.

(³) Perny, *Grammaire de la langue chinoise*. Tome premier. Paris, 1873 pag. 98.

(⁴) *Fundgrüben der Orients*, t. II. p. 65-81.

Prima di terminare la presente Nota parmi opportuno, ad illustrazione della pagina che ho l'onore di produrre, il dichiarare il passo ond'è circcscritta la prima delle due ruote in essa contenute; tanto più che non è da creder casuale la coincidenza della menzione che vi si fa di Pitagora, coll'uso degli apici di origine pitagorica. Il medesimo passo per tanto va letto così:

Vir sagacis animi pithagoras a terra ad lunam dixit esse tonum. idest stadiorum spatium. cxxv. Et quia octo stadia sunt unus miliarius. ergo sunt miliaria usque ad lunam. xvdcxxv. A luna ad mercurium est semitonius. A mercurio ad venerem est semitonius. inde ad solem sunt tria semitonia. A sole ad martem est tonus. inde ad iouem semitonus. a ioue ad saturnum est semitonium. inde ad circulum signiferum sunt tria semitonia. et sic celestis armonia perficitur que septem tonis confici perhibetur. Sunt ergo a terra ad signiferum dccclxxv. stadia. idest miliaria cviiij ccclxxv.

Questo brano, come può facilmente rilevarsi, non è che una parafrasi del seguente che si legge ai §§ XIX e XX del 2° libro della *Storia naturale* di Plinio (¹).

Pythagoras vero vir sagacis animi, a terra ad Lunam, centumviginti sex millia stadiorum esse collegit. Ab ea usque ad Solem, duplum; inde ad duodecim signa, triplicatum: in qua sententia et Gallus Sulpicius noster fuit. Sed Pythagoras interdum ex musica ratione appellat tonum, quantum absit a terra Luna. Ab ea ad Mercurium, spatii eius dimidium: et ab eo ad Venerem fere tantumdem. A qua ad Solem sesquiplum: a Sole ad Martem, tonum: idest, quantum ad Lunam a terra. Ab eo usque Jovem, dimidium: et ab eo ad Saturnum, dimidium, et inde sesquiplum ad Signiferum. Ita septem tonos effici, quam diapason harmoniam vocant, hoc est, universitatem concentus.

Queste parole sono anche riportate con varietà poco notabili da Censorino al cap. XIII del suo *Liber de die natali* (²).

Giova appena rammentare che il Sulpicio Gallo qui menzionato da Plinio è quello stesso che essendo tribuno nell'esercito di Paolo Emilio in Macedonia, l'anno 168 a. C. (584 di Roma) salì in rinomanza di sapienza quasi divina, predicendo ai soldati un eclisse di luna che empiè di spavento i nemici, siccome narra Tito Livio nel libro XLIV delle sue storie (³).

L'oggetto principale di questa Nota è, come dissi al principio di essa, il dare comunicazione di un fatto che può recar nuova luce intorno ad un ramo speciale della storia scientifica; e però stimerei abusare della cortesia di questa illustre Accademia, se mi fermassi a ripetere cose già dette da altri. La pubblicazione di documenti inediti è un servigio per quanto modesto, altresì incontestabile reso alla scienza; aiutando ad avvalorare o distruggere coi fatti la pericolosa teoria delle ipotesi, e rendendo sempre più vera questa sentenza, che siccome nella storia dello spirito umano si trova la traccia, che talora la nebbia dei secoli mendacemente ci presenta sotto la forma di embrione, degli studî che condussero alle moderne scoperte, così su questi niuno mai potrà dire di aver pronunziato l'ultima parola.

(¹) Ediz. di Torino, Pomba, to. I 1829, pag. 278-280.

(²) Ediz dell'Havercampio, *Lugd. Bat.* 1767, pag. 60-62.

(³) Ediz. di Torino, Pomba, to. VIII, 1826, pag. 239-240.